image
not
available

w*

Phys. 2678.31 41379

Harvard College Library

FROM

Chem. Lab.

7 March, 1898.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Vom Licht.

Bearbeitet

von

J. F. W. Herſchel.

Aus dem Engliſchen überſetzt

von

Dr. J. C. Eduard Schmidt,

Privatdocent auf der Univerſität zu Göttingen

Mit 11 lithographirten Tafeln.

Stuttgart und Tübingen,
in der J. G. Cotta'ſchen Buchhandlung.
1831.

Digitized by Google

Phys 2678.31

HARVARD COLLEGE
MAR 7 1898
LIBRARY.

Chem. Lab.

Digitized by Google

Vom Licht.

Erſter Abſchnitt.
Vom nicht polariſirten Lichte.

§. 1.
Einleitung.

1. In dieſem Werke nehmen wir uns vor, die Eigenſchaften des Lichts, die phyſiſch-mathematiſchen Geſetze, welche die Richtung, Intenſität, Zuſtand der Polariſation, Farben und Interferenzen der Lichtſtrahlen beſtimmen, abzuhandeln; die Theorie auseinander zu ſetzen, welche man aufgeſtellt hat, um die verwickelten und ſchönen optiſchen *Erſcheinungen* zu erklären; die Geſetze des Sehens, und ihre, durch den Scharfſinn des Naturforſchers und des Künſtlers hervorgebrachte Anwendung auf die Verbeſſerung des Geſichts, um diejenigen Gegenſtände und Erſcheinungen, die ſonſt wegen ihrer Entfernung oder Kleinheit unſeren Sinnen entgehen, zu unterſuchen, auseinanderzuſetzen.

2. Das Geſicht iſt der vollkommenſte unſerer Sinne; es gewährt uns die verſchiedenartigſten und genaueſten Erfahrungen, und in ſeiner Uebung das größte Vergnügen. Setzen wir auch alle Rückſichten auf Nützlichkeit bei Seite, ſo iſt ſchon die bloße Empfindung von Licht eine Quelle von Annehmlichkeiten. Man hat Beiſpiele genug von Individuen, denen ſeit ihrer Kindheit durch einen natürlichen Fehler der Gebrauch der Augen verſagt war, und deren größtes Vergnügen noch in dem ſchwachen Glanz beſtand, den ein ſchwacher Sonnenſchein in ihren unempfindlichen Organen erregte. Betrachten wir aber noch die deutlichen Begriffe von Geſtalt und Bewegung, den wundervollen Reichthum und die Verſchiedenheit von Farben, ſo wie den Umſtand, daß wir, vermöge der richtigen Eindrücke, die wir durch das Geſicht über die Lage und Entfernung der Gegenſtände erhalten, uns

Digitized by Google

überall hin verſetzen können, ſo müſſen wir uns in Erſtaunen und Dankbarkeit verlieren.

3. Welches ſind die Mittel, und wie iſt der Mechanismus beſchaffen, wodurch uns dieſe unſchätzbare Wohlthat zu Theil wird? Schon die bloße Neugierde kann uns auf dieſe Unterſuchung leiten, aber ein näheres Intereſſe nöthigt uns dieſelbe weiter zu verfolgen. Durch die Erkenntniß einer Sache gelangt dieſelbe in unſere Gewalt, und eine ſorgfältige Unterſuchung der Mittel, durch deren Hülfe wir ſehen, könnte uns nicht allein, ſondern hat uns wirklich auf künſtliche Hülfsmittel geleitet, wodurch dieſer beſondere Sinn zu einem außerordentlichen Grade verſtärkt und verbeſſert werden kann, indem dem Menſchen zu gleicher Zeit die Fernſichtigkeit des Adlers und der in die kleinſte Entfernung reichende Blick des Inſects mitgetheilt wird, durch welche die Altersſchwäche abgewendet, oder derſelben abgeholfen, ja wodurch das verlorene Geſicht ſelbſt wieder hergeſtellt, und die Wohlthat deſſelben nach langen Jahren des Mangels wiedergegeben, oder denen, die ſeit ihrer Kindheit des Geſichts verluſtig waren, ertheilt werden kann. So wie wir aber in unſern Unterſuchungen weiter fortſchreiten, finden wir Bewegungsgründe genug, die bloß intellectuell ſind, um dieſelben immer fortzuſetzen. Eine lange Reihe von einzelnen Anwendungen und wunderbaren Erfindungen eröffnet ſich uns, in welcher die äußerſten Extreme von Größe und Feinheit ſich vermiſchen, von denen das eine unſere Begriffe überſteigt, das andere ihnen entſchlüpft. Rückſichtlich der beſondern Eigenſchaften, die dem Licht in ſeinen verſchiedenen Zuſtänden der Polariſation zugehören, verſchafft es dem Naturforſcher nähere Kenntniß der innern Beſchaffenheit der Körper und der Natur der materiellen Welt, die gänzlich von den allgemeinen Eindrücken über Geſtalt, Farbe, Entfernung u. ſ. w., die der gewöhnliche Menſch beſitzt, verſchieden iſt. Ihre Begriffe gehören freilich in dieſer Rückſicht mehr dem Verſtande als den Sinnen an, aber ſie ſind deßwegen doch nicht weniger wirklich oder weniger zuverläſſig. Polariſirtes Licht iſt in den Händen des Naturkundigen nicht bloß ein Mittel des Sehens, es iſt ein Inſtrument, durch welches er gleichſam die Atome der Körper fühlt, das Daſeyn von Kräften und Eigenſchaften entdeckt und aufſucht, die bloß durch einen ſolchen Zeugen zur Gewißheit erhoben werden können, und die mit den wichtigſten und verwickeltſten Unterſuchungen beim Studium der Natur verbunden ſind.

Digitized by Google

4. Die Alten ſtellten ſich vor, das Sehen geſchähe durch eine Art von Ausfluß aus dem Auge nach dem geſehenen Gegenſtande hin. Würde dieß der Fall ſeyn, ſo wäre keine Urſache vorhanden, warum man nicht eben ſo gut im Finſtern ſehen könnte. Es iſt aber doch zum Sehen eines Gegenſtandes, etwas mehr erforderlich, als deſſen bloße Gegenwart. Derſelbe muß ſich in einem gewiſſen Zuſtande befinden, welchen wir leuchtend nennen. Unter den Körpern beſitzen einige an ſich ſelbſt die Eigenſchaft, in unſern Augen die Empfindung von Helligkeit oder Licht hervorzubringen, wie die Sonne, die Sterne, ein Licht, glühendes Eiſen, u. ſ. w. Solche Körper heiſſen ſelbſtleuchtend, allein der bei Weitem größere Theil beſitzt dieſe Eigenſchaft nicht. Letztere bleiben im Finſtern unſichtbar, wenn auch das Auge nach ihnen gerichtet iſt, und heißen daher dunkel, nichtleuchtend. Alle an ſich nicht leuchtenden Körper, die keinen Eindruck im Auge hervorbringen, werden jedoch leuchtend, ſobald ſie in das Bereich eines ſelbſtleuchtenden Körpers gelangen. Wird ein Licht in ein dunkles Zimmer gebracht, ſo ſehen wir nicht allein das Licht, ſondern alle im Zimmer befindlichen Gegenſtände werden zugleich ſichtbar. So lange das Licht da bleibt, ſind ſie alle leuchtend geworden, und in den Stand geſetzt, wiederum andere Gegenſtände zu erleuchten. So macht ein Sonnenſtrahl, der in ein dunkles Zimmer auf ein Blatt Papier fällt, daſſelbe leuchtend und daher ſichtbar, und dieſes wird wiederum das ganze Zimmer erleuchten, und die darin befindlichen Gegenſtände ſichtbar machen, ſo lange das Sonnenlicht auf daſſelbe zu fallen nicht aufhört. Der Mond und die Planeten ſind dunkle Körper, aber diejenigen Theile ihrer Oberfläche, auf welche die Sonne ſcheint, werden leuchtend, und verrichten dieſelben Wirkungen als ſelbſtleuchtende Körper. Wir ſehen daher, daß die Verbindung, welche wir Licht nennen, nicht bloß zwiſchen leuchtenden Körpern und unſerem Auge, ſondern auch zwiſchen leuchtenden und nichtleuchtenden, oder überhaup jedem ander Körper beſteht.

5. Viele Körper beſitzen die Eigenſchaft, dieſe ſonderbare Verbindung zwiſchen leuchtenden Körpern und unſerem Auge, oder andern Körpern aufzuheben. Eine zwiſchen die Sonne und unſer Auge gehaltene metallene Platte verhindert, daß wir die Sonne ſehen können; hält man ſie zwiſchen die Sonne und ein Blatt weißes Papier, oder einen andern Gegenſtand, ſo wirft dieſelbe einen Schatten auf den Gegenſtand, d. h. ſie macht denſelben nichtleuchtend.

Aus dieſer Fähigkeit, die die Körper beſitzen, das Licht aufzufangen, erfahren wir, daß die Mittheilung deſſelben in geraden Linien geſchieht. Wir können nicht durch eine gebogene metallene Röhre ſehen, auch nicht den geringſten Lichtſtrahl durch drei Oeffnungen erhalten, die in drei Metallplatten, welche in einiger Entfernung hinter einander ſtehen, angebracht ſind, ausgenommen in dem Fall, daß alle drei Oeffnungen in grader Linie liegen. Außerdem ſind die Schatten der Körper, wenn ſie auf ebenen Flächen aufgefangen werden, welche ſenkrecht auf der Linie ſtehen, in der der leuchtende Körper liegt, dem Durchſchnitt des den Schatten hervorbringenden Körpers ähnlich, welches nicht der Fall ſeyn könnte, wenn nicht das Licht von den Gränzen des Durchſchnitts in grader Linie nach den Rändern des Schattens fortginge. Wir drücken dieſe Eigenſchaft dadurch aus, daß wir ſagen, „das Licht fließe, ſtrahle, oder werde von leuchtenden Körpern in graden Linien fortgepflanzt", unter dieſem Ausdruck verſteht man aber die bloße Thatſache, ohne daß man über die nähere Art dieſer Mittheilung dadurch entſcheiden will. Außerdem fließt es von denſelben nach allen Richtungen aus, denn wir ſehen ſie in jeder Lage des Auges, vorausgeſetzt, daß nicht durch die Dazwiſchenkunft eines andern Körpers, das Licht aufgehalten werde. Dieſes iſt der eigentliche Unterſchied zwiſchen leuchtenden Körpern und optiſchen Bildern, von denen, wie wir ſehen werden, das Licht nur in gewiſſen Richtungen ausgeht. Ob es nach allen Richtungen gleichförmig ausſtrömt, wird ſpäterhin unterſucht werden.

6. Das Licht ſtrahlt auch von jedem Punkt (wenigſtens von jedem phyſiſchen Punkt) eines leuchtenden Körpers aus. Man könnte dieſen Satz vielleicht als einen identiſchen betrachten, denn diejenigen Punkte eines leuchtenden Körpers, von denen kein Licht ausfließt (wie von den Sonnenflecken) ſind wirklich dunkel, und der Körper iſt nur theilweiſe leuchtend; die Geſtalt der Flecken ſieht man nur deßwegen, weil die ſie umgebende leuchtende Oberfläche nothwendigerweiſe dieſelbe Geſtalt haben muß. Jedoch muß dieſer Satz wohl bemerkt werden, aus Urſachen, die man dann deutlicher einſehen wird, wenn wir von der Entſtehung der Bilder reden werden. Es iſt möglich, ja ſogar wahrſcheinlich, daß eine leuchtende Oberfläche, ſo wie zum Beiſpiel die Flamme eines Lichtes, bloß aus einer ungeheuern, aber doch endlichen Anzahl leuchtender Punkte beſtehe, die von nicht leuchtenden Räumen umgeben ſind, aber dieſe Idee läßt keinen in die Au=

Digitized by Google

gen fallenden Beweis zu, und es iſt für unſeren Zweck hinreichend, ſo weit unſere Sinne reichen, anzunehmen, daß jeder phyſiſche Punkt einer leuchtenden Oberfläche eine beſondere und unabhängige Quelle von Licht iſt. Wir können vermittelſt eines Teleſkops die Sonnenſcheibe ſo viel wir wollen, vergrößern, und bloß die kleinſten Theile derſelben auffangen (Flecke ausgenommen), ſo wird doch der Sichtbarkeit eines Theils derſelben dadurch, daß wir alle übrigen ausſchließen, kein Abbruch geſchehen. In dieſem Sinn genommen, iſt der Satz kein identiſcher, ſondern eine wichtige Thatſache, aus der wir hernach Folgerungen ziehen werden.

7. Scheint die Sonne durch eine kleine Oeffnung, und werden die Lichtſtrahlen in beträchtlicher Entfernung hinter derſelben auf einer weißen Tafel aufgefangen, ſo ſehen wir einen hellen runden Fleck, der ſich vergrößert, indem die Tafel weiter von der Oeffnung entfernt wird. Mißt man den Durchmeſſer dieſes Bildes bei verſchiedenen Entfernungen, ſo wird man finden, daß der Winkel, welchen der Fleck am Mittelpunkt der Oeffnung bildet, beſtändig derſelbe iſt (indem wir für jetzt einige geringe Urſachen, welche eine Verſchiedenheit hervorbringen können, nicht mit berückſichtigen), und zwar dem ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne gleich kommt. Die Urſache hiervon liegt am Tage; von jedem Punkt der Sonnenſcheibe geht Licht durch die Oeffnung, und ſetzt ſeinen Weg in grader Linie fort, bis es die Tafel erreicht. Es entſpricht daher jedem Punkt der Sonne ein Punkt auf der Tafel, und der ganze kreisrunde Fleck iſt in der That ein Bild oder eine Darſtellung der Sonnenſcheibe. Daß dieſes wirklich der Fall iſt, ſieht man ganz deutlich, wenn man den Verſuch zur Zeit einer Sonnenfinſterniß anſtellt, wo das Bild auf der Tafel, anſtatt rund zu ſeyn, gehörnt erſcheint, wie die Sonne ſelbſt. *) Macht man auf ähnliche Art mit einer Nadel eine Oeffnung in ein Kartenblatt, und hält daſſelbe zwiſchen ein Licht und ein Stück weißes Papier, ſo erhält man auf dem Blatt Papier ein genaues Bild der Flamme, welches aber eine umgekehrte Lage hat, und ſich vergrößert, wenn man das Papier von der Oeffnung entfernt. Stellt man in einem verfin-

*) Bei der Sonnenfinſterniß vom 7 September 1820 war dieſes gehörnte Anſehen ſehr auffallend bei den leuchtenden Zwiſchenräumen der Schatten von kleinen unregelmäßigen Gegenſtänden, als Baumblättern u. ſ. w. Es wurde ſogar von ſolchen bemerkt, die von der Sache gar keinen Begriff hatten.

Digitized by Google

ſterten Zimmer eine weiße Tafel in der Entfernung von einigen Fuß hinter einer kleinen runden Oeffnung auf, ſo erhält man eine genaue Abbildung aller außerhalb befindlichen Gegenſtände, ſowohl ihrer Geſtalt als Farbe nach; die ſich bewegenden Gegenſtände ſieht man in Bewegung, ruhende in Ruhe. (Fig. 6). Um dieſes zu verſtehen, müſſen wir uns erinnern, daß alle dem Licht ausgeſetzten Gegenſtände leuchtend ſind, daß von jedem phyſiſchen Punkt derſelben Licht nach allen Richtungen ausſtrahlt, ſo daß jeder Punkt auf der Tafel Licht von jedem Punkt des Gegenſtandes erhält. Daſſelbe kann man von der Oeffnung ſagen, allein das Licht, welches auf dieſelbe fällt, geht hindurch, und ſetzt ſeinen Weg hinter demſelben in geraden Linien fort. Auf dieſe Art wird die Oeffnung der Scheitel eines kegelförmigen Körpers, der auf beiden Seiten verlängert iſt, und auf der einen Seite das Object, auf der andern Seite die Tafel zur Grundfläche hat. Der Durchſchnitt dieſes Kegels durch die Tafel iſt das Bild, welches wir auf derſelben entworfen ſehen, und das den einfachſten Lehrſätzen der Geometrie zufolge dem Object genau ähnlich, aber von verkehrter Lage ſeyn muß.

8. Machen wir nun in der Tafel, welche das Bild der Sonne auffängt, eine andere kleine Oeffnung, und ſtellen hinter dieſelbe eine zweite Tafel, ſo wird das Licht, welches auf die von der Oeffnung eingenommene Stelle fällt, durch dieſelbe hindurchgehen, und die andere Tafel erreichen; es iſt aber einleuchtend, daß dieſes Licht ſich nicht weiter ausbreiten wird, nachdem es durch die zweite Oeffnung gegangen iſt, auch kein zweites vollſtändiges Sonnenbild hervorbringen kann, ſondern bloß ein Bild von dem ſehr kleinen Theil der Sonnenſcheibe geben wird, welcher dem Raume entſpricht, den die Oeffnung auf der erſten Tafel einnimmt. Die Linien, welche die kegelförmige Fläche begränzen, werden in dieſem Fall viel weniger divergiren, und wenn die Oeffnungen ſehr klein und weit von einander entfernt ſind, ſo wird dieſer kegelförmige Körper ſich einer phyſiſchen Linie nähern, und dieſes um ſo mehr, je kleiner die Oeffnungen und je größer die gegenſeitigen Entfernungen ſind (Fig. 7). Wenn wir annehmen, daß die Oeffnungen auf bloße phyſiſche Punkte reducirt ſind, ſo machen dieſe kegelförmigen Körper das aus, was wir Lichtſtrahlen nennen. Mathematiſch genommen, iſt ein Lichtſtrahl eine unendlich kleine Pyramide, deren Scheitel im leuchtenden Punkt befindlich iſt, zu ihrer Grundfläche einen unendlich kleinen Theil einer von dem leuchtenden

Digitized by Google

Punkt erleuchteten Oberfläche hat, und die wir als mit dem leuchtenden Ausfluß, wie derſelbe auch beſchaffen ſeyn mag, angefüllt betrachten können. Dieſe Pyramide wird in homogenen Mitteln, wenn der Weg des Strahls nicht unterbrochen wird, von graden Linien begränzt. Sollten Fälle eintreten (wie dies auch wirklich geſchieht), in welchen der Weg des Lichts gekrümmt oder plötzlich gebrochen wird, ſo können wir denſelben immer noch als eine von krummen oder gebrochenen Seiten begränzte Pyramide anſehen, oder wir können, der Kürze wegen, nach den verſchiedenen Umſtänden, an ihre Stelle eine bloße grade, krumme oder gebrochene mathematiſche Linie ſetzen.

9. Das Licht gebraucht Zeit zu ſeiner Fortpflanzung. Zwei Beobachter, welche ſich in verſchiedenen Entfernungen von einem plötzlich ſichtbar werdenden leuchtenden Gegenſtand befinden, werden denſelben nicht in demſelben mathematiſchen Zeitpunkt erblicken. Der nähere ſieht ihn früher als der entferntere, eben ſo wie zwei in ungleichen Entfernungen ſtehende Perſonen den Knall einer Kanone zu verſchiedenen Zeitpunkten hören. Auf gleiche Weiſe wird ein Beobachter, wenn der leuchtende Gegenſtand plötzlich erliſcht, denſelben noch einige Zeit hernach ſehen, als ob er noch leuchtete, und dieſe Zeit wird deſto länger dauern, je mehr die Entfernung beträgt. Dieſer erwähnte Zeitraum iſt aber ſo ungeheuer klein, bei allen Entfernungen, die auf der Oberfläche der Erde vorkommen, daß er völlig unmerklich iſt; allein bei der unermeßlichen Ausdehnung des Himmelsraums verhält ſich die Sache anders. Die Eintritte und Austritte der Trabanten des Jupiters in und aus dem Schatten deſſelben, werden viel eher ſichtbar (beinahe eine Viertelſtunde), wenn die Erde in ihrer kleinſten Entfernung vom Jupiter iſt, als wenn ſie ſich in ihrer größten Entfernung befindet. Das Licht gebraucht alſo Zeit, um einen Raum zu durchlaufen. Es hat eine endliche, obgleich ungeheure Geſchwindigkeit, nämlich von 192500 engliſchen Meilen in einer Secunde, und dieſe wichtige Schlußfolge, die durch Rechnung aus der ſo eben erwähnten Erſcheinung abgeleitet iſt, und die uns durch ihre alle Begriffe überſteigende Ausdehnung geneigt machen könnte, eine andere Erklärungsart aufzuſuchen, erhält ihre vollkommene Beſtätigung, durch eine andere aſtronomiſche Erſcheinung, die Aberration oder Abirrung des Lichts, welche ſich (ohne daß wir in eine nähere Unterſuchung der Art und Weiſe, wie das Sehen hervorgebracht wird, eingehen) folgendermaßen erklären läßt.

Digitized by Google

10. Man fange einen von dem Stern S, welcher ſich in ſo großer Entfernung befindet, daß alle Strahlen von ihm als parallel angeſehen werden können, herkommenden Strahl auf einer kleinen Tafel A auf (Fig. 1), die in ihrer Mitte eine äußerſt geringe Oeffnung A hat; dem durch die Oeffnung hindurch gehenden Strahl ſtelle man in irgend einer Entfernung AB eine große Tafel B ſenkrecht entgegen, und es möge B der Punkt ſeyn, auf welchen der Strahl auffällt, indem man den ganzen Apparat als ruhend betrachtet. Denken wir uns dann die beiden Punkte A und B durch eine gerade Linie verbunden, ſo giebt dieſe Linie die Richtung an, in welcher der Strahl ſeinen Weg wirklich vollendet hat, und dient zugleich zur Beſtimmung der Lage des Sterns vermittelſt des Winkels, den dieſelbe mit einer feſten Linie z. B. der Verticallinie bildet. Der Einfachheit wegen wollen wir dieſen Winkel gleich Null annehmen, d. h. der Stern ſoll ſich ſenkrecht über unſerm Haupte befinden; dann wird der Punkt B, welchen der Strahl trifft, dadurch gefunden, daß man vom Punkt A ein Bleiloth herabfällt, und die Richtung, in welcher uns der Stern zu liegen ſcheint, wird genau mit der Richtung der Schwere übereinſtimmen. Auf dieſe Art wird es ſich verhalten, wenn wir die Erde, den Beobachter und den ganzen Apparat als ruhend anrehmen; nun wollen wir aber beide in horizontaler Richtung AC, BD, mit gleichförmiger und gleicher Geſchwindigkeit fortbewegt annehmen, ſo wird dieſe Bewegung für den Beobachter unmerklich ſeyn, und das Bleiloth genau ſo wie vorher hängen, indem es mit demſelben Punkt auf der Tafel zuſammenfällt. In dem Zeitpunkt, zu welchem der Strahl SA vom Stern durch die Oeffnung A geht, mögen A und B die Oeffnung und den ſenkrecht unter derſelben befindlichen Punkt auf der Tafel bedeuten. Iſt der Strahl durch die Oeffnung hindurch gegangen, ſo ſetzt er ſeinen Weg in derſelben geraden Linie SAB wie vorher, ganz unabhängig von der Bewegung des Apparats fort, und nach der Zeit t, welche der Entfernung AB, dividirt durch die Geſchwindigkeit des Lichts, gleich iſt, erreicht derſelbe die untere Tafel. In dieſer Zeit haben ſich aber die Oeffnung, die Tafeln und die Verticallinie um einen Raum Aa = Bb fortbewegt, der gleich iſt der Zeit t, multiplicirt mit der Geſchwindigkeit derſelben, oder gleich AB, multiplicirt mit der Geſchwindigkeit der Erde und dividirt durch die Geſchwindigkeit des Lichts.

In dem Augenblick, in welchen dann der Strahl die untere Ta-

Digitized by Google

fel trifft, wird das Bleiloth nicht von A nach B, ſondern von a nach b zu hängen, und da a die wirkliche Oeffnung und B der wirkliche Einfallspunkt des Lichtſtrahls auf der Tafel iſt, ſo wird der Beobachter, der nach dieſen Beobachtungen urtheilen muß, nothwendigerweiſe auf den Gedanken geleitet werden, daß der Strahl von ſeiner ſenkrechten Richtung abgelenkt worden ſey, und ſich nach der Richtung der Bewegung der Erde zu, um einen Winkel gegen die Verticallinie neige, deſſen Tangente $\frac{Aa}{AB}$ oder die Geſchwindigkeit der Erde, dividirt durch die Geſchwindigkeit des Lichts iſt.

11. Das Auge iſt ein ſolcher Apparat. Seine Netzhaut iſt die Tafel, auf welche das Licht vom Stern oder einem andern leuchtenden Körper fällt, und wir urtheilen über die Lage deſſelben nur nach dem Punkt in dieſer Tafel, auf welchen wirklich der Eindruck gemacht worden iſt. Die Pupille iſt die Oeffnung. Bewegt man ſeinen Körper nach einer Seite zu mit einer Geſchwindigkeit, die gegen die Geſchwindigkeit des Lichts in einigem Verhältniß ſteht, während das Auge eine feſte Richtung beibehält, ſo wird die Netzhaut ihre Stellung während der Zeit, in welcher das Licht den Raum von der Pupille zur Netzhaut durchläuft, geändert haben, und der Punkt, welcher den Eindruck des leuchtenden Körpers erhält, wird nicht derjenige ſeyn, welcher ihn empfangen hätte, wenn der Beobachter in Ruhe geblieben wäre; dieſe Abweichung iſt die Aberration des Lichts.

12. Jeder Beobachter auf der Erde nimmt an der allgemeinen Bewegung der Erde Theil, die in ihrer jährlichen Bahn um die Sonne ſehr bedeutend iſt, und obgleich ſie der des Lichts bei Weitem nicht gleich kommt, ſo iſt ſie doch in Vergleichung mit der letztern keinesweges unmerklich. Es werden alſo die Sterne, die Sonne, der Mond und die Planeten von ihren wahren Oertern nach der Richtung hin verrückt erſcheinen, nach welcher ſich die Erde bewegt.

13. Dieſe Richtung ändert ſich in jedem Augenblick, da die Erde eine gekrümmte Bahn um die Sonne beſchreibt. Die Richtung, nach welcher dieſe ſcheinbare Verrückung eines Sterns von ſeinem wahren Ort geſchieht, iſt daher immerwährend veränderlich, d. h. der ſcheinbare Ort beſchreibt eine kleine Bahn um den wahren Ort. Dieſe Erſcheinung iſt nun diejenige, auf welche wir vorhin hinzeigten. Es wurde von Bradley als eine Thatſache angemerkt, deren Urſache er noch nicht kannte, daß die Sterne jährlich am Himmel kleine Ellipſen

Digitized by Google

von 40 Secunden im Durchmeſſer zu beſchreiben ſcheinen. Die Entdeckung der Geſchwindigkeit des Lichts, vermittelſt der Finſterniſſe der Jupiters-Trabanten, die damals neuerdings von Römer gemacht worden war, gab aber bald ein Mittel zur Erklärung dieſer Erſcheinung. Spätere Beobachtungen, vorzüglich die von Brinkley und Struve, haben uns in den Stand geſetzt, mit großer Genauigkeit den numeriſchen Werth dieſer Ungleichheit anzugeben, und daraus die Geſchwindigkeit des Lichts abzuleiten, die ſich auf dieſe Weiſe zu 191515 engliſchen Meilen in einer Secunde findet, welches Reſultat von dem vorigen nur um zwei Hunderttheile des Ganzen abweicht. Dieſe letztere Beſtimmung beſitzt ohne Zweifel einen bedeutenden Vorzug vor der erſtern.

14. Dieſe Erſcheinung iſt aber nicht die einzige Belehrung, welche uns die aſtronomiſchen Beobachtungen rückſichtlich des Lichts geben. Wir erfahren durch dieſelbe ebenfalls, daß das Licht der Sonne, der Planeten und der Fixſterne ſich mit einer und eben derſelben Geſchwindigkeit bewegt. Da wir nun wiſſen, daß dieſe Körper ſich in verſchiedenen und veränderlichen Entfernungen von uns befinden, ſo ſchließen wir daraus, daß die Geſchwindigkeit des Lichts unabhängig von der beſondern Quelle, aus welcher es herfließt, und der Entfernung, die es durchlaufen muß, ehe es unſer Auge erreicht, ſeyn wird.

15. Die Geſchwindigkeit des Lichts kann daher in den freien und vielleicht leeren Räumen, die zwiſchen uns und den Planeten und Fixſternen liegen, nicht anders als gleichförmig angenommen werden, und die Berechnungen der Finſterniſſe der Trabanten des Jupiter, ſo wie der Oerter der entfernten Planeten, welche vermittelſt dieſer Vorausſetzung mit den Beobachtungen übereinſtimmen, beweiſen, daß es wirklich ſich ſo verhält. Tritt das Licht in andere Mittel über, wie wenn es z. B. innerhalb der Gränzen der Atmoſphären der Erde oder der Planeten ſich befindet, ſo müſſen wir ſchließen, daß ſeine Geſchwindigkeit ſich ändert, wovon wir ſpäterhin die Urſache angeben werden; allein wir haben auf keine Weiſe Urſache anzunehmen, daß die Geſchwindigkeit in den verſchiedenen Theilen einer und eben derſelben homogenen Materie geändert wird.

16. Die Geſchwindigkeit, welche wir für das Licht gefunden haben, ſo erſtaunungswürdig ſie uns auch ſcheinen mag, iſt eine von den Folgerungen, die eine ſolche Evidenz beſitzen, als die Wiſſenſchaft

Digitized by Google

nur ihnen zu geben vermag, und ſie kann dazu dienen, uns zu andern Zahlengrößen vorzubereiten, die noch mehr unſere Bewunderung erregen müſſen. Wenn wir die Größe der Naturerſcheinungen nach dem ſchwachen Maßſtab, an den wir auf unſerm Planeten gewöhnt ſind, zu meſſen verſuchen, ſo bemerken wir erſt die Unbedeutendheit deſſelben im Weltall. So richtig auch alle dieſe Reſultate ſind, ſo ſind wir doch nicht im Stande, uns deutliche Begriffe von denſelben zu machen; wir verlieren uns in den ungeheuern Zahlen, und ſind genöthigt auf andere Mittel zu ſinnen, um uns klare Vorſtellungen von dieſen Größen zu machen. Eine Kanonenkugel würde wenigſtens ſiebzehn Jahre gebrauchen, um die Sonne zu erreichen, wenn wir annehmen, daß ſie ſich immer mit der Geſchwindigkeit bewegt, die ſie bei ihrem Austritt aus der Mündung der Kanone hatte. Das Licht durchläuft denſelben Raum in 7½ Minuten. Der ſchnellſte Vogel würde bei möglichſter Eile beinahe drei Wochen nöthig haben, um die Erde zu umkreiſen. Das Licht legt denſelben Weg in einer Zeit zurück, die viel geringer iſt, als ein einziger Flügelſchlag ausmacht, und doch iſt die Geſchwindigkeit des Lichts ſehr gering, gegen die Räume, die es zu durchlaufen hat. Es läßt ſich beweiſen, daß das Licht vom nächſten Fixſterne nicht wohl eher als nach fünf Jahren bei uns ankommen kann, und die Teleſkope zeigen uns Gegenſtände, die viele tauſendmal weiter entfernt ſind.

Dieſes ſind aber lauter Betrachtungen, die eher zur Aſtronomie als zu dem gegenwärtigen Gegenſtand gehören, und wir wollen daher zu der Betrachtung der Erſcheinungen des ausſtrömenden Lichts zurückkehren.

---

§. II. Photometrie.

17. Unter dieſen Erſcheinungen iſt gewiß eine der auffallendſten, die Abnahme der Erleuchtungskraft irgend einer Quelle des Lichts, die aus dem Zuwachs der Entfernung entſteht. Wir können beim Scheine einer Lichtflamme in einer gewiſſen Entfernung ſehr gut leſen; ſetzt man aber das Licht zweimal oder zehnmal ſo weit fort, ſo ſind wir nicht mehr im Stande bei dieſer Erleuchtung dieſelbe Schrift zu leſen.

Die numeriſche Angabe der verſchiedenen Abſtufungen der Lichtſtärke, machen den Zweig der optiſchen Wiſſenſchaften aus, welchen man die **Photometrie** nennt (*φως* Licht, *μετρω* meſſen).

Digitized by Google

18. Iſt das Licht ein materieller Ausfluß, ein Etwas, welches ſich nach allen Richtungen zerſtreut, ſo iſt es einleuchtend, daß dieſelbe Lichtmenge, die ſich auf der Oberfläche einer Kugel zerſtreut, deren Mittelpunkt der leuchtende Punkt ausmacht, ſich bei der Fortſetzung ihres Weges auf immer größern Kugeloberflächen, welche mit der erſten concentriſch ſind, ausbreiten muß, und daß die Intenſität des Lichts, oder die Anzahl der Strahlen, welche auf ein beſtimmtes Stück der Oberfläche fallen, bei jeder dieſer concentriſchen Kugelflächen, ſich umgekehrt wie die ganzen Oberflächen, auf denen es ſich verbreitet, verhalten muß, d. h. umgekehrt wie die Quadrate der Halbmeſſer, oder wie die Entfernungen vom leuchtenden Punkte. Man kann denſelben Gegenſtand, ohne dieſe Vorausſetzung zu machen, auch folgendermaßen in Deutlichkeit ſetzen. Man ſetze ein Licht hinter eine Tafel voll gleicher und ähnlicher kleiner Oeffnungen, ſo wird das Licht durch dieſelben hindurch ſcheinen, und an allen übrigen Stellen aufgefangen werden, indem daſſelbe einen Strahlenbündel von der Form einer Pyramide bildet, deren Scheitel in der Lichtflamme befindlich iſt. Hält man ein Blatt weißes Papier hinter die Tafel, ſo wird daſſelbe überall mit leuchtenden Flecken beſäet ſeyn, die genau dieſelbe Lage haben als die Oeffnungen in der Tafel. Nimmt man die Oeffnungen ſo klein an, ihre Anzahl ſo groß, und die Entfernung des Auges vom Papier ſo bedeutend, daß es die einzelnen Flecke nicht unterſcheiden kann, ſo wird das Auge immer noch einen allgemeinen Eindruck von Glanz erhalten; das Papier erſcheint erleuchtet und von ſcheckigem Anſehen, welches aber um ſo gleichförmiger wird, je kleiner und näher bei einander die Oeffnungen ſind, und je weiter ſich das Auge entfernt, und erreichen dieſe letztern Bedingungen ihre Gränze, ſo wird das Papier in gleichförmigem Glanz erſcheinen. Wird nun eine Oeffnung um die andere verſtopft, ſo wird das Papier nur halb ſo viel Licht erhalten; und unter übrigens gleichen Umſtänden, iſt der Grad der Erleuchtung der Anzahl Oeffnungen in der Tafel proportional, oder auch der Anzahl der gleichförmig erleuchteten Flecke auf dem Papier, d. h. wenn die Flecke an Größe unendlich klein ſind, und ihre Anzahl unendlich groß wird, ſo iſt die Erleuchtung der Anzahl der Strahlen proportional, die von der urſprünglichen Quelle des Lichts auf daſſelbe fallen.

19. Man ſtelle eine ſolche Tafel, die mit unendlich viel gleich großen und ſehr kleinen Oeffnungen verſehen iſt, in einer beſtimmten Entfernung, z. B. zwei Fuß von einer Lichtflamme auf, und in die

dahinter befindliche Lichtpyramide halte man ein kleines Stück weißes Papier von gegebener Oberfläche, z. B. von einem Quadratzoll, ſo daß daſſelbe gänzlich innerhalb der Pyramide zu liegen kommt. Es iſt einleuchtend, daß die Anzahl der Lichtſtrahlen, welche auf daſſelbe fallen, deſto geringer iſt, je weiter von der Tafel abwärts es gehalten wird, weil die ganze Anzahl von Strahlen, die durch die Tafeln gehen, ſich nach und nach über einen größern Raum ausbreiten. Befände ſich das Papier ganz nahe an der Tafel, ſo würde es ſo viel Strahlen erhalten, als die Anzahl der Oeffnungen beträgt, welche auf der Tafel in dem Raume eines Quadratzolles befindlich ſind, allein in der doppelten Entfernung von vier Fuß von der Lichtflamme, breitet ſich dieſelbe Strahlenmenge, vermöge ihrer Divergenz, über vier Quadratzoll aus, und das Papier kann nur den vierten Theil der Strahlen erhalten. Bezeichnet man alſo die Erleuchtung, welche dann ſtatt findet, wenn das Licht ganz nahe an die Tafel gehalten wird, durch I, ſo iſt dieſelbe in der doppelten Entfernung nur $\frac{I}{4}$, in der Dfachen Entfernung, iſt die Erleuchtung $\frac{I}{D^2}$, indem ſich die Flächen der Durchſchnitte einer Pyramide wie die Quadrate ihrer Entfernung vom Scheitel verhalten.

20. Da dieſe ganze Schlußfolge von der Anzahl und Geſtalt der Oeffnungen unabhängig iſt, und daher auch vom Verhältniß der Summe ihrer Flächen zu dem undurchlöcherten Theil der Tafel, ſo kann man dieſes Verhältniß ſich bis ins Unendliche vermehrt denken. Die Tafel verſchwindet dann, und das Papier wird ganz frei erleuchtet. Hieraus ſchließen wir, daß ſobald ein kleiner ebener Gegenſtand von gegebenem Flächeninhalt einem leuchtenden Punkte frei und ſenkrecht in verſchiedenen Entfernungen ausgeſetzt wird, ſo iſt die Lichtmenge, welche derſelbe erhält, oder die Stärke der Erleuchtung, unter übrigens gleichen Umſtänden, in verkehrtem Verhältniß des Quadrats der Entfernung vom leuchtenden Punkte.

21. Wird ein einzelnes Licht vor eine erwähntermaßen durchlöcherte Tafel geſtellt, und die Strahlen in einer beſtimmten Entfernung vermittelſt einer andern Tafel aufgefangen, ſo kann die Stärke der Erleuchtung durch eine gegebene Größe J ausgedrückt werden. Wird nun ein zweites Licht unmittelbar hinter das erſte geſetzt, und mit ihm ſo nahe als möglich in Berührung gebracht, ſo daß es durch

Digitized by Google

dieſelben Oeffnungen ſcheint, ſo bemerkt man, daß die Erleuchtung der Tafel ſich vermehrt, obgleich die Anzahl und Größe der erleuchteten Flecke dieſelbe bleibt. Man ſagt dann, die Beleuchtung eines jeden Punktes habe mehr Intenſität. Nimmt man nun den Abſtand des Auges immer ſo groß an, und die erleuchteten Punkte ſo klein, daß dieſelben nur einen allgemeinen Eindruck von Glanz geben, ohne daß die einzelnen Punkte ſich unterſcheiden laſſen, und rückt das eine Licht ein wenig auf die Seite, ohne ſeine Entfernung zu ändern, ſo wird auch die Beleuchtung des Papiers oder der zweiten Tafel, nicht geändert worden ſeyn. In dieſem Fall iſt die Zahl der erleuchteten Punkte verdoppelt, aber ein jeder derſelben erhält nur halb ſo viel Licht als vorher. Daſſelbe findet bei einer beliebigen Anzahl von Lichtern ſtatt. Hieraus ſchließen wir, daß die Erleuchtung einer Fläche conſtant bleibt, wenn die Anzahl der Lichtſtrahlen, welche ſie empfängt, ſich umgekehrt wie die Intenſität der einzelnen Strahlen verhält, und daß daher die Erleuchtungsſtärke der Anzahl und der Intenſität der Lichtſtrahlen zu gleicher Zeit proportional iſt.

22. Denken wir uns nun an die Stelle einer beliebigen Anzahl neben einander ſtehender Lichter bloß leuchtende phyſiſche Punkte, ſo wird jeder derſelben den Scheitel einer Strahlenpyramide ausmachen, und die Anzahl der auf dem Papier gleichmäßig erleuchteten Punkte, alſo auch die Erleuchtung des Papiers ſelbſt, wird der Anzahl der leuchtenden Punkte proportional werden. Nehmen wir daher die Anzahl derſelben unendlich groß, ihre Größe als unendlich klein an, ſo daß dieſelben eine continuirliche leuchtende Oberfläche bilden, ſo wird ihre Anzahl durch den Flächeninhalt dieſer Oberfläche dargeſtellt werden. Die Erleuchtung des Papiers wird ſich alſo, unter übrigens gleichen Umſtänden, wie der Inhalt der Oberfläche, die wir von gleichförmigem Glanz annehmen, verhalten.

23. Verbinden wir alle dieſe Umſtände mit einander, ſo ſehen wir, daß wenn ein gegebener Gegenſtand von einer kleinen, aber doch merklichen Fläche erleuchtet wird, ſo iſt die Stärke der Erleuchtung dem Flächeninhalt der leuchtenden Oberfläche, multiplicirt mit der Intenſität der Erleuchtungskraft und dividirt durch das Quadrat der Entfernung der erleuchteten Fläche, proportional.

24. Die vorhergehenden Schlüſſe laſſen ſich nur in dem Fall anwenden, wenn die leuchtende Scheibe ein kleines Stück einer Kugel-

Digitized by Google

oberfläche ausmacht, die mit dem Object concentriſch iſt, da in dieſem Fall alle Punkte des erleuchteten Gegenſtandes gleichweit vom leuchtenden entfernt ſind, und das Licht ſenkrecht auffällt. Wird der Gegenſtand in geneigter Lage dem Licht ausgeſetzt, ſo muß man ſich die Oberfläche deſſelben in unendlich kleine Theile zerlegt denken, von denen ein jeder als die Grundfläche einer ſchiefen Pyramide angeſehen werden kann, die zu ihrem Scheitel irgend einen Punkt des leuchtenden Körpers hat; dann iſt der ſenkrechte Durchſchnitt der Pyramide in demſelben Abſtand von dem leuchtenden Punkte, gleich der Grundfläche, multiplicirt mit dem Sinus ihrer Neigung gegen die Axe der Pyramide, oder gleich dem Elemente der erleuchteten Fläche, multiplicirt mit dem Sinus des Neigungswinkels des Strahls gegen daſſelbe. Es iſt aber einleuchtend, daß die Anzahl der Strahlen, die auf die Baſis fallen, eben ſo groß iſt, als die Anzahl derjenigen, die auf den Durchſchnitt fallen, und da ſich dieſelben über eine größere Fläche verbreiten, ſo wird die Wirkung darin beſtehen, daß die Grundfläche in dem Verhältniß weniger erleuchtet wird, welches die Fläche des Durchſchnitts zu der der Grundfläche beſitzt, d. h. in dem Verhältniß des Sinus des Neigungswinkels. Die Erleuchtung des Durchſchnitts, war aber (23) gleich der Fläche des leuchtenden Körpers, multiplicirt mit der Erleuchtungskraft deſſelben, und dividirt durch das Quadrat der *Entfernung*; folglich iſt die Erleuchtung des Elements der Oberfläche gleich dem *erwähnten* Quotienten, multiplicirt mit dem Sinus des Neigungswinkels des Strahls; ſetzt man daher die Fläche des leuchtenden Körpers A, die Erleuchtungskraft I, die Entfernung D, und die Neigung des Strahls gegen die erleuchtete Fläche θ, ſo wird die Intenſität der Erleuchtung derſelben durch $\frac{A \, . \, I \, . \sin \theta}{D^2}$ dargeſtellt werden.

25. Bezeichnet L die abſolute Lichtmenge, welche von einem leuchtenden Punkte nach einer gegebenen Richtung ausfließt, und die die abſolute Helligkeit deſſelben genannt werden kann, ſo erhalten wir $L = A \, . \, I$, vorausgeſetzt, daß die Oberfläche des leuchtenden Körpers ſenkrecht auf der gegebenen Richtung ſteht. Iſt dieſes nicht der Fall, ſo muß A den Durchſchnitt einer cylindriſchen Oberfläche bedecken, die durch die Gränzen des leuchtenden Körpers beſtimmt wird, und deſſen Axe der gegebenen Richtung parallel iſt; folglich giebt in dieſem Fall der Ausdruck $\frac{L \sin \theta}{D^2}$ die Intenſität der Erleuchtung des Elements der Oberfläche an.

Digitized by Google

Um die Anwendung dieſer Grundſätze zu erläutern, wollen wir folgende Aufgabe auflöſen.

Aufgabe.

26. **Eine kleine weiße Fläche liegt horizontal auf einem Tiſche, und wird durch ein Licht erleuchtet, welches ſich in einer gegebenen horizontalen Entfernung von derſelben befindet; wie groß muß die Höhe der Lichtflamme über dem Tiſch ſeyn, damit die Fläche die möglich größte Erleuchtung erhält.**

Es ſey (Fig. 2) A die Fläche, BC die Lichtflamme; man ſetze $AB = a$, $AC = D$, $BC = \sqrt{D^2 - a^2}$; da ſich nun, unter übrigens gleichen Umſtänden, die Erleuchtung von A wie $\frac{\sin CAB}{AC^2}$, oder wie $\frac{CB}{AC^3} = \frac{\sqrt{D^2 - a^2}}{D^3}$, welches wir durch F bezeichnen wollen, verhält, ſo müſſen wir dieſe Größe zu einem Maximum machen, folglich wird $d\,F = o$, oder auch $d\,.\,F^2 = o$; dies giebt

$$d\,.\left\{\frac{1}{D^4} - \frac{a^2}{D^6}\right\} = o$$

$$-\frac{4}{D^5} + \frac{6\,a^2}{D^7} = o.$$

oder $$2\,D^2 - 3\,a^2 = o\,.$$

Hieraus findet ſich $D = a\sqrt{\tfrac{3}{2}}$,

$$BC = \sqrt{D^2 - a^2} = \frac{a}{\sqrt{2}} = 0{,}707\,.\,AB.$$

27. **Erklärung.** Die ſcheinbare Oberfläche, oder die ſcheinbare Größe irgend eines Gegenſtandes, iſt ein Theil einer ſphäriſchen Oberfläche, die um das als Mittelpunkt angenommene Auge beſchrieben wird, deren Radius man der Einheit gleich annimmt, und die durch eine Linie begränzt wird, welche den Durchſchnitt der Kugeloberfläche mit einer Kegeloberfläche ausmacht, deren Baſis der Gegenſtand iſt, und deren Scheitel das Auge bildet.

28. Hieraus folgt, daß die ſcheinbare Größe eines kleinen Gegenſtandes ſich direct wie der Flächeninhalt eines Durchſchnitts dieſer kegelförmigen Oberfläche, welcher ſenkrecht auf die Geſichtslinie geſchieht, und umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung verhält. Iſt der Gegenſtand eine Fläche, welche ſenkrecht auf der Geſichtslinie ſteht, ſo reducirt ſich dieſes Verhältniß von ſelbſt auf den Flä-

chen-

cheninhalt derſelben, dividirt durch das Quadrat ihrer Entfernung vom Auge.

29. Erklärung. Der wirkliche Glanz eines leuchtenden Gegenſtandes, iſt die Intenſität des Lichts jedes phyſiſchen Punktes in ſeiner Oberfläche, oder das numeriſche Maß der Stärke der Erleuchtung, welche ein ſolcher Punkt (von gegebener Größe) einem gegebenen Gegenſtand in einer beſtimmten Entfernung mittheilen würde, und die man mit einer als Einheit angenommenen Erleuchtung vergleicht. Wenn wir vom Glanz eines leuchtenden Gegenſtandes ſprechen, ſo iſt damit immer der wirkliche Glanz deſſelben gemeint.

30. Erſter Zuſatz. Folglich ſteht die Stärke der Erleuchtung eines Gegenſtandes, welcher einem leuchtenden Körper in ſenkrechter Stellung ausgeſetzt wird, im zuſammengeſetzten Verhältniß der ſcheinbaren Größe des leuchtenden Körpers und des Glanzes deſſelben.

31. Zweiter Zuſatz. Umgekehrt kann man auch ſagen, daß wenn die ſcheinbare Größe und der Glanz eines leuchtenden Körpers dieſelben bleiben, auch die Erleuchtung ſich nicht ändert. So würde z. B. die durch directen Sonnenſchein geſchehende Erleuchtung dieſelbe ſeyn, als wenn ein kreisförmiger Theil der Sonnenoberfläche von einem Zoll im Durchmeſſer in einer Entfernung von zehn Fuß vom beleuchteten Gegenſtande aufgeſtellt würde, und der übrige Theil der Sonnenſcheibe vernichtet wäre; denn dieſer kreisförmige Ausſchnitt, würde in der beſagten Entfernung dieſelbe ſcheinbare Größe als die Sonne ſelbſt haben. Dieſes Beiſpiel mag dazu dienen, um einen Begriff von dem ſtarken Glanz der Sonne zu geben.

32. Erklärung. Der ſcheinbare Glanz eines Gegenſtandes oder leuchtenden Punktes, iſt der Grad der Erleuchtung ſeines Bildes im Auge. Bloß dieſer Erleuchtung nach können wir vom Glanze eines Gegenſtandes urtheilen. Ein leuchtender Körper kann in der Wirklichkeit glänzender ſeyn als ein anderer, aber wenn durch irgend eine Urſache die Erleuchtung ſeines Bildes im Auge geſchwächt wird, ſo erſcheint er nicht glänzender, als es nach Verhältniß ſeiner verminderten Intenſität des Glanzes geſchehen kann. So können wir z. B. die Sonne durch ein dunkles Glas, oder durch den am Horizont befindlichen Dunſt immerwährend betrachten.

33. Erklärung. Die abſolute Helligkeit eines leuchtenden Körpers iſt die Summe aller Elemente ſeiner Oberfläche, nachdem jedes derſelben mit ſeinem Glanz multiplicirt iſt; hat die Oberfläche in allen

Digitized by Google

ihren Theilen einen gleichförmigen Glanz, ſo wird die abſolute Helligkeit daher durch das Product aus dem Flächeninhalt derſelben in ihren Glanz ausgedrückt. Sie iſt daher nichts Anderes als die Größe L.

34. Erklärung. Die ſcheinbare Helligkeit eines Gegenſtandes iſt die ganze Lichtmaſſe, welche von demſelben in unſer Auge dringt, und ſich auf der Netzhaut ausbreitet.

35. Wenn wir im gewöhnlichen Leben vom Glanze eines Gegenſtandes ſprechen, der eine bedeutende Größe hat, ſo verſtehen wir darunter gewöhnlich ſeinen ſcheinbaren Glanz. Hat aber der Gegenſtand keine merkliche Größe, wie dies z. B. der Fall bei einem Stern iſt, ſo meinen wir jedesmal ſeine ſcheinbare Helligkeit (oder wie man es auch nennen könnte, ſeinen abſoluten Glanz), denn da wir von einem ſolchen Gegenſtande keine einzelnen Theile unterſcheiden können, ſo erhalten wir bloß von ſeiner ganzen Lichtmaſſe einen Eindruck. Daſſelbe findet auch bei allen ſo kleinen Gegenſtänden ſtatt, bei welchen man Mühe anwenden muß, um deren einzelne Theile zu unterſcheiden. Die Schriftſteller über optiſche Gegenſtände ſind zuweilen dadurch in große Verwirrung gerathen, daß ſie dieſen Unterſcheidungen nicht genug Aufmerkſamkeit ſchenkten.

36. Entfernen wir uns von einem leuchtenden Gegenſtande, ſo vermindert ſich ſeine ſcheinbare Helligkeit aus zwei Urſachen; denn erſtens, da unſere Augen eine beſtimmte Größe haben, ſo bieten ſie dem auffallenden Lichte nur eine beſtimmte Fläche dar, und erhalten daher vom leuchtenden Körper eine Lichtmenge, die umgekehrt ſich verhält wie das Quadrat der Entfernung; zweitens, indem das Licht durch die Luft geht, wird ein Theil deſſelben aufgehalten, und geht wegen der unvollkommenen Durchſichtigkeit der Luft verloren. Dieſen letztern Umſtand werden wir jetzt aber nicht weiter berückſichtigen. Es wird ſich daher die ſcheinbare Helligkeit eines Gegenſtandes, umgekehrt wie das Quadrat ſeiner Entfernung, und direct wie die abſolute Helligkeit verhalten.

37. Der ſcheinbare Glanz iſt gleich der ſcheinbaren Helligkeit dividirt durch die Größe des Bildes auf der Netzhaut im Auge. Dieſes Bild verhält ſich aber wie die ſcheinbare Größe des Gegenſtandes, d. h. wie ſeine wirkliche Fläche A, dividirt durch das Quadrat der Entfernung D, d. h. wie $\frac{A}{D^2}$. Außerdem haben wir geſehen, daß die

ſcheinbare Helligkeit, ſich wie $\frac{AI}{D^2}$ verhält, wo I der wirkliche Glanz des Körpers iſt. Folglich wird der ſcheinbare Glanz der Größe $\frac{A\,.\,I}{D^2} : \frac{A}{D^2}$, d. h. der Größe I proportional, und iſt von A und D völlig unabhängig. Der ſcheinbare Glanz bleibt alſo bei allen Entfernungen derſelbe, und iſt bloß dem wirklichen Glanze des Gegenſtandes proportional. Dieſer Satz wird von den Schriftſtellern über Optik gewöhnlich ſo vorgetragen, daß ſie ſagen, die Gegenſtände erſcheinen in allen Entfernungen mit gleichem Glanze, welches bloß vom ſcheinbaren Glanz verſtanden werden muß. Auch erfordert dieſer Satz, wenn er richtig ſeyn ſoll, daß man den beim Durchgange des Lichtes durch verſchiedene Mittel ſtattfindenden Verluſt deſſelben nicht berückſichtige.

38. Der Ausflußwinkel eines Lichtſtrahls von einer leuchtenden Oberfläche iſt die Neigung des Strahls gegen die Oberfläche an demjenigen Punkt derſelben, von welchem er ausfließt.

39. Es iſt lange Zeit hindurch unter den Optikern die Frage geweſen, ob die Intenſität des Lichts von leuchtenden Körpern nach allen Richtungen zu dieſelbe iſt, oder ob ſie nicht vom Ausflußwinkel abhängt. Euler hat in ſeinen Réflexions sur les divers degrés de la lumière du soleil etc. Mémoires de Berlin 1750, pag. 280 den erſtern Grundſatz angenommen. Lambert hingegen, in ſeiner Photometrie S. 41 behauptet, daß die Intenſität des Lichts, oder die Dichtigkeit der Strahlen, die nach irgend einer Richtung von einer leuchtenden Oberfläche ausgehen, dem Sinus des Ausflußwinkels proportional iſt. Wäre uns die innere Natur des Lichts bekannt, und die Art, auf welche die Körper das Licht ausſchicken und zurückwerfen, ſo dürfte es möglich ſeyn, dieſe Frage a priori zu entſcheiden. Wenn wir z. B. gewiß wären, daß das Licht bloß von den Theilen des Körpers ausfließt, die ſeine äußere Oberfläche ausmachen, und daß der Ausfluß des Lichts aus jedem phyſiſchen Punkt, mit dem der übrigen in gar keinem Zuſammenhange ſtünde, und ſich gleichförmig nach allen Seiten ausbreitete, ſo würde die ganze Lichtmaſſe, die von einem gewiſſen Stücke der Oberfläche ins Auge gelangt, unter jedem Ausflußwinkel dieſelbe bleiben, indem jeder Punkt einer ebenen Fläche, dem über derſelben befindlichen Auge in jeder beliebigen Stellung ſichtbar iſt, und wir außerdem annehmen, daß dieſer Punkt ſowohl in

ſenkrechter als ſchiefer Richtung, dieſelbe Lichtmenge ausſchickt. Da ſich aber die ſcheinbare Größe dieſer Fläche wie der Sinus ihrer Neigung gegen die Geſichtslinie verhält, d. h. wie der Sinus des Ausflußwinkels, ſo vertheilt ſich dieſe Lichtmenge über eine kleinere Fläche, alſo nimmt die Lichtſtärke oder der ſcheinbare Glanz der Fläche im umgekehrten Verhältniß des Sinus des Ausflußwinkels zu. Wenn im Gegentheil, wie man auch wohl Urſache hat anzunehmen, das Licht nicht bloß von der Oberfläche, ſondern aus einer wirklichen Tiefe innerhalb der Körper herkommt, ferner die Oberflächen nicht genau mathematiſche Flächen ausmachen, ſondern aus Reihen phyſikaliſcher Punkte beſtehen, die ſich durch Anziehung und Abſtoßung in ihrer gegenſeitigen Lage erhalten, und endlich die ausfließende Lichtmenge, die von einem Punkte herkommt, von den umliegenden Punkten modificirt wird, ſo hat man gar keine Urſache einen gleich ſtarken Ausfluß nach allen Richtungen zu anzunehmen, und man muß die Erfahrung zu Hülfe rufen, um das wahre Geſetz auszumitteln.

Die Aſtronomie lehrt uns, daß die Sonne eine Kugel iſt. Die verſchiedenen Theile der Sonnenſcheibe werden uns daher unter jedem nur denkbaren Neigungswinkel gegen die Geſichtslinie erſcheinen. Unterſuchen wir nun die Oberfläche der Sonne vermittelſt eines Teleſkops, ſo erſcheint uns der nach der Sonnenwende hin liegende Theil keinesweges heller, als die Mitte der Sonnenſcheibe. Wäre aber die Hypotheſe des nach allen Seiten zu gleichförmigen Lichtausſtrömens richtig, ſo würde der Glanz von der Mitte nach dem Rande zu zunehmen, und an den Rändern unendlich groß werden, ſo daß die Sonnenſcheibe uns mit einem Ringe umgeben erſcheinen würde, deſſen Glanz unendlich größer wäre, als die im Mittelpunkt befindlichen Theile. Hiergegen könnte man freilich den ſehr richtigen Einwurf machen, daß, obgleich die Sonne, im Allgemeinen genommen, eine kugelförmige Geſtalt hat, doch ihre Oberfläche voll von örtlichen Unregelmäßigkeiten iſt, und auf dieſe Art jeder kleine Theil derſelben die größtmögliche Verſchiedenheit in den Neigungswinkeln unſerm Auge darbietet, ſo daß der Glanz eines jeden Theils einen Mittelwerth aller möglichen Abſtufungen ausmacht, und hierdurch ein gleichförmiges Anſehen gewinnt.

40. Bouguer in ſeinem Traité d'Optique, Paris 1760. p. 90 giebt an, daß er durch directe Meſſungen gefunden habe, die mittlern Theile der Sonnenſcheibe ſeyen wirklich viel glänzender als die Ränder.

Digitized by Google

Ein ſo außerordentliches Reſultat aber, welches außerdem mit allen unſern Kenntniſſen über die Natur der Sonne, und die Art, auf welche dieſelbe das Licht ausſendet, unvereinbar iſt, bedürfte wohl einer ſehr ſorgfältigen und feinen Wiederholung, um die Wahrheit deſſelben außer Zweifel zu ſetzen. Würde daſſelbe als richtig befunden, ſo wäre der einzige Weg dieſe Erſcheinung zu erklären, daß man eine dichte und unvollkommen durchſichtige Atmoſphäre von großer Ausdehnung annähme, welche die Lichtwolken, die die ſichtbare Oberfläche der Sonne ausmachen, umgiebt. Dieſes könnte möglicherweiſe der Fall ſeyn, aber bei unſerer Unwiſſenheit in dieſen Gegenſtänden, würde es ſehr unphiloſophiſch gehandelt ſeyn, zu einer Sache, die ſo wenig innerhalb unſeres Bereiches liegt, ſeine Zuflucht zu nehmen, um das Grundgeſetz über die Weiſe des Ausſtrömens des Lichtes feſtzuſtellen. Man kann bemerken, daß der oben erwähnte Einwurf, ſich beinahe mit gleicher Kraft bei allen Oberflächen anwenden läßt. Unterſuchen wir ein Stück weißes Papier durch ein Vergrößerungsglas, ſo finden wir, daß ſeine Oberfläche im höchſten Grade rauh und grob iſt, und ſich auf keine Art der Ebene nähert; dieſes findet bei allen Oberflächen ſtatt, die rauh genug ſind, um das Licht zurückzuwerfen.

41. Da wir aber bloß mit ſolchen leuchtenden Oberflächen uns zu beſchäftigen haben, welche in der Natur wirklich vorkommen, ſo müſſen wir die Eigenſchaften derſelben ſo annehmen, wie wir dieſelben finden, und indem wir jede Betrachtung über die Geſetze bei Seite legen, die beim Ausſtrömen des Lichts von mathematiſchen Oberflächen ſtattfinden könnten, nehmen wir als ein Reſultat der Beobachtung an, daß leuchtende Oberflächen, bei jeder Neigung gegen die Geſichtslinie gleich glänzend erſcheinen.

Man kann dies mit der Oberfläche eines glühenden Eiſens verſuchen: ſein ſcheinbarer Glanz wird nicht merklich vermehrt, wenn man daſſelbe ſchief gegen das Auge hält.

42. Nehmen wir eine glatte viereckige Stange von Eiſen, oder lieber von Silber, oder einen polirten Cylinder von irgend einem Metall, der bis zum Glühen erhitzt iſt, und bringen dieſe Gegenſtände in ein verfinſtertes Zimmer, ſo wird der Cylinder in der Mitte, wo er am erhabenſten und dem Auge am nächſten iſt, eben ſo glänzend erſcheinen, als an dem Rande, und kann von einer flachen Stange nicht unterſchieden werden; die viereckige Stange wird, wenn ſie ſo vor das Auge geſtellt, daß man zwei ihrer Seitenflächen unter ver-

ſchiedenen Winkeln zu gleicher Zeit ſieht, immer mit vollkommen gleichförmigem Glanze erſcheinen; auch kann die Ecke, welche die beiden an einander liegenden Seitenflächen trennt, nicht erkannt werden, und dreht man die ganze Stange um ihre Axe, ſo wird man die Bewegung nur durch die abwechſelnde Zunahme und Abnahme des ſcheinbaren Durchmeſſers derſelben erkennen, je nachdem ſie bald in der Diagonale, bald von der Seite geſehen wird, und ſie wird immer das Anſehen einer flachen Platte haben, welche dem Auge in ſenkrechter Richtung auf die Geſichtslinie vorgehalten wird. Dieſe und andere ähnliche Verſuche mit künſtlich erleuchteten Oberflächen, welche der Leſer ohne Schwierigkeit ſich ausdenken und anſtellen kann, ſo wie auch die von Ritchie im Edinburgh Philosophical Journal erwähnten, ſind hinreichend, um den §. 41 erwähnten Grundſatz feſtzuſtellen, gegen welchen, aus ſchon erwähnten Urſachen, die von Bouguer angegebene Beobachtung über den ungleichförmigen Glanz der Sonnenſcheibe von keinem bedeutenden Gewicht ſeyn kann.

43. Hieraus folgt, daß die Oberflächen von leuchtenden Körpern, wenigſtens ihre kleinſten Theile, nicht nach allen Richtungen das Licht in gleicher Menge ausſenden, ſondern daß im Gegentheil die ausſtrömende Lichtmenge ſich wie der Sinus des Aufflußwinkels verhält.

Aufgabe.

44. Die Erleuchtung zu beſtimmen, welche eine kleine ebene Fläche erhält, die auf irgend eine Art den Strahlen eines leuchtenden Körpers von beliebiger Größe, Geſtalt und Entfernung ausgeſetzt iſt, indem man zugleich annimmt, daß der leuchtende Körper überall gleichen Glanz beſitzt.

Man denke ſich die Oberfläche des leuchtenden Körpers in unendlich kleine Elemente zerlegt, von denen ein jedes als der ſchiefe Durchſchnitt einer Pyramide angeſehen werden kann, deren Scheitel im Mittelpunkt der unendlich kleinen erleuchteten Fläche B liegt (Fig. 3). Es ſey P Q irgend ein ſolches Element und man verlängere die Pyramide BP, bis ſie die Himmelskugel in p trifft, und daſelbſt die Fläche P Q in dem kleinen Raum p q darſtellt; auf dieſelbe Art ſtelle man den ganzen leuchtenden Körper CDEF auf der Scheibe cdef dar. Es ſey π Q ein Durchſchnitt der Pyramide APQ ſenkecht auf ihre Axe; dann wird vermöge des ſo eben aufgeſtellten

Digitized by Google

Princips, die Ebene B vom Element PQ eben ſo erleuchtet werden, als von einer gleich ſtark glänzenden Fläche π Q; folglich iſt PQ der gleich ſtark glänzenden Fläche π Q gleichgeltend. Da ferner die ſcheinbare Größe von π Q aus B geſehen, dieſelbe iſt als die von pq, ſo wird die Fläche π Q mit einer in pq aufgeſtellten Fläche, die denſelben Glanz beſitzt, gleichgeltend ſeyn (§. 29, 30, 31). Man kann daher pq an die Stelle von PQ ſetzen. Da dieſelbe Schlußfolge bei jedem andern Element der Oberfläche ſich anwenden läßt, und die ganze Lichtmenge, welche die Ebene B erhielt, der Summe des Lichts gleich iſt, die von allen Elementen des leuchtenden Körpers auf dieſelbe fällt, ſo wird die ganze Oberfläche CDEF ihrer Projection cdef gleichgeltend ſeyn.

45. Die Erleuchtung von B hängt daher gar nicht von der wirklichen, ſondern bloß von der ſcheinbaren Geſtalt und Größe des leuchtenden Körpers ab, und wie derſelbe auch beſchaffen ſeyn mag, ſo können wir an ſeine Stelle immer ein Stück der ſichtbaren Himmelskugel ſetzen, welches mit demſelben gleichen Glanz beſitzt, und von denſelben Gränzen eingeſchloſſen wird.

46. Wir können alſo für die Sonne einen kleinen Kreis annehmen, der mit der Sonne gleichen ſcheinbaren Durchmeſſer und gleichen Glanz hat; an die Stelle eines leuchtenden Rechteckes von unendlich großer Höhe, welches ſenkrecht auf der Ebene der erleuchteten Fläche ſteht, wie z. B. AGHI (Fig. 3), können wir den ſphäriſchen Sector ZAG ſetzen, der von den beiden Verticalkreiſen ZA, ZG eingeſchloſſen wird, und ſo weiter.

47. Es ſey nun pq irgend ein Element der Kugeloberfläche, das nach zwei Dimenſionen unendlich klein iſt, und durch ddA bezeichnet werden ſoll, ſo daß $\iint ddA$ die Oberfläche cdef ſelbſt darſtellt; ſetzen wir dann die Zenithdiſtanz Zp dieſes Elements $= z$, ſo iſt die erleuchtende Kraft $= ddA \,.\, \cos z$, und die ganze Erleuchtungskraft der Oberfläche A, wird

$$L = \iint ddA. \cos z.$$

48. Beiſpiel 1. Man ſoll die Erleuchtungskraft des von zwei Verticalkreiſen und dem Horizont eingeſchloſſenen Sector ZAG finden (Fig. 3).

Setzen wir hier das Azimuth des Elements ddA, $= \theta$, und betrachten daſſelbe als von zwei aneinanderliegenden Verticalkreiſen und

zwei aneinanderliegenden Höhenkreiſen eingeſchloſſen, ſo wird d d A = dz. d θ. sin z. Hieraus erhalten wir

$$L = \int\int d\,\theta.\ d\,z.\ \sin\ z.\ \cos\ z.$$

$$= \frac{1}{2}\int\int d\,\theta.\ d\ z.\ \sin\ 2\ z.$$

$$= \frac{1}{2}\int(\theta + C).\ d\,z.\ \sin\ 2\ z.$$

und nehmen wir das Integral von θ = o, bis θ = AG, wo AG die Amplitude des Sectors bedeutet, die wir durch a bezeichnen wollen, ſo kommt:

$$L = \frac{a}{2}\int d\,z . \sin\ 2\ z$$

$$= \frac{a}{2}\left(C - \frac{1}{2}\cos 2 z\right),$$

welches von Z = o bis z = 90° genommen, ſich auf $L = \frac{a}{2}$ reducirt.

49. Erſter Zuſatz. Dieſes iſt das Maß der Erleuchtungskraft des Sectors, nach demſelben Maßſtabe, nach welchem die Erleuchtungskraft einer unendlich kleinen im Zenith befindlichen Fläche A durch A ſelbſt dargeſtellt werden würde. Denn in dieſem Fall hat man

$$\cos z = 1,\quad \int\int d\,d\,A . \cos z = A.$$

50. Zweiter Zuſatz. Nach demſelben Maßſtab würde die Erleuchtungskraft der ganzen Halbkugel π ſeyn, wo π = 3,141,592,653 .... iſt.

51. Beiſpiel 2. Man erlangt die Erleuchtungskraft eines kreisförmigen Stückes der Himmelskugel, deſſen Mittelpunkt das Zenith iſt.

Nennt man wie früher z die Zenithdiſtanz irgend eines Elements, θ das Azimuth deſſelben, ſo erhalten wir

$$d\,d\,A = d\,\theta . d\,z . \sin z$$

und daher auch

$$L = \int\int . d\theta . d\,z . \sin z . \cos z .$$

$$= \int \theta \cdot \frac{d\,z . \sin 2\,z}{2.} = \pi \int d\,z . \sin 2\,z,$$

indem man das Integral von θ = o bis $\theta = 2\,\pi$ ausdehnt. Dies giebt

$$L = \pi . \left(\text{const.} - \frac{1}{2}\cos\ 2\ z\right)$$

Digitized by Google

und läßt man dieſen Ausdruck für z = o verſchwinden, ſo erhält man

$$L = \frac{\pi}{2}\left(1 - \cos 2z\right) = \pi \cdot \sin z^2.$$

52. Dritter Zuſatz. Die Erleuchtungskraft eines kreisförmigen leuchtenden Körpers, deſſen Mittelpunkt das Zenith iſt, verhält ſich wie das Quadrat des Sinus des ſcheinbaren Halbmeſſers.

53. Beiſpiel 3. Man verlangt die Erleuchtungskraft irgend eines kreisförmigen Ausſchnitts zu beſtimmen.

Es ſey TKLM der erleuchtende Kreis, man denke ſich denſelben in lauter concentriſche Ringe zerlegt, und zerlege dieſe Ringe wie XYZ (Fig. 4) in unendlich kleine Parallelogramme Xx, die durch zwei einander unendlich nahe liegende Halbmeſſer SX, Sx ausgeſchnitten werden. Man ſetze

$$ZS = a,\ SX = x,\ ZX = z,$$

Winkel $ZSX = \varphi$, $ST = r$.

Die Fläche $ddA = Xx = dx \cdot d\varphi \cdot \sin x$.

$$L = \iint d\varphi \cdot dx \cdot \sin x \cdot \cos z.$$

Vermittelſt der ſphäriſchen Trigometrie erhält man aber

$$\cos z = \cos a \cdot \cos x + \sin a \cdot \sin x \cdot \cos \varphi.$$

folglich, wenn man dieſen Werth in vorige Gleichung ſubſtituirt

$$L = \iint dx \cdot d\varphi \cdot \sin x \cdot \left\{\begin{matrix} \cos a \cdot \cos x \\ + \sin a \cdot \sin x \cdot \cos \varphi \end{matrix}\right\}$$

Führt man die erſte ſich auf φ beziehende Integration aus, und dehnt das Integral von $\varphi = o$ bis $\varphi = 360° = 2\pi$ aus, ſo kommt

$$L = \int dx \cdot \sin x \cdot 2\pi \cdot \cos a \cdot \cos x.$$

Integrirt man von Neuem noch x, und nimmt das Integral von x = o bis x = ST = r, ſo erhalten wir

$$L = \frac{\pi \cdot \cos a}{2}\left(1 - \cos 2r\right) = \pi \cdot \cos a \cdot \sin r^2.$$

Dieſes Reſultat iſt beſonders einfach und merkwürdig. Es zeigt, daß wenn man die Erleuchtungskraft irgend eines leuchtenden kreisförmigen Körpers von beliebigem Durchmeſſer haben will, der ſich in einer beſtimmten Höhe über dem Horizont befindet, ſo braucht man nur die Erleuchtungskraft deſſelben, wenn ſich ſein Mittelpunkt im Zenith befindet, mit dem Coſinus der Zenithdiſtanz, oder dem Sinus der Höhe ſeines Mittelpunkts zu multipliciren:

Andere Beiſpiele finden ſich in Lamberts Photometrie C. II, aus welcher auch dieſes entnommen iſt.

Digitized by Google

54. Beſitzt die leuchtende Oberfläche nicht überall gleichen Glanz, ſo erhält man, indem der Glanz des Elements ddA durch I bezeichnet wird

$$L = \iint I . ddA . \cos z .$$

für den allgemeinen Ausdruck, der Erleuchtungskraft der Oberfläche A. Der Mond, die Venus und der Mercur in ihren verſchiedenen Lichtphaſen, der Himmel während der Dämmerung, eine weiße, von der Sonne beſchienene Kugel u. ſ. w. geben hierzu Beiſpiele an, indem dieſe Gegenſtände ſelbſt als leuchtende Körper betrachtet werden.

Aufgabe.

55. Man ſoll die Erleuchtung einer horizontalen Ebene durch die im Zenith ſtehende Sonne mit der Erleuchtung vergleichen, welche dieſelbe Ebene erhalten würde, wenn die ganze Halbkugel des Himmels einen eben ſo ſtarken Glanz als die Sonne ſelbſt beſäße.

Wir erhalten aus §. 53, $L = \pi . \cos a . \sin r^2$. Bezeichnen wir daher die beiden erwähnten Beleuchtungen durch L und L' ſo kommt

$$L : L' = \pi . \cos 0° . \sin . (\text{Sonnenhaltmeſſer})^2$$
$$: \pi . \cos 0° (\sin 90°)^2$$
$$= \sin 16'^2 : 1 = 1 : 46166 .$$

56. Die Erleuchtung, welche eine mit der Sonne in Berührung gebrachte Ebene von derſelben erhält, iſt eben ſo groß, als die einer Ebene an der Oberfläche der Erde, welche von der ganzen Halbkugel des Himmels erleuchtet wird, wenn dieſer denſelben Glanz als die Sonne ſelbſt beſitzt. Wir ſehen hieraus, daß die Beleuchtung einer ſolchen, mit der Sonnenoberfläche in Berührung gebrachten Ebene beinahe 50000 mal größer iſt, als die Beleuchtung der Oberfläche der Erde des Mittags unter dem Aequator. Dies würde ſchon rückſichtlich des Lichts die Wirkung ſeyn, wenn man die Oberfläche der Erde mit der der Sonne in Berührung ſetzte.

57. Um die Intenſität einer gewiſſen Beleuchtung zu meſſen, hat man verſchiedene Inſtrumente erfunden, welche den Namen eines Photometers führen. Wenige derſelben ſind wegen ihrer Genauigkeit zu empfehlen; einige ſind ſogar wirklich mangelhaft, indem ſie ſo eingerichtet ſind, daß ſie die erwärmende Kraft der Lichtſtrahlen, aber nicht ihre Erleuchtungskraft meſſen, und daher den Namen eines Photometers nicht verdienen.

Digitized by Google

58. Wir kennen bis jetzt kein Inſtrument, keine Erfindung, durch welche das Licht dahin gebracht werden könnte, eine mechaniſche Bewegung zu bewirken, ſo daß daſſelbe in irgend einem Augenblick einen Punkt auf einem Maßſtabe angäbe, oder auf irgend eine andere Art eine directe Angabe ſeiner Intenſität oder Menge uns vor Augen legen könnte. Dieſer Umſtand nöthigt uns, alle unſere Schätzungen der verſchiedenen Grade von Erleuchtung bloß auf unſere Geſichtsorgane zu beziehen, und über ihre Größe nach dem Eindruck zu urtheilen, den ſie unmittelbar in unſrem Auge hervorbringen. Das Auge aber, obgleich es in einem bewunderungswürdigen Grade gegen verſchiedene Abſtufungen der Erleuchtung empfindlich iſt, hat doch nur wenig Fähigkeit, ihre relative Stärke zu beurtheilen, und kann kaum die Identität der Erleuchtung erkennen, wenn dieſelbe dem Auge zu verſchiedenen Zeiten, vorzüglich nach lange dauernden Zeiträumen vorgeſtellt wird. In dieſer Rückſicht kann man ſich auf das Urtheil des Auges wegen der Meſſung der Lichtſtärke ſo wenig verlaſſen, als auf die Hand, wenn man vermittelſt derſelben das Gewicht eines Körpers beſtimmen ſoll. Dieſe Ungewißheit wird außerdem von der Beſchaffenheit des Organs ſelbſt noch vermehrt, welches ſich in einem immerwährend ſchwankenden Zuſtande befindet, indem die Oeffnung der Pupille, welche das Licht in das Auge läßt, vermöge des Lichtreizes ſich beſtändig ausdehnt und zuſammenzieht, ſo wie ſich auch die Empfindlichkeit der Nerven, welche den Eindruck des Lichts erhalten, immer ändert. Man möge ſich nur an die blendende und betäubende Kraft eines Blitzes in dunkler Nacht erinnern, und damit den Eindruck vergleichen, welchen ein eben ſo lebhafter Blitz am Tage verurſacht. In dem einen Fall wird das Auge ſchmerzhaft angriffen, und die heftige Bewegung, in welche die Nerven der Netzhaut verſetzt werden, iſt noch einige Secunden nachher merklich, und zeigt ſich durch die abwechſelnden Erſcheinungen von eingebildeter Helligkeit und Finſterniß. Am Tage zeigt ſich ſo etwas nicht, und wir verfolgen die Bahn des Blitzes in allen ſeinen Sprüngen mit der größten Deutlichkeit und Ruhe, ohne daß wir dabei einen Gedanken von der großen Intenſität des Lichts deſſelben haben, der bloß von der vorhergehenden und darauf folgenden Dunkelheit hervorgebracht wird.

59. Hierzu kommt aber noch mehr. Werden zwei ungleich erleuchtete Gegenſtände dem Auge auf einmal vorgeſtellt (Flächen von weißem Papier, zum Beiſpiel), ſo können wir zwar das Da-

Digitized by Google

ſeyn eines Unterſchiedes beurtheilen, und ſehen, daß der eine glänzender als der andere iſt; allein wir ſind ganz unfähig, das zwiſchen beiden ſtattfindende Verhältniß anzugeben. Man erleuchte die eine Hälfte eines Bogens Papier durch eine Lichtflamme, die andere durch mehrere, ſo wird der Unterſchied ſogleich bemerkbar ſeyn. Allein man verlange von zehn Perſonen, aus dem bloßen Anſehn der Flächen zu errathen, welche Anzahl Lichter jede der Hälften beleuchte, ſo iſt es höchſt wahrſcheinlich, daß nicht zwei mit einander übereinſtimmen werden. Ja, eine und dieſelbe Perſon wird ſogar zu verſchiedenen Zeiten verſchiedene Urtheile fällen. Dieſer Umſtand wirft den photometriſchen Schätzungen ein neues Hinderniß in den Weg, und es ſcheint, als ob hierdurch die Photometrie einer der feinſten und ſchwierigſten Theile der Optik würde.

60. Allein unter günſtigen Umſtänden kann das Auge erträglich genau über die Gleichheit zweier zugleich geſehenen Erleuchtungen urtheilen, und indem wir uns dieſen Umſtand zu Nutze machen, können wir bei gehöriger Sorgfalt genaue Beobachtungen über die Intenſität jeder Erleuchtung anſtellen. Wie dieſe günſtigen Umſtände beſchaffen ſind, wollen wir jetzt betrachten.

61. Erſtens. Die Stärke der Erleuchtung, welche man vergleichen will, muß mäßig ſeyn. Iſt ſie ſo ſtark, daß dieſelbe blendet, oder ſo ſchwach, daß man das Auge anſtrengen muß, ſo läßt ſich kein richtiges Urtheil fällen.

62. Es iſt daher ſelten vortheilhaft, zwei leuchtende Körper direct mit einander zu vergleichen. Man thut im Allgemeinen beſſer, eine glatte, weiße Fläche von denſelben beleuchten zu laſſen, und nach dem Grade der Erleuchtung derſelben zu urtheilen; es iſt nämlich ein an ſich klarer Grundſatz, daß zwei leuchtende Körper gleiche abſolute Helligkeit haben, wenn dieſelben eine glatte weiße Fläche, oder zwei gleiche und völlig ähnliche Flächen, in gleichen Entfernungen und ähnlicher Lage gegen dieſelben aufgeſtellt, gleichmäßig erleuchten.

63. Zweitens. Die zu vergleichenden leuchtenden Körper oder erleuchteten Flächen müſſen von gleicher ſcheinbarer Größe und ähnlicher Geſtalt ſeyn, und ſo kleine Dimenſionen haben, daß man die Erleuchtung in allen ihren einzelnen Theilen als gleich betrachten kann.

64. Drittens. Man muß dieſelben nahe an einander oder

Digitized by Google

in ſcheinbare Berührung bringen, indem die Gränze des einen die des andern in einer ſcharf abgeſchnittenen graden Linie trifft.

65. Viertens. Sie müſſen auf Einmal mit demſelben Auge betrachtet werden, und nicht die eine Fläche mit dem einen, die andere mit dem andern Auge.

66. Fünftens. Alles andere Licht, außer dem der beiden Flächen, deren Erleuchtung verglichen werden ſoll, muß weggeſchafft werden.

67. Sechstens. Die Lichter, welche beide Flächen erleuchten, müſſen von einerlei Farbe ſeyn. Zwiſchen ſehr verſchieden gefärbten Erleuchtungen kann man keine genaue Gleichheit hervorbringen, und je größer ihre Verſchiedenheit iſt, deſto ungewiſſer wird unſer Urtheil.

68. Wenn alle dieſe Bedingungen ſtattfinden, ſo können wir ſehr ſicher über die Gleichheit oder Ungleichheit zweier Erleuchtungen urtheilen. Kann man die Gränze derſelben nicht erkennen, indem man das Auge zurück und vorwärts bewegt, ſo werden wir verſichert ſeyn können, daß ihre Helligkeiten gleich ſind.

69. Bouguer hat in ſeinem Traité d'Optique 1760 p. 35 dieſe Grundſätze zur Ausmeſſung oder Vergleichung der verſchiedenen Erleuchtungsgrade angewendet. Zwei Flächen von weißem Papier, welche genau gleiche Größe und gleiche zurückwerfende Kraft beſitzen, und aus demſelben Stück neben einander herausgeſchnitten ſind, werden erleuchtet, die eine von dem Licht, deſſen erleuchtende Kraft gemeſſen werden ſoll, die andere von demjenigen Licht, deſſen Intenſität, nach Belieben durch Veränderung der Entfernung, gewechſelt, und daher genau abgeſchätzt werden kann. Das veränderliche Licht muß entfernt oder genähert werden, bis man beide Oberflächen für gleich glänzend hält, worauf die verlangte Meſſung geſchehen iſt, nachdem man die Entfernungen der leuchtenden Körper ausgemittelt hat, oder auf andere Art die deßwegen nöthigen Verbeſſerungen in Rechnung gebracht hat.

70. Neuerdings hat Ritchie eine ſchöne und einfache Anwendung dieſes Grundſatzes gemacht. Sein Photometer beſteht aus einem rechtwinklichen Kaſten, von ungefähr anderthalb oder zwei Zoll ins Gevierte, der an beiden Enden offen iſt, und von welchem ABCD (Fig. 5) einen Durchſchnitt vorſtellt. Inwendig iſt er geſchwärzt, um das fremde Licht zu verſchlucken. Es befinden ſich in demſelben zwei rechtwinkliche Spiegelſtücke FC, CD, die um 45 Grad gegen die Axe deſſelben geneigt ſind, und aus einem und demſelben recht=

winklichen Streifen geſchnitten werden müſſen, der doppelt ſo lang als jeder Spiegel iſt, damit man von der gleichen zurückwerfenden Kraft derſelben verſichert ſeyn kann. Sie ſind ſo befeſtigt, daß ſie ſich in F in der Mitte einer ſchmalen Fuge EFG treffen, die ungefähr einen Zoll lang, und einen Achtelzoll breit iſt, und mit einem Streifen von feinem Zeuge oder geöltem Papier bedeckt ſeyn muß. Dieſe rechtwinkliche Fuge ſollte in F mit einem Streifen von geſchwärztem Kartenpapier verſehen ſeyn, damit das von den Spiegeln zurückgeworfene Licht ſich nicht mit einander vermiſchen kann.

71. Geſetzt, wir wollten die Erleuchtungskraft zweier leuchtenden Körper P und Q, z. B. zweier Lichtflammen vergleichen. Sie müßten in einer ſolchen Entfernung von einander, und von dem zwiſchen denſelben befindlichen Apparat aufgeſtellt werden, daß das Licht eines jeden auf den nächſten Spiegel fällt und auf den entſprechenden Theil des Papiers EF oder FG zurückgeworfen wird. Das Inſtrument muß dann dem einen oder dem andern näher gerückt, oder von demſelben entfernt werden, bis das Papier auf jeder Seite der Theilung F gleich erleuchtet erſcheint. Um dieſes beurtheilen zu können, muß daſſelbe durch eine inwendig geſchwärzte prismatiſche Röhre betrachtet werden, von welcher das eine Ende auf dem obern Theil AB des Photometers ruht, das andere ganz nahe an das Auge gehalten wird. Sind die Helligkeiten auf dieſe Art völlig gleich gemacht, ſo ſieht man deutlich, daß die vollſtändigen Erleuchtungskräfte der leuchtenden Körper, ſich direct wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Mitte des Inſtruments verhalten.

72. Durch Hülfe dieſes Inſtruments kann man leicht einen empiriſchen Beweis, der Abnahme des Lichts im umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Entfernungen geben. Denn ſtellen wir vier Lichter in P auf, und eins in Q, die ſo viel als möglich gleiche Flammen geben, ſo wird man finden, daß die Flächen EF, GF des Papiers, gleich ſtark erleuchtet ſind, wenn die Entfernungen PF, QF ſich wie 2 zu 1 verhalten, und ſo auch für jede beliebige andere Anzahl von an jeder Seite aufgeſtellten Lichtern.

73. Um die Vergleichung der Erleuchtung genauer zu machen, muß man die Gleichheit der Helligkeit mehreremale darzuſtellen ſuchen, indem man jedesmal das Inſtrument ganz herumdreht. Das arithmetiſche Mittel der verſchiedenen Beſtimmungen wird dann der Wahrheit ſehr nahe kommen.

Digitized by Google

74. In einigen Fällen iſt es vortheilhafter, die Spiegelgläſer wegzuſchaffen, indem man einen Streifen Papier über dieſelben klebt, ſo daß ſie zwei Flächen von weißem Papier darſtellen, die gegen das einfallende Licht unter gleichen Winkeln geneigt ſind. In dieſem Fall nimmt man das über die Fuge EFG gelegte Papier weg, und unterſucht die untern Theile der weißen Flächen, um ſie mit einander zu vergleichen. Der Vortheil dieſer Einrichtung beſteht darin, daß man den dunkeln Zwiſchenraum zwiſchen den beiden Hälften der Fuge vermeidet, der die genaue Vergleichung ihrer Erleuchtung etwas unzuverläſſig macht.

75. Sind die zu vergleichenden Lichtarten von verſchiedenen Farben, wie z. B. Tageslicht, Mondlicht, Kerzenlicht, ſo läßt ſich keine vollkommene Gleichheit darſtellen (§. 67). Die beſte Methode, das Inſtrument in dieſem Fall anzuwenden, beſteht darin, daß man daſſelbe ſo lange verrückt, bis die eine Seite der Spalte glänzender erſcheint (der Verſchiedenheit der Farben ungeachtet); hierauf bewegt man daſſelbe nach der andern Seite zu, bis der andere Theil glänzender ſich darſtellt. Die mittlere Stellung zwiſchen dieſen beiden Punkten muß man als die wahre Lage annehmen, in welcher die Gleichheit der Erleuchtung ſtattfindet.

76. Wollten wir die Grade der Erleuchtung oder den Glanz zweier Oberflächen unterſuchen, ſo muß ein beſtimmter Theil von jeder derſelben für die Unterſuchung iſolirt werden; dieß geſchieht am beſten dadurch, daß man zwei geſchwärzte Röhren an den Oeffnungen des Photometers anbringt, welche gleiche Längen haben, und ſich in Oeffnungen von gleichem Flächeninhalt endigen, oder an der Mitte des Inſtruments gleiche Winkel bilden. Dieſe ſchneiden daher gleiche ſcheinbare Flächen von den glänzenden Körpern ab, deren Licht dann auf dem geölten Papier in der Fuge EF gleich gemacht wird, eben ſo wie es bei den Lichtern der Fall war. Man ſehe Bouguer Traité d' Optique p. 31.

77. Eine andere Art die Intenſität des Lichts zweier leuchtenden Körper zu vergleichen, die auch ſehr ſchnell und leicht von Statten geht, und in manchen Fällen beſondere Vortheile gewährt, iſt von Graf Rumford angegeben worden. (Man ſehe Philosophical Transactions, Vol. 84, pag. 67). Sie beſteht darin, daß man die Schatten, welche ſie auf eine weiße Fläche werfen, die von ihnen zu gleicher Zeit erleuchtet wird, mit einander vergleicht. Wir wollen z. B.

Digitized by Google

annehmen, es ſolle die Erleuchtungskraft zweier Flammen L und l von verſchiedener Größe, oder die durch verſchiedenartige brennbare Materien hervorgebracht ſind, z. B. durch Wachs und Talg, mit einander verglichen werden. Man ſtelle vor eine aus weißem Papier beſtehende Tafel, in einem verfinſterten Zimmer, einen ſchwarzen cylindriſchen Stab auf, und gebe den Flammen L und l eine ſolche Lage, daß ſie die Schatten A, B des Stabes auf der Tafel neben einander werfen, ſo daß zwiſchen denſelben ein Raum übrig bleibt, der dem Durchmeſſer des Schattens ſelbſt gleich iſt. Außerdem muß die Neigung der Strahlen LSA, lSB ſo nahe als möglich gleiche Winkel mit der Oberfläche der Tafel bilden. Die hellere Flamme muß dann von der Tafel entfernt, oder die ſchwächere derſelben näher gebracht werden, bis die beiden Schatten gleich dunkel erſcheinen, hierauf werden die Entfernungen derſelben von den Lichtflammen gemeſſen, und die Erleuchtungskräfte beider leuchtenden Körper verhalten ſich dann direct wie die Quadrate der Entfernungen. Der Grund hiervon iſt deutlich; der von jeder Flamme geworfene Schatten wird von der andern erleuchtet, die Tafel von der Summe beider Lichtmaſſen. In dieſem Fall urtheilt das Auge nach dem Grade der Verminderung des Glanzes gegen dieſe Summe, und ſind dieſe Grade gleich, ſo iſt es einleuchtend, daß die übrig bleibenden Erleuchtungen gleich ſeyn müſſen.

78. Dieſe Methode wird ungewiß, wenn die Lichter von beträchtlicher Größe und in der Nähe der Tafel ſind, da der Halbſchatten ein Hinderniß der genauen Vergleichung der centralen Theile des Schattens ausmacht. Daſſelbe iſt in noch höherm Grade der Fall, und man kann dieſe Art dann kaum anwenden, wenn die Lichter verſchiedene Farben geben. Jedoch ihre leichte Anwendung, da bei derſelben gar kein beſonderer Apparat nöthig iſt (denn der ſchwarze Stab, obgleich er vorzuziehen iſt, wird nicht weſentlich nothwendig), macht dieſelbe in Abweſenheit genauerer Hülfsmittel ſehr brauchbar.

79. Es könnte der Fall eintreten, daß die zu vergleichenden Lichter nicht beweglich wären, oder doch wenigſtens nicht mit Bequemlichkeit verrückt werden könnten. In dieſem Fall könnte man die Schatten dadurch zur Gleichheit bringen, daß man die Tafel unter verſchiedenen Winkeln gegen die Richtungen neigt, in welcher dieſelbe von jeder Flamme das Licht erhält, und die Neigungswinkel bemerkt. Dann verhalten ſich die Erleuchtungskräfte der leuchtenden Körper, di-

rect

Digitized by Google

rect wie die Quadrate ihrer Entfernungen, und umgekehrt wie die Sinus der Neigungswinkel der Strahlen gegen die Tafel.

80. Bewegt ſich ein Lichtſtrahl im leeren Raume, oder in einem völlig homogenen Mittel, ſo haben wir geſehen, daß ſein Weg gradlinigt und ſeine Geſchwindigkeit gleichförmig iſt. Trifft derſelbe aber ein Hinderniß, oder ein verſchiedenartiges Medium an, ſo erleidet er Veränderungen, die ſich auf folgende Art darſtellen laſſen.

81. Der Lichtſtrahl trennt ſich in mehrere Theile, welche verſchiedene Wege nehmen, oder auf andere Weiſe verſchiedenartig modificirt werden. Einer dieſer Theile wird regelmäßig zurückgeworfen, und ſetzt nach ſeiner Zurückwerfung ſeinen Weg in einer Bahn fort, die völlig außerhalb des neuen Mittels oder des Hinderniſſes ſich befindet.

82. Ein zweiter und dritter Theil wird regelmäßig gebrochen, d. h. beide Theile treten in das neue Medium über, und ſetzen in demſelben ihren Weg den Brechungsgeſetzen gemäß weiter fort. In vielen Mitteln nehmen beide Theile völlig denſelben Weg, und ſind vielleicht auf keine Weiſe von einander zu unterſcheiden. In ſolchen Mitteln, zu welchen die meiſten nicht kryſtalliſirten Körper und Flüſſigkeiten gehören, ſagt man die Brechung oder Refraction ſey einfach. In vielen andern, z. B. in den meiſten kryſtalliſirten Körpern, nehmen beide verſchiedene Wege, und haben auch verſchiedene phyſiſche Eigenſchaften. Bei dieſen findet die doppelte Brechung ſtatt.

83. Ein vierter Theil wird nach allen Richtungen zerſtreut, indem er theils ins Innere der Materie eindringt und ſich auf der innern Fläche verbreitet, theils auf ähnliche nach Außen zu verbreitet wird. Dieſer Theil des Lichts iſt derjenige, welcher die Oberflächen der Körper in beliebiger Lage des Auges gegen dieſelben ſichtbar macht, und iſt daher für das Sehen von der größten Wichtigkeit.

84. Von dem in den Körper eindringenden Lichte wird ein geringerer oder beträchtlicherer Theil verſchluckt, und geht ohne weitere Aenderung in der Richtung der Bewegung verloren; dieß geſchieht nicht auf einmal, ſondern nach und nach, je tiefer das Licht in die Subſtanz eindringt. In vollkommen undurchſichtigen Körpern, wie z. B. die Metalle ſind, findet eine gänzliche Verſchluckung ſtatt, und zwar innerhalb eines ſo geringen Raums, daß deſſen Ausdehnung ſich nicht angeben läßt; wir haben jedoch auch bei dieſen Kör-

Digitized by Google

pern gute Gründe anzunehmen, daß die Verſchluckung nicht plötzlich eintritt. Bei kryſtalliſirten Körpern, wenigſtens bei denjenigen, welche gefärbt ſind, iſt die Verſchluckung für die beiden Theile, in welche ſich der regelmäßig gebrochene Strahl zerlegt, verſchieden, den Geſetzen gemäß, die wir dann auseinanderſetzen werden, wenn wir von der Verſchluckung des Lichts reden.

85. Die regelmäßig gebrochenen Theile des weißen oder Sonnenlichts werden, einige beſondere Umſtände ausgenommen, in eine Menge verſchiedenartig gefärbter Strahlen zerlegt, die zugleich in ihren phyſiſchen Eigenſchaften von einander Abweichungen zeigen; jeder dieſer Strahlen ſetzt dann unabhängig von den übrigen, den Geſetzen der regelmäßigen Brechung oder Zurückwerfung gemäß ſeinen Weg fort. Die Geſetze dieſer Trennung oder Zerſtreuung der gefärbten Strahlen, nebſt ihren phyſiſchen Eigenſchaften, machen den Gegenſtand der Farbenlehre aus.

86. Alle diejenigen Lichttheilchen, welche entweder regelmäßig zurückgeworfen, oder regelmäßig gebrochen werden, erleiden mehr oder weniger eine Veränderung, die man Polariſation nennt, vermöge welcher ſie, wenn ſie ein anderes Medium treffen, bei ihrer Zurückwerfung und Brechung Erſcheinungen zeigen, die von den Erſcheinungen des nicht polariſirten Lichts ſehr verſchieden ſind. Betrachtet man die Sache im Allgemeinen, ſo iſt das polariſirte Licht denſelben Geſetzen der Zurückwerfung und Brechung unterworfen, als das nicht polariſirte Licht, in ſo fern wir bloß die Richtung berückſichtigen, welche die verſchiedenen Abtheilungen, in die es ſich beim Aufſtoßen eines neuen Mittels trennt, annehmen; allein rückſichtlich der relativen Intenſität dieſer Abtheilungen iſt es verſchieden, denn dieſe ändert ſich nach der Lage, in welcher die Oberfläche des brechenden oder zurückwerfenden Mittels, und gewiſſe eingebildete Linien oder Axen innerhalb derſelben dem polariſirten Strahl entgegengeſtellt werden.

87. Die Lichtſtrahlen üben unter gewiſſen Umſtänden einen gegenſeitigen Einfluß auf einander aus, indem ihre Wirkungen nach beſondern Geſetzen vermehrt, vermindert oder ſonſt geändert werden. Dieſen gegenſeitigen Einfluß nennt man die Interferenzen der Lichtſtrahlen. Wir wollen nun dieſe verſchiedenen Modificationen der Reihe nach abhandeln, und den Anfang mit der regelmäßigen Zurückwerfung des Lichts machen.

Digitized by Google

§. III. Von der regelmäßigen Zurückwerfung des nicht polariſirten Lichts von ebenen Flächen.

88. Fällt ein Lichtſtrahl auf eine polirte Fläche, ſo wird ein Theil deſſelben regelmäßig zurückgeworfen, und ſetzt nach der Zurückwerfung ſeinen Weg in einer graden Linie fort, die gänzlich außerhalb des zurückwerfenden Körpers liegt. Die Richtung und die Intenſität dieſes Theils des Lichtſtrahls ſind die Gegenſtände, welche wir in dieſem Abſchnitt unterſuchen wollen, indem wir die phyſiſchen Eigenſchaften, welche der Strahl durch dieſe Zurückwerfung erhält, bis ſpäterhin aufſparen wollen. Zuerſt betrachten wir die Richtung des reflectirten Strahls, welche ſich nach folgenden Geſetzen beſtimmt.

Geſetze der Zurückwerfung.

89. Erſtes Geſetz. Die zurückwerfende Fläche ſey eine Ebene. Man errichte in dem Punkt, wo der Strahl auffällt, ein Perpendikel, das Einfallsloth. Der zurückgeworfene Strahl wird mit dem Einfallsloth und dem einfallenden Strahl in einer Ebene liegen. Er befindet ſich auf der entgegengeſetzten Seite des Perpendikels, und bildet mit demſelben einen Winkel, der demjenigen gleich iſt, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallsloth macht.

90. Die Ebene, in welcher der auf irgend einer Oberfläche am Einfallspunkte errichtete Perpendikel mit dem einfallenden Strahl liegt, heißt die Einfallsebene.

91. Der Winkel, welcher vom Einfallsloth und dem einfallenden Strahl gebildet wird, heißt der Einfallswinkel.

92. Die Ebene, in welcher ſowohl das Einfallsloth als auch der zurückgeworfene Strahl liegen, heißt die Zurückwerfungsebene, und den Winkel, der vom Einfallsloth und dem zurückgeworfenen Strahl eingeſchloſſen wird, nennt man den Zurückwerfungswinkel.

93. Nimmt man dieſe Erklärungen an, ſo kann man das Geſetz der Zurückwerfung dadurch ausdrücken, daß man ſagt, die Zurückwerfungsebene fällt mit der Einfallsebene zuſammen, und der Zurückwerfungswinkel iſt dem Einfallswinkel gleich, nur daß beide auf verſchiedenen Seiten des Einfallsloths liegen.

94. Zuſatz. Der einfallende und der zurückgeworfene Strahl haben beide am Einfallspunkte gleiche Neigung gegen die Oberfläche.

Digitized by Google

Zweites Geſetz. Iſt die Fläche gekrümmt, ſo wird der Weg des an irgend einem Punkte derſelben zurückgeworfenen Strahls derſelbe ſeyn, als wenn der Strahl von einer an dieſem Punkte an die Oberfläche gelegten Berührungsebene zurückgeworfen würde, d. h. errichtet man am Einfallspunkt eine Normale auf der krummen Oberfläche, ſo liegt der zurückgeworfene Strahl in der Einfallsebene, und der Zurückwerfungswinkel iſt dem Einfallswinkel gleich.

95. Der Beweis dieſer Geſetze muß aus den Beobachtungen abgeleitet werden. Laſſen wir einen dünnen Sonnenſtrahl durch eine Oeffnung im Fenſterladen eines verfinſterten Zimmers gehen, und fangen denſelben vermittelſt einer polirten Glas- oder Metallfläche auf, ſo können wir leicht vermittelſt der gehörigen Inſtrumente die Neigungen des einfallenden und des zurückgeworfenen Strahls gegen die Fläche meſſen, und man wird dieſelben gleich groß finden. Ein genaueres Mittel, die Wahrheit dieſer Geſetze zu erforſchen, geben uns die aſtronomiſchen Beobachtungen an die Hand. Die Aſtronomen beobachten ſehr oft die Höhe eines Sterns über dem Horizont durch das direct von demſelben kommende Licht, und in demſelben Augenblick zugleich die ſcheinbare Tiefe ihrer von der Oberfläche des Queckſilbers zurückgeworfenen Bilder, welches nothwendigerweiſe eine genau horizontale Oberfläche darbietet, unter dem Horizont, und die auf dieſe Art beobachtete Tiefe wird immer genau der Höhe gleich gefunden, wie auch die letztere beſchaffen ſeyn mag, groß oder klein. Da nun dieſe Beobachtungen, wenn ſie mit großen Inſtrumenten angeſtellt werden, beinahe einer mathematiſchen Genauigkeit fähig ſind, ſo werden wir die Geſetze der Zurückwerfung auf ebenen Flächen als die in der Natur am beſten begründeten anſehen dürfen.

96. Die Zurückwerfung von einer krummen Oberfläche kann man ſo betrachten, als ob ſie an dem unendlich kleinen Element ſtattfände, welches die Oberfläche und ihre Berührungsebene gemein haben; ſo daß, wenn am Einfallspunkt eine Normale errichtet wird, ſo machen der einfallende und der zurückgeworfene Strahl gleiche Winkel mit derſelben auf verſchiedenen Seiten.

97. **Aufgabe.** Die Richtung eines Lichtſtrahls zu finden, nachdem derſelbe von einer beliebigen Menge ebener Flächen zurückgeworfen worden, deren Lage man als bekannt annimmt.

Conſtruction. Da die Richtung des Strahls nach der Zurückwerfung eine und dieſelbe iſt, er mag von den gegebenen Flächen

Digitized by Google

ſelbſt, oder von andern, die ihnen parallel liegen, reflectirt werden, ſo nehme man Ebenen an, die den gegebenen parallel laufen, und durch irgend einen Punkt C gehen (Fig. 9). Durch C ziehe man die graden Linien CP, CP′, CP″ u. ſ. w., die auf den zugehörigen Ebenen ſenkrecht ſtehen, und ganz außerhalb des zurückwerfenden Mittels liegen. Ferner ſey SC mit dem Strahl parallel, indem er auf die erſte Fläche fällt, und man mache in der Ebene SCP auf der dem einfallenden Strahl SC gegenüber liegenden Seite den Winkel PCs′ = PCS, ſo wird Cs′ die Richtung des Strahls nach der Zurückwerfung von der erſten Fläche ſeyn. Man verlängere s′C nach S′, ſo wird S′C den Strahl in dem Augenblick angeben, in welchem er auf die zweite Fläche fällt, deren Normale CP′ iſt. Macht man eben ſo in der Ebene S′CP″, an der andern Seite von CP′, den Winkel P′C′s″ = S′CP′, ſo wird Cs″ den von der zweiten Oberfläche reflectirten Lichtſtrahl angeben, und verlängert man s″C nach S″, ſo wird S″C den Strahl in dem Augenblick vorſtellen, wo er auf die dritte Oberfläche fällt, deren Normale CP″ iſt. Auf ähnliche Weiſe mache man in der Ebene S″CP″ den Winkel P″Cs″ = P″CS″, ſo wird Cs‴ die Richtung des Strahls in dem Augenblick ſeyn, wo er die dritte Oberfläche verläßt, und ſo weiter fort.

98. Analytiſche Auflöſung. Um C als Mittelpunkt denke man ſich eine Kugeloberfläche beſchrieben (Fig. 10), ſo wird die Ebene PSs dieſelbe in einem größern Kreiſe PSS′p durchſchneiden, und die Ebene, in welcher CP, CP′ liegen, d. h. diejenige, welche auf den beiden erſten reflectirenden Ebenen rechtwinklich ſteht, wird durch ihren Durchſchnitt den größten Kreis PP′p bilden, ſo wie die Ebenen S′Cs″ und SCs″ die Kugelfläche in den größten Kreiſen S′P′s″, SKs″ ſchneiden.

Da die Richtungen CP, CP′ gegeben ſind, ſo kennt man auch den Winkel PCP′ oder den Bogen PP′, der der gegenſeitigen Neigung der beiden erſten Flächen gleich iſt. Man nenne denſelben I. Da ferner die Richtung des einfallenden Strahls SC gegeben iſt, ſo kennt man ſowohl den Einfallswinkel PCS auf der erſten Ebene = α, als den Winkel SPP′ = ψ, welches derjenige iſt, den die erſte Zurückwerfungsebene mit derjenigen Ebene bildet, welche auf den beiden zurückwerfenden Ebenen ſenkrecht ſteht. Wir haben dann in dem ſphäriſchen Dreieck PP′S′, PP′ = I, PS′ = 180° — α, und den

Digitized by Google

Winkel $P'PS' = \psi$, folglich iſt $S'P'$ oder auch $2S'P' = S's''$ nebſt dem Winkel $PP'S'$ bekannt, und daher auch das Supplement des letztern $PP's''$, welches derjenige Winkel iſt, der durch die zweite Zurückwerfung mit der Ebene PP' gebildet wird. In dem ſphäriſchen Dreieck $SS's''$ haben wir wiederum $SS' = 180^\circ - 2\alpha$, $S's'' = 2\,S'P'$, nebſt dem eingeſchloſſenen Winkel $SS's''$, woraus die dritte Seite Ss'', die den Winkel des einfallenden und zweimal gebrochenen Strahls angiebt, gefunden werden kann.

Nehmen wir auf ähnliche Art eine dritte Zurückwerfung an, ſo iſt uns $P'S'' = 180^\circ - S'P'$, $P'P'' = I'$, und der Winkel $S''P'P'' = S'P'P'' = PP'P'' - PP'S'$ bekannt, woraus wir $S''P''$ berechnen, und wie vorher verfahren können. Auf dieſe Weiſe können wir beliebig viel Zurückwerfungen berechnen.

99. Beſchränken wir uns auf den Fall, daß nur zwei Zurückwerfungen ſtattfinden, ſo haben wir vermittelſt der ſphäriſchen Trigonometrie, indem wir $P'S' = \alpha'$ annehmen, welcher der Einfallswinkel auf der zweiten zurückwerfenden Ebene iſt, $PS'P' = \theta$, $PP'S' = \varphi$, und die Abweichung des Strahls nach der zweiten Zurückwerfung $180 - Ss^\circ = D$ ſetzen, folgende Gleichungen.

$$\left.\begin{aligned} -\cos\alpha' &= \cos\alpha\,.\cos I - \sin\alpha\,\sin I\,.\cos\psi \\ \sin\theta &= \frac{\sin\,I}{\sin\,\alpha'}\,.\,\sin\,\psi \\ \sin\,\varphi &= \frac{\sin\,\alpha}{\sin\,\alpha'}\,.\,\sin\,\psi \\ \cos D &= \cos 2\alpha\,.\cos 2\alpha' - \sin 2\alpha'\,.\cos 2\alpha'\,.\cos\theta\,. \end{aligned}\right\}(A)$$

100. Sind von den ſieben Größen α, α', I, θ, φ, ψ, D drei gegeben, ſo kann man vermöge dieſer Gleichungen die vier übrigen finden. Man kann bemerken, daß φ der Winkel von der zweiten Zurückwerfungsebene, und dem Durchſchnitt der beiden zurückwerfenden Ebenen iſt, ſo wie θ den Winkel zwiſchen der erſten und zweiten Zurückwerfungsebene ausmacht. Werden bloß φ und D geſucht, ſo muß man θ als einen bloßen Hülfswinkel anſehen; allein es können Fälle vorkommen, wo bloß θ geſucht, oder bei denen er als gegebene Größe vorkommt. Die vorigen Gleichungen enthalten aber alle Bedingungen, welche in irgend einer Aufgabe über zwei Zurückwerfungen vorkommen.

101. Zuſatz. Iſt $\psi = o$, oder fällt der einfallende Strahl mit dem Hauptdurchſchnitt PCP' zuſammen, d. h. finden die beiden Zurückwerfungen in der Ebene ſtatt, welche ſenkrecht auf den zurück-

Digitized by Google

werfenden Ebenen ſteht, ſo erhalten dieſe Gleichungen eine ſehr einfache Geſtalt; wir haben dann

$$\theta = o;\ \varphi = 180°;\ \cos\alpha' = -\cos(\alpha + I),$$

d. h. $\alpha + \alpha' = 180° - I$, und folglich $\cos(2\alpha + 2\alpha') = \cos(360° - 2I) = \cos 2I$, oder $2\alpha + 2\alpha' = 2I$. Da aber $\theta = o$ wird, ſo haben wir aus der letzten der Gleichungen (A), $\cos D = \cos 2(\alpha + \alpha')$, folglich $D = 2\alpha + 2\alpha' = 2I$, d. h. die Abweichung iſt in dieſem Fall nach zwei Zurückwerfungen der doppelten Neigung der zurückwerfenden Ebenen gleich, wie auch die urſprüngliche Richtung des Strahls beſchaffen ſeyn mag. Dieſe ſchöne Eigenſchaft iſt der Grund, auf welchem der gewöhnliche Sextant und der Reflexionskreis beruht, und man nimmt gewöhnlich an, daß Hadley der erſte geweſen ſey, der ſie zur Winkelmeſſung angewendet hat, obgleich es ſcheint, daß auch Newton dieſelbe zu demſelben Zweck vorgeſchlagen hat. Man ſehe die Erläuterung dieſer Inſtrumente nach.

102. In allen andern Fällen iſt aber die Abweichung D wirklich eine Function derjenigen Winkel, welche die Lage des einfallenden Strahls beſtimmen, und kann nur aus den oben angegebenen Gleichungen gefunden werden.

103. Aufgabe. Die Einfallswinkel gegen beide Ebenen, ſo wie der Winkel, den die zwei Zurückwerfungsebenen mit einander machen, iſt gegeben, man ſucht die Lage des einfallenden und des zweimal zurückgeworfenen Strahls, die Abweichung des Strahls nach beiden Zurückwerfungen, und den Winkel, den die beiden zurückwerfenden Ebenen bilden.

Behalten wir dieſelben Bezeichnungen bei, ſo iſt uns α, α', θ gegeben, und I, D, φ und ψ werden geſucht.

Erſtens iſt D ſogleich aus der letzten der Gleichungen (A) gefunden.

Zweitens, um die übrigen Größen zu finden, ſetze man $\sin I = x$, $\sin\psi = y$, $\sin\alpha' . \sin\theta = a$, $\cos\alpha = c$, $\sin\alpha = s$, $\cos\alpha' = c'$, $\sin\alpha' = s'$. Wir haben dann $xy = a$, oder $y = \frac{a}{x}$, und die erſte der Gleichungen (A) giebt

$$-c' = c\sqrt{1 - xx} - s\sqrt{xx - aa},$$

welche, wenn man die Wurzelgrößen fortſchafft, ſich auf

$$o = x^4 + xx\{2c'^2(cc - ss) - 2cc - 2ssaa\}$$
$$+ (c'^2 - c^2)^2 + 2a^2s^2(c'^2 + c^2) + a^4s^4$$

Digitized by Google

reducirt, und dieſe Gleichung, welche, obgleich ſie biquadratiſch iſt, doch eine quadratiſche Form hat, enthält die allgemeine Auflöſung der Aufgabe.

104. Zuſatz. Iſt $\theta = 90°$, oder macht die erſte Zurückwerfungsebene mit der zweiten einen rechten Winkel, ſo haben wir ganz einfach

$$\sin I \,.\, \sin\psi = \sin\alpha'$$
$$a = \sin\alpha' = s'.$$

In dieſem Fall wird unſere Endgleichung

$$o = x^4 - 2xx(1 - ccc'c') + (1 - ccc'c')^2.$$

Da dieſer Ausdruck ein vollkommenes Quadrat iſt, ſo erhält man

$$xx = 1 - cc.c'c'.$$

Nun iſt aber $x = \sin I$, folglich

$$xx = 1 - \sin I^2,$$

und wir erhalten folgendes ganz einfaches Reſultat:

$$\cos I = cc' = \cos\alpha \,.\, \cos\alpha'.$$

Folglich iſt der Coſinus der Neigung der Ebenen gegen einander dem Product der Coſinus der Einfallswinkel auf jeder derſelben gleich, und umgekehrt wenn dieſe Relation ſtattfindet, ſo müſſen die beiden Zurückwerfungsebenen nothwendigerweiſe einen rechten Winkel mit einander bilden; denn wird dieſe Relation voraus geſetzt, ſo haben wir von ſelbſt $xx = 1 - cc.c'c'$; folglich wenn in der allgemeinen Gleichung $1 - cc.c'c'$ ſtatt xx geſetzt wird, ſo muß das Ganze verſchwinden; nun giebt dieſe Subſtitution eine biquadratiſche Gleichung von quadratiſcher Geſtalt zur Beſtimmung von a, der, wie man ſieht, Genüge geleiſtet wird, indem man annimmt

$$a = \sin\alpha', \text{ folglich } \theta = 90°.$$

Dieſe ſchöne Eigenſchaft wird uns von Nutzen ſeyn, wenn wir von der Polariſation des Lichts handeln werden.

105. Zweiter Zuſatz. In demſelben Fall, wenn $\theta = 90°$ iſt, erhält man die Abweichung D durch die Gleichung

$$\cos D = \cos 2\alpha \,.\, \cos 2\alpha';$$

folglich iſt der Coſinus der Abweichung gleich dem Product der Coſinus der doppelten Einfallswinkel.

106. Aufgabe. Ein Lichtſtrahl wird von jeder der zurückwerfenden Ebenen ſo zurückgeworfen, daß alle Einfallswinkel und Zurückwerfungswinkel einander gleich ſind. Die Neigung der Ebe-

Digitized by Google

nen gegen einander, ſo wie die Einfallswinkel, ſind gegeben, man verangt erſtens die Abweichung, zweitens die Neigung der erſten und zweiten Zurückwerfungsebene gegen einander, ſo wie die Winkel, welche jede dieſer Ebenen mit dem Hauptdurchſchnitt der zurückwerfenden Ebenen bildet.

Behält man dieſelbe Bezeichnung bei, ſo haben wir $\alpha = \alpha'$ und daher aus der dritten der Gleichungen (A), $\varphi = \psi$, ſo daß dieſe Gleichungen in folgende übergehen:

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha\,(1+\cos I) &= \sin\alpha\,.\,\sin I\,.\,\cos\psi\,. \\ \sin\alpha\,.\,\sin\theta &= \sin I\,.\,\sin\psi\,. \\ \cos D &= \cos 2\alpha^2 - \sin 2\alpha^2\,.\,\cos\theta\,. \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

107. Die erſte dieſer Gleichungen giebt, indem man

$$1+\cos I = 2\cos\frac{1}{2}I^2$$

$$\sin I = 2\sin\frac{1}{2}I\,.\,\cos\frac{1}{2}I\,.$$

ſetzt, die neue Gleichung

$$\cos\psi = \text{cotang}\;\alpha\,.\,\text{cotang}\;\frac{1}{2}I\,. \quad (b)$$

aus welcher man ſogleich ψ erhält. Dann bekommt man θ aus der Gleichung

$$\sin\theta = \frac{\sin I}{\sin\alpha}\,.\,\sin\psi\,. \quad (c)$$

Ziehen wir endlich jedes Glied der dritten aus den Gleichungen (α) von der Einheit ab, dividiren auf beiden Seiten durch 2 und reduciren gehörig, ſo transformiren wir dieſelbe in folgende:

$$\sin\frac{D}{2} = \sin 2\alpha\,.\,\cos\frac{\theta}{2} \quad (d)$$

Dieſe Gleichungen bieten ein leichtes und directes Mittel dar, die Werthe von ψ, θ und D nach einander aus den bekannten Werthen von α und I zu berechnen; die Formeln ſind zur logarithmiſchen Rechnung geſchickt, und an ſich ſelbſt nicht zuſammengeſetzt.

---

§. IV. Von der Zurückwerfung von krummen Oberflächen.

108. Die Zurückwerfung eines Strahls von einer krummen Oberfläche verhält ſich eben ſo, als ob ſie an einer zurückwerfenden

Digitized by Google

Ebene ſtattfände, welche die krumme Oberfläche am Einfallspunkte berührt. Der zurückgeworfene Strahl liegt daher in derjenigen Ebene, welche den einfallenden Strahl und die am Einfallspunkte errichtete Normale, oder das Einfallsloth, in ſich faßt. Da die allgemeinen Ausdrücke für den Weg des Strahls nach ſeiner Zurückwerfung von Oberflächen von doppelter Krümmung ſehr zuſammengeſetzt ſind, und uns in der Folge von keinem Nutzen ſeyn werden, ſo wollen wir uns auf den beſondern Fall der durch Umdrehung entſtandenen Oberflächen beſchränken, welche die Ebenen und die kegelförmigen Oberflächen von allen Arten umfaſſen, und bei denen, die Einfallsebene als durch die Umdrehungsaxe gehend angenommen wird.

109. Ein Strahl fällt auf eine beliebige, durch Umdrehung entſtandene Oberfläche, in einer Ebene, welche durch die Axe geht, man ſoll die Richtung des zurückgeworfenen Strahls finden.

Es ſey QP (Fig. 11.) ein Durchſchnitt der Oberfläche durch die Einfallsebene, QN die Axe, QP der einfallende, und Pr der zurückgeworfene Strahl, welcher verlängert die Axe in q ſchneidet. Man ziehe die Berührungslinie PT, die Ordinale PM und die Normale PN, die nach O verlängert wird, und ſetze

$$x = QM,\ y = PM;$$

$$\frac{dy}{dx} = p,\ \text{Winkel } MQP = \theta,$$

welcher letztere Winkel derjenige iſt, welchen der einfallende Strahl mit der Axe bildet; da nun der Zurückwerfungswinkel dem Einfallswinkel gleich iſt, ſo erhalten wir $rPO = OPQ$, und daher $NPq = OPQ$, folglich $QPT = TPq$. Nun iſt ferner $Qq = QM - Mq$.

$$\begin{aligned} &= QM - PM \,.\, \text{tang}\, MPq. \\ &= x - y \,.\, \text{tang}\,(TPM - TPq) \\ &= x - y \,.\, \text{tang}\,(TPM - TPQ) \\ &= x - y \,.\, \text{tang}\,(TPM - PTM + PQM) \\ &= x - y \,.\, \text{tang}\,(90^\circ - 2PTM + PQM). \end{aligned}$$

Aus der Theorie der krummen Linie haben wir aber:

$$\text{tang}\, PTM = \frac{dy}{dx} = p, \text{ alſo}$$

$$PTM = \text{arc}\,(\text{tang} = p)$$

und da außerdem PQM $= \theta$ iſt, ſo wird

$$Qq = x - y.\cot\left\{2\,\mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = p) - \theta\right\}.$$

oder auch, da man leicht ſieht, daß

$$\mathrm{tang}\,\theta = \frac{PM}{QM} = \frac{y}{x},$$

$$Qq = x - y\cot\left\{2\,\mathrm{arc}\left(\mathrm{tang} = \frac{dy}{dx}\right) - \mathrm{arc}\left(\mathrm{tang} = \frac{y}{x}\right)\right\}.$$

Dieſes iſt der allgemeine Ausdruck für die Entfernung derjenigen Punkte von einander, in welchen der einfallende und der zurückgeworfene Strahl die Axe ſchneiden.

Aus den trigonometriſchen Formeln haben wir aber bekanntlich, wenn A und B zwei beliebige Winkel bedeuten

$$\cot\left\{2\,\mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = A) - \mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = B)\right\}.$$

$$= \cot\left\{\mathrm{arc}\left(\mathrm{tang} = \frac{2A.}{1 - AA}\right) - \mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = B)\right\}.$$

$$= \cot\left\{\mathrm{arc}\left(\mathrm{tang} = \frac{2A - (1 - AA)B}{(1 - AA) + 2AB}\right)\right\}.$$

oder da $\cot.\mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = \theta) = \frac{1}{\theta}$ wird, indem die Cotangente das Umgekehrte der Tangente iſt, ſo wird voriger Ausdruck ganz einfach

$$= \frac{2AB + (1 - AA)B.}{-(1 - AA)B + 2AB.}$$

Wendet man dieſes Reſultat auf den gegenwärtigen Fall an, ſo hat man $A = \frac{dy}{dx} = p$, $B = \frac{y}{x}$, und daher wird die oben für Qq gefundene Formel

$$\left.\begin{aligned} Qq &= x - y.\frac{(1 - pp)x + 2py}{2px - (1 - pp)y} \\ &= 2\frac{(x + py)(px - y)}{2px - (1 - pp)y} \end{aligned}\right\} \quad (b)$$

Dieſe Ausdrücke enthalten die ganze Theorie der Brennpunkte und Abweichungen der zurückwerfenden Oberflächen.

110. Erſter Zuſatz. Den Winkel zu finden, welchen der zurückgeworfene Strahl mit der Axe macht. Dieſen Winkel wollen wir durch θ bezeichnen.

Digitized by Google

Es iſt dieſer der Winkel PqM, der das Complement von MPq ausmacht. Nun haben wir oben gefunden, daß

$$MPq = 90^\circ - 2\,\mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = p) + \theta.$$

folglich da $MPq = 90' - \theta$,

$$\theta' = 2\,\mathrm{arc}\,(\mathrm{tang} = p) - \theta.$$

Da aber $\mathrm{tang}\,\theta = \frac{y}{x}$, ſo erhalten wir durch Subſtitution dieſes Werthes

$$\mathrm{tang}\,\theta' = \frac{2px - (1-pp)\,y.}{(1-pp)\,x + 2py.} \quad (c)$$

111. Zweiter Zuſatz. Setzen wir $AQ = a$, $Aq = a'$, ſo wird

$$a' = a + 2.\frac{(x+py)\,(px-y)}{2px - (1-pp)\,y} \quad (d)$$

112. Bei allen vorhergehenden Formeln haben wir den Anfang von x in den leuchtenden Punkt Q geſetzt. Wollten wir ihn wo anders hin, z. B. nach A verſetzen, ſo brauchen wir nur überall ſtatt x, x — a zu ſetzen. Die Formeln werden bei dieſer Annahme folgende ſeyn:

$$\mathrm{tang}\,\theta = \frac{y}{x-a}; \quad (e)$$

$$\mathrm{tang}\,\theta' = \frac{2p\,(x-a) - (1-pp)\,y}{(1-pp)\,(x-a) + 2py}; \quad (f)$$

$$AQ = a;$$

$$Qq = \frac{2\,(x-a+py)\,(px-pa-y)}{2p\,(x-a) - (1-pp)\,y} \quad (g)$$

$$Aq = a' = \frac{2\,(x+py)\,(px-y) + a\,(1-pp)\,y - 2apx}{2px - (1-pp)\,y - 2pa.} \quad (h)$$

113. Iſt der einfallende Strahl mit der Axe parallel, ſo brauchen wir nur den Punkt Q unendlich entfernt anzunehmen, oder indem wir, wie im vorigen Paragraph, den Anfangspunkt der Abſciſſen x im Punkt A in einer endlichen Entfernung annehmen, brauchen wir nur $AQ = a$ unendlich groß zu nehmen; die vorigen Ausdrücke geben dann

Digitized by Google

$$\left.\begin{array}{l} Qq = \infty \\ \tang \theta' = \dfrac{2p}{1-pp} \\ Aq = x - y \cdot \dfrac{1-pp}{2p} \end{array}\right\} \quad (i).$$

114. **Aufgabe.** **Den einfallenden und den zurückgeworfenen Strahl vermittelſt ihrer Gleichungen darzuſtellen.**

Die Gleichung einer geraden Linie iſt nothwendigerweiſe von der Form $Y = \alpha X + \beta$. Geſetzt, wir richten den Punkt A zum gemeinſchaftlichen Anfangspunkt der Coordinaten, und behalten die vorhergehenden Bezeichnungen bei, ſetzen die Coordinaten des Punkts P der krummen Linie x und y, ſo mögen die Größen X und Y die Coordinaten irgend eines Punktes des einfallenden Strahls bedeuten. Iſt nun Q der Punkt, in welchem dieſer Strahl die Axe ſchneidet, und $AQ = a$, ſo iſt zuerſt einleuchtend, daß für $X = a$, $Y = o$ wird, und zweitens, da der Strahl durch P geht, iſt für $X = x$, $Y = y$. Hierdurch erhalten wir

$$o = \alpha a + \beta, \qquad y = a x + \beta.$$

folglich auch

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \dfrac{y}{x-a} \\ \beta = -\dfrac{ay}{x-a} \end{array}\right\} \quad (1).$$

Die Gleichung des einfallenden Strahls iſt daher

$$Y = \frac{y}{a-x}(X-a); \quad (2)$$

oder was daſſelbe iſt, wenn man der Gleichung eine andere Geſtalt giebt,

$$Y - y = \frac{y}{x-a}(X-x); \quad (3)$$

Da nun ferner, wie man leicht ſieht,

$$\tang \theta = \frac{PM}{MQ} = \frac{y}{x-a}$$

ſo läßt ſich die vorige Gleichung ſo ſchreiben

$$Y = (X-a) \cdot \tang \theta. \quad (4)$$

oder auch, was daſſelbe iſt,

$$Y - y = (X-x) \cdot \tang \theta. \quad (5).$$

Digitized by Google

Für den zurückgeworfenen Strahl iſt es einleuchtend, daß, wenn wir auf ähnliche Weiſe ſeine Gleichung durch $Y = \alpha' X + \beta'$ ausdrücken, wir

$$\alpha' = \frac{y}{x - a'} \quad , \quad \beta' = \frac{a'y}{x - a'} \quad ; \quad (6)$$

erhalten, und daher wird

$$Y = \frac{y}{x - a'} (X - a') = (X - a') . \tang \theta' ; \quad (7)$$

$$Y - y = \frac{y}{x - a'} (X - x) = (X - x) . \tang \theta' ; \quad (8)$$

Dieß ſind die entſprechenden Formen der Gleichung des zurückgeworfenen Strahls, in welcher a' und $\tang \theta'$ vermittelſt x, y, a und $p = \frac{dy}{dx}$ aus den Gleichungen (g) und (h) oder (i) gegeben werden.

115. Dreht ſich die ganze Figur (Fig. 11) um die Axe AM, und nimmt man Q als einen Licht ausſtrahlenden Punkt an, ſo werden alle Strahlen, nach der Zurückwerfung derſelben, von der durch Umdrehung entſtandenen koniſchen Oberfläche, ſich in einem und demſelben Punkt q vereinigen, der auf dieſe Art unendlich mehr erleuchtet werden wird, als dieß von einem einzelnen Strahl geſchehen könnte, der von einem Elemente der Oberfläche zurückkommt. Der Punkt P erzeugt einen Ring, der MP zum Radius hat, und q heißt der Brennpunkt dieſes Ringes, ſo wie Aq die Brennweite deſſelben genannt wird. Unter dem letztern Ausdruck verſteht man gewöhnlich die Entfernung des Punktes q vom Scheitel, oder denjenigen Punkt, in welchem die krumme Linie der Axe trifft, aber wir werden denſelben in einem allgemeinen Sinn gebrauchen.

116. Im Allgemeinen genommen ändert ſich der Brennpunkt, ſo wie der Punkt P im zurückwerfenden Ringe eine andere Stellung einnimmt, ausgenommen in dem beſondern Fall, in welchem vermöge der Beſchaffenheit der krummen Linie a' einen conſtanten Werth erhält. Wir wollen dieſen Fall unterſuchen.

117. Aufgabe. Man ſoll diejenige krumme Linie finden, welche die Eigenſchaft hat, daß die aus ihr durch Umdrehung erzeugte Oberfläche für jeden ihrer Punkte denſelben Brennpunkt giebt, oder von welcher die von einem Punkt Q divergenten, oder nach ihm zu convergenten einfallenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung ſich in Einem Punkte vereinigen.

Digitized by Google

Setzt man den in §. 109 (b) gegebenen Werth von Qq conſtant, ſo erhält man die Gleichung

$$\frac{(x+py)(px-y)}{2px-(1-pp)y} = \text{constans} = c.$$

Schafft man in dieſer Gleichung die Brüche weg, und ſetzt ſtatt x—c, x, welches man thun kann, da hierdurch bloß der Anfang der Coordinaten um die Entfernung c von ihrem frühern Anfangspunkte verſchoben wird, ſo kommt

$$p(xx-yy-cc) = (1-pp)xy \quad (a).$$

Um dieſe Gleichung zu integriren, nehme man eine neue veränderliche Größe z ſo an, daß $py = xz$ wird, und man erhält, indem die urſprüngliche Gleichung durch y multiplicirt wird,

$$py(xx-yy-cc) = xyy - x.p^2y^2.$$

alſo mit Einführung des angegebenen Werthes

$$xz(xx-yy-cc) = xyy - x^3zz.$$

Aus dieſer Gleichung ergiebt ſich

$$= yy = \frac{zxx - zcc + zzxx}{1+z}$$

$$= zxx - cc. \frac{z}{1+z}.$$

Differentiirt man dieſe Gleichung, ſo kommt, da $p = \frac{dy}{dx}$ iſt:

$$2ydy = 2pydx = 2xzdx.$$

$$= d.\left(xxz - \frac{ccz}{1+z}\right)$$

$$= 2xzdx + x^2dz - ccd.\left(\frac{z}{1+z}\right)$$

d. h. wenn man reducirt,

$$xxdz - cc.d.\frac{z}{1+z} = o.$$

oder auch indem man wirklich differentiirt

$$\left\{xx - \frac{cc}{(1+z)^2}\right\}.dz = o. \quad (b).$$

Dieſer Gleichung kann, wie man ſogleich ſieht, auf zwei verſchiedene Arten Genüge geleiſtet werden; die erſte iſt, indem man den Factor

$$xx - \frac{cc}{(1+z)^2} = o.$$

Digitized by Google

oder $x = \pm \frac{c}{1 + z}$

annimmt; dieß giebt, wenn man ſtatt z ſeinen Werth $z = \frac{py}{x}$ reſtituirt,

$$x + py = c.$$

Eliminirt man aus dieſer Gleichung und der urſprünglichen (a), die Größe p, ſo findet ſich nach den gehörigen Reductionen

$$yy + (x - c)^2 = o.$$

Dieſe Gleichung iſt aber bloß, wie aus der Art und Weiſe, auf welche dieſelbe erhalten wurde, von ſelbſt einleuchtend iſt, bloß eine ſogenannte Particularauflöſung der Differentialgleichung, und da der Werth, welcher ſich aus derſelben für y ergiebt, immer imaginär iſt, ſo bietet ſie keine krumme Linie dar, welche die Bedingungen der Aufgabe erfüllen könnte.

Die andere Art, auf welcher der Gleichung (b) Genüge geleiſtet werden kann, beſteht darin, daß man $dz = o$ annimmt, oder z Constans ſetzt. Man bezeichne dieſe conſtante Größe durch $-$ h, ſo wird, da $z = \frac{py}{x}$ iſt

$$\frac{py}{x} = \frac{ydy}{xdx} = -h.$$

Dieß giebt, wenn man integrirt

$$yy = h(aa - xx),$$

wo a eine zweite Conſtante iſt. Dieß iſt die allgemeine Gleichung der Kegelſchnitte, und es iſt aus den Eigenſchaften dieſer krummen Linien bekannt, daß ſie den Bedingungen Genüge leiſten, weil zwei von ihren Brennpunkten nach einem beliebigen Punkt der Peripherie gezogene Linien mit der an dieſen Punkt gelegten Berührungslinie gleiche Winkel, und daher ein von dem einem dieſer Brennpunkte herkommender Strahl, wenn er von der Oberfläche zurückgeworfen wird, nothwendigerweiſe durch den andern Brennpunkt hindurch gehen muß. Weil aber die vorige analytiſche Auflöſung einen directen Weg befolgt, ſo ſieht man aus derſelben, daß ſie dieſe Eigenſchaften mit Ausſchluß aller übrigen krummen Linien beſitzen.

118. So werden bei der Ellipſe (Fig. 12) alle Strahlen SP, SP′ u. ſ. w., die vom Brennpunkt S herkommen, von der innern polirten Fläche der Ellipſe nach dem andern Brennpunkt H zurückgeworfen.

Digitized by Google

119. Bei der Hyperbel (Fig. 13) werden die aus dem Brennpunkt S kommenden Strahlen QP, $Q'P'$ u. ſ. w. nach der Zurückwerfung von der converen Seite der Hyperbel gegen den Brennpunkt H convergiren.

120. Im Fall der Parabel werden alle parallel mit der Are auf die innere Fläche fallenden Strahlen nach den Focus S (Fig. 14) zu zurückgeworfen; und fallen dieſe Strahlen auf die äußere oder convexe Seite der Parabel, ſo werden ſie nach der Zurückwerfung von S aus divergiren.

121. Strahlen, die aus dem Mittelpunkt der Kugel kommen, werden nach der Zurückwerfung ſich wieder im Mittelpunkt vereinigen.

Wir wollen nun die allgemeine Formel (b) §. 109 auf einige beſondere Fälle anwenden.

122. Aufgabe. Die zurückwerfende Fläche ſey eine Ebene oder die Linie PC ſey grade, man verlangt den Brennpunkt der zurückgeworfenen Strahlen.

Wir haben hierbei $x = \text{Constans} = a$, $p = \frac{dy}{dx} = \infty$, und die allgemeine Formel wird

$$Qq = a' = \frac{2xy}{y} = 2x = 2a.$$

Der Brennpunkt der zurückgeworfenen Strahlen iſt alſo ein Punkt auf der entgegengeſetzten Seite der zurückgeworfenen Ebene, der mit dem leuchtenden Punkte gleiche Entfernung von derſelben hat, und da derſelbe von y oder der Lage des Punktes P unabhängig iſt, ſo ſehen wir daraus, daß alle Strahlen nach der Zurückwerfung aus dieſem Punkte divergiren (Fig. 15).

123. Aufgabe. Den Brennpunkt irgend eines concentriſchen Ringes eines ſphäriſchen Spiegels zu finden.

Es ſey r der Halbmeſſer der Kugel, und wenn wir den Anfang der Coordinaten im ſtrahlenden Punkt annehmen, ſo wird die Gleichung des erzeugenden Kreiſes

$$rr = (x-a)^2 + yy.$$

Differentiirt man dieſe Gleichung, ſo kommt

$$(x-a)\,dx + y\,dy = 0.$$

Folglich erhält man auch

$$p = \frac{dy}{dx} = -\frac{x-a}{y}.$$

$$1 - pp = \frac{2yy - rr}{yy}$$

Subſtituirt man dieſe Werthe in den allgemeinen Ausdruck (b), ſo erhalten wir für die Brennweite die Formel

$$Qq = 2a.\frac{rr + a(x-a)}{rr + 2a(x-a)}; \qquad (a)$$

Dieſe Formel giebt in allen Fällen die Entfernung des Brennpunkts der zurückgeworfenen Strahlen vom ſtrahlenden Punkt an.

Rückſichtlich der optiſchen Zwecke iſt es aber paſſender, den Abſtand deſſelben vom Mittelpunkt oder von der Oberfläche zu haben.

Der Abſtand vom Mittelpunkt Eq (Fig. 16) iſt

$$Qq - QE = \frac{2a(ax - aa - rr)}{2ax + rr - 2aa} - a.$$

und hieraus ergiebt ſich

$$Eq = \frac{arr}{2a(x-a) + rr}; \quad (b)$$

wo die poſitiven Werthe von Eq rechter Hand von E liegen, oder ſich auf derſelben Seite befinden, wo die von x oder Qq liegen.

Erſter Zuſatz. Wollten wir den Brennpunkt eines unendlich kleinen Ringes haben, der unmittelbar am Scheitel C oder C′ des zurückwerfenden ſphäriſchen Spiegels liegt; d. h. wie man es in der Optik nennt, wollten wir den Brennpunkt für die mittlern Strahlen haben, ſo müſſen wir im Fall des Scheitels C, wo die Zurückwerfung auf einer concaven Oberfläche ſtattfindet $x = a + r$ ſetzen, und in dem andern Fall, wenn die Strahlen von der convexen Seite C′ zurückgeworfen werden, müßten wir $x = a - r$ nehmen. Der erſte Fall giebt

$$\left.\begin{aligned} Eq &= \frac{ra}{2a+r} \\ Cq &= \frac{r(a+r)}{2a+r} \end{aligned}\right\} \quad (c)$$

Der letztere Fall wird dieſelben Reſultate geben, indem wir nur, ſtatt $+r$, $-r$ ſchreiben.

124. Halbiren wir die Halbmeſſer CE und C′E in F und

Digitized by Google

F′, und nehmen an, daß q und q′ die Brennpunkte der mittlern Strahlen ſind, welche von C und C′ zurückgeworfen werden, ſo erhalten wir

$$Fq = \frac{1}{2} r - \frac{ra}{2a+r}$$

$$= \frac{\left(\frac{r}{2}\right)^2}{a + \frac{r}{2}}, \quad (d)$$

Dieß giebt folgende ſehr brauchbare Proportion:

$$QF : FE = FE : Fq \qquad (e)$$

Auf gleiche Weiſe haben wir auch

$$QF' : F'E = F'E : F'q,$$

ſo daß dieſelbe Proportion in beiden Fällen anwendbar iſt, und als der Fundamentalſatz in der Theorie der Brennpunkte der mittlern Strahlen angeſehen werden kann. Denn es iſt einleuchtend, daß wenn PC eine andere krumme Linie als im Kreis wäre, ſo müßte daſſelbe ſtattfinden, indem man nur E für den Mittelpunkt des Krümmungskreiſes am Scheitel nimmt.

125. Zweiter Zuſatz. Iſt a unendlich groß, oder ſind die einfallenden Strahlen parallel, ſo haben wir $Fq = 0$, woraus wir ſehen, daß der Brennpunkt der mittlern Strahlen den Halbmeſſer halbirt. Dieſer Brennpunkt heißt der Unterſcheidung wegen der Hauptbrennpunkt des Spiegels.

126. Man nennt Q und q zuſammengehörige oder conjugirte Brennpunkte; denn es iſt einleuchtend, daß wenn q der leuchtende Punkt iſt, ſo wird Q der Brennpunkt ſeyn, da die Strahlen denſelben Weg wieder rückwärts nehmen müſſen.

127. Dritter Zuſatz. Betrachtet man bloß die mittlern Strahlen, ſo bewegen ſich die zuſammengehörigen Brennpunkte in entgegengeſetzten Richtungen, und fallen im Mittelpunkt und der Oberfläche des Spiegels zuſammen.

Denn läßt man a von $+\infty$ bis $-\infty$ abnehmen, ſo wird Fq folgende Veränderungen erleiden: erſtens, während a von $+\infty$ bis $-\frac{r}{2}$ abnimmt, iſt Fq poſitiv und wächst von 0 bis ∞, d. h. ſo wie ſich Q nach F zu bewegt, geht q durch C ins Un=

endliche. Fährt der Punkt q fort ſich zu bewegen, ſo wird F q negativ, weil dann a negativ und größer als $\frac{r}{2}$ iſt, und F q abnimmt, während a wächst; daher bewegt ſich q von der rechten Hand nach F zu, d. h. in der entgegengeſetzten Richtung der Bewegung des Punktes Q, und iſt Q auf der rechten Seite unendlich weit entfernt, ſo kommt q wieder nach F.

Kommt Q nach E, ſo iſt $a = o$, $Fq = \frac{r}{2}$, und q befindet ſich ebenfalls im Punkte E.

Kommt Q nach C, ſo wird $a = -r$, $Fq = -\frac{r}{2}$, und daher wird q ebenfalls in C ſich befinden.

128. Man ſieht aus dem Werthe von E q in der Gleichung (b), daß ein ſphäriſcher Spiegel ACB (Fig. 17), deſſen Sehne oder Oeffnung, wie man es in der Optik nennt, AB iſt, einen von ſeinem äußern Ringe A zurückgeworfenen Strahl in einen andern Punkt als den Brennpunkt der mittlern Strahlen, bringt. Es ſey f dieſer letztere Brennpunkt, ſo haben wir

$$Ef = \frac{ar}{2a+r};$$

$$Cf = \frac{(a+r)r}{2a+r};$$

$$fq = \frac{arr}{2a(x-a)+rr} - \frac{ar}{2a+r};$$

Dieſe Größe f q heißt die Längenabweichung des ſphäriſchen Spiegels. Fällt der Strahl auf die convexe Seite deſſelben, ſo brauchen wir nur $-r$ ſtatt $+r$ zu ſchreiben.

129. Aufgabe. Man ſoll die Längenabweichung eines ſphäriſchen Spiegels, deſſen Oeffnung gegen ſeine Brennweite unbeträchtlich iſt, näherungsweiſe angeben.

Es ſey y die halbe Oeffnung des Spiegels, und da

$$x-a = \sqrt{rr-yy} = r - \frac{yy}{2r}.$$

iſt, indem man y^4 und die noch höhern Potenzen von y vernachläſſigt, ſo kommt

fq = der Längenabweichung

$$=\frac{arr}{2ar+rr-\frac{ayy}{r}}-\frac{ar}{2a+r}$$

$$=\frac{aayy}{r(2a+r)^2}; \qquad (f)$$

130. Setzen wir $Cf=f$, ſo kommt $f=\frac{r(a+r)}{2a+r}$; wir können daher die Entfernung a des ſtrahlenden Punktes eliminiren, und die Abweichung bloß durch die Oeffnung, den Krümmungshalbmeſſer und die Entfernung des Brennpunkts der mittlern Strahlen vom Scheitel C des Spiegels ausdrücken; denn man erhält

$$a=\frac{r(r-f)}{2f-r}$$

und wenn man dieſen Werth ſtatt a in dem Ausdruck (f) ſubſtituirt, ſo kommt

$$\text{die Längenabweichung}=\frac{(r-f)^2 \cdot yy}{r^3}$$

$$=\frac{(Ef)^2 \cdot (\text{halbe Oeffnung})^2}{(\text{Halbmeſſer})^3}. \qquad (g)$$

131. Um die Seitenabweichung, oder die Größe, um welche der zurückgeworfene Strahl Aqg von der Axe ſich im Brennpunkt der mittlern Strahlen entfernt, auszumitteln, haben wir (Fig. 17)

$$fg=fq \cdot \frac{AM}{Mq}$$

Es iſt aber $AM=y$, und $Mq=EM-Eq$

$$=x-a-\frac{arr}{2a(x-a)+rr}$$

$$=\frac{2a(x-a)^2+rr(x-2a)}{2a(x-a)+rr},$$

ſo daß hieraus ſich ergiebt

$$fg=\frac{2aar}{2a+r}y \cdot \frac{a-x+r}{rr(x-2a)+2a(x-a)^2}. \qquad (h)$$

132. Nimmt man die Oeffnung des Spiegels ſehr klein an, ſo reducirt ſich dieſer Ausdruck auf

$$fg=\frac{aay^3}{rr(r+a)(r+2a)}. \qquad (i)$$

Digitized by Google

133. Iſt a unendlich oder ſind die einfallenden Strahlen parallel, ſo haben wir folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} fq = \text{der Längenabweichung} = \dfrac{yy}{4r} \\ fg = \text{der Seitenabweichung} = \dfrac{y^3}{2rr} \end{array}\right\} (j)$$

Fallen die Strahlen auf die convexe Seite der Kugel, ſo müſſen wir r negativ annehmen, wodurch ſich bloß das Vorzeichen der Abweichungen ändert.

---

§. V. Von den durch Zurückwerfung entſtandenen Brennlinien oder den Katakauſtiken.

135. Wenn die Lichtſtrahlen auf eine Oberfläche fallen, die eine andere Geſtalt hat, als die eines Kegelſchnittes, bei welchem der ſtrahlende Punkt in dem einen Brennpunkt ſich befindet, ſo werden dieſelben nach der Zurückwerfung nicht mehr nach einem Punkt zu convergiren, oder von demſelben aus divergiren, ſondern ſich nach einem Geſetz zerſtreuen, welches von der Beſchaffenheit der zurückwerfenden Curve abhängt; indem die Neigung eines jeden reflectirten Strahls gegen die Axe ſich nach dem Punkt ändert, von welchem er zurückgeworfen wird, und dieſelbe für zwei auf einander folgende Strahlen nicht einerlei ſeyn kann. Es wird daher ein jeder Strahl den auf ihn unmittelbar folgenden in irgend einem Punkte ſchneiden, und der geometriſche Ort dieſer verſchiedenen Durchſchnittspunkte wird eine krumme Linie bilden, an welcher die zurückgeworfenen Strahlen nothwendigerweiſe Berührungslinien darſtellen müſſen, und welche man eine Brennlinie nennt. Fallen dieſe Strahlen auf eine zweite zurückwerfende Curve, ſo werden dieſelben von Neuem zerſtreut werden, und eine andere Brennlinie wird ſich durch die Durchſchnitte der auf einander folgenden Strahlen der erſtern bilden, und ſo fort ins Unendliche.

135. Es ſeyen QP, Q′P′ (Fig. 18) zwei an einander liegende, auf die auf einander folgenden Punkte P, P′ einer zurückwerfenden krummen Linie PP′ fallende Strahlen, und nach der Zurückwerfung mögen dieſelben den Weg PR, P′R′ beſchreiben; da dieſe Richtungen einander nicht parallel zu ſeyn brauchen, ſo mag Y ihr

Digitized by Google

Durchſchnittspunkt ſeyn; dann iſt Y derjenige Punkt in der Brennlinie $YY'Y''$, welcher dem Punkt P in der zurückwerfenden krummen Linie entſpricht, und beſtimmen wir die Punkte Y', Y'' u. ſ. w. aus den auf einander folgenden Punkten P', P'' u. ſ. w. durch dieſelbe Methode, ſo wird der geometriſche Ort derſelben, oder die krumme Linie $YY'Y''$ die ganze Brennlinie ſeyn.

136. Da der zurückgeworfene Strahl durch den Punkt P geht, deſſen Coordinaten x und y ſind, ſo wird ſeine Gleichung, wie wir ſchon §. 114 geſehen haben, nothwendigerweiſe die Geſtalt

$$Y - y = P(X - x)$$

haben müſſen.

Sehen wir x, y, P als veränderlich an, ſo ſtellt dieſe Gleichung irgend einen der zurückgeworfenen Strahlen PR vor, und der nächſtfolgende $P'R'$ wird durch

$$Y - (y + dy) = (P + dP)(X - (x + dx))$$

dargeſtellt werden.

Da nun der Punkt Y, in welchem dieſe beiden Strahlen ſich durchſchneiden, beiden gemeinſchaftlich iſt, ſo ſind die Coordinaten X und Y in dieſem Punkte für beide dieſelben; daher finden an dieſem Punkt beide Gleichungen zu gleicher Zeit ſtatt, und beſtimmen dadurch die Werthe von X und Y, oder die Lage des Punktes Y. Nun iſt die letztere dieſer Gleichungen nichts Anderes als die erſte ſelbſt + ihrem Differential, indem X und Y als unveränderlich angenommen werden. Folglich haben wir X und Y aus den zwei Gleichungen

$$Y - y = P(X - x)$$
$$-dy = (X - x)\,dP - P\,dx$$

zu beſtimmen, aus denen man folglich

$$\left.\begin{aligned} X &= x + \frac{P - p}{dp}.dx. \\ Y &= y + P.\frac{P - p}{dp}.dx. \end{aligned}\right\} \quad (k)$$

findet, wo $\frac{dy}{dx} = p$ geſetzt iſt.

In dieſen Gleichungen brauchen wir nur für P ſeinen Werth $\tang\theta'$ oder

$$\frac{2p(x - a) - (1 - pp)y.}{(1 - pp)(x - a) + 2py.}$$

zu ſubſtituiren, und nachdem alle angezeigten Differentiationen ausgeführt ſind, müſſen wir x und y vermittelſt der Gleichungen der krummen Linie, oder der Bedingungen, denen die Größe a unterworfen ſeyn ſoll, eliminiren. Die zwiſchen X und Y übrig bleibende Gleichung wird die der Brennlinie ſeyn.

137. Aufgabe. Die Brennlinie in dem Fall zu beſtimmen, wenn die Strahlen aus einem in der Axe einer gegebenen zurückwerfenden krummen Linie liegenden feſten Punkt ausſtrömen.

In dieſem Fall iſt a unveränderlich, und man muß P unter dieſer Vorausſetzung differentiiren. Die Aufgabe wird daher vereinfacht werden, indem wir a = o ſetzen, oder den Anfangspunkt der Coordinaten im ſtrahlenden Punkt annehmen; in dieſem Fall iſt

$$\left.\begin{array}{l} P = \dfrac{2px - (1-pp)y}{2py + (1-pp)x} \\[2ex] \dfrac{dP}{dx} = (1+pp)\dfrac{(1+pp)(y-px) + 2q(xx+yy)}{\{2py + (1-pp)x\}^2} \\[2ex] P - p = \dfrac{(1+pp)(px-y)}{2py + (1-pp)x} \end{array}\right\} \quad (l)$$

wo $q = \dfrac{dp}{dx}$ geſetzt wird.

Subſtituirt man dieſe Werthe in den vorigen Gleichungen, ſo kommt

$$\left.\begin{array}{l} X = 2\,\dfrac{p(px-y)^2 - qx(xx+yy)}{(1+pp)(px-y) - 2q(xx+yy)} \\[2ex] Y = 2\,\dfrac{(px-y)^2 + qy(xx-yy)}{-(1+pp)(px-y) + 2q(xx+yy)} \end{array}\right\} \quad (m)$$

138. Erſter Zuſatz. Sind die einfallenden Strahlen parallel, oder befindet ſich der leuchtende Punkt in unendlicher Entfernung, ſo können wir den Anfangspunkt der Coordinaten annehmen wo wir wollen, und da in dieſem Fall die Gleichung eines jeden zurückgeworfenen Strahls, vermöge der Gleichung (i) §. 113 und der Gleichung (8) §. 114 durch

$$Y - y = (X - x)\,\frac{2p}{1-pp}$$

ausgedrückt wird, ſo erhalten wir

$$P = \frac{2p}{1-pp};$$

Digitized by Google

$$P - p = \frac{p(1+pp)}{1-pp};$$

$$\frac{dx}{dP} = \frac{(1-pp)^2}{2q(1+pp)}$$

indem wir q ſtatt $\frac{dp}{dx}$ oder $\frac{ddy}{dx^2}$ ſetzen.

Führen wir dieſe Subſtitutionen aus, ſo erhalten wir folgende Werthe für die Coordinaten der Brennlinie:

$$\left.\begin{aligned} X &= x + \frac{p}{2q}(1-pp), \\ Y &= y + \frac{pp}{q} \end{aligned}\right\} \quad (n)$$

139. Bezeichnen wir die Entfernung PY eines Punktes der krummen Linie von dem entſprechenden Punkte der Brennlinie, in dem allgemeinen Falle, durch f, ſo wird

$$f = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2}$$

Setzen wir hierin ſtatt $X - x$ und $Y - y$ ihre oben gefundenen Werthe, ſo kommt

$$f = \sqrt{1+PP}.\frac{P-p}{dp}.dx \qquad (o)$$

oder wenn man für P ſeinen Werth ſubſtituirt und alle nothwendigen Operationen wirklich ausführt

$$f = \frac{-(y-px)(1+pp)\sqrt{xx+yy}}{(y-px)(1+pp)+2q(xx+yy)} \qquad (p)$$

140. Dritter Zuſatz. Sind die Strahlen einander parallel, ſo haben wir in dieſem Falle

$$P = \frac{2p}{1-pp},$$

$$\frac{dP}{dx} = \frac{2q(1+pp)}{(1-pp)^2},$$

$$P - p = \frac{p(1+pp)}{1-pp},$$

$$\sqrt{1+PP} = \frac{1+pp}{1-pp},$$

alſo wenn wir dieſe Werthe in vorigem Ausdruck von f ſubſtituiren, ſo wird

Digitized by Google

$$f = \frac{p(1+pp)}{2q} \quad (q)$$

141. Vierter Zuſatz. Nennt man die Länge der Sehne des Krümmungskreiſes, die durch den Anfangspunkt der Coordinaten oder den leuchtenden Punkt geht, c, ſo hat man aus der Theorie der krummen Linie

$$c = \frac{2(px-y)(1+pp)}{q\sqrt{xx+yy}}$$

ſo daß

$$q(xx+yy) = \frac{2(px-y)(1+pp)\sqrt{xx+yy}}{c}.$$

wird, und ſubſtituirt man dieſes für $q(xx+yy)$ in dem allgemeinen Ausdruck von f, ſo eliminirt ſich q, und es kommt

$$f = \frac{c\sqrt{xx+yy}}{4\sqrt{xx+yy}-c} = \frac{rc.}{4r-c}$$

indem der Kürze wegen

$$\sqrt{xx+yy} = r$$

angenommen wird. Hieraus ergiebt ſich

$$f - \frac{1}{4}c = \frac{\left(\frac{1}{4}c\right)^2}{r-\frac{1}{4}c.}$$

und aus dieſer Gleichung läßt ſich die Proportion

$$r-\frac{1}{4}c : \frac{1}{4}c = \frac{1}{4}c : f-\frac{1}{4}c, \quad (r)$$

ableiten.

142. Man hat hierdurch folgende allgemeine Eigenſchaft. (Man ſehe Smith's Optik, 1738. S. 160.)

Es ſeyen Q und q zwei zuſammengehörige Brennpunkte eines unendlich dünnen Strahlenbündels, der an irgend einer Oberfläche in P zurückgeworfen wird (Fig. 19). VPW ſtelle den Krümmungskreis an dieſem Punkte vor, und wenn die krumme Linie ein Kreis iſt, ſo wird dieſer Kreis die krumme Linie ſelbſt vorſtellen können. Man theile die Sehnen PV, PW in der Richtung der einfallenden und der zurückgeworfenen Strahlen in F und f ſo, daß PF und Pf ein Viertel der ganzen Sehne ausmacht, und die Relation zwiſchen der Lage der Punkte Q und q läßt ſich dann durch die Proportion

Digitized by Google

$$QF : FP = fP : fq, \qquad (s)$$

ausdrücken.

143. Fünfter Zuſatz. Nimmt man die Bezeichnung

$$\frac{P-p}{dP} . dx = M$$

an, ſo kommt

$$\frac{dX}{dx} = 1 + \frac{dM}{dx},$$

$$\frac{dY}{dx} = p + P\frac{dM}{dx} + M\frac{dP}{dx}$$

$$= P\left(1 + \frac{dM}{dx}\right)$$

Hieraus ergiebt ſich leicht, daß

$$P = \frac{dY}{dX}$$

ſeyn muß; folglich iſt P für die Brennlinie eben daſſelbe rückſichtlich der Coordinaten X und Y, was p für die zurückwerfende Curve, rückſichtlich der Coordinaten x und y darſtellt.

144. Sechster Zuſatz. Bezeichnen wir die Länge des Bogens AHKY der Brennlinie durch S, ſo haben wir

$$dS = \sqrt{dX^2 + dY^2}$$

$$dS = dX\sqrt{1+PP}$$

$$= (dx + dM)\sqrt{1+PP}$$

$$= dx\sqrt{1+PP} + df - M . \frac{PdP}{\sqrt{1+PP}}$$

weil $df = d . M\sqrt{1+PP} + M . \frac{PdP}{\sqrt{1+PP}}$ iſt.

Da aber auch

$$MdP = (P-p)\,dx$$

iſt, ſo erhalten wir ebenfalls durch Subſtitution dieſes Werthes

$$dS = df + dx\left\{\sqrt{1+PP} - \frac{(P-p)P}{\sqrt{1+PP}}\right\}$$

$$= df + dx . \frac{1+Pp}{\sqrt{1+PP}};$$

Digitized by Google

d. h. wenn man ſtatt P ſeinen Werth

$$\frac{2px-(1-pp)y}{2py+(1-pp)x}$$

ſetzt, ſo ergiebt ſich

$$dS = df + dx \frac{x+py}{\sqrt{xx+yy}}$$

$$= df + d.\sqrt{xx+yy}$$

folglich, wenn man integrirt,

$$S = \text{Const} + f + \sqrt{xx+yy}.$$

Man ſieht hieraus, daß die Brennlinie immer eine rectificable Curve iſt, und man hat

die Länge $AKy = QP + Py + \text{Const}$

den Bogen $AKF = QC + CF + \text{Const}$

folglich, wenn man das erſtere vom letztern abzieht,

den Bogen $Fy = (QC + CF) - (QP + PY)$

145. Fallen die Strahlen PR, P′R′, P″R″, nach ihrer Zurückwerfung von der Curve PP′P″, auf eine andere reflectirende Fläche RR′R″, und werden von da in den Richtungen RS, R′S′, R″S″ zurückgeworfen (Fig. 20), ſo werden ihre auf einander folgenden Durchſchnitte eine andere Brennlinie ZZ′Z″ bilden, die ſich durch eine ähnliche Rechnung beſtimmen läßt. Wie nun auch das Geſetz beſchaffen ſeyn mag, nach welchem die Strahlen QP, Q′P′ zerſtreut werden, ſo können wir annehmen, daß jeder derſelben eine Berührungslinie an einer krummen Linie ſey, die als die Brennlinie einer andern zurückwerfenden Linie betrachtet ſey, und ſo weiter fort. Es ſey VV′V″ dieſe krumme Linie. Da PVQ eine Berührungslinie an derſelben iſt, ſo wird der Punkt Q in der Axe, von welcher man den einfallenden Strahl als herkommend betrachten kann, als Function der Coordinaten des Punktes P beſtimmt werden können, ſobald die krummen Linien VV′V″ und PP′P″ gegeben ſind, und daher kann die Größe a völlig eliminirt werden. Die Methode, durch welche dieſes geſchieht, ſoll in der folgenden Aufgabe aus einander geſetzt werden.

146. Aufgabe. Die Relationen zwiſchen zwei auf einander folgenden, oder, wie man ſie auch nennen kann, conjugirten Brennlinien VV′V″, YY′Y″, und der vermittelnden zurückwerfenden Curve PP′P″ zu finden.

Digitized by Google

Es mögen wie vorher V und Y zwei conjugirte Punkte in der Brennlinie, P der zurückwerfende Punkt ſeyn, und wir ſetzen

ξ und η für die Coordinaten von V
x und y . . . . . P
X und Y . . . . . Y.

Da die Linie PVQ eine Berührungslinie an der erſten Curve im Punkte V iſt, ſo müſſen wir die Gleichung

$$y-\eta=\frac{d\eta}{d\xi}(x-\xi)$$

haben, und dieſe mit der Gleichung zwiſchen η und ξ verbunden, welche die krumme Linie V V′ V″ darſtellt, iſt hinreichend η und ξ als Functionen von x und y oder umgekehrt x und y, als Functionen von η und ξ anzugeben.

Wir haben ferner aus §. 114, Gleichung (2)

$$y-\eta=\frac{y}{x-a}(x-\xi)$$

und daher auch

$$x-a=y\cdot\frac{x-\xi}{y-\eta},$$

$$a=\frac{\xi y-\eta x}{y-\eta}$$

Auf dieſe Art erhält man a entweder durch x und y, oder durch ξ und η ausgedrückt. Man hat dann bloß dieſen Werth in dem Ausdruck von P zu ſubſtituiren. Dieſer war

$$P=\frac{2p(x-a)-(1-pp)y}{(1-pp)(x-a)+2py.}$$

und dieſer geht hierdurch in folgenden über

$$P=\frac{2p(x-\xi)-(1-pp)(y-\eta)}{(1-pp)(x-\xi)+2p(y-\eta)} \quad (t)$$

Dieſer von a befreite Ausdruck kann in die Gleichungen (k) §. 136 ſubſtituirt werden, wodurch man ſogleich die Werthe von X und Y als Functionen x, y, ξ, η der Coordinaten der zurückwerfenden krummen Linie und der vorhergehenden Brennlinie erhält.

Wir wollen nun die hier aus einander geſetzte Theorie vermittelſt einiger Beiſpiele erläutern.

147. Man verlangt die Brennlinie, wenn die reflectirende

krumme Linie eine Cykloide iſt, und die einfallenden Strahlen ſowohl unter einander, als auch mit der Axe der Cykloide parallel ſind.

Die Gleichung der Cykloide iſt bekanntlich

$$\frac{dy}{dx} = p = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2-x}},$$

indem wir den Halbmeſſer des die Cykloide erzeugenden Kreiſes als Einheit annehmen.

Aus dieſer Gleichung erhalten wir durch Differentiation

$$\frac{1}{q} = (2-x)\sqrt{2x-xx}$$

alſo auch

$$\frac{p}{q} = 2x - xx;$$

folglich bekommen wir vermittelſt der Gleichungen (k) des §. 136

$$X = x + \frac{1-pp}{2} \cdot \frac{p}{q}$$

$$= 2x - xx;$$

$$Y = y + p \cdot \frac{p}{q}$$

$$= y + x \cdot \sqrt{2x-xx};$$

und hieraus durch Differentiation

$$\frac{dY}{dx} = p + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2-x}} \cdot (3-2x)$$

$$= 2\sqrt{2x-xx} = 2\sqrt{X}.$$

Nun haben wir auch noch

$$\frac{dX}{dx} = 2(1-x).$$

Da aber $X = 2x - xx$, ſo wird

$$1 - x = \sqrt{1-X}$$

und daher

$$\frac{dX}{dx} = 2\sqrt{1-X},$$

ſo daß wir endlich die Gleichung

$$\frac{dY}{dX} = \sqrt{\frac{X}{1-X}}$$

Digitized by Google

erhalten, aus welcher man ſieht, daß die Brennlinie ſelbſt eine Cykloide wird, die halb ſo groß iſt als die zurückwerfende Cykloide.

148. Als anderes Beiſpiel wollen wir annehmen die reflectirende Curve ſey ein Kreis, und der ſtrahlende Punkt unendlich weit entfernt. Wir haben hierbei, indem wir den Anfangspunkt der Coordinaten im Mittelpunkt annehmen,

$$xx + yy = rr;$$

$$p = -\frac{x}{\sqrt{rr - xx}};$$

$$q = -\frac{rr}{(rr-xx)^{3/2}};$$

folglich, vermöge der Gleichungen (k) §. 136

$$\left.\begin{aligned} X &= x + \frac{p(1-pp)}{2q} \\ &= \frac{3rr-2xx}{2rr}.x. \\ Y &= y + \frac{pp}{q} \\ &= \frac{(rr-xx)^{3/2}}{rr} = \frac{y^3}{rr} \end{aligned}\right\} \quad (u)$$

Hieraus erhält man, indem der Kürze wegen $r = 1$ geſetzt wird, wodurch das Reſultat an Allgemeinheit nichts verliert,

$$4XX = 9xx - 12x^4 + 4x^6.$$
$$4YY = 4 - 12xx + 12x^4 - 4x^6.$$

folglich wenn man dieſe beiden Gleichungen zu einander addirt

$$4(XX + YY) = 4 - 3xx.,$$

$$xx = \frac{4}{3}(1 - XX - YY).$$

Hierdurch erhalten wir endlich, indem wir dieſen Werth von xx in dem von Y ſubſtituiren, und die gehörigen Reductionen anbringen.

$$(4XX + 4YY - 1)^3 = 27YY; \quad (v).$$

welches die Gleichung der Brennlinie iſt.

Dieſe Gleichung gehört einer Epicykloide zu, die durch einen Kreis erzeugt wird, deſſen Halbmeſſer ein Viertheil des Radius des reflectirenden Kreiſes iſt, und der ſich auf einem andern Kreiſe be-

Digitized by Google

wegt, deſſen Halbmeſſer die Hälfte von dem des zurückwerfenden Kreiſes ausmacht. Die Figur 21 ſtellt die Brennlinie in dieſem Falle vor, indem QP der einfallende und PY der zurückgeworfene Strahl iſt. Sie hat eine Spitze in F, welcher der Hauptvereinigungspunkt der von der concaven Seite BCD zurückgeworfenen Strahlen iſt, und eine in F', die den Hauptvereinigungspunkt der von der convexen Fläche BAD reflectirten Strahlen ausmacht. In dem letztern Fall ſind es nicht die Strahlen ſelbſt, ſondern ihre Verlängerungen, welche die Brennlinie berühren.

149. Zuſatz. Iſt Y ſehr klein und liegt daher ſehr nahe an der Spitze F, ſo nähert ſich die Geſtalt der Brennlinie der einer halbcubiſchen Parabel. Denn es iſt allgemein

$$X=\frac{1}{2}.\sqrt{\left(1+3Y^{2/3}-4YY\right)}.$$

und da man unter der Vorausſetzung, daß Y ſehr klein iſt, YY in Vergleich mit $Y^{2/3}$ vernachläſſigen kann, ſo kommt

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{1}{2}+\frac{3}{4}\;Y^{2/3}, \\ Y^2 &= \left(\frac{4}{3}\right)^3.\left(X-\frac{1}{2}\right)^3 \end{aligned}\right\}\quad (w)$$

150. Wir haben geſehen, daß nur in gewiſſen beſondern Fällen die von einem Punkte ausgehenden Strahlen nach ihrer Zurückwerfung von einer Curve ſich in einem Punkte wieder vereinigen. Im Allgemeinen vertheilen ſie ſich auf die im §. 145 und 146 angegebene Art, indem ſie Berührungslinien an der Brennlinie bilden. Die Dichtigkeit der Strahlen iſt daher in jedem Punkte der Brennlinie unendlich größer als in jedem andern Punkte des Raums; auch wird die Dichtigkeit derſelben zwiſchen der Brennlinie und der zurückwerfenden Curve größer ſeyn als außerhalb. Dieß iſt einleuchtend, denn in dem letztern Raum befinden ſich bloß die einfallenden Strahlen, während im erſtern ſowohl die zurückgeworfenen als auch die einfallenden Strahlen liegen.

151. Dieß läßt ſich durch einen Verſuch zeigen, welcher die Sache deutlich vor Augen legt, und der von Dr. Brewſter angegeben iſt. Man bringt nämlich einen ſchmalen Streifen polirten Stahl in eine concave Form, wie in Fig. 22, und ſtellt es aufrecht

auf

Digitized by Google

auf ein Stück weißes Papier. Wird es in dieſer Lage den Sonnenſtrahlen ausgeſetzt, indem man das Papier ſo hält, daß deſſen Ebene beinahe durch die Sonne geht, ſo ſieht man die Brennlinie auf dem Papier, die ſich durch eine ſehr glänzende, wohl begränzte Linie auszeichnet; der innere Theil iſt heller als der äußere, und die Lichtſtärke nimmt von der Brennlinie aus ſehr ſchnell ab. Aendert man die Form der Stahlfeder, ſo ſieht man alle Veränderungen der Katakauſtiken mit ihren einzelnen Punkten, Spitzen, Wendungspunkten u. ſ. w. auf das vollkommenſte entwickelt. Der Verſuch iſt zu gleicher Zeit angenehm und belehrend.

Die glänzende Linie, welche man auf der Oberfläche eines mit Milch oder noch beſſer, mit Dinte angefüllten Glaſes, welches im Sonnenſcheine ſteht, beobachten kann, giebt ein ganz gewöhnliches Beiſpiel der Brennlinie eines Kreiſes, die wir ſo eben unterſucht haben.

152. Wird die Figur 18 um ihre Axe gedreht, ſo bildet die zurückwerfende krumme Linie eine durch Revolution entſtandene Oberfläche, und nimmt man dieſelbe von Innen oder von Außen als polirt an, ſo giebt dieſelbe einen Spiegel ab. Die Brennlinie wird zu gleicher Zeit eine conoidiſche Oberfläche bilden, an welcher die vom Spiegel zurückgeworfenen Strahlen Berührungslinien bilden. Es kann daher kein Spiegel, welcher nicht durch die Umdrehung eines Kegelſchnitts entſtanden iſt, in deſſen einem Brennpunkt der leuchtende Punkt ſich befindet, alle auf ihn fallenden und von demſelben zurückgeworfenen Strahlen in einem Punkt oder Focus wieder vereinigen. Es wird aber doch immer ein Punkt vorhanden ſeyn, welcher die zurückgeworfenen Strahlen in größerer Menge erhält als ein anderer. Dieſer Punkt iſt die Spitze F, wie wir ſogleich ſehen werden. Die Entfernung irgend eines zurückgeworfenen Strahls von dieſem Punkte iſt das, was man die Abweichung deſſelben nennt.

153. Die Verdichtung und Zerſtreuung der Strahlen durch Zurückwerfung und durch Brechung iſt derjenige Gegenſtand, welcher den größten Theil der praktiſchen Optik ausmacht. Es wird nothwendig ſeyn, etwas tiefer in die Sache einzugehen, und wir wollen zuerſt unterſuchen, wie weit uns ein gegebener Spiegel in den Stand ſetzt, die auf ihn fallenden Strahlen durch Zurückwerfung zu vereinigen. Hierzu wollen wir uns folgende Aufgabe vorlegen.

Digitized by Google

154. Aufgabe. Es iſt ein Spiegel von beliebiger Geſtalt und bekanntem Durchmeſſer oder Oeffnung AB gegeben, man ſoll den Kreis der kleinſten Abweichung oder den Ort finden, an welchem eine Tafel aufgeſtellt werden muß, die alle Strahlen, welche vom Spiegel zurückgeworfen werden, in dem möglichſt kleinſten kreisförmigen Raum auffängt, da es nicht möglich iſt, ſie alle in einem Punkt zu vereinigen. Auch wird der Durchmeſſer des Kreiſes verlangt.

Es ſey ACB der Spiegel (Fig. 23), Q der ſtrahlende Punkt, GKfkg die Brennlinie, f die Spitze oder der Brennpunkt für die mittlern Strahlen, q der Brennpunkt der Randſtrahlen Aq, Bq; man verlängere dieſe Linien, bis ſie die Brennlinien Y und y treffen. Da alle vom Stück ACB des Spiegels zurückgeworfenen Strahlen die Brennlinie zwiſchen Kf und kf berühren, ſo iſt einleuchtend, daß dieſelben alle durch die Linie Yy gehen müſſen. Wir wollen die in den vorhergehenden Aufgaben eingeführten Bezeichnungen beibehalten, ſo daß $Qx = X$, $Xy = Y$ angenommen wird. Wir ſetzen ferner $QL = X^\circ$, $LK = Y^\circ$, $QD = x^\circ$, $DA = y^\circ$, und es mögen P° und p° diejenigen Werthe von P und p angeben, welche den Punkten K und A der Brennlinie und der zurückwerfenden Linie entſprechen. Die Gleichung der Linie AKqy wird dann

$$Y - y^\circ = P^\circ (X - x^\circ)\,; \quad (x)$$

wo Y und X die Coordinaten irgend eines Punktes derſelben bedeuten. Im Punkte y, wo dieſelbe den andern Zweig der Brennlinie ſchneidet, ſind aber dieſe Coordinaten ſowohl der graden Linie als auch der Brennlinie gemeinſchaftlich. Folglich muß in dieſem Punkte ſowohl die obere Gleichung als auch diejenige, welche die Natur der Brennlinie ausdrückt, ſtattfinden. Letztere ſind nun die Gleichungen (k) verbunden mit der urſprünglichen Gleichung der zurückwerfenden krummen Linie. Eliminirt man dann x und y durch Hülfe zweier derſelben, und beſtimmt aus den übrigen X und Y, ſo iſt die Aufgabe gelöst.

155. Dieſelbe Gleichung, welche den Werth von y oder xy giebt, muß auch den von KL geben, weil K ein Punkt iſt, der ſowohl der Brennlinie als der Linie AKy zugehört, welches ebenfalls bei dem Punkt y der Fall war. Da aber außerdem AKy eine Berührungslinie iſt, ſo wird der Punkt K ein doppelter Punkt ſeyn, folglich muß die Endgleichung für Y nothwendigerweiſe zwei gleiche

Digitized by Google

Wurzeln, außer dem für Y geſuchten Werthe haben, und ſind die gleichen Wurzeln gefunden, ſo kann dieſer Werth aus einer erniedrigten Gleichung abgeleitet werden.

Die hier befolgte Methode iſt ſcheinbar von derjenigen, die man gewöhnlich anwendet, verſchieden, da dieſelbe darin beſteht, daß man den Werth von Y, der ſich für den Durchſchnitt eines Randſtrahls AKy und irgend eines andern Strahls ergiebt, zu einem Maximum macht. Allein dieſer Unterſchied iſt nur ſcheinbar, denn nach der letztern Methode müſſen wir den aus den beiden Gleichungen

$$Y - y^{\circ} = P^{\circ}(X - x^{\circ}),$$
$$Y - y = P\,(X - x),$$

ſich ergebenden Werth von Y zu einem Maximum machen, ſo daß $dY = o$ wird. In dieſem Fall giebt die erſtere Gleichung auch $dX = o$, und man erhält daher, indem man die letztere differentiirt

$$-dy = (X - x)\,dP - P\,dx.$$

und hieraus ergiebt ſich

$$X - x = \frac{P - p}{dP}\,.\,dx\,;$$

folglich auch der Werth von

$$Y - y = P.\frac{P - p}{dP}\,.\,dx.$$

Dieſe Gleichungen ſind nun nichts Anderes als die Gleichungen des §. 136, die die allgemeinen Eigenſchaften der Brennlinie ausdrücken; ſo daß dieſe Betrachtung des Maximums nur auf einem größern Umwege als die vorige Methode zu denſelben Gleichungen führt, und ſie iſt in der That nichts Anderes als eine verſchiedene Art die Bennlinie auszudrücken.

156. Wir wollen dieſe Schlüſſe auf den Fall anwenden, wenn der Spiegel ſphäriſch iſt. Nimmt man die Gleichungen und die Bezeichnungen des §. 148 wieder vor, und ſetzt den äußerſten Werth von y gleich a, welche Größe die halbe Oeffnung des Spiegels angiebt, bezeichnet den entſprechenden Werth von x durch b, ſo erhält man den Werth von

$$P = \frac{2p}{1 - pp} = \frac{2ab}{bb - aa}$$
$$= \frac{2ab.}{1 - 2aa.}$$

Digitized by Google

Hierdurch wird die Gleichung §. 138 des äußerſten zurückgeworfenen Strahls die Form

$$Y - a = \frac{2ab}{1-2aa} \cdot (X - b).$$

annehmen, aus welcher wir

$$2X = \frac{1}{b}\left(1 + \frac{1-2aa}{a} \cdot Y\right)$$

erhalten. Man nehme z ſo an, daß $Y = a^3 z^3$, wo z eine andere unbekannte Größe iſt, dann wird

$$4X^2 = \frac{1}{1-aa}\left\{1 + (1-2aa)\, a^2 z^3\right\}$$

Subſtituirt man dieſen Werth ſtatt $4X^2$ und ſtatt Y^2 ſeinen Werth $a^6 z^6$ in die Gleichung der Brennlinie (v) §. 148, zieht die Cubikwurzel aus und reducirt, ſo erhalten wir zur Beſtimmung des Werthes von z folgende Gleichung

$$aaz^6 + (2 - 4aa)z^3 + (3aa - 3)z^2 + 1 = o.$$

Dieſe Gleichung muß nun, der Bemerkung des §. 155 zufolge, zwei gleich Wurzeln haben, nämlich wenn $x = b$, oder $Y = a^3$, d. h. wenn $z = 1$ iſt. Dieſe Gleichung muß daher nothwendigerweiſe durch $(z-1)^2$ theilbar ſeyn. Führt man die Diviſion aus, ſo ergiebt ſich, daß dieſes wirklich ſtattfindet, und der Quotient wird:

$$a^2 z^4 + 2a^2 z^3 + 3a^2 z^2 + 2z + 1 = o, \quad (y)$$

welcher zur Beſtimmung der übrigen Werthe von z dient.

157. Da dieſe Unterſuchung ganz ſtreng durchgeführt iſt, indem nichts als zu klein weggelaſſen wurde, ſo haben wir hier die vollkommene Aufloͤſung der Aufgabe, wie auch die Oeffnung des Spiegels beſchaffen ſeyn mag. Wird dieſe im Verhältniß mit dem Halbmeſſer als klein angenommen, ſo kann man eine Annäherung vermittelſt der daraus abgeleiteten Reihen erhalten.

$$z = -\frac{1}{2} - \frac{9}{32}aa - \frac{9}{32}a^4$$

$$- \frac{1395}{4096}a^6 - \text{etc. etc. etc.}$$

und da außerdem $Y = a^3 z^3$ iſt,

$$Y = -\frac{a^3}{8} - \frac{27}{128}a^5 - \frac{675}{2048}a^7 - \ldots.$$

158. Das erſte Glied dieſer Reihe iſt in den meiſten Fällen, welche in der Ausübung vorkommen, hinreichend, und giebt

Digitized by Google

$$Y = -\frac{a^3}{8}, \quad (\alpha)$$

oder wenn man durch r den Krümmungshalbmeſſer des Spiegels bezeichnet

$$Y = -\frac{a^3}{8\,rr.}, \quad (\beta)$$

Die Seitenabweichung, welche der halben Oeffnung a entſpricht, iſt vermöge der Gleichung (j) §. 133 gleich $\frac{a^3}{2\,rr}$; folglich wird in dem Fall, daß die Oeffnung des Spiegels nur klein iſt, der kleinſte Abweichungskreis gleich dem vierten Theil der Seitenabweichung der Randſtrahlen.

159. Der kleinſte Abweichungskreis iſt dem Spiegel näher als der Hauptbrennpunkt, und zwar um $\frac{3}{4}$ fg oder um $\frac{3}{4}$ der Längenabweichung

$$= \frac{3}{16} \cdot \frac{aa}{r}.$$

160. Zu der vollſtändigen Theorie der Brennlinien gehört nur noch die Unterſuchung der Verdichtung der zurückgeworfenen Strahlen in irgend einem gegebenen Punkt der Brennlinie. Es ſey daher S ein beliebiger Punkt (Fig. 24), und durch denſelben ſey PSYq gezogen, welche eine Berührungslinie der Brennlinie in Y ausmacht. Man kann nun den Punkt S ſo anſehen, als ob derſelbe in einer Kegeloberfläche läge, die durch die Umdrehung der Berührungslinie PYSq um die Axe entſtanden iſt, und alle Strahlen in demjenigen Ringe, der durch die Umdrehung des Elements PP′ erzeugt wurde, werden in dem hohlen kegelförmigen Körper enthalten ſeyn, welcher durch die Umdrehung der Figur PP′Yq′q um dieſelbe Axe gebildet wird. Die Concentration der Lichtſtrahlen im Punkt S wird ſich alſo folgendermaßen verhalten: erſtlich in einer Ebene, die der des Papiers parallel iſt im Verhältniß von PP′ zu SS′ oder PY zu SY, und zweitens in einer Ebene, welche auf der des Papiers ſenkrecht ſteht, im Verhältniß der Peripherien der beiden Kreiſe, die durch die Umdrehung von P und von S entſtanden ſind, d. h. im Verhältniß ihrer Halbmeſſer PM und ST. Die Verdichtung der Strahlen in S wird daher durch

Digitized by Google

$$\frac{PM}{ST}\cdot\frac{PY}{SY},\ \text{oder}\ \frac{Pq}{Sq}\cdot\frac{Py}{SY},$$

ausgedrückt. Bezeichnen wir alſo durch die Einheit die Dichtigkeit der Strahlen unmittelbar bei ihrer Zurückwerfung in P, ſo wird die entſprechende Dichtigkeit in S durch $\frac{PY\,.\,Pq}{SY\,.\,Sq}$ dargeſtellt werden, und dieſer Ausdruck iſt richtig, wie auch die Lage des Punktes S beſchaffen ſeyn mag.

161. Man muß nun aber hierbei mehrere Fälle unterſcheiden. Zuerſt, wenn S in irgend einem der Räume KHV, NDW liegt, ſo kann man keine ſolche Berührungslinie ziehen, welche den Spiegel innerhalb ſeiner Oeffnung AB trifft; folglich erhalten dieſe Räume gar keine Strahlen, und die Dichtigkeit iſt in jedem Punkte Null.

162. Zweitens, wenn S irgendwo innerhalb der Räume AGB, VHFE, EFDW liegt, kann nur eine ſolche Berührungslinie gezogen werden, welche die reflectirende Curve zwiſchen A und B ſchneidet. In dieſen Räumen wird daher die Dichtigkeit der Strahlen durch

$$D=\frac{PY\,.\,Pq}{SY\,.\,Sq}.$$

ausgedrückt werden.

163. Drittens kann man innerhalb der Räume KGH und MGD von jedem Punkt S aus zwei Berührungslinien ziehen, welche beide den Aſt FK auf derſelben Seite der Axe berühren, auf welcher der Punkt S liegt (Fig. 25). Nehmen wir an, daß $P_1Y_1Sq_1$ und $P_2Y_2Sq_2$ dieſe Berührungslinien ſind, ſo wird S Strahlen erhalten, welche zu beiden dieſer kegelförmigen Körper gehören, und die Dichtigkeit wird daher die Summe der Dichtigkeiten ſeyn, welche jedem einzelnen Körper zugehört; ſie wird alſo

$$D=\frac{PY_1\,.\,Pq_1}{SY_1\,.\,Sq_1}+\frac{PY_2\,.\,Pq_2}{SY_2\,.\,Sq_2}$$

164. Viertens endlich kann man in dem Raume FHGD drei Berührungslinien $q_1SY_1P_1$, $q_2SY_2P_2$, $q_3SY_3P_3$ ziehen, die alle innerhalb AB zu liegen kommen, von denen die beiden erſten (Fig. 26) den Aſt FK auf derſelben Seite als S treffen, die dritte aber denſelben auf der entgegengeſetzten berührt. Die erſtern gehören zu Strahlenkegeln, welche nach $q_1\,q_2$ convergiren, die letztern zu ei=

Digitized by Google

nem Strahlenkegel, der nach q, convergirt, aber nachdem er durch S gegangen iſt, wieder divergirt. In dieſem Fall wird alſo die Dichtigkeit durch

$$D = \frac{PY_1 . Pq_1}{SY_1 . Sq_1} + \frac{PY_2 . Pq_2}{SY_2 . Sq_2} + \frac{PY_3 . Pq_3}{SY_3 . Sq_3}$$

ausgedrückt werden.

Wir würden auf zu verwickelte Formeln kommen, wenn wir verſuchen wollten, den wirklichen Werth dieſer Brüche als Functionen der Coordinaten von S darzuſtellen, und wir werden dieſelben bloß auf einige beſondere Fälle anwenden, wo S beſonders merkwürdige Lagen hat.

165. Erſter Fall. Es befinde ſich S in der Axe jenſeits des Hauptbrennpunkts, oder zwiſchen dem Spiegel und dem Vereinigungspunkt der Randſtrahlen G. Hier fällt Y mit F zuſammen, und für q findet daſſelbe ſtatt; alſo hat man in dieſem Fall $D = \left(\frac{PF}{SF}\right)^2$, woraus man ſieht, daß die Dichtigkeit ſich umgekehrt verhält, wie das Quadrat der Entfernung des Punkts S vom Hauptbrennpunkt.

166. Zweiter Fall. Es befinde ſich S in der Axe zwiſchen dem Hauptbrennpunkt und dem Vereinigungspunkt der Randſtrahlen G, d. h. er liege in der Linie GF. Hier iſt $Sq_1 = o$, $Sq_2 = o$, $Sq_3 = o$, ſo daß alle drei Glieder, welche D ausmachen, unendlich groß werden, und daher iſt daſelbſt die Dichtigkeit unendlich viel größer als die Dichtigkeit an der Oberfläche des Spiegels.

167. Dritter Fall. Es liege der Punkt S in F, in dieſem Fall hat man nicht nur $Sq = o$, ſondern auch $SY = o$; folglich iſt in F die Dichtigkeit unendlich größer als im letztern Fall, und zwar wird dieſelbe die möglich größte ſeyn, die nur irgendwo vorhanden iſt.

168. Vierter Fall. Der Punkt S ſey irgendwo in der Brennlinie. Hier hat man $SY = o$, alſo wird in dieſem Fall auch D unendlich, alſo die Dichtigkeit unendlich größer als an der Oberfläche des Spiegels, und ſo wie der Punkt S ſich dem Punkt F nähert, wird die Dichtigkeit noch durch die Abnahme aller Werthe von Sq vergrößert.

Digitized by Google

169. Fünfter Fall. Es befinde ſich der Punkt S irgendwo in dem kleinſten Abweichungskreiſe HzD. Im Mittelpunkt z und der Peripherie H iſt die Dichtigkeit unendlich groß. Zwiſchen dieſen beiden Lagen iſt ſie endlich, nimmt bis zu ihrem kleinſten Werthe ab, und wächst dann wieder nach einem Geſetze, welches zu verwickelt iſt, als daß wir uns hier mit deſſen Unterſuchung beſchäftigen könnten. Man kann bemerken, daß die in dieſen Paragraphen (160 bis 169) angegebenen Relationen allgemein, und nicht bloß auf den Fall eines ſphäriſchen Spiegels eingeſchränkt ſind.

170. Wir haben bei allen vorhergehenden Schlüſſen angenommen, daß der Punkt S die Strahlen ſenkrecht erhält. Die Dichtigkeit der Strahlen muß alſo in dem Sinne genommen werden, daß man unter denſelben nicht die auf eine gegebene beſondere ebene Fläche fallenden Strahlen verſteht, ſondern diejenigen, welche durch einen unendlich kleinen ſphäriſchen Raum hindurch gehen, oder auf einem unendlich kleinen kugelförmigen Körper in S aufgefangen werden.

In dem Fall hingegen, wo die Oeffnung des Spiegels ſehr klein iſt, erhält eine ſenkrechte auf die Axe geſtellte Tafel die Strahlen von jedem Punkt beinahe unter einem rechten Winkel, und daher werden die obigen Ausdrücke in dieſem Fall die Intenſität der Erleuchtung der verſchiedenen Punkte einer ſolchen Oberfläche angeben, wobei man freilich vorausſetzen muß, daß das einfallende Licht nicht von der Tafel aufgehalten wird.

Ueber weitere Unterſuchungen, rückſichtlich der Eigenſchaften von Brennlinien ſehe man Tſchirnhauſen acta eruditorum 1682 und Histoire de l'académie T. II, p. 54, 1688; Lahire Traité des Epicycloides und Mémoires de l'Académie Vol. X; Optics von Robert Smith; Carre Mémoires de l'académie 1703; J. Bernouilli Opera omnia Vol. III. p. 464; L'Hoſpital Analyse des infiniment petits; Hayes Fluxions; Petit Correspondance de l'École polytechnique II. 553; Malus Journal de l'École polytechnique Vol. VI; Gergonne Annales des mathématiques XI, XVI; Sturm ebendaſelbſt; De la Rive Dissertation sur les caustiques.

Digitized by Google

Von der regelmäßigen Brechung des Lichts in nicht kryſtalliſirten Subſtanzen.

§. VI. Von der Brechung des gleichartigen Lichts an ebenen Oberflächen.

171. Fällt ein Lichtſtrahl auf die Oberfläche irgend eines durchſichtigen nicht kryſtalliſirten Mittels, ſo wird ein Theil deſſelben zurückgeworfen; ein anderer Theil deſſelben wird nach allen Richtungen zerſtreut und dient dazu, die Oberfläche ſichtbar zu machen; der übrigbleibende Theil geht in das brechende Mittel über, und ſetzt darin ſeinen Weg fort.

172. Bei der Zurückwerfung des Lichts iſt das Geſetz der Zurückwerfung, in ſo fern es die Richtung des zurückgeworfenen Strahls betrifft, für alle zurückwerfenden Mittel daſſelbe, indem bei allen der Zurückwerfungswinkel dem Einfallswinkel gleich iſt. Bei der Brechung aber verhält ſich die Sache etwas anders, und jedes verſchiedene brechende Mittel giebt ein beſonderes Geſetz für ſeine Wirkung auf das Licht, indem einige den unter einem beſtimmten Winkel einfallenden Strahl mehr von ſeinem Wege ablenken als die andern. Wie nun aber auch die Natur des brechenden Mittels beſchaffen ſeyn mag, ſo hat es ſich gefunden, daß folgende Geſetze im Allgemeinen immer ſtatt haben, und hinreichend ſind, um für ein bekanntes brechendes Mittel die Richtung des gebrochenen Strahls zu beſtimmen.

173. Erſtes Geſetz. Der einfallende Strahl, das Perpendikel auf die Oberfläche im Einfallspunkte, und der zurückgeworfene Strahl liegen immer in einer und ebenderſelben Ebene.

174. Zweites Geſetz. Der einfallende und der gebrochene Strahl liegen auf entgegengeſetzten Seiten des Einfallslothes.

175. Drittes Geſetz. Wie auch die Neigung des einfallenden Strahls gegen die brechende Oberfläche beſchaffen ſeyn mag, ſo iſt der Sinus des Winkels, welcher vom einfallenden Strahl mit dem Einfallslothe gebildet wird, zu dem Sinus desjenigen Winkels, den der gebrochene Strahl mit dem Einfallslothe bildet, in einem conſtanten Verhältniß.

176. Dieſe Geſetze gelten ſowohl für ebene als krumme Oberflächen, und man hat die vollkommene Richtigkeit derſelben durch die feinſten Verſuche bewieſen, indem alle Erſcheinungen, die das gebrochene

Digitized by Google

Licht zeigt, in genauer Uebereinſtimmung mit den Reſultaten ſtehen, die man aus dieſen Geſetzen durch mathematiſche Rechnungen abgeleitet hat.

177. Es ſey ACB (Fig. 23) die brechende Oberfläche, PCp ein Perpendikel auf derſelben im Einfallspunkte C, SC der einfallende, Cs der gebrochene Strahl. Dann hat man

$$\sin PCS : \sin pCs = \mu : 1.$$

wo μ eine conſtante Größe iſt, d. h. für ein und daſſelbe Mittel AB, obgleich ihr Werth für verſchiedene brechende Mittel auch verſchieden ausfällt.

178. Man ſetzt oft der Kürze wegen den Einfallsſinus und den Brechungsſinus ſtatt des Sinus des Einfallswinkels und des Brechungswinkels.

179. Der numeriſche Werth der Größe μ oder des Quotienten

$$\frac{\text{Sinus des Einfallswinkels}}{\text{Sinus des Brechungswinkels}}$$

für irgend ein brechendes Mittel muß vorher beſtimmt werden, ehe man das Geſetz der Brechung in dieſem Mittel als vollkommen bekannt anſehen kann. Dieſes läßt ſich durch einen Verſuch bewerkſtelligen, indem man den Brechungswinkel, welcher irgend einem gegebenen Einfallswinkel entſpricht, wirklich mißt; denn iſt der Werth des vorigen Bruchs auf dieſe Art für irgend einen Einfallswinkel beſtimmt, ſo gilt derſelbe für alle übrigen Einfallswinkel. Man kann denſelben auch noch auf andere Arten beſtimmen, die wir ſpäterhin beſchreiben werden. Die Größe μ heißt das **Brechungsverhältniß** des Körpers AB.

180. Das Medium, in welchem ſich der Strahl vor ſeinem Eintritt in AB bewegt, wird hierbei als ein leerer Raum betrachtet. Iſt das Mittel AB auch der leere Raum, ſo iſt einleuchtend, daß der Strahl ſeinen Weg nicht ändern wird, ſo daß der Einfallswinkel dem Brechungswinkel gleich wird, und der Werth des Brechungsverhältniſſes μ wird der Einheit gleich. Dieß iſt der kleinſte Werth von μ, da bis jetzt noch keine Subſtanz entdeckt worden iſt, die die Strahlen vom Einfallsloth abwärts bricht, wenn dieſelben im leeren Raum einfallen. Der größte bekannte Werth von μ iſt = 3, welcher dann ſtattfindet, wenn das brechende Mittel chromſaures Blei iſt, und zwiſchen dieſen Werthen gehört faſt jede Zahl zu einem oder dem andern durchſichtigen Körper als Brechungsverhältniß. So iſt für

Digitized by Google

Luft, bei einer gewöhnlichen Dichtigkeit derſelben, $\mu = 1{,}0028$; für Waſſer 1,336; für gewöhnliches Crownglas 1,535; für Flintglas = 1,60; für Caſſia-Oel 1,641; für Diamant 2,487 und für die größte Brechung des chromſauren Bleis = 3.

181. Es iſt in der Optik ein allgemeines Geſetz, daß die Sichtbarkeit eines Punktes vom andern gegenſeitig iſt, wie auch der Weg beſchaffen ſeyn mag, den der Strahl von einem Punkt zum andern zurücklegt. Mit andern Worten kann man dieſes Geſetz ſo ausdrücken, daß wenn ein Lichtſtrahl vom Punkt A auf irgend einem Wege nach B gelangt, wie oft er auch zurückgeworfen oder gebrochen ſeyn mag, ebenfalls ein Lichtſtrahl in A anlangen kann, der von B kommt, und genau denſelben Weg in entgegengeſetzter Richtung zurücklegt. Es folgt hieraus, daß wenn der auf die äußere Oberfläche irgend eines Mittels AB auffallende Strahl SC (Fig. 23), nach der Brechung den Weg Cs nimmt, ein auf die innere Oberfläche des Mittels fallender Lichtſtrahl Cs aus demſelben nach der Richtung CS gebrochen wird, indem er vom Einfallsloth abwärts ſeinen Weg nimmt. Da alſo in dieſem Fall der Einfallswinkel derſelbe iſt als der Brechungswinkel im vorigen Fall, ſo hat man ebenfalls

$$\frac{\text{Sinus des Einfallswinkels}}{\text{Sinus des Brechungswinkels}} = \frac{1}{\mu}$$

Wir ſehen hieraus, daß das Brechungsverhältniß aus einem brechenden Mittel in den leeren Raum das Umgekehrte des Brechungsverhältniſſes in das brechende Mittel aus dem leeren Raum iſt.

182. Aus dem Vorhergehenden ergiebt ſich, daß ein Strahl aus dem leeren Raum in ein anderes Mittel unter jedem Winkel eintreten kann; denn da der Sinus des Brechungswinkels = sin pcs $= \frac{1}{\mu}$ sin PCS wird, wo μ größer als die Einheit iſt, ſo wird der Sinus von pcs nothwendigerweiſe kleiner als der von PCS, folglich auch kleiner als die Einheit ſeyn, und der Brechungswinkel kann nie imaginär werden. Wenn z. B. der Einfallswinkel PCS von Null an wächst, oder der einfallende Strahl CS immer ſchiefer gegen die Fläche einfällt, bis er dieſelbe in S″C bloß ſtreift, ſo wird der gebrochene Strahl auch gegen die Fläche ſchiefer, aber in einem geringern Verhältniß, und er erhält nie eine größere Neigung, als er in der Lage Cs″ hat, in welcher

Digitized by Google

$\sin pCs'' = \frac{\sin 90°}{\mu} = \frac{1}{\mu}$ wird. Dieſer letzte Winkel iſt daher das Maximum des Brechungswinkels aus dem leeren Raum in ein brechendes Mittel, und ſein Werth für irgend eine Subſtanz wird gefunden, indem man den Winkel berechnet, deſſen Sinus das Umgekehrte des Brechungsverhältniſſes dieſer brechenden Materie iſt. So kann im Waſſer der Brechungswinkel nicht den Bogen überſteigen, deſſen Sinus $= \frac{1}{1,336}$ iſt, d. h. 48° 27′ 40″. In Crownglas iſt die Gränze 40° 39′, in Flintglas 38° 41′, in Diamant 23° 42′, während für die größte Brechungskraft des chromſauren Bleis dieſe Gränze ſo niedrig liegt, daß ſie nur 19° 28′ 20″ beträgt.

183. Wenn umgekehrt ein Strahl auf die innere Fläche eines brechenden Mittels fällt, und der Winkel des Strahls mit dem Einfallsloth kleiner iſt als der Gränzwinkel, deſſen Sinus $= \frac{1}{\mu}$, ſo wird der Strahl gebrochen, und dem in §. 181 angegebenen Geſetz gemäß aus dem Mittel heraustreten, indem er von dem Einfallsloth abwärts gebogen wird. Allein ſo wie der Einfallswinkel pCs wächst, nimmt der Brechungswinkel PCS noch ſchneller zu, und wenn erſterer Winkel ſeinen Gränzwerth pCs″ erreicht hat, ſo tritt der Strahl in der Richtung CS″ heraus, indem er die Oberfläche bloß ſtreift. Wird der Einfallswinkel noch größer, ſo wird der Brechungswinkel unmöglich; denn wir haben dann $\sin PCS = \mu . \sin pCs$ und wenn $\sin pCs$ größer als $\frac{1}{\mu}$ iſt, ſo muß der Sinus von PCS größer als die Einheit ſeyn. Dieß zeigt, daß der Strahl nicht heraustreten kann; allein es lehrt uns nicht weiter, was aus demſelben werden wird. Wir müſſen daher unſere Zuflucht zu den Beobachtungen nehmen, und dieſe zeigen uns, daß, nachdem dieſe Gränze überſchritten iſt, der Strahl ſtatt aus dem Mittel herausgebrochen zu werden, innerhalb deſſelben zurückgelenkt und völlig reflectirt wird, ſo daß der Zurückwerfungswinkel pCS‴ = pCs‴ ſeyn muß.

184. Wenn ein Strahl auf die äußere Oberfläche eines brechenden Mittels fällt, ſo wird ein Theil deſſelben R zurückgeworfen, und der übrig bleibende Theil r wird gebrochen. Das Verhältniß von R zu r iſt am kleinſten, wenn der Strahl ſenkrecht auffällt, und nimmt regelmäßig zu, bis der Einfallswinkel 90° beträgt, aber

ſelbſt bei der größten Neigung, wenn der Strahl die äußere Oberfläche ſo eben ſtreift, iſt die Zurückwerfung nie vollkommen, oder nur beinahe vollkommen, indem immer ein ſehr bedeutender Theil in das brechende Mittel übergeht. Auf der andern Seite, wenn der Strahl auf die innere Fläche fällt, ſo nimmt der zurückgeworfene Theil R regelmäßig zu, obgleich in einem ſehr mäßigen Verhältniſſe, bis der Einfallswinkel dem entſcheidenden Winkel, deſſen Sinus $\frac{1}{\mu}$ beträgt, gleich wird, wo dieſer Theil plötzlich und gleichſam durch einen Sprung die ganze Menge des einfallenden Lichts erhält, und der gebrochne Theil r Null wird. Dieſer plötzliche Uebergang aus der Brechung in die Zurückwerfung, dieſe Unterbrechung der Stetigkeit iſt eine der ſonderbarſten und zugleich der intereſſanteſten Erſcheinungen der Optik, die, wie wir hernach ſehen werden, mit den wichtigſten Gegenſtänden der Theorie des Lichts zuſammenhängt.

185. Da die auf dieſe Art erhaltene Zurückwerfung vollkommen iſt, ſo übertrifft ſie an Glanz jede, die durch andere Mittel erlangt wird, z. B. von Queckſilber, oder den am beſten polirten Metallen. Man kann dieſelbe ſehr leicht ſichtbar machen, indem man ein gewöhnliches Trinkglas mit Waſſer anfüllt, und es über die Höhe des Auges emporhält (Fig. 24, Nr. 2). Wendet man dann ſeinen Blick ſchief aufwärts in der Richtung Eac, ſo wird man die ganze Oberfläche wie polirtes Silber mit einem metalliſchen Glanz ſcheinen ſehen, und ein jeder in das Waſſer getauchte Gegenſtand, z. B. ein Löffel ACB, wird durch Zurückwerfung an der innern Oberfläche wie in einem Spiegel geſehen werden, ſo weit derſelbe ſich unter Waſſer befindet, aber mit einem Glanze, der den von jedem Spiegel bei Weitem übertrifft. Dieſe Eigenſchaft der innern Zurückwerfung wird mit großem Vortheil bei der ſogenannten Camera lucida angewendet, und könnte auch bei andern optiſchen Werkzeugen, z. B. bei dem Newtonianiſchen Teleſcop, um den Lichtverluſt bei der zweiten Zurückwerfung zu verhindern, von Nutzen ſeyn. Hierüber werden wir ſpäter ausführlicher reden.

186. Hieraus ergeben ſich einige ſonderbare Folgerungen, rückſichtlich des Sehens unter Waſſer. Ein Auge, welches ſich in einem vollkommen ſtillſtehenden Waſſer befindet, z. B. das eines Fiſches oder eines Tauchers, ſieht die äußern Gegenſtände nur gleichſam durch eine kreisförmige Oeffnung von 96° 55′ 20″ im Durchmeſſer. In-

nerhalb dieſes Raums ſind alle Gegenſtände bis zu dem Horizont hinunter ſichtbar, und diejenigen, welche ſich nahe am Horizont befinden, ſind ſehr verzerrt und zuſammengezogen, vorzüglich in der Richtung ihrer Höhe. Jenſeits der Gränzen dieſes Kreiſes ſieht man den Grund des Waſſers und alle in dem Waſſer ſich befindenden Gegenſtände durch Zurückwerfung, und zwar ſo lebhaft, als wenn man ſie unmittelbar erblickte. Außer dieſen Sonderbarkeiten wird die ſo eben erwähnte kreisförmige Oeffnung mit einem immerwährenden Regenbogen, von ſchwachen aber angenehmen Farben umgeben ſeyn, deſſen Urſprung zu erklären wir bald Gelegenheit haben werden. Um dieſe Erſcheinungen wenigſtens zum Theil zu ſehen, brauchen wir uns nicht ins Waſſer zu tauchen. Wir leben wirklich in einem Lichtmeer, welches freilich in Vergleich mit dem Waſſer nur ein ſchwach brechendes Mittel iſt, und unſer Sehen der äußern Gegenſtände nahe am Horizont wird demgemäß modificirt. Man ſieht dieſelben von ihrer wahren Geſtalt abweichend, und vorzüglich rückſichtlich der Höhe zuſammengedrückt; ſo nimmt z. B. die Sonne bei ihrem Untergange, anſtatt kreisförmig zu erſcheinen, eine elliptiſche oder eigentlich zuſammengedrückte Geſtalt an, indem ihre untere Hälfte mehr abgeplattet iſt als ihre obere, und dieſe Aenderung der Geſtalt iſt ſo beträchtlich, daß ſie ſelbſt einem unachtſamen Zuſchauer auffallen muß. Die ſphäriſche Geſtalt der Atmoſphäre aber und die Abnahme ihrer Dichtigkeit in den höhern Regionen verhindert, daß die übrigen oben beſchriebenen Erſcheinungen geſehen werden können.

187. Wird ein brechendes Mittel von ebenen parallelen Flächen begränzt, ſo wird ein durch daſſelbe gebrochener Strahl nach beiden Brechungen dieſelbe Richtung haben, als vorher, ehe derſelbe in das brechende Mittel eintrat.

Es ſeyen AB, DF (Fig. 25) die parallelen Flächen, und SCET ein gebrochener Strahl, PCp, QEq, die auf den Flächen in C und E errichteten Perpendikel, ſo erhalten wir

$$\sin SCP : \sin pCE = \mu : 1.$$
$$\sin CEQ : \sin qCT = 1 : \mu.$$

folglich, wenn man dieſe Proportionen mit einander verbindet,

$$\sin SCP . \sin CEQ = \sin pCE . \sin qET.$$

und da $pCE = CEQ$ iſt, ſo wird auch

$$\sin SCP = \sin qET$$

Digitized by Google

folglich der Winkel SCP = qET, und der Strahl ET iſt mit SC parallel.

Dieſer Satz kann durch einen Verſuch bewieſen werden, indem man das unbelegte Planglas eines Sextanten vor das Objectivglas eines nach einem entfernten Gegenſtand gerichteten Fernrohres ſetzt, oder auch vor das bloße Auge hält, und es unter beliebige Winkel gegen die Geſichtslinie neigt. Der ſcheinbare Ort des Gegenſtandes ändert ſich dadurch nicht.

188. **Verſuch.** Man lege eine Glasplatte, oder ein anderes durchſichtiges Mittel, parallel mit dem Horizont, und gieße auf dieſelbe eine durchſichtige Flüſſigkeit, ſo daß dadurch ein aus zwei brechenden Materien von verſchiedenen Brechungsverhältniſſen beſtehendes brechendes Mittel gebildet wird, und betrachte einen über dieſer Verbindung befindlichen Gegenſtand, z. B. einen Stern, durch ein Fernrohr oder das bloße Auge. Man wird finden, daß dieſer Gegenſtand genau in derſelben Lage bleibt, als wenn man die brechenden Materien wegnimmt, wie auch die Höhe des Gegenſtandes beſchaffen ſeyn mag. Es folgt hieraus, daß ein Strahl SB (Fig. 26, Nro. 2), welcher auf eine ſolche Verbindung von brechenden Mitteln AF und DI fällt, bei ſeinem Heraustritt in der Richtung HT, dem einfallenden Strahl SB parallel ſeyn wird.

189. **Satz.** Es ſeyen zwei verſchiedene brechende Mittel (Nro. 1 und 2) gegeben, deren Brechungsverhältniſſe aus dem leeren Raum in dieſelben durch μ, μ' bezeichnet werden. Bringt man dann dieſe Mittel in vollkommene Berührung, ſo wie z. B. eine Flüſſigkeit mit einem feſten Körper, oder zwei Flüſſigkeiten unter einander, ſo wird die Brechung aus einem derſelben (Nro. 1) in das andere (Nro. 2) dieſelbe ſeyn, als aus dem leeren Raum in ein brechendes Mittel, deſſen Brechungsverhältniß $\frac{\mu'}{\mu}$ iſt, indem das Brechungsverhältniß des erſten Mittels durch das des zweiten dividirt wird.

Es ſey (Fig. 26, Nro. 2) die gemeinſchaftliche Oberfläche zweier brechenden Mittel, und ſie mögen aus parallelen Platten, wie in dem zuletzt beſchriebenen Verſuch beſtehen; dann wird jeder Strahl SB, der auf die Oberfläche AC unter einem beliebigen Winkel einfällt, in GI in einer Richtung HT wieder heraustreten, die mit SB parallel läuft. Es ſey BEH der Weg des Strahls

Digitized by Google

innerhalb der brechenden Mittel, und man ziehe die Perpendikel PBp, QEq, RHr, ſo wird

$$\sin SBP : \sin EBp \; (= \sin BEQ) = \mu : 1.$$

$$\sin RHE \; (= \sin qEH) : \sin rHT \; (= \sin PBS) = 1 : \mu'$$

und wenn man beide Proportionen mit einander verbindet

$$\sin HEq : \sin BEQ = \mu : \mu';$$

$$\frac{\sin BEQ}{\sin HEq} = \frac{\mu'}{\mu}$$

Nun iſt aber BEQ der Einfallswinkel, und HEq der Brechungswinkel an der gemeinſchaftlichen Oberfläche beider brechenden Mittel, folglich wird das relative Brechungsverhältniß, oder das Brechungsverhältniß aus dem erſten ins zweite, gleich dem Quotienten der abſoluten Brechungsverhältniſſe, oder ihrer Brechungsverhältniſſe, wenn das Licht aus dem leeren Raume.

190. Dieſer Beweis gilt freilich nur für den Fall, in welchem der Einfallswinkel und der Brechungswinkel an der gemeinſchaftlichen Oberfläche kleiner ſind, als die Gränzen der Brechungswinkel aus dem leeren Raume in jedes brechende Mittel. Ueberſchreiten die Winkel dieſe Gränzen, ſo gilt der Satz immer noch, wie man durch directe Verſuche und Meſſungen der Einfallswinkel und Brechungswinkel in jedem beſonderen Fall zeigen kann. Vor der Hand müſſen wir daher dieſen Satz als durch die Erfahrung bewieſen, anſehen.

191. Beiſpiel. Man verlangt das Verhältniß des Sinus des Einfallswinkels zu dem des Brechungswinkels aus Waſſer in Flintglas. Das Brechungsverhältniß des Flintglaſes iſt 1,60 und das des Waſſers 1,336, folglich iſt das verlangte Brechungsverhältniß

$$= \frac{1{,}60}{1{,}336} = 1{,}194.$$

192. Iſt das Brechungsverhältniß $\mu = -1$, ſo fällt das allgemeine Geſetz der Brechung mit dem der Zurückwerfung zuſammen. So werden alle Fälle der Zurückwerfung, in ſo fern ſie die Richtung des Strahles betreffen, in denen der Brechung mit eingeſchloſſen.

Von der gewöhnlichen Brechung des Lichts durch ein Syſtem von ebenen Oberflächen, und von der Brechung durch Prismen.

193. Erklärung. In der Optik wird ein jedes brechende Mit=

Mittel, welches von zwei ebenen Flächen eingeſchloſſen wird, die unter einem beliebigen Winkel gegen einander geneigt ſind, und durch welches das Licht hindurchgehen kann, ein **Prisma** genannt.

194. **Erklärung.** Die **Kante** des Prisma iſt die reelle oder eingebildete Linie, in welcher die beiden ebenen Flächen ſich ſchneiden oder ſich ſchneiden würden, wenn man dieſelben verlängerte.

195. **Erklärung.** Der **brechende Winkel** des Prisma iſt derjenige, unter welchem die beiden ebenen Flächen gegen einander geneigt ſind.

196. **Erklärung.** Die **Seiten** des Prisma ſind die beiden ebenen Flächen ſelbſt.

197. Die Ebene, welche ſenkrecht auf beiden Flächen ſteht, alſo auch mit der Kante des Prisma einen rechten Winkel macht, heißt der **Hauptdurchſchnitt** des Prisma, oder der beiden Flächen. Dieſer Ausdruck iſt ſchon in ſeiner allgemeinen Bedeutung bei der Zurückwerfung gebraucht worden.

198. **Die Richtung des Strahls nach ſeiner Brechung durch irgend ein Syſtem von ebenen Flächen zu beſtimmen.**

Conſtruction. Da die Richtung des Strahls dieſelbe bleibt, er mag an der gegebenen Oberfläche ſelbſt, oder an andern, die den gegebenen Flächen parallel ſind, und alle durch einen Punkt gehen, gebrochen werden, ſo ziehe man durch dieſen Punkt C (Fig. 27) auf die verſchiedenen Flächen die Perpendikel CP, CP′, CP″ u. ſ. w. Es ſey SC die Richtung des einfallenden Strahls. Zwiſchen CP und CS ziehe man CS′ in der Ebene SCP ſo, daß

$$\sin PCS' = \frac{1}{\mu} . \sin PCS,$$

wo μ das Brechungsverhältniß des erſten Mittels rückſichtlich des Mittels iſt, in welchem ſich der Strahl vorher bewegt, und für welches wir den leeren Raum annehmen wollen; dann iſt S′C die Richtung des Strahls nach ſeiner erſten Brechung. Ferner ſey μ' das relative Brechungsverhältniß des zweiten Mittels aus dem erſten, oder $\mu\mu'$ das abſolute Brechungsverhältniß deſſelben aus dem leeren Raum, ziehe CS″ in der Ebene S′CP′ ſo daß

$$\sin P'CS'' = \frac{1}{\mu'} . \sin P'CS'$$

ſo wird $S''C$ die Richtung des Strahls nach der zweiten Brechung ſeyn, und ſo weiter fort.

199. Allgemeine Auflöſung. Es ſey $\alpha = SCP$ der erſte Einfallswinkel, $\alpha' = S'CP'$ der Einfallswinkel auf die zweite Fläche, $I = PCP'$ die gegenſeitige Neigung der beiden erſten Flächen gegen einander. Außerdem ſetze man

$\theta = PS'P' =$ dem Winkel, welchen die erſte und die zweite Brechungsebene mit einander bilden.

$\psi = SPP' =$ dem Winkel, welchen die erſte Brechungsebene mit dem Hauptdurchſchnitt der erſten beiden brechenden Flächen bildet.

$\varphi = S'P'P =$ dem Winkel, welchen die zweite Brechungsebene mit demſelben Hauptdurchſchnitt macht.

$\varrho = PCS' =$ dem erſten, und

$\varrho' = P'CS'' =$ dem zweiten Brechungswinkel.

$D = SCS'' =$ der Abweichung des Strahls nach der zweiten Brechung.

Nehmen wir an, daß $SS'S''PP'$ ein Stück einer Kugeloberfläche bildet, deren Mittelpunkt in C liegt, ſo haben wir im ſphäriſchen Dreieck $S'PP'$ die Seiten PS', PP', nebſt dem eingeſchloſſenen Winkel, man ſucht die Winkel $PS'P'$ und $PP'S'$; eben ſo hat man im ſphäriſchen Dreieck $SS'S''$ die Seiten SS', $S'S''$ nebſt dem Winkel $SS'S''$, man verlangt die Abweichung SS''. In unſern angeführten Bezeichnungen hat man nun die Gleichungen, da ϱ und ϱ' die Brechungswinkel ſind, welche den Einfallswinkeln α und α' nebſt den Brechungsverhältniſſen μ und μ' entſprechen.

$$(B)\left\{\begin{array}{l}
\sin\alpha = \mu \cdot \sin\varrho . \\
\cos\alpha' = \cos\varrho \cdot \cos I + \sin\varrho \cdot \sin I \cdot \cos\psi . \\
\sin\alpha' = \mu' \cdot \sin\varrho' . \\
\sin\alpha' \cdot \sin\theta = \sin I \cdot \sin\psi . \\
\sin\alpha' \cdot \sin\varphi = \sin\varrho \cdot \sin\psi . \\
\cos D = \cos(\alpha - \varrho) \cdot \cos(\alpha' - \varrho') \\
\qquad - \sin(\alpha - \varrho) \cdot \sin\alpha' - \varrho') \cos\theta .
\end{array}\right.$$

200. Aus dieſen Gleichungen, welche freilich zuſammengeſetzter ſind, als diejenigen, welche wir §. 99. (Gleichung A) für die Zurückwerfung entwickelt haben, laſſen ſich alle Umſtände des Weges des Strahls nach ſeiner zweiten Brechung beſtimmen, und ſind

Digitized by Google

von den elf Größen, α, α', ϱ, ϱ', μ, μ', I, θ, φ, ψ, D fünf gegeben, ſo laſſen ſich die übrigen ſechs finden, und wir können zu der nächſten Brechung übergehen, und ſo fort, ſo weit als es in unſerm Belieben ſteht. Es iſt unnöthig zu bemerken, daß, einige beſondere Fälle ausgenommen, die Verwickelung der Formeln ungeheuer wird, wenn man mehr als zwei Brechungen betrachtet. Wir haben hierdurch die allgemeine Auflöſung der Aufgabe; allein ihre Wichtigkeit in optiſchen Unterſuchungen erfordert eine ins Einzelne gehende Unterſuchung für verſchiedene Fälle.

201. Erſter Fall. Wir wollen nur zwei ebene Flächen berückſichtigen, bei denen die Brechung in einer Ebene geſchieht, nämlich in dem Hauptdurchſchnitt der beiden Ebenen, oder des Prisma, welches dieſelben einſchließen.

Es falle der Strahl SC (Fig. 28) aus dem leeren Raume auf irgend eine brechende Oberfläche AC eines Prisma CAD in der Ebene ſeines Hauptdurchſchnitts, man ziehe PC ſenkrecht auf die Oberfläche, und CS′ ſo, daß

$$\sin PCS' : \sin PCS = 1 : \mu.$$

dann iſt S′C die Richtung des gebrochenen Strahls CD. Ferner ziehe man CP′ ſenkrecht auf AD, und nehme den Winkel S″CP′ ſo daß

$$\sin P'CS'' : \sin P'CS' = 1 : \mu',$$

wo μ' das relative Brechungsverhältniß aus dem Mittel ACD in das Mittel ADE iſt; dann wird S″C dem Strahl nach der zweiten Brechung parallel ſeyn; man ziehe daher DE parallel mit S″C, ſo iſt DE der zweimal gebrochene Strahl. Setzte man wie in der allgemeinen Auflöſung SCP $= \alpha$, S′CP′ $= \alpha'$, S′CP $= \varrho$, S″CP′ $= \varrho'$, PCP′ $=$ I, u. ſ. w., ſo wird

$$\left.\begin{aligned} \sin\alpha &= \mu \cdot \sin\varrho. \\ \alpha' &= \mathrm{I} \pm \varrho. \\ \sin\alpha' &= \mu' \cdot \sin\varrho'. \\ \pm D &= SCS'' = \alpha + \mathrm{I} - \varrho' \\ \theta &= 0; \quad \varphi = 0: \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Die erſte dieſer Gleichungen giebt ϱ, wenn μ und α bekannt ſind; die zweite giebt den Werth von α', ſobald ϱ gefunden iſt; die dritte giebt ϱ', ſobald α' und μ' bekannt ſind, und aus der letzten findet ſich die Abweichung D.

202. Das Zeichen von D iſt zweideutig. Sehen wir die Ab-

Digitized by Google

lenkung von der urſprünglichen Richtung gegen den dickern Theil des Prisma zu oder von der Kante deſſelben abwärts als poſitiv an, welches für den folgenden Gebrauch bequemer ſeyn wird, ſo müſſen wir das untere Zeichen nehmen, ſo daß

$$D = \varrho' - I - \alpha \qquad \text{(b)}$$

wird; findet das Umgekehrte ſtatt, ſo muß man das obere Zeichen gebrauchen. Wir wollen die vorige Bezeichnungsart beibehalten.

203. Zweiter Fall. Wenn wir im vorigen Falle annehmen, daß das Mittel, in welches der Strahl wieder heraustritt, daſſelbe iſt, als dasjenige war, aus welchem der Strahl urſprünglich in das Prisma überging, wie z. B. wenn es der leere Raum wäre, ſo haben wir $\mu' = \frac{1}{\mu}$. Dieß iſt der Fall der Brechung, durch ein gewöhnliches Glasprisma, oder irgend ein anderes Prisma, welches aus einer durchſichtigen Materie beſteht. In dieſem Fall bedeutet I den brechenden Winkel des Prisma, μ das Brechungsverhältniß, und zwar das abſolute, wenn ſich das Prisma im leeren Raum befindet, das relative, wenn es von einer andern brechenden Materie eingeſchloſſen iſt. Das Syſtem der Gleichung, welche die Ablenkung und Richtung des gebrochenen Strahls beſtimmen, wird dann

$$\left.\begin{aligned} \sin\alpha &= \mu \cdot \sin\varrho \\ \sin\alpha' &= \sin(I \pm \varrho) \mp \\ \sin\varrho' &= \mu \cdot \sin\alpha' \\ \sin D &= \sin(\varrho' - \alpha - I) \end{aligned}\right\} \quad \text{(c)}$$

204. Erſter Zuſatz. Die Ablenkung kann auf eine andere Art ausgedrückt werden, auf die wir uns ſpäterhin beziehen werden. Man hat nämlich

$$\begin{aligned} \sin(I + D + \alpha) &= \sin\varrho' = \\ &= \mu \cdot \sin\alpha' = \mu \cdot \sin(I + \varrho) \\ &= \mu \cdot \{\sin\varrho \cdot \cos I + \cos\varrho \cdot \sin I\} \\ &= \mu \cdot \left\{ \begin{aligned} &\sin\varrho - 2\sin\varrho \cdot \sin\tfrac{1}{2} I^2 \\ &+ 2\cos\varrho \cdot \cos\tfrac{1}{2} I \cdot \sin\tfrac{1}{2} I \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

weil bekanntlich

$$\cos I = 1 - 2\sin\tfrac{1}{2} I^2$$

$$\sin I = 2 \cdot \sin\tfrac{1}{2} I \cdot \cos\tfrac{1}{2} I.$$

Digitized by Google

iſt. Nun hat man aus der erſten der Gleichungen (c), $\sin \varrho =$ ~~$\mu \sin \alpha$~~ folglich

$$\sin (I + D + \alpha) = \sin \alpha + 2\,\mu \sin \tfrac{1}{2}\ I\,.\ \cos\left(\tfrac{1}{2} I + \varrho\right) \text{:(d)}$$

aus welcher D ſich leicht finden läßt, da I und α gegeben ſind, und ϱ aus der Gleichung $\sin \varrho = \frac{1}{\mu}.\ \sin \alpha$ berechnet werden kann.

205. Zweiter Zuſatz. Iſt $\alpha = 0$, oder fällt der Strahl ſenkrecht auf die erſte Oberfläche, ſo iſt auch $\varrho = 0$, und die Gleichung (d) wird ganz einfach

$$\sin (I + D) = \mu\ .\ \sin I; \qquad \text{(e)}$$

woraus ſich auch

$$\mu = \frac{\sin (I + D)}{\sin I\,.}, \qquad \text{(f)}$$

ergiebt.

Wir ſehen auf dieſe Art, daß wenn $\mu\,.\,\sin I$ größer als die Einheit iſt, oder wenn der brechende Winkel größer als $\text{arc}\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right)$, welches der entſcheidende Winkel, oder der kleinſte Winkel iſt, bei welchem eine innere Zurückwerfung ſtattfinden kann, dem die Ablenkung D eingebildet wird, und der Strahl unter einem ſolchen Winkel nicht durchgehen kann.

206. Dritter Zuſatz. Die Gleichung (f) verſchafft uns eine directe Methode, das Brechungsverhältniß irgend eines brechenden Mittels zu finden, aus welchem ſich ein Prisma bilden läßt. Wir brauchen nur den Winkel des Prisma, ſo wie den Winkel der Abweichung eines ſenkrecht auf die eine Seitenfläche auffallenden Strahls zu meſſen; denn auf dieſe Art ſind I und D durch Beobachtung gegeben, alſo wird auch μ bekannt. Doch iſt dieſe Methode nicht die bequemſte, und wir werden bald zu einer beſſeren gelangen.

207. Erklärung. Man nennt in der Optik ein Mittel dichter oder dünner als ein anderes, je nachdem der Strahl, welcher aus dem erſtern ins letztere geht, gegen das Einfallsloth zu oder von demſelben abwärts gebogen wird. Iſt die Rede von der brechenden Dichtigkeit eines Mittels, ſo meinen wir die Eigenſchaft, vermöge deren ſie einen Strahl mehr oder weniger von ſeinem Wege gegen das Einfallsloth zu lenkt, wenn der Strahl aus dem leeren Raum kommt. Das numeriſche Maß dieſer Dichtigkeit iſt das Brechungsverhältniß μ.

Digitized by Google

208. Aufgabe. Es iſt das Brechungsverhältniß eines Prisma gegeben, man ſucht die äußerſte Gränze ſeines brechenden Winkels, ſo daß, wenn dieſe überſchritten wird, kein Strahl mehr durch beide Seitenflächen deſſelben hindurchgehen kann.

Dieſe Gränze iſt, wie man leicht ſieht, derjenige Werth von I, welcher den Brechungswinkel ϱ' für alle Einfallswinkel auf die erſte Fläche des Prisma, oder für alle Werthe von α unmöglich macht, d. h. derjenige, welcher in allen Fällen der Größe

$$\mu \,.\, \sin(I + \varrho) - 1$$

einen poſitiven Werth beilegt. Es muß daher auch

$$\sin(I + \varrho) - \frac{1}{\mu}$$

poſitiv werden, und da $I + \varrho$ nicht $90°$ überſteigen kann, ſo muß man den Werth von I ſo wählen, daß in allen Fällen

$$I + \varrho - \text{arc}\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right).$$

poſitiv ausfällt. Nun iſt $\varrho = \text{arc}\left(\sin = \frac{\sin\alpha}{\mu}\right)$, folglich iſt derjenige Werth von α, welcher dem poſitiven Werth der betrachteten Function am wenigſten günſtig iſt, $= -90°$, wodurch $\varrho = -\text{arc}\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right)$, d. h. ſeinem größten negativen Werth gleich wird. Wenn alſo keine zweite Brechung ſtattfinden ſoll, ſo muß I wenigſtens ſo beſchaffen ſeyn, daß

$I - 2\,\text{arc}\left(\sin = \frac{1}{\mu}\right)$ poſitiv wird, d. h. der Neigungswinkel I der beiden Seitenflächen des Prisma gegen einander, oder wie man ſich kurz ausdrückt, der Winkel des Prisma, muß wenigſtens das Doppelte des Maximum des innern Zurückwerfungswinkels betragen.

209. Iſt z. B. $\mu = 2$, ſo muß I wenigſtens $60°$ ſeyn. In dieſem Fall geht kein Strahl direct durch ein gleichſeitiges Prisma, welches aus der angegebenen brechenden Materie beſteht.

210. Vierter Zuſatz. Iſt μ größer als 1, oder iſt das Prisma dichter als das umgebende Mittel, ſo wird $\mu \,.\, \sin I > \sin I$, und $\text{arc}\,.\,\sin(= \mu \sin I) > I$, ſo daß der Werth von D (Gleichung d. §. 204) poſitiv ausfällt, d. h. der Strahl

wird gegen das dickere Ende des Priſma gebrochen (Fig. 29). Iſt $\mu < 1$, oder das Priſma dünner als das umgebende Mittel, ſo findet das Gegentheil ſtatt. (Fig. 30.)

211. **Aufgabe.** Es iſt ein Priſma gegeben, welches ſich im leeren Raume, oder in einem auf beiden Seiten gleich dichten Mittel befindet, man ſoll die Richtung finden, in welcher ein Strahl auf die Vorderfläche des Priſma fallen muß, damit ſeine Abweichung ſo klein als möglich werde.

Da $D = \varrho' - \alpha - I$ (§. 203, c) und aus der Bedingung des Minimum in $dD = o$ iſt, ſo müſſen wir die Gleichung

$$d\varrho' = d\alpha$$

haben. Nun geben die Gleichungen (c), wenn ſie differentiirt werden

$$d\alpha \cdot \cos\alpha = \mu \cdot d\varrho \cdot \cos\varrho;$$

$$d\alpha' = d\varrho;$$

$$d\varrho' \cdot \cos\varrho' = \mu \cdot d\alpha' \cdot \cos\alpha';$$

ſo glich hieraus,

$$d\varrho' \cdot \cos\varrho' = \mu \cdot d\varrho \cdot \cos\alpha'$$

$$= d\alpha \cdot \frac{\cos\alpha \cdot \cos\alpha'}{\cos\varrho}.$$

oder auch

$$\frac{d\varrho'}{d\alpha} = \frac{\cos\alpha \cdot \cos\alpha'}{\cos\varrho \cdot \cos\varrho'} = 1.$$

$$\cos\alpha \cdot \cos\alpha' = \cos\varrho \cdot \cos\varrho'.$$

Quadrirt man die letzte Gleichung, ſo kommt

$$(1 - \sin\alpha^2)\ (1 - \sin\alpha'^2) = (1 - \sin\varrho^2)\ (1 - \sin\varrho'^2).$$

und wenn man darin für $\sin\alpha$ und $\sin\varrho'$ ihre Werthe $\mu \sin\varrho$ und $\mu \sin\alpha'$ ſetzt

$$\frac{1 - \mu\mu \cdot \sin\varrho^2}{1 - \sin\varrho^2} = \frac{1 - \mu\mu \cdot \sin\alpha'^2}{1 - \sin\alpha'^2}$$

aus welcher Gleichung ſich $\sin\varrho^2 = \sin\alpha'^2$ oder $\varrho = \pm\ \alpha'$ findet; dieß giebt

$$I + \varrho = I \pm \alpha'$$

$$\alpha' = I \pm \alpha'.$$

Das obere Zeichen iſt nicht anwendbar, da aus demſelben $I = o$ folgen würde; wir müſſen daher das untere nehmen, aus welchem

ſich $\alpha' = \frac{1}{2}$ ergiebt, welcher Werth den Bedingungen der Aufgabe Genüge leiſtet. Wir haben daher

$$\alpha' = \frac{1}{2} I;\ \varrho = -\frac{1}{2} I.$$

$$\sin \alpha = -\mu \,.\, \sin \frac{I}{2};$$

$$\sin \varrho' = +\mu \,.\, \sin \frac{I}{2}.$$

Dieſer Zuſtand der Dinge iſt Fig. 31 für den Fall dargeſtellt, wo μ größer als die Einheit iſt, oder wo das Prisma aus dichterer Materie, als das umgebende Mittel beſteht. Fig. 32 zeigt den Fall, in welchem es dünner, oder $\mu < 1$ iſt. Da in beiden Fällen α negativ ausfällt, ſo ſieht man, daß der einfallende Strahl auf der Seite des Einfallslothes liegen muß, welche abwärts an der Kante des Prisma ſich befindet, ſo wie SC. In beiden Fällen zeigen außerdem die Gleichungen

$$\varrho\ (= PCS') = -\frac{1}{2} I \left(= -\frac{1}{2} PCP'\right),$$

$$\alpha' = P'CS' = +\frac{1}{2} PCP',$$

daß der einmal gebrochene Strahl S'CD den Winkel PCP' halbirt, und daß daher der innerhalb des Prisma liegende Theil deſſelben CD mit beiden Seitenflächen gleiche Winkel bildet. Es iſt daher einerlei, auf welcher der beiden Seitenflächen der einfallende Strahl aufgefangen wird.

212. Fünfter Zuſatz. In dieſem Fall haben wir den wirklichen Werth der Abweichung durch die Formel

$$D = \varrho' - \alpha - I = 2 \text{ arc sin} \left(= \mu \sin \frac{1}{2} I\right) - I. \quad (f)$$

und hieraus auch

$$\sin \frac{I + D}{2} = \mu \,.\, \sin \frac{1}{2} I.$$

213. Sechster Zuſatz. Iſt unter dieſen Umſtänden I durch directe Meſſung, D durch Beobachtung der kleinſten Abweichung eines durch das Prisma gebrochenen Strahls gegeben, ſo findet ſich ſogleich μ aus der Gleichung

Digitized by Google

$$\mu = \frac{\sin \frac{I + D}{2}}{\sin \frac{I}{2}}, \qquad (g)$$

und dieſes iſt die leichteſte und genaueſte Art das Brechungsverhältniß irgend einer brechenden Materie zu finden, aus welcher ſich ein Prisma bilden läßt.

214. Beiſpiel. Ein Prisma von kieſelſaurem Blei, welches aus Kieſelerde und Bleioxyd zu gleichen Atomen verbunden beſteht, hat den Brechungswinkel $= 21° 12'$. Es bewirkte die kleinſte Abweichung von $24° 46'$ für einen Strahl von rothem Licht; wie groß iſt das Brechungsverhältniß für dieſen Strahl?

$$I = 21° 12', \quad \frac{1}{2} I = 10° 36';$$

$$D = 24° \; 6', \quad \frac{1}{2} D = 12° 23':$$

$$\sin \left(\frac{I}{2} + \frac{D}{2}\right) = \sin 22° 59' = 9.59158.$$

$$\sin \frac{I}{2} \qquad = \sin 10° 36' = 9.26470.$$

$$0.32688 = \log \mu$$

$$\mu = 2{,}123.$$

215. Dritter Fall. Wir wollen nun einen etwas allgemeinern Fall vornehmen, nämlich die letzte Richtung und Abweichung eines Strahls nach einer beliebigen Anzahl Brechungen durch ebene Oberflächen zu finden, indem man annimmt, daß alle Brechungen in einer Ebene geſchehen, und daher alle gemeinſchaftlichen Durchſchnitte der Ebenen einander parallel ſind.

Wir nehmen wie oben an, daß I die Neigung der erſten Fläche gegen die zweite, I' die der zweiten Fläche gegen die dritte bedeutet, und daß I, I' u. ſ. w. negativ werden, wenn die Ebenen im entgegengeſetzten Sinne, in welchem die poſitiven Winkel gerechnet werden, gegen einander geneigt ſind; ferner mögen $\delta, \delta', \delta''$ u. ſ. w. $\delta^{(n-1)}$ die verſchiedenen partiellen Ablenkungen des Strahls an der erſten, zweiten, dritten und nten Oberfläche bezeichnen. Bleiben die übrigen Bezeichnungen wie vorher, ſo hat man die volle Ablenkung

$$D = \delta + \delta' + \delta'' + \ldots\ldots + \delta^{(n-1)}$$

Digitized by Google

Da in allen dieſen Fällen $\theta = 180^\circ$ iſt, ſo kommt

$$\sin\alpha = \mu \cdot \sin\varrho \;;\; \alpha' = \varrho + I.$$
$$\mu' \cdot \sin\varrho' = \sin\alpha' \;,\; \delta = \alpha - \varrho$$
$$\alpha'' = \varrho' + I' \;,\; \mu'' \cdot \sin\varrho'' = \sin\alpha''$$
$$\delta' = \alpha - \varrho' \;;\quad \text{u. ſ. w. u. ſ. w.}$$

Hieraus erhalten wir, wenn n die Anzahl der Flächen bedeutet:

$$\sin\varrho = \frac{1}{\mu}\sin\alpha$$
$$\sin\varrho' = \frac{1}{\mu'} \cdot \sin(I + \varrho)$$
$$\sin\varrho'' = \frac{1}{\mu''} \cdot \sin(I' + \varrho')$$
$$\sin\varrho''' = \frac{1}{\mu'''} \cdot \sin(I'' + \varrho'')$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$
$$\sin\varrho^{(n-1)} = \frac{1}{\mu^{(n-1)}} \cdot \sin\left(I^{(n-2)} + \varrho^{(n-2)}\right).$$

Hat man hierdurch $\varrho, \varrho', \varrho'' \ldots\ldots$ beſtimmt, ſo erhalten wir $\alpha, \alpha', \alpha'' \ldots\ldots$ durch die Gleichungen

$$\alpha = \alpha$$
$$\alpha' = \varrho + I$$
$$\alpha'' = \varrho' + I'$$
$$\text{etc.} \qquad \text{etc.}$$
$$\alpha^{(n-1)} = \varrho^{(n-2)} + I^{(n-2)}$$

und endlich auch

$$D = \{\alpha + \alpha' + \alpha'' + \ldots\ldots + \alpha^{(n-1)}\}$$
$$- \{\varrho + \varrho' + \varrho'' + \ldots\ldots + \varrho^{(n-1)}\}$$
$$= \alpha + \{I + I' + I'' + \ldots\ldots + I^{(n-2)}\} - \varrho^{(n-1)}$$

Nun iſt $I + I' + I'' + \ldots\ldots + I^{(n-2)}$ die Neigung der erſten Ebene gegen die letzte, oder der Winkel des zuſammengeſetzten Priſma, welcher durch die Vereinigung aller Ebenen entſteht, und den wir durch A bezeichnen wollen, alſo wird

$$D = \alpha + A - \varrho^{(n-1)} \qquad (h)$$

216. Wir wollen nun unterſuchen, wie ein Strahl auf ein ſolches Syſtem von Oberflächen auffallen muß, damit ſeine vollſtändige Ablenkung ein Minimum iſt.

Da $dD = 0$ wird, und die Winkel $I, I', I'' \ldots\ldots$ conſtant ſind, ſo hat man

$$d\alpha = d\varrho^{(n-1)}.$$

Digitized by Google

Es iſt aber ferner

$$\mu . \sin \rho = \sin \alpha .$$
$$\mu' . \sin \rho' = \sin (\rho + I)$$
$$\mu'' . \sin \rho'' = \sin (\rho' + I')$$

u. ſ. w. u. ſ. w.

Folglich wenn man dieſe Gleichungen differentiirt

$$\mu \, d\rho . \cos \rho = d\alpha . \cos \alpha .$$
$$\mu' \, d\rho' . \cos \rho' = d\rho . \cos (\rho + I)$$
$$\mu'' \, d\rho'' . \cos \rho'' = d\rho' . \cos (\rho' + I')$$

u. ſ. w. u. ſ. w.

$$\mu^{(n-1)} \, d\rho^{(n-1)} \cos \rho^{(n-1)} = d\rho^{(n-2)} . \cos (\rho^{(n-2)} + I^{(n-2)}).$$

Multiplicirt man alle dieſe Gleichungen mit einander, ſo kommt

$$\mu \mu' \mu'' \ldots\ldots \mu^{(n-1)} . \cos \rho . \cos \rho' . \cos \rho'' \ldots . \cos \rho^{(n-1)} . \frac{d\rho^{(n-1)}}{d\alpha}$$
$$= \cos \alpha . \cos (\rho + I) . \cos (\rho' + I') \ldots\ldots\ldots \cos (\rho^{(n-2)} + I^{(n-2)})$$

oder auch

$$\mu \mu' \mu'' \ldots\ldots \mu^{(n-1)} . \cos \rho . \cos \rho' . \cos \rho'' \ldots\ldots \cos \rho^{(n-1)}$$
$$= \cos \alpha . \cos \alpha' . \cos \alpha'' \ldots\ldots \cos \alpha^{(n-1)} \qquad (i)$$

Dieſe Gleichung in Verbindung mit den vorigen Relationen zwiſchen den auf einander folgenden Werthen von ρ und α giebt uns die Auflöſung des Problems, allein die Endgleichungen, zu welchen man gelangt, ſind ſehr verwickelt und von hohen Graden. So würde ſchon im Fall von drei Brechungen die Endgleichung für $\sin \rho$ oder $\sin \rho'$ auf den ſechszehnten Grad ſteigen, und obgleich ihre Form nur vom achten Grade iſt, ſo iſt doch kein Weg vorhanden, ſie auf einen niedrigern Grad zu reduciren. Der einzige Fall, in welchem die Form der Gleichung eine weitere Behandlung zuläßt, iſt der, wo zwei bre= chende Flächen gegeben ſind, wo die Gleichung (i), die man im Allgemeinen unter die Form

$$\mu^2 . \mu'^2 \ldots . \mu^{(n-1)2} . (1 - \sin \rho^2)(1 - \sin \rho'^2) \ldots .$$
$$= (1 - \mu \mu \sin \rho^2)(1 - \mu' \mu' \sin \rho'^2) \ldots . \qquad (j)$$

bringen kann, ſich auf

$$(\mu^2 \mu'^2 - 1) - \mu^2 (\mu'^2 - 1) x - \mu'^2 (\mu^2 - 1) y = 0$$

reducirt, indem man der Kürze wegen

$$\sin \rho^2 = x, \quad \sin \rho'^2 = y$$

ſetzt. Verbindet man dieſelbe mit der Gleichung

$$\mu' \sin \rho' = \sin (\rho + I),$$

Digitized by Google

welche ſich auch ſo ſchreiben läßt:

$$(\mu'^2 y + x - \sin I^2)^2 = 4\mu'\mu' . \cos I^2 . xy,$$

ſo erhält man zur Beſtimmung von x und y eine Gleichung von quadratiſcher Form, welche in dem beſondern Fall, daß $\mu\mu' = 1$ iſt, oder wenn die zweite Brechung in daſſelbe Mittel geſchieht, in welchem ſich der Strahl vor ſeinem erſten Einfall bewegte, daſſelbe Reſultat giebt, welches wir ſchon für dieſen Fall durch ein ähnliches Verfahren gefunden haben. Obgleich wir nun nicht im Stande ſind die Endgleichungen im allgemeinen Fall aufzulöſen, ſo giebt doch die Gleichung (j) ein Kennzeichen an, durch welches der Zuſtand der kleinſten Ablenkung geprüft werden kann, und das in verſchiedenen Fällen nützlich ſeyn wird.

217. Vierter Fall. Die erſte und die zweite Brechungsebene ſtehen ſenkrecht auf einander, man verlangt die Relationen zu wiſſen, welche ſich aus dieſen Bedingungen ergeben.

In dieſem Fall haben wir $\theta = 90°$, sos $\theta = o$, $\sin\theta = 1$, ſo daß die allgemeine Gleichung (B) §. 199 giebt:

$$\sin\alpha = \mu . \sin\varrho.$$
$$\sin\alpha' = \mu' . \sin\varrho'$$
$$\sin\alpha' = \sin I . \sin\psi.$$
$$\cos\alpha' = \cos\varrho . \cos I + \sin\varrho . \sin I . \cos\psi.$$

Die letzte dieſer Gleichungen wird, indem man die Glieder transponirt und quadrirt:

$$\cos\alpha'^2 - 2 . \cos\alpha' . \cos\varrho . \cos I + \cos\varrho^2 . \cos I^2$$
$$= \sin\varrho^2 . \sin I^2 . (1 - \sin\psi^2)$$

Subſtituirt man hierin für $\sin\psi$ ſeinen aus der dritten Gleichung abgeleiteten Werth $\frac{\sin\alpha'}{\sin I}$, und zieht ſo viel als möglich zuſammen, ſo wird

$$\cos\alpha'^2 . \cos\varrho^2 - 2 . \cos\alpha' . \cos\varrho . \cos I + \cos I^2 = o.$$

Aus dieſer Größe, welche ein vollkommenes Quadrat iſt, erhält man

$$\cos\varrho . \cos\alpha' = \cos I \qquad (k)$$

Dieſe Gleichung entſpricht der Gleichung

$$\cos\alpha . \cos\alpha' = \cos I,$$

welche wir, unter derſelben Vorausſetzung, bei der Zurückwerfung (§. 104) gefunden haben. Denn da der letztere Fall in dem der Brechung enthalten iſt, indem man $\mu = -1$ ſetzt (§. 192), ſo haben wir dann $\alpha = -\varrho$, und $\cos\varrho = \cos\alpha$.

Digitized by Google

218. Erſter Zuſatz. Sind i und i′ die Neigungen desjenigen Theils des Strahls, welcher zwiſchen den Oberflächen liegt, gegen die erſte und die zweite Ebene, ſo haben wir

$$i = 90^\circ - \rho \; ; \; i' = 90^\circ - \alpha',$$

ſo daß die oben gefundene Gleichung

$$\sin i \,.\, \sin i' = \cos I$$

giebt, d. h. das Product der Sinus der Neigungen des Strahls gegen die beiden Ebenen, iſt dem Coſinus der Neigung beider Ebenen gegen einander gleich. Dieſelbe Relation kann auch anders auf folgende Art ausgedrückt werden: Nehmen wir an, daß der Strahl von beiden Seiten aus dem Innern des Prisma nach Außen zu geht, ſo iſt das Product der Coſinus ſeiner innern Einfallswinkel auf die zwei Ebenen gleich dem Coſinus der Neigung der beiden Ebenen. Wird der Satz auf dieſe Art ausgeſprochen, ſo iſt zugleich der Fall der Zurückwerfung darin enthalten.

219. Wir haben in dem gegenwärtigen Falle auch noch die Gleichungen:

$$\sin \rho = \frac{1}{\mu} \,.\, \sin \alpha$$

$$\sin \alpha' = \sqrt{\frac{\mu\mu \,.\, \sin I^2 - \sin \alpha^2}{\mu\mu - \sin \alpha^2}}$$

$$\sin \rho' = \frac{1}{\mu} \,.\, \sqrt{\frac{\mu\mu \,.\, \sin I^2 - \sin \alpha^2}{\mu\mu - \sin \alpha^2}}$$

$$\cos D = \cos (\alpha - \rho) \,.\, \cos (\alpha' - \rho')\;;$$

ſo daß, wenn α gegeben wird, alles Uebrige bekannt iſt. Die letzte Gleichung entſpricht der Gleichung $\cos D = \cos 2\,\alpha \,.\, \cos 2\,\alpha'$, im Fall der Zurückwerfung.

---

§. VII. Von der gewöhnlichen Brechung von krummen Oberflächen und von den Diakauſtiken, oder den Brennlinien, die durch Brechung entſtanden ſind.

220. Da die Brechung an einer krummen Oberfläche dieſelbe iſt, als diejenige an einer Ebene, welche die Oberfläche am Einfallspunkt berührt, ſo können wir vermittelſt der Geſetze der Brechung an ebenen Flächen, wenn wir die Natur der krummen Fläche

Digitized by Google

kennen, den Weg des gerochenen Strahls ableiten. Wir werden uns auf den einfachen Fall beſchränken, wo die Oberfläche eine durch Umdrehung entſtandene iſt, und der ſtrahlende Punkt in der Axe liegt.

221. Aufgabe. Es iſt ein ſtrahlender Punkt in der Axe irgend einer durch Umdrehung entſtandenen brechenden Oberfläche gegeben, man verlangt den Brennpunkt irgend eines Ringes der Oberfläche.

Es ſey CP die krumme Linie, Q der ſtrahlende Punkt, QqN die Axe, PM irgend eine Ordinate, PN eine Normale, und Pq oder qP die Richtung des gebrochenen Strahls, alſo q der Brennpunkt des durch die Umdrehung des Elements P beſchriebenen Ringes. Setzen wir dann das Brechungsverhältniß $= \mu$, und nehmen Q für den Anfang der Coordinaten an, ſetzen $QM = x$, $PM = y$,

$$r = \sqrt{xx + yy}\ ;\ p = \frac{dy}{dx},$$

ſo erhalten wir

$$\sin QPM = \frac{x}{r};\ \cos QPM = \frac{y}{r};$$

$$\sin NPM = \frac{p}{\sqrt{1+pp}};\ \cos NPM = \frac{1}{\sqrt{1+pp}}$$

folglich auch da $NPQ = QPM + NPM$ iſt,

$$\sin NPQ = \sin QPM \,.\, \cos NPM + \cos QPM \,.\, \sin NPM.$$
$$= \frac{x + py}{r\sqrt{1+pp}},$$

und hieraus ergiebt ſich

$$\sin NPq = \frac{1}{\mu}.\ \sin NPQ$$
$$= \frac{x + py}{\mu r \sqrt{1+pp}};$$
$$\cos NPq = \frac{Z}{\mu r \sqrt{1+pp}},$$

wenn wir der Kürze wegen

$$Z = \sqrt{\mu\mu rr\,(1 + pp) - (x + py)^2} \qquad (\alpha)$$

annehmen. Da ferner

$$MPq = NPq + NPM$$

iſt, ſo erhalten wir

$$\sin MPq = \frac{x + py + pZ.}{\mu r\,(1 + pp)}$$

$$\cos MPq = \frac{Z - p\,(x + py).}{\mu r\,(1 + pp)}$$

Hieraus ergiebt ſich nun leicht

$$\text{tang } MPq = \frac{x + py + pZ}{Z - p(x + py)}.$$

Ferner haben wir die Gleichung

$$Mq = PM\,.\,\text{tang } MPq = y\,.\,\text{tang } MPq$$

$$= \frac{y\,.\,(pZ + x + py)}{Z - p\,(x + py)}\;; \qquad \text{(b)}$$

folglich auch

$$Qq = x + y\,.\,\text{tang } MPq$$

$$= (x + py)\,.\,\frac{px - y - Z}{p\,(x + py) - Z} \qquad \text{(c)}$$

222. Erſter Zuſatz. Setzen wir den Bogen CP der krummen Linie $= S$, ſo haben wir, da $r\,dr = x\,dx + y\,dy = dx\,(x + py)$ iſt

$$Z = \sqrt{\mu^2 r^2 \frac{ds^2}{dx^2} - \frac{rr\,dr^2}{dx^2}}$$

$$= r\sqrt{\mu\mu\,.\,\frac{ds^2}{dx^2} - \frac{dr^2}{dx^2}} \qquad \text{(d)}$$

223. Zweiter Zuſatz. Wenn $\mu = -1$ iſt, in welchem Fall aus der Brechung eine Zurückwerfung wird, ſo erhalten wir

$$Z = \sqrt{rr\,(1 + pp - (x + py)^2}$$

$$= y - px.$$

indem wir für rr ſeinen Werth $xx + yy$ ſetzen, ſo daß der oben gefundene allgemeine Werth von Qq ſich auf

$$Qq = 2\,.\,\frac{(x + py)\,(px - y)}{2px - y\,(1 - pp)}$$

reducirt, welches daſſelbe iſt, als was wir §. 109 (b) für den Fall der Zurückwerfung fanden.

224. Dritter Zuſatz. Führen wir die Bezeichnung

$$P = \text{tang } MqP = \cot MPq = \frac{1}{\text{tang } MPq}$$

ein, ſo erhalten wir

$$P = \frac{Z - p\,(x + py)}{x + py + pZ} \qquad \text{(e)}$$

Digitized by Google

und die Gleichung des gebrochenen Strahls wird, wenn X und Y ſeine Coordinaten ſind, deren Anfang in Q iſt,

$$Y - y = - P\,(X - x). \qquad (f)$$

da Y auf der entgegengeſetzten Seite der Curve von Q aus liegt.

225. Für parallele Strahlen werden dieſe Ausdrücke folgende Geſtalt annehmen, indem man zuerſt ſtatt x, x + a ſetzt und dann a unendlich groß nimmt:

$$\left.\begin{aligned} Z &= a\sqrt{\mu\mu(1+pp)-1} \\ P &= \frac{-p+\sqrt{\mu^2(1+pp)-1}}{1+p\sqrt{\mu^2(1+pp)-1}} \end{aligned}\right\} \qquad (g)$$

$$Aq = x + y\,\frac{1+p\sqrt{\mu^2(1+pp)-1}}{-p+\sqrt{\mu\mu(1+pp)-1}}, \qquad (h).$$

---

§. VIII. Von den durch Brechung entſtandenen Brennlinien, oder den Diakauſtiken.

226. Die Theorie der durch Brechung entſtandenen Brennlinien iſt in jeder Rückſicht derjenigen, vermittelſt welcher die durch Zurückwerfung entſtandenen Brennlinien entwickelt ſind, völlig analog. Um die Coordinaten X und Y desjenigen Punkts in der Brennlinie zu finden, welcher dem Punkt P in der brechenden Curve entſpricht, haben wir nur die Gleichung (f) und ihr Differential nach der Größe x, y, p genommen zu betrachten, und ſie als zu gleicher Zeit beſtehend anzunehmen, wodurch wir die nöthigen Gleichungen erhalten, um X und Y als Functionen von x und y zu beſtimmen, eben ſo wie im Fall der Zurückwerfung des Lichts. Dieſe Gleichungen ſind

$$\left.\begin{aligned} X &= x + \frac{P+p}{dP}\cdot q\,dx\,; \\ Y &= y - \frac{P+p}{dP}\cdot dx\,; \end{aligned}\right\} \qquad (i)$$

Der einzige Unterſchied beſteht in den Vorzeichen und dem Werth von P, der anſtatt aus der Formel (a) §. 110, hier aus der verwickeltern Function (e) §. 223 genommen werden muß, und die Gleichung der Brennlinie wird man wie früher erhalten, indem man Alles außer X und Y aus dieſen beiden Gleichungen eliminirt.

227.

Digitized by Google

227. Es iſt außerdem einleuchtend, daß wenn wir, wie in der Theorie der Katakauſtiken

$$M = \frac{P+p}{dP} \, . \, dx$$

annehmen, und die Länge der Brennlinie $= S$, die Linie $Py = f$ ſetzen, wir völlig eben ſo, als in jener Theorie die Gleichungen

$$f = M\sqrt{1+PP}\,; \; -P = \frac{dY}{dX}$$

$$dS = df + dx \, . \, \frac{1-Pp.}{\sqrt{1+PP}}$$

erhalten. Man ſehe die §§. 139, 143, 144.

Nun haben wir, indem für P ſein Werth (e) ſubſtituirt wird,

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{1+PP} &= \frac{\mu r(1+pp)}{x+py+pZ}\,; \\ 1-Pp &= \frac{(x+py)(1+pp)}{x+py+pZ}\,; \end{aligned}\right\} \quad (k)$$

folglich wird der Werth von dS

$$dS = df + \frac{x+py}{\mu r} dx = df + \frac{dr}{\mu},$$

weil $(x+py)\,dx = r\,dr$ iſt. Integrirt man dieſen Ausdruck, ſo kommt

$$S = \text{Const.} + f + \frac{r}{\mu}$$

und wir erhalten daher endlich (Fig. 34)

$$\text{Bogen } Fy = CF - Py + \frac{1}{\mu}(QC - QP). \qquad (l)$$

228. Bei der Zurückwerfung des Lichts iſt $\mu = -1$, allein zu gleicher Zeit iſt das Vorzeichen von f negativ, weil in dieſem Fall der zurückgeworfene Strahl mit dem einfallenden auf einerlei Seite des Einfallspunktes liegt; daher ändern beide Glieder der Formel für S ihr Vorzeichen, und dieſer Ausdruck fällt mit dem, welcher §. 144 gefunden iſt, zuſammen.

229. Für den Fall der parallelen Strahlen müſſen wir den Werth von P gebrauchen, der §. 225 in der Gleichung (g) angegeben iſt. Setzt man $q = \frac{dp}{dx}$, und führt die Operationen aus, ſo finden wir

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} X &= x - \frac{1}{P}\cdot\frac{\mu\mu(1+pp)-1}{\mu\mu q} \\ Y &= y + \frac{\mu\mu(1+pp)-1}{\mu\mu q} \end{aligned}\right\} \quad (m)$$

230. Zuſatz. Nehmen wir $\mu = \infty$, oder die brechende Kraft des Mittels unendlich groß, ſo fällt der gebrochene Strahl mit der Normale zuſammen, und die Brennlinie wird mit der Evolute identiſch; es iſt einleuchtend, daß die Ausdrücke (m), im Fall daß $\mu = \infty$ iſt, ſich in die wohlbekannten Werthe der Coordinaten der Evolute verwandeln.

231. Kommen die auf die brechende Curve fallenden Strahlen nicht von einem Punkt her, ſondern ſind ſie Berührungslinien einer krummen Linie VV′V″ (Fig. 35), ſo müſſen wir $x - a$ für x in dem Werthe von P (§. 224, Gleichung (e)) ſetzen, und den Anfangspunkt der Coordinaten in A annehmen, indem wir AQ durch a bezeichnen; ſehen wir dann a als nach einem gewiſſen Geſetz veränderlich an, oder betrachten $x - a$ auf einmal als eine gegebene Function von x, und nehmen das Differential von P unter dieſer Vorausſetzung, ſo gelten die Gleichungen (i) immer noch, und reichen hin, um die Brennlinie zu beſtimmen.

232. Der ſtrahlende Punkt und das Brechungsverhältniß eines brechenden Mittels iſt gegeben, man ſoll die Beſchaffenheit der krummen Linie beſtimmen, welche alle Strahlen in Einen Punkt bricht.

Wir ſollen die Relation zwiſchen x und y hierbei dergeſtalt finden, daß Qq einen unveränderlichen Werth erhält. Es ſey $Qq = c$, und wir erhalten

$$c = (x + py)\,\frac{px - y - Z}{p(x+py) - Z}$$

in welchem Ausdruck die Größe

$$Z = \sqrt{\mu\mu(xx+yy)(1+pp) - (x+py)^2}$$

iſt. Dieſe Gleichung giebt

$$(x+py)\{p(x-c) - y\} = Z\,(x - c + py)$$

Quadrirt man auf beiden Seiten und ſetzt für Z^2 ſeinen Werth, ſo kommt:

$$(x+py)^2\{(p(x-c)-y)^2 + (x-c+py)^2\} = (x-c+py)^2\cdot\mu^2(x^2+y^2)(1+pp).$$

Digitized by Google

Führt man die linker Hand vom Gleichheitszeichen angedeuteten Operationen wirklich aus, ſo wird die ganze Gleichung durch $1 + pp$ theilbar und reducirt ſich auf

$$(x+py)^2 \{y^2 + (x-c)^2\} = \mu\mu (x-c+py)^2 (y^2 + x^2),$$

oder wenn man für p ſeinen Werth $\frac{dy}{dx}$ ſetzt, mit dx^2 multiplicirt, und dann die Quadratwurzel auszieht

$$\frac{xdx + ydy}{\sqrt{xx+yy}} = \mu \cdot \frac{(x-c)dx + ydy}{\sqrt{(x-c)^2 + yy}};$$

integrirt man dieſen Ausdruck, da auf jeder Seite des Gleichheitszeichens ſich ein vollkommenes Differential befindet, ſo erhält man

$$\sqrt{xx+yy} = b + \mu \cdot \sqrt{(x-c)^2 + yy} \qquad (n)$$

welches die Gleichung der verlangten Curve iſt, und im Allgemeinen einer krummen Linie der vierten Ordnung angehört.

233. Erſter Zuſatz. Man beſchreibe um Q (Fig. 36) mit einem willkürlich angenommenen Halbmeſſer AQ den Kreis ABDE; iſt dann CP die brechende krumme Linie, und ſetzt man $QA = b$, ſo wird

$$QP = \sqrt{xx+yy},$$
$$Pq = \sqrt{(x-c)^2 + yy},$$

und die Beſchaffenheit der krummen Linie wird dann durch die Gleichung

$$BP = \mu \cdot Pq$$

oder durch die Proportion

$$BP : Pq = \mu : 1$$

ausgedrückt.

234. Zweiter Zuſatz. Iſt $b = 0$, oder der Kreis ABE unendlich klein, ſo wird

$$QP : Pq = \mu : 1$$

welches eine bekannte Eigenſchaft des Kreiſes iſt. In dieſem Fall haben wir wirklich aus der Gleichung (n)

$$xx + yy = \mu\mu \{(x-c)^2 + yy\}.$$

Verändern wir den Anfang der Coordinaten, indem für x, $x + \frac{\mu^2}{\mu^2 - 1}$ geſetzt wird, ſo kommt

$$yy = \left(\frac{\mu}{\mu^2 - 1} \cdot c\right)^2 - xx.$$

Digitized by Google

Der Halbmeſſer des Kreiſes iſt daher gleich $\frac{\mu}{\mu\mu - 1} \cdot Qq$, und die Entfernung ſeines Mittelpunktes vom ſtrahlenden Punkte wird durch $\frac{\mu\mu}{\mu\mu - 1} \cdot Qq$ ausgedrückt. Nimmt man daher irgend einen Kreis HPC, deſſen Mittelpunkt in E ſich befindet (Fig. 37), und zwei Punkte Q, q ſo daß $QE = \mu . EC$ und

$$QC : Cq = \mu : 1$$

wird, ſo werden alle aus Q herkommenden Strahlen, die auf die Oberfläche PH fallen, nach ihrer Brechung im Mittel M, von q aus divergiren.

235. Dritter Zuſatz. Wenn $\mu = -1$ iſt, ſo wird die Gleichung (n), nachdem ſie von den Wurzelgrößen befreit wird, bloß vom zweiten Grade zwiſchen x und y ſeyn, und gehört daher einem Kegelſchnitt zu. Führt man die Reduction aus, ſo kommt:

$$yy = \frac{bb}{4} - xx + \left(\frac{cc - 2cx}{2b}\right)^2$$

aus welcher Gleichung man ſieht, daß der ſtrahlende Punkt Q in dem einen Brennpunkt, und q im andern ſich befindet. Dieſes iſt daſſelbe Reſultat, welches wir ſchon früher durch eine andere Art von Integration fanden.

236. Vierter Zuſatz. Iſt Q unendlich entfernt, und daher die Strahlen parallel, ſo müſſen wir den Anfangspunkt der Coordinaten von Q nach q verlegen, indem wir $c - x$ für x ſetzen, und dann c unendlich groß annehmen. Dieß giebt

$$\sqrt{cc - 2cx + xx + yy} = b + \mu \sqrt{xx + yy}.$$

Entwickelt man das vordere Glied in einer Reihe, ſo wird

$$c - b - x + \frac{xx + yy}{2cc} + \text{etc. etc.} = \mu \sqrt{xx + yy}$$

Es ſey $c - b = h$, welche Annahme, da b einen beliebigen Werth hat, der Allgemeinheit keinen Eintrag thut, und h daher irgend einen endlichen Werth haben mag; iſt dann c unendlich groß, ſo geht die Gleichung in dieſe über:

$$h - x = \mu \sqrt{xx + yy}.$$

Nun ſey CP ein Kegelſchnitt, q ſein Brennpunkt, AB die Axe, $qM = x$, $PM = y$, dann wird $QP = h - x$, wenn wir $qA = h$ ſetzen, und man ſieht, daß die vorige Gleichung die wohlbekannte

Eigenſchaft eines Kegelſchnitts ausdrückt, vermöge welcher QP : qP in einem conſtanten Verhältniß ſteht, welches hier wie $\mu : 1$ iſt. (Fig. 38.)

237. **Fünfter Zuſatz.** Die krumme Linie iſt eine Ellipſe, wenn QP größer als Pq wird, d. h. wenn der Strahl aus einem dünnern in ein dichteres Mittel fällt; im entgegengeſetzten Falle iſt es eine Hyperbel. Iſt QP = Pq, ſo wird die Curve eine Parabel ſeyn, in dieſem Fall iſt $\mu = 1$, und die Strahlen convergiren nach einem unendlich entfernten Brennpunkt, d. h. ſie bleiben parallel.

238. Um ein beſonderes Beiſpiel über die Aufſuchung einer durch Brechung entſtandenen Brennlinie aus den oben entwickelten allgemeinen Formeln zu geben, ſey die brechende Oberfläche eine Ebene, und wir erhalten, indem der Anfang der Coordinaten im ſtrahlenden Punkt angenommen wird, und die Coordinatenaxe der x ſenkrecht auf der brechenden Ebene ACB ſteht,

$$x = \text{Const} = QC = a,\ p = \frac{dy}{dx} = \infty$$

Hieraus erhalten wir

$$Z = p\sqrt{(\mu\mu - 1)yy + \mu\mu aa}\,;$$

$$P = -\frac{y}{\sqrt{(\mu\mu-1)yy + \mu\mu aa}}\,;$$

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{\mu\mu aap.}{\sqrt{(\mu\mu-1)yy + \mu\mu aa}}$$

Subſtituiren wir daher dieſe Werthe in den Gleichungen (i), ſo kommt

$$\left.\begin{aligned} \mu\mu aa(a - X) &= \{(\mu\mu - 1)yy + \mu\mu aa\}^{3/2} \\ Y &= \frac{1-\mu\mu}{\mu\mu}\cdot\frac{y^3}{aa} \end{aligned}\right\}$$

Eliminirt man die Größe y, ſo erhält man die Gleichung der Brennlinie:

$$\left(\frac{a-X}{\mu a}\right)^{2/3} + \left(\frac{\sqrt{1-\mu\mu}}{\mu}\cdot\frac{Y}{a}\right)^{2/3} = 1.$$

Dieß iſt die Gleichung der Evolute eines Kegelſchnitts, deſſen Mittelpunkt C iſt, und deſſen Brennpunkt der ſtrahlende Punkt Q ausmacht. Iſt μ größer als die Einheit, oder geſchieht die Brechung aus einem dünnern in ein dichteres Mittel, ſo iſt der Kegelſchnitt eine Ellipſe (Fig. 39), im entgegengeſetzten Fall eine Hyperbel (Fig. 40).

Digitized by Google

§. IX. Von den Brennpunkten der Kugeloberflächen für centrale Strahlen.

239. Die **Krümmung** einer Kugeloberfläche iſt das Umgekehrte ihres Halbmeſſers, oder ein Bruch, deſſen Zähler die Einheit, und deſſen Nenner die Anzahl der Einheiten desjenigen Maßes iſt, auf welches der Halbmeſſer bezogen wird.

240. Die **Nähe** zweier Punkte iſt das Umgekehrte ihrer gegenſeitigen Entfernung, oder der Quotient, welcher entſteht, wenn die Einheit durch die Anzahl der Einheiten dieſer Entfernung dividirt wird.

241. Die **Brennweite** einer ſphäriſchen Oberfläche iſt die Entfernung des Scheitels derſelben von dem Punkte, in welchem ſich die Strahlen vereinigen.

242. Die **Hauptbrennweite** der **Focallänge** iſt die Entfernung des Scheitels von demjenigen Punkte, in welchem ſich **parallele** und **centrale** Strahlen vereinigen, oder von dem ſie nach der Brechung oder Zurückwerfung ausgehen.

243. Die **Kraft** einer Kugeloberfläche iſt das Umgekehrte ihrer **Hauptbrennweite**, welche alſo eben ſo wie die Krümmung und die Nähe geſchätzt wird.

244. **Aufgabe. Den Brennpunkt einer ſphäriſchen brechenden Fläche nach einer Brechung für centrale Strahlen zu finden.**

Setzt man hier die Entfernung des ſtrahlenden Punktes Q von dem Mittelpunkte der Kugel $E = a$ (Fig. 41), ſo haben wir

$$(a-x)^2 + yy = rr, \quad p = \frac{a-x}{y},$$

$$1 + pp = \frac{rr}{yy} \quad ; \quad x + py = a.$$

und ſubſtituirt man dieſe Werthe in den allgemeinen Ausdrücken (§. 221), ſo erhält man

$$\left.\begin{aligned} yZ &= \sqrt{\mu^2 r^2 x^2 + (\mu^2 r^2 - a^2) y^2} \\ Qq &= a \left\{ 1 - \frac{rr}{a(a-x) - yZ} \right\} \\ Cq &= r \left\{ 1 - \frac{ra}{a(a-x) - yZ} \right\}. \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Dieſe Werthe von Qq und Cq enthalten die ſtrenge Auflöſung

Digitized by Google

der Aufgabe, wie auch die Amplitude desjenigen Ringes, zu welchem der Brennpunkt q gehört, beſchaffen ſeyn mag; und wir können zu denſelben immer wieder unſere Zuflucht nehmen. Da wir uns aber jetzt bloß mit centralen Strahlen zu beſchäftigen haben, ſo müſſen wir $y = o$ annehmen, und dann ergiebt ſich

$$x = a - r;\ yZ = \mu r x = \mu r (a - r)$$

$$\left.\begin{aligned} Qq &= a \cdot \frac{(a-r)(1-\mu)}{a - \mu a - \mu r.} \\ Cq &= \frac{\mu r (r-a)}{a - \mu a + \mu r.} \end{aligned}\right\} \quad (b)$$

245. Erſter Zuſatz. Dieſer letztere Ausdruck iſt die Brennweite für centrale Strahlen. Da nun $a - r = QC$, ſo erhalten wir die folgende Proportion

$$\mu \cdot QC - QE : \mu \cdot QC = CE : Cq \quad (c)$$

246. Zweiter Zuſatz. Nehmen wir den ſtrahlenden Punkt in unendlicher Entfernung, oder ſetzen wir $a = \infty$, und bezeichnet F die Stelle von q für centrale Strahlen, ſo iſt F der Hauptbrennpunkt, und wir erhalten

$$\left.\begin{aligned} CF &= \frac{\mu r}{\mu - 1.} \\ CE : CF &= \mu - 1 : \mu. \\ CE : EF &= \mu - 1 : 1. \\ CF : FE &= \mu : 1 \end{aligned}\right\} \quad (d)$$

247. Dieſe Reſultate laſſen ſich für unſere künftigen Zwecke bequemer ausdrücken, indem wir eine andere Bezeichnungsart einführen. Es ſey daher:

$R = \frac{1}{r} =$ der Krümmung der Oberfläche, und es mögen die poſitiven Werthe von R und r dem Fall entſprechen, wo der Mittelpunkt E rechter Hand vom Scheitel C, oder in der Richtung, nach welcher die Strahlen ſich bewegen, liegt.

$D = \frac{1}{Qc} =$ der Nähe des ſtrahlenden Punktes zur Oberfläche (Fig. 42), indem man D als poſitiv anſieht, wenn Q rechts von C liegt, wie Fig. 42, und negativ, wenn er ſich links befindet, wie Fig. 41. Da nun $QE = a$ iſt, und in der vorigen Rechnung QE als poſitiv betrachtet wurde,

wenn Q linker Hand von E lag, ſo müſſen wir (Fig. 42) $QE = -a$ haben, und $QC = QE + EC = r - a$, ſo daß

$$D = \frac{1}{r-a}\ ;\ a = \frac{1}{R} - \frac{1}{D}.$$

$$m = \frac{1}{\mu} = \text{dem Umgekehrten des Brechungsverhältniſſes}$$

$$F = \frac{1}{CF} = \text{der Kraft der Oberfläche.}$$

$f = \frac{1}{Cq} =$ der Nähe des Brennpunktes der gebrochenen Strahlen zur Oberfläche.

Die poſitiven Werthe von F und f, ſo wie die von Q und R zeigen an, daß die Punkte F, f, Q, E rechter Hand von C, oder in der Richtung, nach welcher die Strahlen ſich bewegen, liegen. Dieß kommt darauf hinaus, daß wir annehmen, der poſitive Fall ſey derjenige, wo convergente Strahlen auf eine convexe Oberfläche eines dichtern Mittels fallen. Wir haben dann

$$r = \frac{1}{R};\ r - a = \frac{1}{D}$$

$$a = \frac{1}{R} - \frac{1}{D}\ ;\ \mu = \frac{1}{m}.$$

Die Gleichung (b) giebt aber

$$\frac{1}{Cq} = \frac{a + \mu(r-a)}{\mu r(r-a)},$$

folglich wenn wir hierin die angegebenen Werthe ſubſtituiren, ſo kommt:

$$f = (1-m)\,R + m\,D \qquad (e)$$

Dieſe Gleichung enthält die ganze Lehre von den Brennpunkten der centralen Strahlen, die auf ſphäriſche Oberflächen fallen, und ſie kann als die Fundamentalgleichung dieſer Theorie angeſehen werden.

248. Im Fall der parallelen Strahlen haben wir $D = o$, die Strahlen mögen von der rechten Hand zur linken, oder von der linken zur rechten gehen. In beiden Fällen hat f denſelben Werth, nämlich $(1 - m)\,R$, und die Hauptbrennweite F iſt auch dieſelbe und wird durch die Gleichung

$$F = (1-m)\,R \qquad (f)$$

Digitized by Google

gegeben, woraus wir ſehen, daß die Kraft einer ſphäriſchen Oberfläche im directen Verhältniß ihrer Krümmung ſteht.

249. Hieraus erhalten wir auch die Gleichung

$$f = F + mD. \qquad (g)$$

250. Im Fall der Zurückwerfung, wo $\mu = -1$, oder $m = -1$ iſt, werden dieſe Gleichungen

$$F = 2R, \; f = 2R - D, \; f = F - D \qquad (h)$$

Wir haben die Ausdrücke für die Brennpunkte der centralen Strahlen in dem Fall gefunden, daß nur eine ſphäriſche Oberfläche gegeben iſt, und wir wollen nun irgend ein Syſtem von ſphäriſchen Oberflächen betrachten.

251. **Aufgabe. Den Brennpunkt für centrale Strahlen nach der Brechung durch eine beliebige Menge ſphäriſcher Oberflächen zu finden.**

Es ſeyen C', C'', C''' die Oberflächen, Q' der Brennpunkt der auf C' fallenden Strahlen, Q'' der der gebrochenen Strahlen, oder derjenigen, die auf C'' fallen u. ſ. w.; man nenne R', R'', R''' u. ſ. w. die Krümmungen der erſten, zweiten u. ſ. w. Oberfläche, μ', μ'' u. ſ. w. ihre Brechungsverhältniſſe aus dem vorhergehenden Mittel ins zunächſt darauf folgende, $m' = \frac{1}{\mu'}, m'' = \frac{1}{\mu''}$ u. ſ. w. Ferner ſey $D' = \frac{1}{C'Q'}, D'' = \frac{1}{C''Q''}$ u. ſ. w. und man ſetze $C'C'' = t', C''C''' = t''$ u. ſ. w., wo t', t'' u. ſ. w. als poſitiv betrachtet werden, wenn C'', C''' u. ſ. w. reſp. rechter Hand von C', O'' u. ſ. w. liegen, d. h. in der Richtung, in welcher ſich der Strahl bewegt; nehmen wir

$$\frac{1}{C'Q''} = f', \quad \frac{1}{C''Q'''} = f'' \text{ etc. etc.}$$

$$F' = (1 - m')R', \quad F'' = (1 - m'')R'', \text{ etc. etc.}$$

ſo haben wir aus §. 249

$$\left.\begin{aligned} f' &= F' + m'D' \\ f'' &= F'' + m''D'' \\ &\text{etc. etc. etc.} \end{aligned}\right\} \qquad (i)$$

Wir haben aber auch

$$C'Q' = \frac{1}{D'}, \; C''Q'' = \frac{1}{D''} = C'Q'' - C'C'' = \frac{1}{f'} - t' ;$$

und ſo fort, ſo daß wir außerdem die folgenden Relationen erhalten

$$\left.\begin{array}{l} D' = D' \\ D'' = \dfrac{f'}{1 - f' t'}, \\ D''' = \dfrac{f''}{1 - f'' t''}, \\ \text{etc. etc.} \end{array}\right\} \quad (j)$$

Subſtituirt man dieſe Werthe von D'', D''' u. ſ. w. in den Gleichungen (i), ſo erhält man dadurch die Werthe von f', f'' u. ſ. w.

252. Die beiden Syſteme von Gleichungen (i) und (j) enthalten die allgemeine Auflöſung der Aufgabe, wie auch der Zwiſchenraum zwiſchen den Flächen beſchaffen. Führt man aber dieſe Rechnungen wirklich aus, ſo werden die Ausdrücke für allgemeine Werthe von t', t'' u. ſ. w. außerordentlich verwickelt; auch giebt es kein Mittel dieſelben zu vereinfachen, da die Verwickelung im Gegenſtande ſelbſt liegt, und nicht in der Methode der Behandlung. Man kann hierüber Lagrange nachſehen (Sur la Théorie des lunettes, Mém. de Berlin. 1778). Wir wollen hier nur die hauptſächlichſten Fälle behandeln.

253. Die Brennweite eines Syſtems von ſphäriſchen Oberflächen zu finden, die an einander liegen.

Hier verſchwinden alle t', t'' u. ſ. w. und die Gleichungen (i) und (j) werden ganz einfach

$$D' = D', \quad D'' = f', \quad D''' = f''. \text{ u. ſ. w.}$$
$$f' = F' + m' D', \quad f'' = F'' + m'' D'', \text{ u. ſ. w.}$$

Aus dieſen erhalten wir durch Subſtitution

$$f'' = F'' + m'' F' + m' m'' D'$$
$$f''' = F''' + m''' F'' + m''' m'' F' + m''' m'' m' D'$$

welche Reihe man leicht ſo weit fortſetzen kann, als man will.

254. Erſter Zuſatz. Es ſey die Anzahl der Oberflächen $= n$, und es mag M' das abſolute Brechungsverhältniß aus dem leeren Raume in das erſte Medium, $M'' = \mu' \mu''$ das abſolute Brechungsverhältniß aus dem leeren Raume in das zweite Medium u. ſ. w. bedeuten, da μ', μ'' u. ſ. w. bloß die relativen Brechungsverhältniſſe aus jedem Medium in das nächſt folgende angeben. Auf dieſe Art erhalten wir

$$M^{(n)} f^{(n)} = D' + M' F' + M'' F'' + \ldots\ldots + M^{(n)} F^{(n)}. \quad (k)$$

255. Zweiter Zuſatz. Für parallele Strahlen, in welcher Richtung ſie auch auffallen mögen, iſt immer $D' = o$, und die Haupt-

Digitized by Google

brennweite des ganzen Syſtems, die wir durch $\frac{1}{\varphi^{(n)}}$ bezeichnen wollen, wird durch die Gleichung

$$M^{(n)}\varphi^{(n)} = M'F' + M''F'' + \ldots\ldots + M^{(n)}F^{(n)}, \quad (1)$$

gegeben.

256. Dritter Zuſatz. Hieraus ſieht man, daß wenn $\varphi^{(n)}$, die Kraft des Syſtems der Kugeloberflächen, oder das Umgekehrte der Focallänge für parallele Strahlen aus der letztern Gleichung gefunden iſt, der Brennpunkt für convergente oder divergente Strahlen auf Einmal durch die Gleichung

$$M^{(n)} f^{(n)} = M^{(n)} \varphi^{(n)} + D'$$

gefunden wird.

257. Der Kürze und der Bequemlichkeit wegen wollen wir unſere Bezeichnungsart folgendermaßen abändern; indem wir nämlich die accentuirten Buchſtaben auf die verſchiedenen einzelnen Oberflächen, die das Syſtem ausmachen, beſchränken, mögen die nicht accentuirten ſich auf die vereinte Wirkung des ganzen Syſtems beziehen. Indem daher F', F'' ..... $F^{(n)}$ die individuellen Kräfte der einzelnen Oberflächen bedeuten, wird F ohne Strich die vereinigte Kraft des ganzen Syſtems bezeichnen. In dieſer Rückſicht kann D' ohne Unterſchied in zwei Bedeutungen gebraucht werden; accentuirt, indem es ſich auf den Einfall an der erſten Oberfläche bezieht, oder nicht accentuirt, wo es die Nähe des Brennpunktes des ganzen Syſtems der einfallenden Strahlen zum Scheitel deſſelben bezeichnet. Auf ähnliche Art kann $M^{(n)}$ ohne Accent gebraucht werden, wenn wir die Brechungskraft des Syſtems ſo anſehen, als ob es zu einem Strahl gehörte, der durch eine einzige Brechung in das letzte Mittel übergeht. Unter dieſer Vorausſetzung werden die Gleichungen (k) und (l) in dieſe übergehen.

$$MF = M'F' + M''F'' + \ldots\ldots + M^{(n)}F^{(n)}; \quad (m)$$

$$Mf = MF + D\ ;\ M(F - f) + D = o. \quad (n)$$

258. Befindet ſich das ganze Syſtem im leeren Raume, oder geſchieht die letzte Brechung in den leeren Raum, ſo haben wir $M = 1 = M^{(n)}$, und die Gleichungen werden

$$\left.\begin{aligned} F &= M'F' + M''F'' + \ldots\ldots + M^{(n)}F^{(n)} \\ f &= F + D \end{aligned}\right\} \quad (o)$$

259. Erklärungen. Eine Linſe bedeutet in der Optik einen Theil eines brechenden Mittels, welcher von zwei durch Um-

drehung entſtandenen Oberflächen eingeſchloſſen wird, und deren Axen zuſammenfallen. Treffen die Oberflächen einander nicht, und ſchließen daher keinen Raum ein, ſo muß man ſich eine Gränze hinzugefügt denken, die in einer cylindriſchen Oberfläche beſteht, deren Axe mit der der Oberflächen zuſammenfällt.

Die Axe der Linſe iſt die gemeinſchaftliche Axe aller zu ihr gehörigen begränzenden Oberflächen.

Die Linſen werden nach der Natur ihrer Oberflächen eingetheilt in biconvexe, deren beide Oberflächen erhaben ſind (Fig. 44); planconvexe, deren eine Oberfläche eben, die andere erhaben iſt (Fig. 45); concavconvexe (Fig. 46); biconcave (Fig. 47); planconvexe (Fig. 48) und Menisken (Fig. 49), bei denen die concave Oberfläche weniger gekrümmt iſt als die erhabene. Auch theilt man ſie in ſphäriſche, wenn ihre Oberflächen Kugelabſchnitte ſind, in conoidiſche, wenn ſie Stücke von Ellipſoiden, Hyperboloiden u. ſ. w. ſind.

260. Dieſe verſchiedenen Arten werden algebraiſch durch die Gleichungen ihrer Oberflächen unterſchieden, ſo wie auch durch die Vorzeichen ihrer Krümmungshalbmeſſer. In dem Fall, daß die Linſen ſphäriſch ſind, auf welche allein wir unſere Unterſuchungen beſchränken wollen, werden wir einen poſitiven Krümmungshalbmeſſer derjenigen Oberfläche beilegen, welche ihre erhabene Seite nach der linken Hand kehrt, und einen negativen derjenigen, deren Convexität nach der rechten Hand gewendet iſt. Nach dieſer Annahme haben wir folgende verſchiedene Bezeichnungen:

Meniſkus und concavconvex:

Beide Halbmeſſer +, wie Fig. 46, 49, a,
beide Halbmeſſer —, wie Fig. 46, 49, b.

Planconvex.

Halbmeſſer der erſten Fläche +, der zweiten ∞, Fig. 45, b.
Halbmeſſer der erſten Fläche ∞, der zweiten —, Fig. 45, a.

Planconcav.

Halbmeſſer der erſten Fläche —, der zweiten ∞, Fig. 48, b.
Halbmeſſer der erſten Fläche ∞, der zweiten +, Fig. 48, a.

Biconvex.

Halbmeſſer der erſten Fläche +, der zweiten —, Fig. 44.

Biconcav.

Halbmeſſer der erſten Fläche —, der zweiten +, Fig. 47.

Digitized by Google

In allen Fällen nehmen wir an, daß die Strahlen von der linken nach der rechten Hand gehen.

Eine zuſammengeſetzte Linſe iſt eine ſolche, die aus mehreren aneinandergeſetzten Linſen beſteht.

Eine aplanatiſche Linſe iſt eine ſolche, welche alle auf ſie fallenden Strahlen in einen und denſelben Brennpunkt bricht.

261. Aufgabe. Die Kraft und den Brennpunkt einer einzelnen dünnen Linſe im leeren Raume zu finden.

Es ſeyen R' und R'' die Krümmungshalbmeſſer der erſten und der zweiten Oberfläche, μ das Brechungsverhältniß des Mittels, aus welchem die Linſe beſteht, $m = \frac{1}{\mu}$, F ihre Kraft, ſo erhalten wir, da die letzte Brechung in den leeren Raum geſchieht

$$F = \mu F' + F'' \; ; \; f = F + D ;$$

Da aber $F' = (1 - m') R'$ und $F'' = (1 - m'') R''$, und außerdem $m' = \frac{1}{\mu}$, $m'' = \mu$, ſo wird auch $F' = \frac{1}{\mu}(\mu - 1) R'$, $F'' = -(\mu - 1) R''$, ſo daß der Brennpunkt der Linſe durch die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} F = (\mu - 1)(R' - R'' \\ f = F + D \end{array}\right\} \quad (p)$$

beſtimmt wird.

262. Erſter Zuſatz. Die Kraft einer Linſe iſt dem Unterſchied der Krümmungen der beiden Oberflächen bei einem Meniſkus oder einer concavconvexen Linſe proportional; bei einer biconvexen oder biconcaven aber der Summe derſelben.

Bei einer planconvexen oder einer planconcaven Linſe verhält ſich die Kraft bloß wie die Krümmung der convexen oder der concaven Seite.

263. Zweiter Zuſatz. Für biconvexe Linſen iſt R' poſitiv, R'' negativ, ſo daß, wenn $\mu > 1$, F poſitiv ausfällt, oder die Strahlen convergiren nach einem Brennpunkt hinter der Linſe. Bei planconvexen iſt $R'' = o$ und R' poſitiv, oder $R' = o$, und R'' negativ. In beiden Fällen iſt F poſitiv und die Strahlen convergiren auch. Bei Meniſken iſt R' poſitiv, und obgleich auch R'' poſitiv wird, ſo hat es doch einen kleinern Werth als R, folglich findet daſſelbe ſtatt. In allen dieſen Fällen ſagt man, es ſey ein wirklicher

Brennpunkt vorhanden, da ſich die Strahlen in der That treffen. Bei biconcaven, planconcaven oder concavconvexen Linſen findet das Gegentheil ſtatt; der Focus liegt an der entgegengeſetzten Seite, oder nach den einfallenden Strahlen zu, und parallele Strahlen divergiren von demſelben nach ihrer Brechung. In dieſem Falle treffen daher die Strahlen einander nie, und der Brennpunkt wird ein virtueller Brennpunkt genannt.

264. Dritter Zuſatz. Iſt μ kleiner als die Einheit, oder beſteht die Linſe aus einem Mittel, welches weniger dicht als das umgebende iſt (da letzteres nicht nothwendig der leere Raum zu ſeyn braucht, wenn nur das ganze Syſtem ſich innerhalb eines und deſſelben Mittels befindet), ſo iſt $\mu - 1$ negativ, und alle vorhin auseinandergeſetzten Fälle werden umgedreht. Unter dieſer Vorausſetzung geben convexe Linſen virtuelle, concave aber reelle Brennpunkte.

265. Vierter Zuſatz. Für Linſen aus dichtern Mitteln ſind die Kräfte für biconvexe, planconvexe und Meniſken poſitiv, für biconcave, planconcave und concavconvexe negativ; das Umgekehrte findet für dünnere Mittel ſtatt.

266. Fünfter Zuſatz. Der Brennpunkt der parallelen Strahlen liegt immer in einerlei Entfernung, auf welche Seite der Linſe die Strahlen auch fallen. Denn wird die Linſe umgedreht, ſo geht R' in R'' über, und umgekehrt, aber da dieſelben zugleich ihre Vorzeichen ändern, ſo bleibt F ungeändert.

267. Sechster Zuſatz. Die Gleichung $f = F + D$ giebt $df = dD$. Dieß zeigt, daß die Brennpunkte der einfallenden und der gebrochenen Strahlen ſich immer in einerlei Richtung bewegen, wenn der eine in der Axe verſchoben wird, und daß außerdem ihre Nähe zur Linſe gleich viel zu- oder abnehmen.

268. Aufgabe. Den Brennpunkt der Centralſtrahlen irgend eines Syſtems von aneinanderliegenden Linſen zu beſtimmen, wenn man vorausſetzt, daß die Linſen unendlich dünn ſind.

Die allgemeine Aufgabe eines Syſtems von ſphäriſchen Oberflächen enthält dieſe Aufgabe als einen beſondern Fall, denn wir können die hintere Fläche der erſten Linſe und die vordere der zweiten ſo anſehen, als ob ſie eine Linſe aus dem zwiſchen beiden Linſen liegenden leeren Raum bildete, und ſo für die übrigen. So

läst ſich das Syſtem von Linſen in ein Syſtem von ſphäriſchen Oberflächen auf, die alle in Berührung mit einander ſtehen, indem immer ein brechendes Mittel um das andere das Brechungsverhältniß 1 beſitzt. Nennen wir dann μ', μ'', μ''' u. ſ. w. die Brechungsverhältniſſe der Linſen, ſo wird

$$M = 1;\ M' = \mu';\ M'' = 1;\ M''' = \mu'';\ \text{u. ſ. w.}$$

Die zuſammengeſetzte Kraft F wird dann (258, o) durch

$$F = \mu' F' + F'' + \mu'' F''' + F^{IV} + \ldots\ldots$$

ausgedrückt werden. Es iſt aber

$$F' = (1 - m') R' = \frac{1}{\mu'} (\mu' - 1) R'$$

$$F'' = (1 - m'') R'' = (1 - \mu') R''$$

weil $m' = \frac{1}{\mu'}$, $m'' = \mu'$ iſt; folglich wird

$$\mu' F' + F'' = (\mu' - 1)(R' - R'')$$

und auf ähnliche Weiſe

$$\mu'' F''' + F^{IV} = (\mu'' - 1)(R''' - R^{IV})$$

u. ſ. w. u. ſ. w.

ſo daß wir endlich die Gleichung

$$F = (\mu' - 1)(R' - R'') + (\mu'' - 1)(R''' - R^{IV}) + \ldots\ldots$$

erhalten. Nun ſind aber die verſchiedenen Glieder, aus welchen dieſe Gleichung beſteht, die reſpectiven Kräfte der einzelnen Linſen, aus denen das Syſtem beſteht (§. 261), ſo daß, wenn wir nach derſelben Bezeichnungsart durch L', L'', L''' u. ſ. w. die Kräfte der einzelnen Linſen bezeichnen, und die Geſammtkraft des ganzen Syſtems L nennen,

$$L = L' + L'' + L''' + \ldots\ldots \qquad (q)$$

werden wird. Dieſe Gleichung zeigt, daß die Kraft irgend eines Syſtems von Linſen der Summe der Kräfte der einzelnen Linſen gleich iſt; das Wort Summe muß hierbei im algebraiſchen Sinne genommen werden, wenn einige dieſer Linſen eine negative Kraft beſitzen. Außerdem ſieht man leicht, daß wir auch $f = L + D$ haben, wie es der Fall bei einer einzelnen Linſe iſt.

269. Umgekehrt können wir auch ein Syſtem von ſphäriſchen Oberflächen, die die Gränzen von aneinanderliegenden brechenden Mitteln bilden (wie z. B. bei einer hohlen mit Waſſer gefüllten Glaslinſe), als aus einzelnen Linſen beſtehend anſehen, indem wir uns vorſtellen, daß die concave Seite des einen Medium, und die

Digitized by Google

convexe Seite des andern, welches in unmittelbarer Berührung mit dem erſten ſteht, durch einen unendlich ſchmalen leeren Raum von einander getrennt werden, wie in Fig. 50. Auf dieſe Art kann ein Syſtem von einer beliebigen Anzahl, z. B. n Mitteln, deren Oberflächen in ihrer ganzen Ausdehnung ſich berühren, durch ein gleichgeltendes Syſtem von 2 n — 1 Linſen erſetzt werden, von denen eine um die andere als aus leerem Raum gebildet, oder ohne Brechungskraft angenommen wird. Dieſe Art den Gegenſtand zu betrachten, iſt oft von ſehr bequemem Gebrauch. Sie leitet uns außerdem auf das Reſultat, daß die Kraft einer beliebigen Anzahl ſphäriſcher Oberflächen, die ſich im leeren Raum befinden, der Summe der Kräfte der verſchiedenen Linſen, in welche das Syſtem der ſphäriſchen Oberflächen zerlegt werden kann, gleich iſt, wenn jede der einzelnen Linſen als im leeren Raume befindlich und für ſich wirkend betrachtet wird.

270. Wir wollen nun zu dem Fall zurückkehren, wo die Flächen durch endliche Räume von einander getrennt ſind, und wir werden zuerſt die Brennpunkte eines Syſtems von Oberflächen unterſuchen, deren Entfernungen von einander klein genug ſind, daß ihre Quadrate vernachläſſigt werden können. In dieſem Fall werden die Gleichungen (j) des §. 251

$$D' = D,\ D'' = f' + f'^2 t';$$
$$D''' = f'' + f''^2 t';\ \text{u. ſ. w. u. ſ. w.}$$

Subſtituirt man dieſe Werthe in die Gleichungen (i) und behält die Bezeichnungen des §. 257 bei, ſo kommt

$$\left.\begin{aligned} Mf = M^{(n)} f^{(n)} = M'F' + M''F'' + \ldots\ldots + M^{(n)}F^{(n)} + D \\ + M' f'^2 t' + M'' f''^2 t'' \\ + \ldots\ldots\ldots + M^{(n-1)} f^{(n-1)2} t^{(n-1)} \end{aligned}\right\}.$$

Hierin haben wir nun zu bemerken, daß

$$f' = F' + m' D$$
$$f'' = F'' + m'' F' + m' m'' D'$$
u. ſ. w. u. ſ. w.

und ſubſtituirt man die auf dieſe Art ausgedrückten Werthe von $f', f'' \ldots$, in vorige Gleichung, ſo erhält man

$$\left.\begin{aligned} Mf = M'F' + M''F'' + M'''F''' + \ldots\ldots + D \\ + M'(F' + m'D)^2 t' \\ + M''(F'' + m''F' + m''m'D)^2 t'' \\ + \ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (r)$$

271.

Digitized by Google

271. Im Fall daß zwei Oberflächen gegeben ſind, oder eine einzige Linſe im leeren Raume, erhält man, da $M = 1$ iſt

$$\left.\begin{aligned} f = (\mu - 1)(R' - R'') + D \\ + \frac{1}{\mu}\left\{(\mu - 1)R' + D\right\}^2 t \end{aligned}\right\} \quad (s)$$

Für parallele Strahlen wird dieſer Ausdruck:

$$F = (\mu - 1)(R' - R'') + \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} R'^2 . t; \quad (t)$$

wo t für t' geſetzt iſt, und den Abſtand beider Oberflächen von einander, oder die Dicke der Linſe bezeichnet.

272. **Aufgabe.** **Die Brennpunkte einer Linſe zu beſtimmen, deren Dicke t zu beträchtlich iſt, als daß man irgend eine ihrer Potenzen vernachläſſigen könnte.**

$$D' = D,\ D'' = \frac{f}{1 - f't'};$$
$$f' = (1 - m')R' + m'D;$$
$$f'' = (1 - m'')R'' + m''D'';$$

Die letzte Gleichung giebt, indem man bemerkt, daß

$m' = \frac{1}{\mu}$, $m'' = \mu$ iſt,

$$f' = f' = \frac{(\mu - 1)(R' - R'') + D + \frac{\mu - 1}{\mu}\left\{(\mu - 1)R' + D\right\}R''t.}{1 - \frac{1}{\mu}\left\{(\mu - 1)R' + D\right\}t} \quad (u)$$

und für parallele Strahlen

$$F = \frac{\mu(\mu - 1)(R' - R'') + (\mu - 1)^2 R'R''t}{\mu - t(\mu - 1)R'} \quad (v)$$

273. **Erſtes Beiſpiel.** **Die Brennpunkte einer Kugel zu beſtimmen.**

Hier iſt $R'' = -R' = -R$, $t = \frac{2}{R}$, und die Gleichungen (u) und (v) gehen in dieſe über

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{(2\mu - 2)R + (2 - \mu)D}{(2 - \mu)R - 2D} R; \\ F &= \frac{2\mu - 2}{2 - \mu} . R; \end{aligned}\right\} \quad (w)$$

274. Erſter Zuſatz. Iſt z. B. $\mu = 2$, ſo werden dieſe Werthe

$$f = \frac{RR}{D}\ ;\ F = \infty\ ,$$

In dieſem Fall ſehen wir, daß, da f und F die Nähe der Brennpunkte zur hintern Seite der Kugel angeben, der Brennpunkt für parallele Strahlen auf dieſe Oberfläche fällt, und daß in jedem andern Falle, wie in Fig. 51 und 52, q durch die Proportion

$$QC : CE = EH : Eq$$

gegeben wird.

275. Zweiter Zuſatz. Was auch der Werth von μ ſeyn mag, ſo halbirt der Brennpunkt für parallele Strahlen nach der zweiten Brechung die Entfernung zwiſchen dem hintern Theil der Kugel und dem nach der erſten Brechung entſtehenden Brennpunkt.

276. Zweites Beiſpiel. Die Brennpunkte einer Halbkugel in folgenden zwei Fällen zu beſtimmen, erſtens, wenn die erhabene Seite, und zweitens, wenn die ebene Seite das auffallende Licht erhält.

Im erſten Fall iſt $R' = R$, $R'' = o$, $t = \frac{1}{R}$, folglich

$$f = \frac{(\mu - 1)R + D}{R - D} . R\ ;\ F = (\mu - 1)R .$$

277. In dem zweiten Fall, wenn die Strahlen zuerſt die ebene Fläche treffen, iſt $R' = o$, $R'' = -R$, $t = \frac{1}{R}$, ſo daß

$$f = \frac{\mu(\mu - 1)R + D}{\mu R - D} . R;\ F = (\mu - 1)R .$$

278. Verhält ſich die Dicke eines Kugelabſchnitts, welcher mit der erhabenen Seite dem einfallenden Strahle ausgeſetzt wird, zum Halbmeſſer wie $\mu : \mu - 1$, oder wenn

$$t = \frac{\mu}{\mu - 1} . \frac{1}{R} = \frac{1}{(1 - m)R},\ R'' = o.$$

iſt, ſo geben die Ausdrücke (u) und (v),

$$f = -(\mu - 1) . \frac{R}{D} \left\{ (\mu - 1)R + D \right\}\ ;$$

$$F = \infty\ ;$$

In dieſem Fall liegt der Brennpunkt für parallele Strahlen auf der hintern Seite des Kugelabſchnitts.

Digitized by Google

279. Im Allgemeinen hat man für jeden Kugelabſchnitt, wenn derſelbe mit ſeiner convexen Seite den Strahlen ausgeſetzt wird, $R''=0$, und

$$f = \mu \frac{(\mu-1)R+D}{\mu+\{(\mu-1)R+D\}t} \;;$$

$$F = \frac{\mu(\mu-1)R}{\mu+(\mu-1)Rt} \,.$$

Fallen die Strahlen auf die ebene Oberfläche, ſo wird

$$f = (\mu-1)R + \frac{\mu D}{\mu - tD} \;;$$

$$F = (\mu-1)R \,.$$

280. Iſt $R' = R''$, oder macht die Linſe ein Stück einer Kugelſchale von gleichen Krümmungen aus, von denen die eine convex, die andere concav iſt, ſo wird

$$f = \frac{\mu D + (\mu-1)\{(\mu-1)R+D\}Rt}{\mu-\{(\mu-1)R+D\}t} \,.$$

$$F = \frac{(\mu-1)^2 R^2 . t}{\mu-(\mu-1)Rt} \,.$$

---

§. X. Von der Abweichung der Strahlen in einem Syſtem von ſphäriſchen Oberflächen.

281. **Aufgabe.** Den Brennpunkt irgend eines Ringes einer brechenden oder zurückwerfenden Kugeloberfläche zu finden.

Die Gleichungen (a) in §. 244 enthalten in der That eine vollſtändige Auflöſung dieſer Aufgabe, allein die Anwendungen für den praktiſchen Theil der Optik verlangen eine angenäherte Auflöſung für Ringe von geringem Durchmeſſer, oder in denen y in Vergleich mit r nur klein iſt. Nimmt man daher y ſo klein an, daß ſeine vierte und höhern Potenzen vernachläſſigt werden können, ſo geben die in dem angegebenen §. entwickelten Gleichungen

$$x = a - \sqrt{rr - yy} = a - r + \frac{yy}{2r} \;;$$

$$a - x = r - \frac{yy}{2r} \;;$$

Digitized by Google

$$yZ = \mu r(a-r) + \frac{a(\mu\mu r - a)}{2\mu r(a-r)} yy;$$

und ſubſtituirt man dieſe Ausdrücke in dem Werthe von Cq, welcher in demſelben Paragraph gefunden iſt, ſo erhalten wir für die Entfernung des Brennpunkts der gebrochenen Strahlen vom Scheitel

$$\left. \begin{aligned} Cq = & \frac{\mu r(r-a)}{a-\mu a+\mu r} \\ & - \frac{\mu-1}{2\mu} \cdot \frac{aa(a+\mu r)}{(a-r)(a-\mu a+\mu r)^2} \cdot \frac{yy}{r} \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

282. Um aber die jetzige Bezeichnungsart mit der im Vorigen angewandten in Uebereinſtimmung zu bringen, wollen wir, anſtatt Cq ſelbſt zu nehmen, ſein Umgekehrtes ausdrücken. Da wir bisher den Werth dieſes Umgekehrten für centrale Strahlen durch f ausgedrückt haben, ſo wollen wir dieß auch in der Folge thun, und für Strahlen, welche in der Entfernung y von der Mitte auffallen, wollen wir daſſelbe Umgekehrte durch $f + \Delta f$ bezeichnen, wo Δf der Theil von f iſt, welcher der Abweichung des Einfallspunktes vom Scheitel zugehört. Vernachläſſigt man nun y^n, ſo kommt

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{Cq} = & \frac{a-\mu a+\mu r}{\mu r(r-a)} \\ & + \frac{\mu-1}{2\mu^3} \cdot \frac{aa(a+\mu r)}{r^3(a-r)^3} \cdot yy \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Setzen wir nun, wie wir bisher gethan haben, $\mu = \frac{1}{m}$, $r = \frac{1}{R}$, $a = \frac{1}{R} - \frac{1}{D}$, und ſubſtituiren dieſe Werthe in der obern Gleichung, ſo erhalten wir den Werth von $\frac{1}{Cq}$ oder von $f + \Delta f$ durch m, R und D ausgedrückt, und ziehen wir davon das von yy unabhängige Glied ab, welches den Werth von f angiebt, ſo erhalten wir Δf folgendermaßen

$$\Delta f = \frac{m(1-m)}{2}(R-D)^2\left\{mR-(1+m)D\right\} yy. \quad (c)$$

283. Erklärung. Die Längenabweichung iſt die Entfernung zwiſchen dem Brennpunkt der centralen Strahlen, und dem Brennpunkt q des Ringes, deſſen Halbmeſſer oder halbe Oeffnung $y = MP$ beträgt.

Die Seitenabweichung im Brennpunkt iſt die Abweichung

Digitized by Google

des gebrochenen Strahls von der Axe, oder das Stück fk, welches durch den äußerſten Strahl von einem auf der Axe im Brennpunkt errichteten Perpendikel abgeſchnitten wird.

284. Dieſe beiden Abweichungen laſſen ſich ſehr leicht aus dem oben gegebenen Werthe von Δf finden; denn da $Cq = \frac{1}{f}$, ſo haben wir $\Delta \cdot Cq =$ die Längenabweichung $= \Delta \cdot \frac{1}{f} = - \frac{\Delta f}{ff}$, oder wenn man dieſe Abweichung durch w bezeichnet,

$$w = - \frac{\Delta f}{ff}; \quad (d)$$

und da außerdem

$$Cq : qk = y : fk, \text{ oder } \frac{1}{f} : w = y : fk.$$

ſo erhalten wir fk oder die Seitenabweichung

$$= f \cdot y \cdot w = - \frac{\Delta f}{f} y.$$

wo nach vorigen Rechnungen

$$f = (1 - m) R + m D.$$

Auf dieſe Weiſe iſt die ganze Theorie der Seitenabweichungen von dem Werthe von Δf abhängig gemacht, und wir gehen zur Betrachtung der verſchiedenen Fälle über, die ſich in dieſer Rückſicht darbieten.

285. Erſter Fall. Für parallele Strahlen iſt $D = 0$, alſo auch

$$\left.\begin{aligned} \Delta f &= \frac{mm(1-m)}{2} \cdot R^3 y^2; \\ w &= - \frac{mm}{2(1-m)} \cdot R \cdot y^2; \\ \text{Seitenabweichung} &= - \frac{mm}{2} \cdot RR y^3; \end{aligned}\right\} \quad (f)$$

286. Zweiter Fall. Für zurückgeworfene Strahlen hat man $m = \mu = -1$, und

$$\left.\begin{aligned} \Delta f &= R(R-D)^2 y^2; \\ w &= - \frac{R(R-D)^2}{(2R-D)^2} y^2; \\ \text{Seitenabweichung} &= - \tfrac{1}{2} (R-D)^2 y^3; \end{aligned}\right\} \quad (g)$$

und dieſe Ausdrücke werden für parallele Strahlen

$$\left.\begin{array}{c}\Delta f = R^3 yy \;;\; w = -\frac{1}{4} Ryy \;; \\ \text{Seitenabweichung} = -\frac{1}{2} R^2 y^3\end{array}\right\} \quad (h)$$

287. Setzen wir in den allgemeinen Formeln entweder $D = R$ oder $mR - (1+m) D = o$, welches letztere

$$D = \frac{m}{m+1} R \;;\; \frac{1}{D} = (\mu+1) \cdot \frac{1}{R},$$

giebt, ſo verſchwindet der Werth von Δf, und daher auch die Seitenabweichung. Bei der erſten Vorausſetzung hat man den Fall, für welchen die Strahlen nach dem Mittelpunkt der Krümmung convergiren, und wo ſie daher keine Brechung erleiden können. Bei der zweiten Vorausſetzung iſt der Punkt derjenige, welchen wir ſchon §. 234 beſtimmt haben. Es iſt aus dem, was am angegebenen Orte bewieſen iſt, einleuchtend, daß jede ſphäriſche Oberfläche CP zwei Punkte Q und q in ihrer Axe giebt, die eine ſolche Beſchaffenheit beſitzen, daß alle Strahlen, welche nach dem einen derſelben convergiren, oder aus demſelben divergiren, nach ihrer Brechung genau nach den andern zu convergiren, oder aus demſelben divergiren. Dieſe Punkte ſollen aplanatiſche Brennpunkte der Oberfläche genannt werden, und um ſie von einander zu unterſcheiden, ſey Q der aplanatiſche Brennpunkt für einfallende, q für gebrochene Strahlen. Um dieſelben in irgend einem gegebenen Fall zu finden, nehme man auf der Axe irgend einer Oberfläche, und zwar auf der concaven Seite derſelben, $CQ = \mu + 1$ multiplicirt mit dem Halbmeſſer CE der Oberfläche, und $Cq = \frac{1}{\mu} + 1$ multiplicirt mit demſelben Halbmeſſer; dann werden Q und q die aplanatiſchen Brennpunkte ſeyn. Bei der Zurückwerfung, wo $\mu = -1$ iſt, hat man $CQ = Cq = o$, und beide aplanatiſche Brennpunkte fallen mit dem Scheitel des Spiegels zuſammen.

288. Wir wollen nun die Wirkung unterſuchen, welche die Abweichung der Strahlen in der Verlängerung oder Verkürzung des Brennpunkts hervorbringt, den die einfallenden Strahlen bilden. Iſt $D = o$, oder ſind die Strahlen einander parallel, ſo hat Δf daſſelbe, und daher w das entgegengeſetzte Zeichen von R, oder von F, da $F = (1-m) R$ iſt. Hieraus ſieht man, daß

Digitized by Google

in dieſem Fall die Abweichung der Strahlen **den Brennpunkt der äußern Strahlen verkürzt.**

289. Der Punkt Q liegt in dieſem Fall in unendlicher Entfernung. So wie er ſich der Oberfläche nähert, oder ſo wie die Strahlen vom Parallelismus abweichen, und mehr convergiren oder divergiren, ſo vermindert ſich die Abweichung, aber der Brennpunkt der äußern Strahlen liegt immer noch näher an der Oberfläche, als der für die centralen Strahlen bis Q in den aplanatiſchen Brennpunkt A für auf die concave Seite einfallende Strahlen, oder in den Brennpunkt F, der für auf die convexe Seite fallende parallele Strahlen gilt, gelangt. Befindet ſich Q im erſten Punkt, ſo iſt die Abweichung Null, im letztern unendlich.

290. Liegt Q irgendwo zwiſchen dieſen beiden Punkten, ſo findet das Umgekehrte ſtatt, und die Wirkung der Abweichung beſteht darin, daß ſie den Brennpunkt für die äußeren Strahlen weiter von der Oberfläche entfernt, als ſich der Brennpunkt der centralen Strahlen befindet. Dieſe Reſultate laſſen ſich leicht aus der Betrachtung aller beſondern Fälle ableiten und gelten für alle Verſchiedenheiten der Krümmung, und für jedes brechende Mittel. Bei Spiegeln fallen die aplanatiſchen Brennpunkte mit dem Scheitel zuſammen, und bei denſelben liegt in jedem Fall der Brennpunkt für die äußern Strahlen näher an der Oberfläche, als der für die centralen Strahlen, den Fall ausgenommen, daß der ſtrahlende Punkt zwiſchen der Oberfläche und dem Hauptbrennpunkte auf der concaven Seite ſich befindet.

291. **Aufgabe. Die Abweichungen der Strahlen in irgend einem Syſtem von ſphäriſchen brechenden Oberflächen, die aneinander gelegt ſind, zu beſtimmen.**

Wir wollen die Bezeichnung des §. 257 beibehalten, und annehmen, daß der Strahl, nachdem er durch die erſte Oberfläche gegangen iſt, auf die zweite fällt. Seine Abweichung entſteht aus zwei verſchiedenen Urſachen: denn erſtens, nachdem er durch die erſte Oberfläche gegangen war, war ſeine Richtung nicht nach dem Brennpunkt der centralen Strahlen, ſondern nach einem Punkte hin, der um die, durch die Brechung der erſten Oberfläche hervorgebrachte Abweichung von demſelben entfernt liegt, und zweitens fällt derſelbe nicht im Scheitel der zweiten Oberfläche, ſondern in einem von demſelben entfernten Punkte auf, wodurch eine neue Ab-

Digitized by Google

weichung entſteht, welche, da ſie ſo wie die erſte nur klein iſt, den Grundſätzen der Differentialrechnung zufolge, als von der erſten unabhängig betrachtet werden kann, und wenn man ſie beſonders berechnet und zur erſten addirt, ſo erhält man die von beiden Oberflächen hervorgebrachte Abweichung. Daſſelbe gilt von den kleinen Aenderungen der Werthe von f', f'' u. ſ. w., die von den Abweichungen abhängen. Bezeichnen wir dann durch $\delta f''$ die Aenderung des Werthes von f'', die durch die erſte Oberfläche hervorgebracht wird, und durch $\delta' f''$ diejenige Aenderung, welche unmittelbar von der zweiten Oberfläche entſteht, und durch $\Delta f''$ die vollſtändige Aenderung, welche von beiden Urſachen zugleich bewirkt wird, ſo hat man

$$\Delta f'' = \delta f'' + \delta' f''.$$

Um nun zuerſt die partielle Aenderung $\delta f''$ zu finden, welche aus der totalen Aenderung $\Delta f'$ des Werthes f', oder durch die Abweichung der erſten Oberfläche entſteht, haben wir die Gleichung

$$f'' = (1 - m'').R'' + m''f',$$

$$\delta f'' = m''\Delta f',$$

da in dieſem Falle $D' = D$, $D'' = f'$, $D''' = f''$ u. ſ. w. iſt.

Um ferner die partielle Aenderung $\delta' f''$ des Werthes von f'' zu finden, die unmittelbar aus der Wirkung der zweiten Fläche entſteht, haben wir ſogleich aus der Gleichung (c), indem wir f' für D'' ſetzen, und y^4 vernachläſſigen,

$$\delta' f'' = \frac{m''(1-m'')}{2}(R''-f')^2 m''R''yy$$
$$- \frac{m''(1-m'')(1+m'')f'}{2}.(R''-f')^2 yy \;;$$

wir haben aber auch aus derſelben Gleichung

$$\delta f'' = m''\Delta f' = \frac{m''m'(1-m')}{2}(R'-D)^2 m'R'yy$$
$$- \frac{m''m'(1-m')(1+m')D}{2}(R'-D)^2 yy.$$

Vereinigen wir daher beide Ausdrücke, ſo erhalten wir den Werth von $\Delta f''$. Auf ähnliche Weiſe läßt ſich der Werth von $\Delta f'''$ aus dem von $\Delta f''$ ableiten, und man erhält

$$\Delta f''' = m'''\Delta f'' + \frac{m'''(1-m''')}{2}(R'''-f'')^2 m'''R'''y^2$$
$$- \frac{m'''(1-m'')(1+m''')f''}{2}(R'''-f'')^2 yy.$$

Digitized by Google

und ſo auch für die folgenden. Nennt man dann wie §. 257 die abſoluten Brechungsverhältniſſe der verſchiedenen Mittel, in welchen nach und nach die Brechungen vor ſich gehen, M', M'', M''' ...... $M^{(n)}$, und ſetzt $M^{(n)} = M$, ſo können wir ohne Schwierigkeit zu folgendem allgemeinem Ausdruck, wo Δf die vollſtändige Wirkung der Abweichung für den Werth von f, welcher die umgekehrte Brennweite des Syſtems iſt, gelangen.

$$M.\Delta f = \left\{\begin{array}{l} M' \dfrac{m'(1-m')}{2}(R'-D)^2 m' R' \\ - M' \dfrac{m'(1-m')\,(1+m')\,D}{2}(R'-D)^2 \\ + M'' \dfrac{m''(1-m'')}{2}(R''-f')^2 m'' R'' \\ - M'' \dfrac{m''(1-m'')\,(1+m'')\,f'}{2}(R''-f')^2 \\ + M''' \dfrac{m'''(1-m''')}{2}(R'''-f'')^2 m''' R''' \\ - M''' \dfrac{m'''(1-m''')(1+m''')}{2}(R \quad - \\ + \text{etc. etc. etc.,} \end{array}\right\} . yy, \quad (i)$$

wo man ſich erinnern muß, daß

$$\left.\begin{array}{l} f' = (1-m')\,R' + m'D\,; \\ f'' = (1-m'')\,R'' + m''(1-m')\,R' + m'm''D\,; \\ f''' = (1-m''')\,R''' + m'''(1-m'')\,R'' \\ \qquad + m'''m''(1-m')\,R' + m'''m''m'D\,; \\ \qquad \text{u. ſ. w.} \qquad \text{u. ſ. w.} \end{array}\right\} \quad (j)$$

iſt, und ſubſtituirt man dieſe Werthe in vorigen Ausdruck, ſo erhält man einen entwickelten Werth von Δf als Function der Halbmeſſer und der Brechungsverhältniſſe der Oberflächen, oder der umgekehrten Werthe dieſer Größen.

292. Befindet ſich das Syſtem im leeren Raume, ſo iſt $M = 1$, und das zweite Glied der Gleichung (i) giebt den Werth von Δf. In allen Fällen erhält man die Abweichungen durch die Gleichungen

$$w = -\frac{\Delta f}{ff}$$

$$\text{Seitenabweichung} = -\frac{\Delta f}{f}.y.$$

293. Um die Abweichung der Strahlen bei beliebig vielen, unendlich dünnen, im leeren Raume befindlichen Linſen zu finden, bezeichne man die einzelnen Glieder der allgemeinen Gleichung durch $Q', Q'', Q''' \ldots\ldots$, ſo daß man

$$M.\Delta f = \{Q' + Q'' + Q''' + \ldots\ldots\}\, y y \quad (k)$$

erhält. Dann hat man im Fall einer einzelnen Linſe, wo $m'' = \frac{1}{m'}$, $M' = \frac{1}{m'}$, $M'' = 1$, $M = 1$ iſt, $\Delta f = Q' + Q''$, und ſetzt man auf einen Augenblick

$$R' - D = B\,,\; R' - R'' = C,$$

ſo ergiebt ſich

$$Q' = \frac{1 - m'}{2}\, y^2 B^2 (m'B - D)$$

$$Q'' = -\frac{1 - m'}{2 m'^3}\, y^2 (m'B - C)^2 \{m'^2 B - m'D - C\}$$

und hieraus findet man durch Addition

$$Q' + Q'' = \frac{1 - m'}{2 m'^3}\, C y^2 \left\{\begin{matrix}(2 m'B - C)\,(m'^2 B - m' \quad) \\ + (C - m'B)^2\end{matrix}\right\}$$

Setzen wir in dem in der Parentheſe enthaltenen Ausdruck für B und O ihre Werthe, und $\frac{1}{\mu}$ für m', ſo wird derſelbe

$$\left\{\begin{matrix}((2 - \mu)R' + \mu R'' - 2D)(R' - (1 + \mu) D) \\ + \mu((\mu - 1)R' - \mu R'' + D)^2\end{matrix}\right\} \cdot \frac{1}{\mu^3}$$

Multipliciren wir nun wirklich, ordnen das Product nach den Potenzen von D und ſubſtituiren das Reſultat, ſo wie auch die Werthe $m' = \frac{1}{\mu}$, $C = R' - R''$ in $Q' + Q''$ oder Δf, ſo erhalten wir

$$\Delta f = (\mu - 1)(R' - R'') \cdot \frac{y y}{2 \mu} \{\alpha - \beta D + \gamma D^2\}$$

wo der Kürze wegen

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= (2 - 2\mu^2 + \mu^3) R'^2 + \mu^3 R''^2 \\ &\quad + (\mu + 2\mu^2 - 2\mu^3)\, R'R''\,; \\ \beta &= (4 + 3\mu - 3\mu^2) R' + (\mu + 3\mu^2) R'' \\ \gamma &= 2 + 3\mu \end{aligned}\right\} \quad (i)$$

geſetzt worden iſt.

Digitized by Google

Nun iſt §. 261 gezeigt worden, daß $(\mu-1)(R'-R'')$ die Kraft der Linſe angiebt, ſo daß, wenn wir hierfür L ſetzen,

$$\Delta f = \frac{L}{2\mu}(\alpha - \beta D + \gamma D^2)\, y^2, \qquad (m)$$

werden wird. Dieß iſt der allgemeine Ausdruck von Δf, aus welchem die Abweichung w in jeder Linſe durch die Gleichung $w = -\frac{\Delta f}{ff}$ erhalten werden kann.

294. Erſter Zuſatz. Die Abweichung in einer Linſe verſchwindet, wenn D ſich zu R', R'', μ ſo verhält, daß

$$\left.\begin{aligned} &\alpha - \beta D + \gamma DD = 0 \\ &D = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta\beta - 4\alpha\gamma}}{2\gamma} \end{aligned}\right\} \qquad (n)$$

Nun finden wir, indem wir die gehörigen Werthe ſubſtituiren und dann reduciren,

$$\beta\beta - 4\alpha\gamma = \mu\mu\{(R'+R'')^2 - (2\mu + 3\mu^2)(R'-R'')^2\}$$

und hat dieſe Größe keinen poſitiven Werth, d. h. iſt nicht

$$\left(\frac{R'+R''}{R'-R''}\right)^2 > 2\mu + 3\mu\mu \qquad (o)$$

ſo kann der Vereinigungspunkt der einfallenden Strahlen nie eine ſolche Lage erhalten, daß die Abweichung verſchwindet. Sind aber die Krümmungen R', R'' der Oberflächen ſo beſchaffen, daß dieſer Bedingung Genüge geleiſtet werden kann, ſo läßt ſich der Werth von D ſogleich aus der Gleichung (k) berechnen.

295. Zweiter Zuſatz. Iſt in einem Meniſkus oder einer concavconvexen Linſe der Unterſchied der Krümmungen der Oberflächen im Vergleich zu ihrer Summe nur klein, d. h. wenn eine mäßige Brennweite durch ſtarke Krümmungen hervorgebracht wird, ſo kann man die Abweichung der Strahlen verſchwinden machen, indem man den Brennpunkt der einfallenden Strahlen in die gehörige Lage bringt. Bei einer Linſe von Crownglas, wo $\mu = 1{,}52$ iſt, haben wir,

$$\sqrt{2\mu + 3\mu\mu} = 3{,}16\ ;$$

folglich muß die Summe der Krümmungen die Differenz derſelben wenigſtens 3,16 Mal übertreffen. Bei biconvexen und biconcaven Linſen haben R', R'' entgegengeſetzte Zeichen, alſo kann der Bedingung nie Genüge geleiſtet werden.

Digitized by Google

296. Dritter Zuſatz. Iſt $\alpha = 0$, ſo verſchwindet die Abweichung für parallele Strahlen. Dieſer Bedingung kann aber nur dann durch reelle Werthe von R′ und R″ Genüge geleiſtet werden, wenn μ kleiner oder gleich $\frac{1}{4}$ iſt, und ſolche Mittel ſind, ſo viel wir wiſſen, nicht vorhanden.

297. Vierter Zuſatz. Die Wirkung der Abweichung der Strahlen beſteht darin, daß ſie die Brennweite für äußere Strahlen verlängert oder verkürzt, je nachdem das Zeichen von Δf mit dem von f gleich oder entgegengeſetzt iſt. In beſondern Fällen hängt dieſelbe freilich noch von den ſtattfindenden Werthen der Größen μ, R, R′, D ab. Der hauptſächlichſte Fall iſt der der parallelen Strahlen, in welchem $D = 0$ wird, und

$$\Delta f = \frac{yy}{2\mu} . L \left\{ \begin{matrix} (2 - 2\mu^2 + \mu^3) R'^2 + \mu^3 R''^2 \\ + (\mu + 2\mu^2 - 2\mu^3) R' R'' \end{matrix} \right\}$$

Der Brennpunkt der äußerſten Strahlen wird dann näher oder entfernter ſeyn, als der der centralen Strahlen, je nachdem dieſe Größe daſſelbe oder das entgegengeſetzte Zeichen von L hat, d. h. je nachdem

$$(2 - 2\mu^2 + \mu^3) R'^2 + (\mu + 2\mu^2 - 2\mu^3) R' R'' + \mu^3 R''^2$$

poſitiv oder negativ ausfällt. Aus dem, was wir im vorigen Zuſatz gefunden haben, iſt es einleuchtend, daß dieſe Größe nie Null werden kann, vorausgeſetzt daß wir für R′, R″ reelle Werthe haben wollen, als wenn μ kleiner als $\frac{1}{4}$ iſt. Für alle anderen Mittel, die alle uns bekannte umfaſſen, iſt bei jeder Linſe, wie auch die Krümmung derſelben beſchaffen ſeyn mag, die Brennweite für die auf den Rand fallenden parallelen Strahlen kürzer, als für centrale Strahlen.

298. Fünfter Zuſatz. Bei einem Meniſkus aus Glas, wenn der ſtrahlende Punkt auf der convexen Seite liegt, und die Strahlen divergiren, wird $4 + 3\mu - 3\mu^2$ eine poſitive Größe und da R′, R″ beide poſitiv ſind, ſo wird ebenfalls β poſitiv; da nun in dieſem Fall D negativ wird, ſo iſt das Glied βD, alſo der ganze Factor $\alpha - \beta D + \gamma D''$ poſitiv, und da auch L poſitiv iſt, ſo wird es auch Δf ſeyn, alſo wird die Aberration w negativ. Iſt daher Q jenſeits F, dem Brennpunkt für parallele Strahlen, die auf der andern Seite einfallen, ſo iſt der Brennpunkt der äußern Strahlen

näher, aber wenn Q zwiſchen F und C liegt, ſo wird daſſelbe weiter entfernt ſeyn.

299. Sechster Zuſatz. So lange nicht $\left(\frac{R'+R''}{R'-R''}\right) > 2\mu + 3\,\mu\mu$ iſt, kann kein voller Werth von D den Ausdruck $\alpha - \beta D + \gamma D^2$ negativ machen. Man ſieht hieraus, daß bei allen biconvexen und biconcaven Linſen, ſo wie bei jedem Meniſkus, und jeder concavconvexen Linſe, bei denen die Summe der Krümmungen ihrer Oberflächen größer iſt, als ihre Differenz $\sqrt{2\mu + 3\,\mu\mu}$ mal genommen, der Factor $\alpha - \beta D + \gamma D^2$ für alle Werthe von D poſitiv ausfällt, und daher hat bei allen ſolchen Linſen die Abweichung w ein Vorzeichen, welches dem von L entgegengeſetzt iſt. Wir haben daher für ſolche Linſen folgende einfache und allgemeine Regel:

Die Wirkung der Abweichung der Strahlen beſteht darin, daß ſie den Brennpunkt der äußeren Strahlen dem einfallenden Lichte mehr nähert, als dem der centralen Strahlen, wenn die Linſe einen poſitiven Charakter hat, oder parallele Strahlen convergiren läßt, oder denſelben vom einfallenden Licht mehr entfernt, wenn ſie einen negativen Charakter hat, oder parallele Strahlen divergent macht.

300. Siebenter Zuſatz. Alle andern Linſen haben, wie in dem Fall von einzelnen Oberflächen, aplanatiſche Brennpunkte, die den Wurzeln der Gleichung $\alpha - \beta D + \gamma D^2 = 0$ entſprechen. Im Allgemeinen giebt es ſowohl für das einfallende als für das gebrochene Licht zwei ſolche Brennpunkte, und man kann leicht Regeln aufſtellen, um zu beſtimmen, in welchen Stellungen des leuchtenden Punktes, rückſichtlich dieſer Brennpunkte und der Linſe, die Abweichung der Strahlen den Brennpunkt der äußern Strahlen entfernt oder nähert; es iſt aber einfacher und bequemer, ſeine Zuflucht zu den algebraiſchen Ausdrücken zu nehmen.

301. Achter Zuſatz. Für den Fall der Zurückwerfung, wie wenn z. B. Strahlen zwiſchen den Oberflächen dünner Linſen von durchſichtigen Mitteln zurückgeworfen werden, haben wir $m' = m'' =$ etc. $= \mu' = \mu'' =$ etc. $= -1$; $M' = -1$; $M'' = +1$, u. ſ. w. $M = \pm 1$, je nachdem die Anzahl der Zurückwerfungen grade oder ungrade iſt; wir haben daher für n Zurückwerfungen:

Digitized by Google

$$\left.\begin{array}{l} f' = 2R' - D \\ f'' = 2R'' - 2R' + D \\ f''' = 2R''' - 2R'' + 2R' - D; \\ \quad \text{etc.} \qquad \text{etc.} \end{array}\right\} \quad (p)$$

$$\Delta f = (-1)^{n+1} \left\{\begin{array}{l} R'(R''-D)^2 \\ -R''(R''-2R'+D)^2 \\ +R'''(R'''-2R''+2R'-D)^2 \\ -\text{ etc.} \quad \text{etc.} \end{array}\right\} \cdot yy; \; (q)$$

Dieſe Formeln dienen in allen Fällen der innern Zurückwerfung zwiſchen ſphäriſchen Oberflächen, ſowohl zur Beſtimmung der Brennpunkte als der Abweichung der Strahlen.

302. Neunter Zuſatz. Finden die Zurückwerfungen zwiſchen gleichgekrümmten Oberflächen ſtatt, deren Concavitäten nach entgegengeſetzten Seiten gewendet ſind, ſo ſtehen die Größen f′, f″ u. ſ. w. in arithmetiſcher, die Umgekehrten derſelben, alſo die Brennweiten, in harmoniſcher Progreſſion.

303. Aufgabe. Eine aplanatiſche Linſe zu conſtruiren, d. h. eine ſolche, welche für ein gegebenes Brechungsverhältniß die aus einem Punkt herkommenden Strahlen genau in einem Punkt vereinigt.

Es ſeyen Q und q die beiden Punkte, wo der erſte der Brennpunkt der einfallenden, der zweite der Brennpunkt der gebrochenen Strahlen iſt. Das Brechungsverhältniß ſey $= \mu$, und indem man $Qq = 2c$ ſetzt und für b irgend eine willkürliche Größe annimmt, conſtruire man die krumme Linie, deren Gleichung (n) §. 232 iſt. Es ſey HPC dieſe Curve (Fig. 36), und man beſchreibe aus q mit einem Halbmeſſer qN, der kleiner als qP iſt, d. h. kleiner als jeder der gebrochenen Strahlen, den Kreis HNK. Da nun der Strahl PQ vermöge der Beſchaffenheit der Curve HPC nach der Brechung entweder nach q zu geht, oder von da herkommt, und da er außerdem ſenkrecht auf die zweite Oberfläche auffällt, daſelbſt keine Beugung erleidet, ſo wird derſelbe, wenn er aus dem Mittel heraustritt, ſeinen Weg nach q fortſetzen. Nehmen wir dann an, daß die Figur CPHNK ſich um Qq dreht, ſo bildet dieſelbe einen Körper, der, wenn er mit dem brechenden Mittel angefüllt gedacht wird, eine Linſe darbietet, wie ſie verlangt wird. Sind die Strahlen parallel, wie in Fig. 38, ſo iſt die krumme Linie HPC, wie wir geſehen haben, ein Kegelſchnitt, und zwar eine Ellipſe, wenn

Digitized by Google

die Linſe dichter als das umgebende Mittel iſt. So iſt z. B. ein Meniſkus, deſſen vordere convexe Seite elliptiſch iſt, und die hintere ein Stück einer Kugeloberfläche iſt, deren Mittelpunkt im Brennpunkt der von der erſten Oberfläche gebrochenen Strahlen liegt, eine aplanatiſche Linſe.

304. Man kann aber in gewiſſen Fällen denſelben Zweck bloß durch Anwendung von ſphäriſchen Oberflächen erreichen, ohne daß man nöthig hätte ſich der Kegelſchnitte zu bedienen. Denn ſind Q und q (Fig. 53) die aplanatiſchen Brennpunkte der ſphäriſchen brechenden Oberflächen, und beſchreibt man aus dem Mittelpunkt q mit irgend einem Halbmeſſer, der größer als qC iſt, wenn die einfallenden Strahlen von Q divergiren, wie in dem untern Theil der Figur, und kleiner als qC, wenn ſie nach Q convergiren, wie in dem obern Theil, einen Kreis KL oder kl, und drehen die ganze Figur um Qq als Axe, ſo werden die Oberflächen CPKL, cpkl die verlangte aplanatiſche Linſe beſchreiben. Dieß ergiebt ſich auch ganz klar aus der allgemeinen Formel (i, §. 291); denn iſt $R'' = f'$, ſo wird der Ausdruck von Δf für die Linſe

$$\frac{1-m'}{2}(R'-D)^2\left\{m'R'-(1+m')D\right\}yy;$$

welcher verſchwindet, wenn $D = \frac{m'}{1+m'}R'$ iſt, oder wenn Q den aplanatiſchen Brennpunkt der auf die erſte Oberfläche fallenden Strahlen ausmacht.

Im Allgemeinen giebt aber die Gleichung

$$\alpha - \beta D + \gamma D^2 = 0,$$

die allgemeine Relation zwiſchen μ, D, R', R'', welche bei einer aplanatiſchen Linſe gelten muß. Man ſehe Zuſatz 1, §. 294.

305. Aufgabe. Die vollkommenſte Form einer einzelnen Linſe anzugeben, d. h. diejenige, welche bei einer gegebenen Kraft die kleinſte Abweichung für parallele Strahlen giebt.

Da die Abweichung nicht völlig für parallele Strahlen verſchwinden kann, wenn $\mu > \frac{1}{4}$ iſt (§. 296), ſo müſſen wir dieſelbe zu einem Minimum machen. Nun iſt aber für parallele Strahlen $w = -\frac{\Delta f}{ff} = -\frac{\Delta f}{LL}$ oder

$$w = -\frac{yy}{2\mu} \cdot \frac{\alpha}{L.},$$

und allgemein, wenn man differentiirt

$$dw = -\frac{yy}{2\mu} \cdot \frac{L d\alpha - \alpha dL}{LL}$$

Im vorliegenden Fall iſt L gegeben, wir müſſen daher $d\alpha = o$ ſetzen; dieß e bt

$$o = 2(2-2\mu^2+\mu^3)R'dR' + 2\mu^3 R''dR'' + (\mu+2\mu^2-2\mu^3)(R''dR'+R'dR'').$$

Die Bedingung $dL = o$ giebt aber $dR' = dR''$, ſo daß unſere Gleichung nach den gehörigen Reductionen folgende Geſtalt annimmt:

$$o = (4+\mu-2\mu^2)R' + (\mu+2\mu^2)R'';$$

Aus dieſer Gleichung findet ſich

$$\frac{R''}{R'} = \frac{2\mu\mu-\mu-4}{\mu+2\mu^2} \qquad (r)$$

Für eine Glaslinſe, wo $\mu = \frac{3}{2}$, wird dieſer Bruch $= -\frac{1}{6}$; hieraus ſieht man, daß die Linſe biconvex ſeyn muß, wo die Krümmung der hintern Seite $\frac{1}{6}$ der vordern iſt, oder ihr Halbmeſſer den erſten ſechsmal übertrifft.

306. Erſter Zuſatz. Iſt $\mu = 1{,}6861$, wie dieß bei mehreren Edelſteinen und den ſtärker brechenden Glasarten beinahe der Fall iſt, ſo hat man $R'' = o$, und die vortheilhafteſte Form der Glaslinſe, um die Strahlen ſo viel als möglich in einem Punkt zu vereinigen, iſt die planconvexe, wo die erhabene Seite den einfallenden Strahlen zu gedreht iſt.

307. Zweiter Zuſatz. Nennt man die Abweichung der Strahlen bei einer Linſe von der vortheilhafteſten Figur w, ſo erhalten wir für Glas, deſſen Brechungsverhältniß $= \frac{3}{2}$ iſt, $w = -\frac{15}{14} \cdot yy \cdot L.$, und die proportionalen Abweichungen für die übrigen Formen werden folgende ſeyn:

Planconvexes Glas, die ebene Seite vorn	. .	4,2 . w
Daſſelbe, die erhabene	. . .	1,081 . w
Biconvex oder biconcav, gleiche Krümmung	.	1,567 . w.

308.

Digitized by Google

308. Einen allgemeinen Ausdruck für die Abweichung bei irgend einem Syſtem unendlich dünner Linſen, die im leeren Raum aneinander liegen, zu ſuchen.

Der allgemeine Ausdruck von $M \Delta f$, oder da $M = 1$ iſt, von Δf, wird

$$(Q' + Q'' + Q''' + Q^{IV} \ldots\ldots) yy,$$

welcher auch ſo geſchrieben werden kann:

$$\Delta f = (Q' + Q'') y^2 + (Q''' + Q^{IV}) yy + \ldots.$$

Die erſte dieſer Größen haben wir ſchon betrachtet, wir wollen daher die Beſchaffenheit der übrigen unterſuchen. Es ſey alſo μ' das Brechungsverhältniß der erſten Linſe, μ'' das der zweiten, μ''' das der dritten, und es bezeichnen α', β', γ' die Werthe von α, β, γ für die erſte Linſe, oder die Ausdrücke in (1, 292), indem man nur μ' für μ ſetzt; eben ſo ſeyen $\alpha'', \beta'', \gamma''$ die Werthe von α, β, γ für die zweite Linſe, indem man in denſelben Ausdrücken μ'' für μ' ſetzt, und zugleich R', R'' mit R''', R^{IV} vertauſcht, und ſo für alle folgenden Linſen.

309. Betrachten wir nun die Werthe von Q''' und Q^{IV}, ſo ſehen wir, daß ſie aus den Größen $m''', m^{IV}, M''', M^{IV}, R''' R^{IV}, f'' f'''$ genau eben ſo zuſammengeſetzt ſind, als die Werthe von Q' und Q'' aus $m', m'', M', M'', R', R'', D$ und f'.

Außerdem haben wir aus §. 251:

$$\begin{aligned} f' &= (1 - m') R' + m' D \\ f'' &= (1 - m'') R'' + m'' f' \\ &= (1 - m'') R'' + m'' (1 - m') R' + m'' m' D \\ &= (\mu - 1)(R' - R'') + D \\ &= L + D = D'' \end{aligned}$$

wo L die Kraft der erſten Linſe iſt

$$\begin{aligned} f''' &= (1 - m''') R''' + m''' D'' \\ f^{IV} &= (1 - m^{IV}) R^{IV} + m^{IV} f''' = L'' + D'' \\ &= L + L'' + D \end{aligned}$$

wo L'' die Kraft der zweiten Linſe iſt; u. ſ. w. fort.

Es iſt nun einleuchtend, daß $Q''' + Q^{IV}$ dieſelbe Function, d. h. auf ähnliche Art aus dem Brechungsverhältniß, den Krümmungen der zweiten Linſe und den Größen D'', f''' zuſammengeſetzt ſeyn wird, als $Q' + Q''$ aus dem Brechungsverhältniß, den Krümmungen der erſten Linſe und den Größen D und f' zuſammengeſetzt

iſt. Es folgt hieraus, daß daſſelbe Syſtem von Reductionen, welches auf die Gleichung

$$Q' + Q'' = \frac{L}{2\mu}(\alpha - \beta D + \gamma D^2)$$

leitete, für die Größe $Q''' + Q^{IV}$ auf eine ähnliche Gleichung

$$Q''' + Q^{IV} = \frac{L''}{2\mu''}(\alpha'' - \beta'' D'' + \gamma'' D''^2)$$

hinführen muß, und ſo für alle folgenden Linſen, ſo daß wir endlich für das ganze Syſtem erhalten, indem wir für L, D, μ die Größen L′, D′, μ' ſetzen.

$$\Delta f = \frac{yy}{2}.\left\{\begin{array}{l} \frac{L'}{\mu'}(\alpha' - \beta' D' + \gamma' D'^2) \\ + \frac{L''}{\mu''}(\alpha'' - \beta'' D'' + \gamma'' D''^2) \\ + \text{etc.} \quad \text{etc.} \end{array}\right\} \quad (s)$$

in welcher Gleichung es ſo viele Glieder giebt, als Linſen vorhanden ſind.

310. Für parallele Strahlen hat man

$$D' = 0,\ D'' = L',\ D''' = L' + L'', \ldots.$$

folglich wird vorige Gleichung

$$\Delta f = \frac{yy}{2}.\left\{\begin{array}{l} \frac{L'}{\mu'}\alpha' + \frac{L''}{\mu''}(\alpha'' - \beta'' L' + \gamma'' L'^2) \\ + \frac{L'''}{\mu'''}(\alpha''' - \beta'''(L' + L'') + \gamma'''(L' + L'')^2) \\ + \text{etc.} \quad \text{etc.} \end{array}\right\} (t)$$

311. Obgleich bei einer einzelnen Linſe die Abweichung der Strahlen nur in einem beſondern Fall des Brechungsverhältniſſes, welches in der Natur nicht ſtattfindet, aufgehoben werden kann, ſo kann man dieſelbe doch bei zwei oder mehreren Linſen auf verſchiedene Arten aufheben. Setzt man z. B. bei zwei Linſen den Ausdruck (t) gleich Null, ſo erhält man eine Gleichung, welche die Größen $\mu'\ \mu''$, L′, L″, R′, R″, R‴, R^{IV}, oder da L′ und L″ als Functionen von μ', μ'', R′, R″ u. ſ. w. gegeben ſind, und μ', μ'' bekannte Größen vorſtellen, nur die vier unbekannten Größen R′, R″, R‴, R^{IV} enthält. Da dieſer unbekannten Größen nun vier ſind, und bloß eine Gleichung vorhanden iſt, ſo kann man derſelben auf eine unendlich mannichfaltige Art Genüge leiſten, und die Aufgabe über die Auf=

Digitized by Google

hebung der Abweichung wegen der Kugelgeſtalt wird unbeſtimmt.

312. Die Gleichung für zwei Linſen und parallel einfallende Strahlen iſt:

$$0 = \frac{L'}{\mu'} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (2-2\mu'^2+\mu'^3)R'^2+\mu'^3R''^2 \\ +(\mu'+2\mu'^2-2\mu'^3)R'R'' \end{array} \right\}$$

$$+\frac{L''}{\mu''} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (2-2\mu''^2+\mu''^3)R'''^2+\mu''^3R^{IV\,2} \\ +(\mu''+2\mu''^2-2\mu''^3)R'''R^{IV} \end{array} \right\}$$

$$-\frac{L'L''}{\mu''} \cdot \left\{ \begin{array}{l} (4+3\mu''-3\mu''^2)R''' \\ +(\mu''+3\mu''^2)R^{IV} \end{array} \right\} \qquad (u)$$

$$+\frac{L'^2.L''}{\mu''} \left\{2+3\mu''\right\}.$$

313. Sind die Werthe von L′ und L″ gegeben, ſo iſt dieſe Gleichung von quadratiſcher Form für jede der vier Größen R′, R″, R‴, R^{IV}, es hängt daher von der Vorausſetzung ab, die man aufſtellt, um die Aufgabe in gewiſſe Gränzen einzuſchließen, ob dieſe Größen reelle Werthe, die ihnen entſprechen, zulaſſen. Nun geben die beiden Gleichungen

$$L' = (\mu'-1)(R'-R'')$$
$$L'' = (\mu''-1)(R'''-R^{IV})$$

ein Mittel an die Hand, zwei dieſer vier unbekannten Größen zu eliminiren, und die dann übrig bleibende Gleichung wird folgende ſeyn, wenn wir z. B. die Größen R′, R‴ beibehalten.

$$0 = L' \left\{ \frac{2+\mu'}{\mu'} \cdot R'^2 - \frac{2\mu'+1}{\mu'-1} L'R' \right\}$$

$$+L'' \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{2+\mu''}{\mu''} R'''^2 - \dfrac{4(\mu''+1)}{\mu''} L\,R'' \\ -\dfrac{2\mu''+1}{\mu''-1} L''R'' \end{array} \right\}$$

$$+\frac{\mu'^2 L'^3}{(\mu'-1)^2}+\frac{\mu''^2 L''^3}{(\mu''-1)^2}+\frac{3\mu''+1}{\mu''-1} L'L''^2$$

$$+\frac{2+3\mu'}{\mu''} \cdot L'^2 L'' \qquad (v)$$

und da die unbekannten Größen R′, R‴ nicht durch Multiplication mit einander verbunden ſind, ſo iſt dieſe Gleichung rückſichtlich einer jeden derſelben reinquadratiſch, ſobald L′ und L″ gegeben ſind.

Digitized by Google

Dieſe Gleichung wird uns nachher von Nutzen ſeyn, wenn wir von den Fernröhren handeln werden.

314. Sind L′ und L″ nicht gegeben, ſo wird die Gleichung (u), da jede der Größen L′ und L″ durch eine lineare Gleichung rückſichtlich der Größen R′, R″ u. ſ. w. beſtimmt wird, vom dritten Grade rückſichtlich der Größen R′, R″ u. ſ. w. oder L′, L″ u. ſ. w. ſeyn, wenn entweder R″ oder R^{IV} eliminirt wird. Da nun eine Gleichung des dritten Grades nothwendigerweiſe wenigſtens eine reelle Wurzel haben muß, ſo ſchließen wir hieraus, daß bei einer doppelten Linſe, wenn die Krümmungen von drei Oberflächen gegeben ſind, die der vierten ſo beſtimmt werden kann, daß die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt völlig aufgehoben wird.

315. Zweitens. Daß wenn die Krümmung einer Oberfläche jeder Linſe, und die Kraft einer derſelben, oder die Summe beider gegeben iſt, die Kraft der andern ſo ſich beſtimmen läßt, daß die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt aufgehoben wird. Dieſes iſt an ſich einleuchtend, denn nimmt man R′ und R‴ als gegeben an, und L′ oder L″ oder L′ + L″ auch als bekannt an, ſo wird die Gleichung (v) eine gewöhnliche cubiſche, in welcher L′ oder L″, je nachdem man die Größe als bekannt annimmt, die einzige unbekannte Größe ſeyn wird, und daher nothwendigerweiſe einen reellen Werth zuläßt.

316. Als ein Beiſpiel der Verbindungen aplanatiſcher Linſen können wir folgende Fälle aufſtellen. Es ſey eine Glaslinſe von der vortheilhafteſten Geſtalt gegeben, in welcher das Brechungsverhältniß = 1,50, die Halbmeſſer ihrer Oberflächen + 5,833 und — 35,000 Zoll, die Brennweite 10,000 Zoll; ihre Abweichung ſoll durch eine andere hinter ihr befindliche ähnliche Linſe verbeſſert werden, wie in Fig. 55; dieſe Linſe iſt ein Meniſkus. Werden ihre Krümmungen durch die Bedingung beſtimmt, daß man ihrer Verbindung das Maximum von Kraft giebt, ſo beſtimmen ſich die Halbmeſſer der Oberflächen und ihre Brennweite folgendermaßen: Halbmeſſer der erſten Oberfläche = + 2,054 Zoll, Halbmeſſer der zweiten = + 8,128, Brennweite der verbeſſernden Linſe = + 5,497, Brennweite beider in Verbindung = + 3,474. Beſtimmen wir im Gegentheil die Beſchaffenheit der zweiten Linſe durch die Bedingung, daß die Verbindung beider eine Brennweite haben ſoll, die der Länge

Digitized by Google

von 10 Zoll ſo nahe kommt, als es mit der vollkommenen Aufhebung der Abweichung beſtehen kann, ſo finden wir den Halbmeſſer der erſten Oberfläche = + 3,688, den Halbmeſſer der zweiten = + 6,291, die Brennweite der verbeſſernden Linſe = + 17,289, die Brennweite der Verbindung beider = + 6,407.

317. Die Wirkung der Abweichung der Strahlen kann ſehr ſchön dadurch vorgeſtellt werden, daß man eine große erhabene Linſe mit einem Papier bedeckt, welches voll kleiner runder, regelmäßig liegender Oeffnungen iſt, und indem man ſie der Sonne ausſetzt, die gebrochenen Strahlen auf einem weißem Papier hinter der Linſe auffängt, welches Papier zuerſt nahe an der Linſe ſich befindet, und dann von derſelben weiter entfernt wird. Die Strahlenbündel, welche durch die Oeffnungen gehen, bilden auf der Tafel Flecke, und ihre Lage wird immer ungleichförmiger, je weiter man die Tafel entfernt, indem die an der Peripherie ſich eher mit einander vermiſchen, als die mehr in der Mitte gelegenen. Die Art, auf welche die den centralen Strahlen entſprechenden Flecke ſich in ein Bild im Brennpunkt vereinigen, giebt uns einen deutlichen Begriff von der Aenderung der Dichtigkeit der Strahlen im Abweichungskreiſe in der Gegend des Hauptbrennpunkts, und wird die weiße Tafel im Strahlenkegel ſchnell hin und her bewegt, ſo daß ſie bei jeder Schwingung durch den Brennpunkt hindurchgeht, ſo ſieht man den Strahlenkegel als einen feſten Körper in der Luft, und der Ort des kleinſten Abweichungskreiſes zeigt ſich vermittelſt dieſes angenehmen und lehrreichen Verſuchs dem Auge ganz deutlich.

§. XI. Von den Brennpunkten für ſchief auffallende Strahlen und der Entſtehung der Bilder.

318. Wir haben bisher die Strahlen immer ſo betrachtet, als ob ſie von einem einzelnen Punkt herkämen, oder nach einem einzelnen Punkt hingingen; da dieſes aber bei Körpern von merklichem Durchmeſſer nicht der Fall iſt, ſo gehen wir jetzt zur Unterſuchung des Falles der Brechung in ſphäriſchen Oberflächen über, wo mehr als ein leuchtender Punkt zu berückſichtigen ſteht, oder wo mehrere Strahlenbündel auf Einmal auf die Oberfläche fallen. Als den poſitiven oder Normalfall werden wir, wie bisher auch geſchehen iſt, denjenigen betrachten, wo convergente Strahlen auf die convexe

Digitized by Google

Seite eines ſtärker brechenden Mittels als das umgebende fallen, und alle andern aus dieſem durch Aenderung in den Zeichen und den relativen Größen von R, D u. ſ. w. ableiten.

Es ſeyen daher in Fig. 56 Q und Q′ die Brennpunkte zweier convergenten Strahlenbündel, die auf die ſphäriſche Oberfläche CC′, deren Mittelpunkt E iſt, fallen. Man ziehe QEC, Q′EC′, welche die Oberfläche in C und C′ ſchneiden, und indem man CEQ als die Axe des Strahlenbündels RQ, SQ, TQ anſieht, wird der Brennpunkt der gebrochenen Strahlen q dadurch gefunden werden, daß man $\frac{1}{Cq}$ oder $f = (1-m)R + mD$ nimmt (§. 247. c). Betrachtet man auf ähnliche Weiſe C′EQ′ als die Axe des nach Q′ convergenten Strahlenbündels, ſo erhält man den Brennpunkt q′ durch die Gleichung

$$\frac{1}{C'q'} = f' = (1-m)R + mD'.$$

Iſt alſo $C'Q' = CQ$, ſo wird auch $Cq' = Cq$, und im Allgemeinen, wenn der Ort des Punktes Q gegeben iſt, erhält man auch den von q.

319. **Erklärung.** Das Bild eines Gegenſtandes iſt in der Optik der Ort des Brennpunktes eines Strahlenbündels, welches von jedem Punkte deſſelben aus divergirt, oder nach demſelben convergirt, und auf einer brechenden Oberfläche aufgefangen wird. Nimmt man z. B. C′Q′ als eine Linie oder als eine Oberfläche an, aus deren Punkten Strahlen ausſtrömen, ſo wird qq′ ein Bild derſelben ſeyn.

320. **Aufgabe. Die Geſtalt des Bildes einer graden Linie zu finden, das durch die Brechung oder Zurückwerfung an einer ſphäriſchen Oberfläche entſteht.**

Man ſetze: $CE = r$; $CQ = a$; $EM = x$; $Mq' = y$

$$Eq' = \sqrt{xx + yy}\ ;\ C'Q' = a'$$

Dann erhalten wir

$$\frac{1}{C'q'} = \frac{1-m}{r} + \frac{m}{a'} = \frac{(1-m)a' + mr}{ra'}$$

alſo auch

$$C'q' = \frac{ra'}{(1-m)a' + mr}\ ;$$

$$Eq' = \frac{mr(a'-r)}{(1-m)a' + mr}\ ;$$

Hieraus ergiebt ſich daher

$$xx+yy=\frac{mmrr(a'-r)^2}{[(1-m)a'+mr]^2}.$$

Ferner haben wir vermittelſt ähnlicher Dreiecke die Proportion $Eq':EM=EQ':EQ$, oder

$$xx+yy=\frac{(a-r)^2.xx}{aa}.$$

Setzt man dieſe beiden Werthe einander gleich, ſo kommt

$$\frac{a}{x}=\frac{(1-m)a'+mr}{mr};$$

$$a'=\frac{m}{1-m}\cdot\frac{r(a-x)}{x};$$

ſo daß, indem wir a' eliminiren, die Endgleichung zwiſchen x und y für die Geſtalt des Bildes folgende ſeyn wird

$$(1-m)^2(xx+yy)=\left(\frac{r}{a}\right)^2.(ma-x)^2,$$

welche einem Kegelſchnitt zugehört.

321. **Aufgabe.** **Es fällt ein Strahlenkegel ſchief auf ein Syſtem von ſphäriſchen Oberflächen, man ſoll den Brennpunkt der gebrochenen Strahlen finden.**

Es ſey E' (Fig. 57) der Mittelpunkt der erſten Oberfläche und Q' der Brennpunkt der einfallenden Strahlen. Man ziehe $Q'E'$ und verlängere es nach C', dann wird C' der Scheitel der Oberfläche ſeyn, welcher dem Strahlenbündel, deſſen Brennpunkt Q' iſt, entſpricht, und nimmt man

$$\frac{1}{C'Q''}=\frac{1-m'}{C'E'}+\frac{m'}{C'Q'},$$

ſo iſt Q'' der Brennpunkt der gebrochenen Strahlen. Verbindet man von Neuem Q'' und E'', den Mittelpunkt der zweiten Oberfläche, und verlängert die Linie nach C'', nimmt dann

$$\frac{1}{C''Q'''}=\frac{1-m''}{C''E''}+\frac{m''}{C''Q''}$$

ſo wird Q''' der Brennpunkt nach der Brechung an der zweiten Oberfläche u. ſ. w. fort.

322. **Zuſatz.** Iſt die Linſe unendlich dünn, und der Neigungswinkel der auffallenden Strahlen nur klein, ſo iſt aus dieſer Conſtruction einleuchtend, daß der Brennpunkt der ſchiefen Strahlen in derſelben Entfernung von der Linſe liegt, als derjenige, welcher

aus dem von einem in der Axe gelegenen Punkte ausfließt, gebildet wird. Erſterer liegt aber nicht in der Axe, ſondern weicht von derſelben ab.

323. Erklärung. Der Mittelpunkt einer Linſe iſt ein Punkt in ihrer Axe, wo dieſelbe von einer Linie geſchnitten wird, die die Endpunkte zweier parallelen Halbmeſſer ihrer Oberflächen verbindet. Sind z. B. in den verſchiedenen Linſen, welche Fig. 58, 59, 60 und 61 abgebildet ſind, E′A und E″B zwei parallele Halbmeſſer, ſo ziehe man AB und verlängere dieſe Linie, wenn es nöthig iſt, bis ſie die Axe in X ſchneidet, ſo wird X der Mittelpunkt ſeyn.

324. Erſter Zuſatz. Der Mittelpunkt iſt ein feſter Punkt, denn da AE′ und BE″ einander parallel ſind, ſo haben wir

$$E'X : E'E'' = AE' : BE'' - AE'$$

und da in dieſer Proportion drei Glieder conſtant ſind, ſo wird es das vierte ebenfalls ſeyn müſſen.

325. Zweiter Zuſatz. Setzt man den Abſtand der beiden Oberflächen C′C″ oder die Dicke der Linſe = t, wo t immer poſitiv iſt, und die Krümmungen reſpective R′ und R″, ſo erhalten wir für den Abſtand des Mittelpunkts von der erſten Oberfläche oder für C′X folgenden Werth

$$C'X = \frac{R''}{R' - R''} \cdot t \,.$$

326. Dritter Zuſatz. Fällt ein Lichtſtrahl ſo auf eine Linſe, daß er nach der erſten Brechung durch ihren Mittelpunkt geht, ſo erleidet er keine Ablenkung. Dieſes iſt einleuchtend, da ſein Weg innerhalb der Linſe AB iſt, und indem die Halbmeſſer E′A, E″B einander parallel ſind, ſo werden die innern Einfallswinkel auf die Oberflächen einander gleich, alſo ſind auch die Brechungswinkel auf beiden Seiten außerhalb der Linſe einander gleich, folglich ſind die beiden Stücke des Strahls außerhalb der Linſe parallel.

327. Vierter Zuſatz. Iſt die Dicke einer Linſe ſehr klein, ſo kann man den durch ihren Mittelpunkt gehenden Strahl ſo anſehen, als ob er gar keine Brechung erlitte; denn da das innerhalb der Linſe liegende Stück AB ſehr klein iſt, ſo können die beiden außerhalb der Linſe liegenden parallelen Stücke des Strahls als ein Strahl betrachtet werden. Dieß kommt um ſo mehr der Wahrheit noch näher, wenn die Schiefe des Strahls gegen die Axe ſehr klein

Digitized by Google

iſt, weil dann das Stück AB faſt genau mit jedem der außerhalb liegenden Theile zuſammenfällt.

328. Fünfter Zuſatz. Will man alſo den Brennpunkt der gebrochenen Strahlen bei einer ſehr dünnen Linſe und für einen unter ſehr geringer Schiefe auffallenden Strahlenkegel finden, ſo ſuche man den Mittelpunkt X der Linſe, und der Brennpunkt wird ſich in der Linie QX in derſelben Entfernung von der Linſe befinden, als wenn die Axe des einfallenden Strahlenbündels mit der der Linſe übereinſtimmte.

329. Satz. Setzt man ein leuchtendes oder ein erleuchtetes Object vor eine biconvexe oder planconvexe Linſe, oder vor einen Meniſkus, in einer Entfernung, die größer als die Brennweite iſt, ſo entſteht hinter der Linſe ein Bild, welches dem Object ähnlich, aber verkehrt iſt, und das Object ſowohl als ſein Bild machen am Mittelpunkt der Linſe gleiche Winkel.

Denn der Strahlenbüſchel, welcher von irgend einem Punkte wie P entweder durch directe Ausſtrahlung oder durch Zurückwerfung ausſtrahlt, wird nach der Brechung in einen Punkt p hinter der Linſe convergiren, oder ſich doch wenigſtens beinahe in einen Punkt vereinigen. Wäre die Abweichung der Strahlen durch die Linſe Null, ſo würde die Convergenz mathematiſch genau ſeyn, und da, ſo lange die Oeffnung der Linſe und die Schiefe des Strahlenbündels ſehr klein ſind, die Abweichung ſo unbedeutend ausfällt, daß der Raum, über welchen ſich die Strahlen verbreiten, als ein phyſiſcher Punkt angeſehen werden kann, ſo wird jeder Punkt des Objects einen entſprechenden Punkt im Bilde haben. Da nun die Linie Pp durch den Mittelpunkt C geht, und daſſelbe für jede andere Linie, welche den Punkt des Objects und den entſprechenden Punkt des Bildes verbindet, ebenfalls gilt, ſo folgt aus den ähnlichen Dreiecken, daß das Object und das Bild einander ähnlich ſind, und da außerdem ſich die Strahlen in C durchkreuzen, ſo iſt das Bild verkehrt, und ſchließt denſelben Winkel pCq, als das Object, am Mittelpunkt ein.

330. Hält man ein Papier in qp, ſo wird das Bild des Objects wie ein Gemälde ſichtbar. Der Verſuch kann an einem Fenſter mit jedem Vergrößerungsglaſe oder Brillenglaſe angeſtellt werden, wo die Geſtalten der äußern Gegenſtände, Häuſer, Bäume u. ſ. w. mit der größten Genauigkeit auf dem Papier dargeſtellt wer-

Digitized by Google

den, und ein Miniaturbild von der größten Feinheit und Schönheit abgeben. Hierauf beruht die gewöhnliche Camera obſcura, bei welcher die Strahlen, welche von den äußern Gegenſtänden herkommen, durch einen in geneigter Lage aufgeſtellten Spiegel abwärts geworfen werden, und nachdem ſie auf eine erhabene Linſe gefallen ſind, in ihrem Brennpunkt auf einer weißen horizontal liegenden Tafel, in einem Zimmer, in welches außerdem kein anderes Licht eindringen kann, vereinigt werden. Auf dieſer Tafel zeigt ſich ein bewegliches Bild aller äußern Gegenſtände in ihren gehörigen Formen, Farben und Bewegungen unendlich richtiger und ſchöner als ein noch ſo gut ausgearbeitetes Gemälde. Man ſehe Fig. 63, wo B das Object, A B der Spiegel, B C die Linſe und p das Bild auf der Tafel D iſt.

331. Fängt man die Strahlen ſtatt an einer Tafel von weißem Papier auf einer Glasplatte auf, die auf der einen Seite matt geſchliffen iſt, ſo kann ein hinter der Platte befindliches Auge das Bild eben ſo gut ſehen, als wenn es ſich vor derſelben befände, denn es iſt eine Eigenſchaft ſolcher rauhen durchſichtigen Flächen, daß ſie das auf ſie fallende Licht nicht bloß durch Zurückwerfung nach Außen, ſondern auch durch Brechung nach Innen zerſtreuen. Iſt das Glas nur ſehr wenig matt geſchliffen, ſo erſcheint das Bild viel weniger lebhaft, wenn man ſchief auf daſſelbe ſieht, als wenn das Auge ſich unmittelbar hinter der Platte befindet, und in der letztern Lage kann ſogar die Platte völlig weggenommen werden, ohne daß das Bild für das Auge verloren geht, welches viel deutlicher erſcheint, als wenn ſelbſt ein Gegenſtand, der dem Bilde in jeder Rückſicht ähnlich iſt, ſich an dieſer Stelle befände.

332. Wir können das Bild auf der Glasplatte vermittelſt eines Vergrößerungsglaſes oder eines Mikroſkops unterſuchen, wo es als ein feines Gemälde, welches ſich allen Ungleichheiten der Oberfläche anpaßt, erſcheint. Nehmen wir aber während der Unterſuchung das matt geſchliffene Glas weg, ſo bleibt das Gemälde in der Luft ſchweben, und die Objecte, welche es enthält, ſind dem Auge näher gebracht, und ihren Dimenſionen nach vergrößert. Um es kurz auszudrücken, wir haben hierdurch ein Fernrohr zu Stande gebracht.

333. Iſt die Linſe, welche man zur Formation des Bildes gebraucht, concav, oder iſt der Spiegel convex, wie in Fig. 64 und 65, ſo divergiren die Strahlen nach der Brechung oder Zurückwerfung, und zwar nicht aus wirklichen Punkten, in welchen ſie

Digitized by Google

ſich durchkreuzen, ſondern aus Punkten, in welchen ſie ſich durchkreuzen würden, wenn man ſie rückwärts verlängert. In dieſem Fall bildet ſich kein wirkliches Bild, welches man auf einer Tafel auffangen kann, ſondern ein ſogenanntes virtuelles, welches dem Auge in gehöriger Lage, entweder mit oder ohne Vergrößerungsglas ſichtbar wird, und auf derſelben Seite der Linſe, oder der entgegengeſetzten des Spiegels, als das Object liegt, und daher eine aufrechte Lage hat.

334. Die Vollkommenheit der Bilder, welche durch Linſen oder Spiegel gebildet werden, ihre genaue Aehnlichkeit mit dem Gegenſtande und die Deutlichkeit ihrer Theile hängen von der genauen Convergenz aller Strahlenbüſchel, die von jedem phyſiſchen Punkte des Gegenſtandes ausfließen, nach wirklich mathematiſchen Punkten ab, oder von der größern und geringern Genauigkeit, mit welcher dieſe Convergenz geſchieht. Gebraucht man daher eine Linſe von beträchtlichem Durchmeſſer, vorzüglich wenn die Krümmungen der Flächen nicht gut gewählt ſind, ſo daß eine bedeutende Abweichung entſteht, ſo wird das Bild undeutlich ſeyn, denn ein jeder Punkt des Gegenſtandes bewirkt keinen Punkt im Bilde, ſondern einen kleinen Kreis, über welchen ſich die Strahlen zerſtreuen; und da dieſe Kreiſe ſich decken und in einander fließen, ſo wird die Deutlichkeit aufgehoben. Zur Formation deutlicher Bilder iſt daher die Aufhebung der Abweichung der Strahlen eine weſentliche Bedingung, und alle Unvollkommenheiten entweder in der Geſtalt der angewandten brechenden und zurückwerfenden Oberflächen, oder der Materialien, aus welchen ſie beſtehen, bringen die Strahlen aus ihrer genauen geometriſchen Richtung, und müſſen daher die Bilder verwirren. Man muß daher bei der Formation optiſcher Bilder auf drei Hauptpunkte ſein Augenmerk richten: erſtens, vollkommene Politur der Oberfläche; zweitens, vollkommene Gleichartigkeit des angewandten Materials; drittens, genaue Uebereinſtimmung der Geſtalt der zurückwerfenden und brechenden Oberflächen mit den geometriſchen Regeln und den Reſultaten der Analyſis.

335. Es giebt einen Fall, in welchem die Abweichungen aller Strahlen vollkommen aufgehoben werden, und das Bild eine vollkommene Deutlichkeit erhält. Es iſt derjenige, wo die Strahlen von einer ebenen Fläche zurückgeworfen werden. Denn iſt PQ (Fig. 66) ein Gegenſtand vor dem ebenen Spiegel AB, und läßt

man von jedem Punkte des Gegenſtandes Perpendikel auf den Spiegel herab, nimmt auf den Verlängerungen derſelben die Punkte p, q, ſo daß ſie gleichen Abſtand von der Oberfläche mit den Punkten P, Q haben, ſo machen dieſe Punkte das Bild aus. Nun haben wir geſehen, daß alle aus einem Punkt P ausſtrömenden und an AB zurückgeworfenen Strahlen, nach der Zurückwerfung genau aus p, dem Bilde von P, divergiren werden; folglich iſt das Bild eben ſo vollkommen und frei von jeder Abweichung als das Object ſelbſt, und erſcheint einem Auge, das dermaßen geſtellt iſt, daß es die Strahlen erhalten kann, ſo als ob ein wirklicher Gegenſtand ſich hinter dem Spiegel befände.

336. Zuſatz. Das Bild, welches durch eine ebene zurückwerfende Oberfläche entſteht, iſt dem Gegenſtand ähnlich und gleich, und Linien in beiden, die einander entſprechen, haben eine gleiche Neigung gegen den Spiegel. Dieß wird am beſten durch einen gewöhnlichen Spiegel erläutert.

337. **Aufgabe. Das Bild, welches durch eine ebene brechende Oberfläche von irgend einem Gegenſtande entſteht, zu beſtimmen.**

Es ſey BC die Oberfläche. PQ der Gegenſtand. Von irgend einem Punkt Q ziehe man QC ſenkrecht auf die Oberfläche; ſehen wir dann die Oberfläche als eine Kugel von unendlich großem Radius an, ſo wird die Krümmung $R = o$, und die Gleichung

$$f = (1 - m) R + m D$$

wird bloß $f = m D$. Nun iſt $f = \frac{1}{Cq}$, $D = \frac{1}{CQ}$, $m = \frac{1}{\mu}$, wo μ das Brechungsverhältniß iſt; folglich giebt dieſe Gleichung geometriſch ausgedrückt $Cq = \mu . CQ$.

338. In dem in der Figur dargeſtellten Falle geſchieht die Brechung aus einem dichtern Mittel ins dünnere, indem der Gegenſtand ins dichtere Mittel, z. B. unter Waſſer eingetaucht iſt, und das Auge des Beobachters ſich im dünnern, wie z. B. in Luft befindet; das Bild q des Punktes Q liegt daher näher an der Oberfläche als Q, weil in dieſem Fall μ kleiner als die Einheit iſt. Daſſelbe gilt für alle andern Punkte des Bildes, ſo daß das ganze Object vermittelſt der Brechung erhoben erſcheint, wie in dem bekannten Verſuch, wo eine Münze in ein leeres Gefäß gelegt wird, und man das Auge ſo weit entfernt, bis dieſelbe vom Rande des

Digitized by Google

Gefäßes verdeckt wird; füllt man dann das Gefäß mit Waſſer, ſo wird die Münze wieder ſichtbar. Einem im Waſſer befindlichen Auge werden im Gegentheil äußere Gegenſtände durch die Brechung weiter entfernt ſcheinen.

339. Zuſatz. Das Bild einer graden Linie PQ im Gegenſtande iſt auch eine grade Linie pq im Bilde, die gegen die Oberfläche eine geringere Neigung hat, wenn die Brechung aus dem dichtern ins dünnere Mittel geſchieht. Wird z. B. ein Stab DAPQ zum Theil ins Waſſer getaucht, ſo macht der eingetauchte Theil AQ das Bild Aq, welches weniger geneigt iſt, ſo daß dem Beobachter in der Luft der Stab gebrochen und aufwärts gebogen erſcheint. Dieſe Erſcheinung iſt allgemein bekannt.

340. Bei der Brechung an einer ebenen Oberfläche vereinigen ſich aber die Strahlen nicht genau in einem Punkt, voriges Reſultat iſt daher nur näherungsweiſe genau, und ſetzt voraus, daß die Strahlen beinahe ſenkrecht auf die Oberfläche fallen. Dieß leitet uns zur Betrachtung des ſchiefen Sehens durch brechende Oberflächen, oder von zurückwerfenden Oberflächen aller Art.

341. Das Auge ſieht vermittelſt der Strahlen, die in daſſelbe hineintreten, und urtheilt vom Daſeyn eines Gegenſtandes durch Hülfe der Strahlen, welche merklich divergent von einem Punkt im Raum herkommen. Divergiren dann die Strahlen genau aus einem Punkte, ſo wird das Auge, welches dieſelben erhält, unwiderſtehlich zu dem Glauben geleitet (wenn nicht Gewohnheit und Erfahrung das Urtheil verbeſſern), daß ein Gegenſtand vorhanden ſey; die Täuſchung findet vollſtändig ſtatt, und das Sehen iſt vollkommen. Iſt aber dieſe Divergenz nur näherungsweiſe genau, wenn z. B. die Dichtigkeit der Strahlen, welche das Auge in einer Richtung erreichen, viel größer iſt, als in den daneben liegenden Richtungen, ſo wird zwar immer noch ein Sehen hervorgebracht, allein in dem Verhältniß der mehr oder minder genauen Divergenz der Strahlen deutlicher und undeutlicher. Wir wollen nun annehmen, Q ſey ein ſtrahlender Punkt, der ſich rückſichtlich der zurückwerfenden oder brechenden Oberfläche ABC an einer beliebigen Stelle befindet (Fig. 68), und es ſey AqFB die Brennlinie, welche durch die Durchſchnitte aller gebrochenen oder zurückgeworfenen Strahlen entſteht. Wir wollen annehmen, in E befinde ſich ein Auge; man ziehe von da die Berührungslinie Eq an die Brennlinie, welche verlängert die Ober-

Digitized by Google

fläche in C trifft, und verbinde Q mit C. Dann iſt es einleuchtend, daß jeder kleine Strahlenbündel QC, der aus Q divergirt, einen Brennpunkt in q bildet (§. 134 u. ſ. w.), aus dem er ſpäterhin divergirt, und in das Auge E beinahe ſo fällt, als ob er aus einem mathematiſchen Punkte herkäme. Aus dem, was §. 161 und 162 hierüber geſagt worden iſt, ſieht man, daß die Dichtigkeit der Strahlen im Kegel qE unendlich größer iſt, als in jedem andern daneben liegenden Kegel, der das Auge zur Grundfläche hat, ſo daß q als ein Bild von Q erſcheint, und mehr oder weniger undeutlich iſt, je nachdem die Krümmung der Brennlinie in q größer oder geringer ausfällt; denn es iſt einleuchtend, daß wenn die Krümmung ſehr ſtark iſt, ſo wird die angenommene Vereinigung jedes kleinen endlichen Strahlenbüſchels QCC′ in einem mathematiſchen Punkt mehr von der Wahrheit abweichen, als wenn ſich die Brennlinie mehr einer graden Linie nähert.

342. Zuſatz. Wechſelt das Auge ſeine Stellung, ſo wird die ſcheinbare Lage eines Objects, welches durch Hülfe einer brechenden oder zurückwerfenden Oberfläche geſehen wird, ebenfalls geändert; denn, ſo wie E eine andere Lage annimmt, ändert die Berührungslinie Eq ebenfalls ihre Richtung, und der Berührungspunkt q oder der Ort des Bildes wird ein anderer.

343. Dieſer Satz kann durch ein ſehr bekanntes Beiſpiel erläutert werden. Sehen wir durch die Oberfläche eines ſtillen, nicht ſehr tiefen Waſſers, welches einen horizontalen Boden hat, ſo erſcheint der Boden nicht als Ebene, ſondern ſcheint an allen Seiten in die Höhe zu ſteigen und ſich der Oberfläche zu nähern, in je ſchieferer Richtung wir denſelben betrachten. Um dieß zu erklären, ſey Q ein Punkt des Grundes, und QPe der Weg des Strahls, durch welchen ein Auge in e denſelben erblickt (Fig. 39). Der Punkt der Brennlinie, in welchem dieſelbe von der verlängerten eP getroffen wird, iſt Y, und aus der Geſtalt der Brennlinie (§. 238) iſt es einleuchtend, daß Y der Oberfläche um ſo näher liegt, je ſchiefer eP gegen dieſelbe geneigt iſt. Die ſcheinbare Geſtalt des Bodens wird daher folgendermaßen beſtimmt werden. Vom Auge E (Fig. 69) ziehe man eine Linie EG nach dem Punkt G der Oberfläche, und nachdem man PY parallel mit EG gezogen hat, die den Zweig DYB der Brennlinie berührt, verlängere man EG nach H, mache GH = PY, ſo wird H das Bild des Punktes Q′ am Boden ſeyn, und er gehört

zur Brennlinie D′HB′; der Ort des Punktes H oder die ſcheinbare Geſtalt des Bodens iſt die krumme Linie DFH, die in D eine beckenförmige Krümmung, in F einen Wendungspunkt hat, und deren Aſymptote eine mit der Oberfläche zuſammenfallende grade Linie ausmacht.

344. In dem Fall, daß die Bilder aus Strahlen entſtehen, welche unter kleinen Winkeln und beinahe central einfallen, kann man folgende Regeln zur Beſtimmung ihrer Lage, Größe und ſcheinbaren Stellung für alle Arten von ſphäriſchen Oberflächen dem Gedächtniß einprägen, und ſie bedürfen für denjenigen, welcher das Vorhergehende mit Aufmerkſamkeit geleſen hat, keines weitern Beweiſes.

345. Erſte Regel. Jedes Bild, welches durch convergente Strahlen gebildet wird, oder aus welchem Strahlen divergiren, kann als ein Object betrachtet werden.

346. Zweite Regel. Bei ſphäriſchen Spiegeln liegen das Object ſowohl als das Bild auf einerlei Seite des Hauptbrennpunkts. Sie bewegen ſich in entgegengeſetzten Richtungen, und treffen einander im Mittelpunkt und an der Oberfläche des Spiegels. Die Entfernung des Bildes vom Hauptbrennpunkte und dem Mittelpunkte erhält man durch die Proportion (Fig. 16).

$$QF : FE = FE : Fq = QE : Eq.$$

und das Bild iſt aufrecht, wenn das Object und der Spiegel auf einerlei Seite des Hauptbrennpunkts liegen, aber umgekehrt, wenn ſie ſich auf entgegengeſetzten Seiten befinden. Die Größen des Bildes und des Objects erhält man aus der Proportion

$$\text{Object} : \text{Bild} = QF : FE$$

d. h. wie die Entfernung des Objects vom Hauptbrennpunkt zur Brennweite des Spiegels.

347. Dritte Regel. Bei dünnen Linſen von jeder Art ſey Q der Ort des Objects, q der des Bildes, E der Mittelpunkt der Linſe, F der Hauptbrennpunkt der in entgegengeſetzter Richtung einfallenden Strahlen, ſo liegen das Object und das Bild auf einer oder auf verſchiedenen Seiten der Linſe, je nachdem das Object und die Linſe auf einer oder auf verſchiedenen Seiten des Hauptbrennpunkts ſich befinden. Im erſtern Fall iſt das Bild aufrecht, im letztern umgedreht. Die Entfernung des Bildes von der Linſe oder vom Gegenſtande erhält man aus den Proportionen.

$$QF : FE = QE : Eq ;$$
$$QF : QE = QE : Qq ,$$

und die Größe des Objects verhält ſich zu der des Bildes, wie die Entfernung des Objects von F ſich zur Brennweite, d. h. wie QF : FE verhält.

348. Vierte Regel. Bei allen Verbindungen von Spiegeln und Linſen läßt ſich das von der erſten hervorgebrachte Bild als ein Object betrachten, von welchem die zweite wieder ein Bild macht, und ſo fort bis zur letzten.

349. Es iſt ſchon früher (§. 6) bemerkt worden, daß die ſichtbaren Gegenſtände ſich dadurch von den optiſchen Bildern unterſcheiden, daß von den erſtern Licht nach allen Seiten, von den letztern aber nur in gewiſſen Richtungen ausſtrömt. Dieß macht in der Optik eine wichtige Unterſcheidung aus: Ein wirkliches Object kann man ſehen, ſobald nichts Dunkles zwiſchen daſſelbe und das Auge geſetzt wird; ein Bild hingegen wird bloß dann geſehen, wenn das Auge in den Strahlenbündel zu ſtehen kommt, durch welchen das Bild entſteht. So ſieht z. B. das Auge in dem (Fig. 62) abgebildeten Falle von dem Bilde nichts, ausgenommen wenn ſich daſſelbe innerhalb des Raums DqpH befindet, wo BqD und ApH die äußerſten Strahlen ſind, die von den Gränzen des Gegenſtandes herkommen, und in der Linſe gebrochen werden.

Die Helligkeit eines Bildes iſt daher der Lichtmenge proportional, die in jedem ſeiner Punkte vereinigt iſt, und ſie verhält ſich daher, wenn wir die Abweichung der Strahlen nicht mit berückſichtigen, wie das Product aus der ſcheinbaren Größe der Linſe oder des Spiegels vom Object aus geſehen in den Flächeninhalt des Objects, dividirt durch den Flächeninhalt des Bildes. Da nun die Fläche des Objects ſich zur Fälche des Bildes verhält, wie das Quadrat des Abſtandes des Objects von der Linſe zum Quadrat der Entfernung des Bildes, und die ſcheinbare Größe der Linſe vom Gegenſtand aus geſehen, dem Quadrat desjenigen Quotienten proportional iſt, welcher entſteht, indem man ihren Durchmeſſer durch den Abſtand vom Gegenſtand dividirt, ſo verhält ſich die Helligkeit oder der Grad der Erleuchtung des Bildes bloß wie die ſcheinbare Größe der Linſe vom Bild aus geſehen, wie groß auch die Entfernung des Gegenſtandes ſeyn mag. Nun iſt immer die ſcheinbare Größe der Linſe vom Bild aus geſehen, kleiner als eine Halbkugel, folglich iſt die Er-

leuchtung des Bildes immer kleiner als die des Gegenſtandes, geſetzt auch, daß durch die Zurückwerfung oder Brechung gar kein Licht verloren geht. Dieſes findet ſtatt, wenn das Bild auf einer Tafel aufgefangen wird, die alle Strahlen zurückwirſt, oder wenn ein Auge hinter dem Bilde eine Pupille beſitzt, die groß genug iſt, um alle die ſich im Bilde durchkreuzenden Strahlen aufzufangen, und um ſo mehr wird die Helligkeit des Bildes abnehmen, wenn das Auge nicht im Stande iſt alle Strahlen aufzufangen. Hierbei wird vorausgeſetzt, daß der Gegenſtand eine merkliche Größe hat, aber wenn ſowohl das Object als das Bild bloß phyſiſche Punkte ſind, ſo urtheilt das Licht nach dem abſoluten Glanze, und der Glanz des Bildes iſt dann der ſcheinbaren Größe der aus dem Object geſehenen Linſe proportional. Für einen Stern z. B., deſſen Entfernung unveränderlich iſt, verhält ſich der Glanz des Bildes direct wie das Quadrat der Oeffnung, und hierin beſteht die Urſache, warum Sterne in größern Fernröhren geſehen werden können, die in kleinern verſchwinden.

---

§. XII. Vom Bau des Auges und vom Sehen.

350. Das Sehen geſchieht durch Hülfe der optiſchen Bilder; das Auge beſteht aus einem Syſtem von Linſen, welche die von jedem Punkt der äußern Gegenſtände ausfließenden Strahlen auf einem feinen Nervengewebe, die Netzhaut genannt, vereinigen, und daſelbſt ein Bild machen, welches von der Netzhaut aufgefangen oder gefühlt wird.

In Fig. 70 wird ein Durchſchnitt des menſchlichen Auges durch ſeine Axe in horizontaler Ebene dargeſtellt. Im Allgemeinen iſt ſeine Geſtalt kugelförmig, aber nach vorn zu erhaben. Es beſteht aus drei Hauptabtheilungen, die mit völlig durchſichtigen Mitteln angefüllt ſind, und deren brechende Kraft unter ſich verſchieden iſt, aber jede derſelben kommt der brechenden Kraft des Waſſers ſehr nahe. Das erſte dieſer brechenden Mittel, welches die vordere Abtheilung einnimmt, heißt die wäſſerige Feuchtigkeit, und beſteht aus reinem Waſſer mit etwas ſalzſaurer Soda-Gallerte und Eiweißſtoff, wovon letzteres kaum acht Procent beträgt. *) Ihr Brechungsverhältniß beträgt

*) Chenevix, Philosophical Transactions. Vol. XCIII p. 195.

Digitized by Google

nach den Verſuchen von Choſſat *) und denen von Dr. Brewſter und Dr. Gordon **) faſt genau ſo viel wie beim Waſſer, nämlich 1,337, da das des Waſſers 1,336 iſt. Das Gewebe, in welches dieſelbe eingeſchloſſen iſt, wird auf der vordern Seite von einer ſtarken hornartigen und durchſichtigen Haut α begränzt, welche die Hornhaut genannt wird, deren Geſtalt den ſeinen Verſuchen und genauen Meſſungen von Choſſat ***) zufolge ein Ellipſoid iſt, welches durch Umdrehung einer Ellipſe um die große Axe entſtand; dieſe Axe beſtimmt daher die Axe des Auges, aber es iſt merkwürdig, daß bei den von Choſſat gemeſſenen Ochſenaugen der Scheitel des Ellipſoids niemals mit dem Mittelpunkt der Oeffnung der Hornhaut zuſammenfiel, ſondern in einer horizontalen Ebene 10° weiter nach der Naſe zu lag. Das Verhältniß der halben Axe dieſer Ellipſe zur Excentricität beſtimmt derſelbe = 1,3, und da dieß beinahe mit 1,337 dem Brechungsverhältniß übereinkommt, ſo iſt aus dem, was §. 236 bewieſen wurde, einleuchtend, daß parallele Strahlen, welche in der Richtung der Axe auf die Hornhaut fallen, ſich in einem Brennpunkt hinter derſelben mit faſt mathematiſcher Genauigkeit vereinigen, indem die Abweichung der Strahlen, welche ſtattfinden würde, wenn die äußere Oberfläche eine Kugel wäre, beinahe vollkommen aufgehoben wird.

351. Die hintere Seite des Behältniſſes A der wäßrigen Feuchtigkeit wird von der Regenbogenhaut oder Iris $\beta\gamma$ begränzt; dieſe bildet gleichſam eine kreisförmige dunkle Tafel, welche aus Muskelfaſern beſteht, durch deren Zuſammenziehung oder Ausdehnung eine in ihrer Mitte befindliche Oeffnung, die Pupille oder der Stern, der Intenſität des Lichts gemäß vergrößert oder verkleinert wird. Bei ſehr ſtarkem Licht wird der Durchmeſſer der Pupille ſo ſehr verringert, daß er nicht zwölf Hunderttheile eines Zolles bei dem menſchlichen Auge ausmacht, während bei ſchwacher Erleuchtung er ſich auf fünf und zwanzig Hunderttheile ausdehnt, alſo ſeinen frühern Durchmeſſer verdoppelt. ****) Der Nutzen dieſer Ein-

*) Bulletin, de la Société philomathique. 1818, p. 94.

**) Edinburgh Philosophical Journal. Vol. I. p. 42.

***) Sur la courbure des milieux refringens de l'oeil chez le boeuf. Annales de Chimie. X. p. 337.

****) Dr. Young's Lectures on the Mechanism of the Eye, Philosophical Transactions. XCI.

Digitized by Google

richtung beſteht augenſcheinlich darin, daß die Erleuchtung des Bildes auf der Netzhaut gemäßigt und gleichförmiger gemacht wird, deren Nerven ſonſt leicht verletzt werden könnten. Bei Thieren, z. B. bei der Katze, welche zur Nachtzeit gut ſehen, iſt die Pupille am Tage beinahe völlig verſchloſſen, und bildet nur eine ſchmale Linie, aber bei dem menſchlichen Auge iſt die Geſtalt der Pupille immer kreisförmig. Die Zuſammenziehung der Pupille geſchieht unwillkürlich, und wird durch den Reiz des Lichts ſelbſt hervorgebracht; dieß iſt ein ſchönes Beiſpiel eines ſich von ſelbſt in Ordnung bringenden Mechanismus, deſſen Bewegung man leicht ſehen kann, indem man dem Auge ein Licht nähert, während man daſſelbe auf ſein eigenes Bild im Spiegel gerichtet erhält.

352. Unmittelbar hinter der Oeffnung der Iris befindet ſich die Kryſtalllinſe B, die die hintere Gränze des Theils A ausmacht. Ihre Geſtalt iſt ein durch Umdrehung entſtandener Körper, deſſen vordere Seite viel weniger gekrümmt iſt als die hintere. Beide Oberflächen ſind nach Choſſat Ellipſoiden, die durch Umdrehung um die kleine Axe entſtanden ſind, aber es ſcheint aus ſeinen Meſſungen zu folgen, daß die Axen beider Oberflächen weder genau unter ſich, noch mit der der Hornhaut zuſammenfallen. Dieſe Abweichung würde dem deutlichen Sehen ſehr zum Nachtheil gereichen, wenn die Kryſtalllinſe ſehr dichter als die übrigen Theile wäre, oder wenn die Brechung durch ſie allein geſchähe. Dieß iſt aber keinesweges der Fall, denn das mittlere Brechungsverhältniß dieſer Linſe beträgt nur 1,384, während das der wäßrigen Feuchtigkeit, wie wir geſehen haben, 1,337 und das der gläſernen Feuchtigkeit C, die die dritte Abtheilung einnimmt, 1,339 iſt, ſo daß die ganze Beugung, welche die Strahlen an der Oberfläche der Kryſtalllinſe erleiden, nur ſehr gering ausfällt, in Vergleich mit der Neigung der Oberfläche an demjenigen Punkt, wo die Beugung ſtattfindet, und da in der Gegend des Scheitels eine ziemlich ſtarke Abweichung der Richtung der Axe nur eine ſehr kleine Veränderung in der Neigung des Strahls gegen die Oberfläche hervorbringen kann, ſo wird die Wirkung dieſer fehlerbewirkenden Urſache ſo geſchwächt, daß wahrſcheinlich keine merkliche Abweichung hervorgebracht wird.

353. Die Kryſtalllinſe enthält eine größere Menge von Eiweißſtoff und Gallerte, als die übrigen Feuchtigkeiten des Auges, ſo daß ſie durch die Hitze des kochenden Waſſers völlig gerinnt. Sie iſt

Digitized by Google

gegen die Mitte zu dichter als nach Außen hin. Nach den Verſuchen von Dr. Brewſter und Dr. Gordon ſind die Brechungsverhältniſſe ihrer Mitte zwiſchen der Mitte und der Außenſeite, und an der Außenſeite ſelbſt, 1,3999, 1,3786, 1,3767, wo das des reinen Waſſers = 1,3358 angenommen wird. Dieſe Zunahme der Dichtigkeit iſt, wie man leicht ſieht, ſehr nützlich, um die Abweichung der Strahlen zu verbeſſern, indem dadurch die Brennweite der centralen Strahlen verkürzt wird, wie ſich aus den zur Auffindung der Abweichung §. 299 angegebenen Regeln ergiebt. Die Wirkung der elliptiſchen Geſtalt dieſer Oberflächen führt auf ſehr verwickelte Rechnungen, und wir können in dieſem Werke nicht auf dieſelben eingehen. Wahrſcheinlich beſteht ihr Nutzen darin, daß die Abweichung der ſchiefen Strahlen durch dieſelbe corrigirt wird.

354. Die hinterſte Abtheilung C des Auges iſt mit der gläſernen Feuchtigkeit angefüllt, eine Feuchtigkeit, welche nach Chenevix weder im ſpecifiſchen Gewicht noch rückſichtlich der chemiſchen Zuſammenſetzung merklich von der wäßrigen Feuchtigkeit abweicht, und wie wir geſehen haben, iſt auch ihr Brechungsverhältniß weniger größer als das der letztern.

355. Da die brechende Kraft der Kryſtalllinſe ſowohl die der wäßrigen als die der gläſernen Feuchtigkeit übertrifft, ſo müſſen die durch die Hornhaut auf dieſelbe einfallenden convergenten Strahlen noch convergenter gemacht werden, und genau in ihrem Brennpunkt liegt die hintere Oberfläche der Abtheilung, welche die gläſerne Feuchtigkeit enthält, und die durch die Netzhaut d gebildet wird, welche ein Geflecht von den feinſten Nerven iſt, die alle aus einem großen Nerven O, dem Sehnerven ausgehen, der ſchief in das Auge nahe bei der Naſe eintritt. Die Netzhaut begränzt die ganze Höhlung C bis nach i, wo die Kryſtalllinſe anfängt. Ihre Nerven ſtehen mit dem ſchwarzen Pigment in Verbindung, und ſind gleichſam in daſſelbe eingetaucht, welches eine ſehr ſchwarze ſammtartige Materie iſt, die die Aderhaut (choroides) bedeckt, und von welchen alles Licht verſchluckt wird, ſobald es auf der Netzhaut eine Empfindung hervorgebracht hat, und hierdurch allen Zurückwerfungen des Lichts, und der daraus entſtehenden Undeutlichkeit im Sehen vorgebeugt wird. Alle dieſe Feuchtigkeiten und Häute ſind in eine dicke und zähe Hülle eingeſchloſſen, die die harte Haut (Sclerotica) genannt

Digitized by Google

wird; ſie verbindet ſich mit der Hornhaut, und bildet dasjenige, was gewöhnlich das Weiße des Auges heißt.

356. Auf dieſe Art iſt der Bau des Auges beſchaffen, vermöge deſſen die parallelen Lichtſtrahlen, oder diejenigen, welche von ſehr entfernten Gegenſtänden ausfließen, in einem Brennpunkt auf der Netzhaut vereinigt werden. Da es aber nöthig iſt, daß wir die Gegenſtände ſowohl in der Nähe als in der Entfernung ſehen, und da die Brennweite einer Linſe oder eines Syſtems von Linſen für nahe Gegenſtände größer als für entfernte iſt, ſo iſt einleuchtend, daß irgendwo ein Vermögen im Auge enthalten ſeyn muß, durch welches entweder die Netzhaut von der Hornhaut entfernt werden kann, und das Auge ſich in der Richtung ſeiner Axe verlängert, oder die Krümmung der Linſen ſo geändert wird, daß die Strahlen eine größere Convergenz erhalten. Wir wiſſen, daß eine ſolche Kraft vorhanden iſt, und durch eine willkürliche Anſtrengung hervorgebracht werden kann; auch iſt es einleuchtend, daß dieſelbe durch Muskeln entſteht, da ſich bei längerer Anſtrengung Müdigkeit erzeugt, und die Kraft auch nicht über einen gewiſſen Punkt erhöht werden kann. Allein die Anatomen ſowohl, als die theoretiſchen Optiker ſind über die Art und Weiſe, auf welche dieſer Mechanismus hervorgebracht wird, nicht einig. Einige behaupten, daß die Wirkung der ſogenannten musculi recti, die das Auge in ſeiner Höhlung bewegen, wenn ſie zu gleicher Zeit zuſammengezogen werden, einen Druck auf die im Innern des Auges befindlichen Flüſſigkeiten hervorbringen, und dadurch die Hornhaut vorwärts gepreßt wird, wodurch dieſelbe zugleich erhabener, und ihre Entfernung von der Netzhaut vergrößert wird. Dieſe Meinung, welche von Dr. Olbers angegeben wurde, und deren Beweis Ramsden und Home durch den Augenſchein darzuſtellen ſuchten, iſt von Dr. Young durch Verſuche angegriffen worden, aus denen ſich auf ſehr entſcheidende Weiſe zeigt, daß wenigſtens der Zuwachs von Convexität bei der Hornhaut ſehr geringen Antheil an der Hervorbringung dieſer Wirkung nimmt, und daß vielleicht derſelbe gar keinen Theil hat. Eine Verlängerung des ganzen Auges, da daſſelbe kugelförmig und voll Flüſſigkeiten iſt, läßt ſich in dem Maße, in welchem ſie nöthig wäre, nicht wohl als das Reſultat eines Druckes, der mit Sicherheit angebracht werden könnte, anſehen, wenn man auf eine Entfernung von drei Zoll, welche die geringſte iſt, auf welche gewöhnliche Augen ſehen können, ein deut-

Digitized by Google

liches Bild erhalten will; die Kugel müßte dann in ein Ellipſoid verwandelt werden, deren Axe faſt um den ſiebenten Theil länger ausfallen müßte, als im natürlichen Zuſtand, und die auf dieſe Art hervorgebrachte Ausdehnung der harten Haut ſcheint kaum mit ihrer Härte und Zähigkeit vereinbar zu ſeyn. Eine andere Meinung, die von dem zuletzt genannten ausgezeichneten Phyſiker mit gutem Erfolg vertheidigt worden iſt, beſteht darin, daß die Kryſtalllinſe ſelbſt die Fähigkeit beſitzt ihre Geſtalt zu verändern, und convexer wird, indem ſich das Auge den kleinern Entfernungen anpaßt. Seine Verſuche, welche er mit ſolchen Perſonen anſtellte, die an dieſer Linſe Mangel litten, beweiſen ſogar die völlige Abweſenheit der Kraft des Auges, ſeine Brennweite zu ändern, obgleich das Auge ſich einigermaßen durch die Zuſammenziehung der Iris den verſchiedenen Entfernungen anpaſſen kann, indem auf dieſe Weiſe durch Verkleinerung des Durchmeſſers des Strahlenbündels der Raum auf der Netzhaut verringert wird, über welchen ſich die nur unvollkommen zur Convergenz gebrachten Strahlen vereinigen, und hierdurch einigermaßen die Wirkung ihrer unzulänglichen Convergenz aufgehoben wird. Bedenken wir, daß die Kryſtalllinſe wirklich eine regelmäßige faſerige Structur hat (wie man leicht ſehen kann, indem man die Kryſtalllinſe eines gekochten Fiſchauges zerreißt), indem ſie aus Lagen beſteht, die wie bei einer Zwiebel über einander liegen, und jede Lage aus Faſern zuſammengeſetzt iſt, die aus zwei Polen ausgehen, wie die Meridiane einer Kugel, deren Axe die Axe des Auges ſelbſt iſt, ſo zeigt ſich, in ſo weit wenigſtens, ein genügender Anſchein einer Muskelbildung; und wäre dieſes auch nicht der Fall, ſo würde doch die Analogie mit durchſichtigen Thieren, bei denen man keine Muskelfaſern unterſcheidet, und die doch der Bewegung und dem Nervenreiz unterworfen ſind, obgleich man eben ſo wenig Nerven als Muskeln in ihnen bemerkt, die Annahme einer Muskelkraft in der Kryſtalllinſe leicht zuläſſig machen, obſchon man noch keine Nerven in derſelben entdeckt hat. Im Ganzen muß man zugeben, daß Alles dieſer Annahme günſtig iſt, wiewohl die andern ſchon erwähnten Urſachen auch zum Theil mit beitragen können, und daſſelbe noch eines genauern Beweiſes bedarf. Es iſt ein Ruhm für die Wiſſenſchaft, daß ſie im Stande geweſen iſt, ſo tief in die feinen Einrichtungen dieſes bewunderungswürdigen Werkzeugs einzudringen, und es kann ihr keine Schande ſeyn, daß ihren Unterſuchungen noch etwas

Digitized by Google

verborgen bleibt; denn obgleich die Anatomen über verſchiedene Punkte des Baues des Auges verſchiedene Meinungen hegen, oder die Phyſiologen ſich über die Art der Thätigkeit deſſelben ſtreiten können, ſo iſt doch dasjenige, was wir wirklich vom Bau des Auges einſehen, einem Product des menſchlichen Scharfſinnes ſo ähnlich und doch ſo weit über demſelben erhaben, ſo durchdacht, ſolche Sorgfalt und Feinheit, mit allen Vortheilen, die die Naturkräfte als bloße Maſchinen betrachtet, angewendet, um einen gewiſſen vorgeſetzten Zweck zu erlangen, daß wir dadurch von der überlegten Wahl und vorhergedachten Beſtimmung überzeugt werden müſſen, und vielleicht in ſtärkerem Maße als durch jedes andere Werkzeug, welches uns entweder die Natur oder die Kunſt darbietet. Hierdurch erhält das Studium dieſes Gegenſtandes das höchſte Intereſſe.

357. Die Bilder der äußern Gegenſtände ſtellen ſich daher verkehrt auf der Netzhaut dar, und man kann ſie daſelbſt ſehen, indem man die hintern Häute des Auges eines friſch getödteten Thieres durchſchneidet, und die Netzhaut und die Aderhaut von hinten betrachtet, wie das Bild auf einer Tafel von matt geſchliffenem Glaſe, welche §. 331 erwähnt wurde. Dieſes Bild allein iſt es, welches von den Nerven der Netzhaut gefühlt wird, auf welche die Lichtſtrahlen als ein Reiz wirken, und die daſelbſt hervorgebrachten Eindrücke werden vermittelſt des Sehnerven in das Gehirn auf eine Art übertragen, welche zu den tiefern Geheimniſſen der Phyſiologie gehört, aber welche von derjenigen Art, auf welche alle übrigen Eindrücke zum Gehirn gelangen, nicht verſchieden zu ſeyn ſcheint. So bringt z. B. eine Lähmung des Sehnerven, ſo lange dieſelbe dauert, eine völlige Blindheit hervor, obgleich das Auge offen bleibt und die Feuchtigkeiten ihre Durchſichtigkeit beibehalten, und einige ſehr ſonderbare Fälle von halber Blindheit ſind aus der Lähmung des einen Sehnerven, bei geſundem Zuſtande des andern, mit gutem Erfolge erklärt worden. *) Eben ſo verhält ſich der Grad des deutlichen Sehens, während die Nerven ihre Empfindlichkeit beſitzen, genau wie der Grad der genauen Formation der Bilder. Bei dem Staar der Augen, wo die Kryſtalllinſe ihre Durchſichtigkeit verliert, erreicht das Licht entweder die Netzhaut gar nicht, oder in zu geringem Grade,

*) Wollaston, on Semi-decussation of the Optic Nerves. Philosophical Transactions. 1824.

indem es von den dunkeln und halbdunkeln Stellen, die es auf ſeinem Wege antrifft, aufgehalten, verwirrt und zerſtreut wird. Das Bild iſt daher entweder völlig verzerrt oder dunkel und undeutlich, und die Blindheit nimmt in demſelben Maße zu. Wird die verdunkelte Linſe herausgenommen, ſo kehrt die volle Empfindung für das Licht wieder zurück, aber da ein Hauptinſtrument, welches die Convergenz der Strahlen hervorbringt, fehlt, ſo wird das Bild anſtatt auf der Netzhaut, erſt weit hinter derſelben entſtehen, und da die Netzhaut die Strahlen in ihrem nicht vereinigten Zuſtande aufnimmt, ſo kann kein regelmäßiges Bild, alſo auch kein deutliches Sehen entſtehen. Giebt man aber den Strahlen, ehe ſie in das Auge treten, ihre gehörige Convergenz, indem man eine erhabene Linſe anbringt, und hierdurch die übrig gebliebenen Flüſſigkeiten des Auges in den Stand ſetzt, die Convergenz auf der Netzhaut hervorzubringen, ſo entſteht dadurch ſogleich ein deutliches Sehen. Dieß iſt die Urſache, aus welcher Perſonen, die ſich der Operation des Staars unterwerfen mußten (wobei entweder die dunkle Kryſtalllinſe herausgenommen, oder auf die Seite geſchoben wird), eine Brille von ſehr kurzer Brennweite tragen. Solche Gläſer leiſten die Dienſte einer künſtlichen Kryſtalllinſe. Eine andere Urſache des unvollkommenen Sehens, die der Wegnahme der Kryſtalllinſe ähnlich iſt, rührt vom Alter her, und das Mittel dagegen iſt daſſelbe. Bei bejahrten Perſonen verliert die äußere Hülle des Auges, die Hornhaut, zum Theil ihre Convexität und wird flacher. Die K r a f t des Auges (§. 248, 255) wird daher vermindert, und es kann kein vollkommenes Bild auf der Netzhaut entſtehen. Die fehlende Kraft wird durch eine convexe Linſe oder ein B r i l l e n g l a s (§. 268) erſetzt, und das Sehen wird auf dieſe Weiſe vollkommen, oder doch verbeſſert.

358. Kurzſichtige Perſonen haben zu convexe Augen, und dieſem Fehler läßt ſich ſo wie dem vorigen durch Gläſer von entgegengeſetzter Eigenſchaft abhelfen. Es kommen jedoch Fälle vor, freilich ſehr ſelten, wo die Hornhaut ſo erhaben wird, daß es unmöglich iſt eine Linſe anzubringen, durch welche ihre Wirkung verhindert wird. Dieſe Fälle würden mit unheilbarer Blindheit verbunden ſeyn, allein man hat dann die Kühnheit gehabt, das Auge zu öffnen, und die völlig geſunde Linſe herauszunehmen, und dieſe Kühnheit läßt ſich nur durch die Gewißheit unſerer Kenntniſſe der wahren Beſchaffenheit und Geſetze des Sehens rechtfertigen.

Digitized by Google

359. Dieß ſind aber nicht die einzigen aus dem Bau des Organs hervorgehenden Fälle eines mangelhaften Sehens, denen man Hülfsmittel entgegenſetzen kann. Fehlerhafte Bildungen der Hornhaut finden viel gewöhnlicher ſtatt, als man gewöhnlich glaubt, und wirklich nur wenige Augen ſind ganz frei davon. Man kann ſie entdecken, indem man ein Auge ſchließt, und das andere auf einen ſchmalen gut erleuchteten nicht zu glänzenden Gegenſtand richtet (die Mondſichel, wenn ſie ſehr klein iſt, ſo daß das Alter des Mondes nur zwei oder drei Tage beträgt, iſt dieſem Zweck ſehr angemeſſen), und den Kopf in verſchiedene Lagen bringt. Der Gegenſtand erſcheint dann doppelt, dreifach, vielfach oder auf verſchiedene Art verzerrt, und eine ſorgfältige Beobachtung der Erſcheinungen unter verſchiedenen Umſtänden wird uns zu der beſondern Bildung der brechenden Oberflächen des Auges, durch welche ſie bewirkt werden, leiten, und uns das nöthige Gegenmittel angeben. Ein merkwürdiges und lehrreiches Beiſpiel dieſer Art iſt von G. B. Airy (Transactions of the Cambridge Philosophical Society) bei einem ſeiner eigenen Augen angegeben worden, bei dem er ſich wegen der mangelhaften Bildung der Linſen des Auges überzeugte, daß daſſelbe in einer verticalen Ebene eine kürzere Brennweite hat, als in der horizontalen Ebene, wodurch das Auge völlig unbrauchbar wurde. Man ſieht leicht, daß dieß dann ſtattfinden muß, wenn die Hornhaut, anſtatt eine durch Umdrehung entſtandene Oberfläche zu ſeyn (bei welcher die Krümmung jedes Schnitts durch die Axe dieſelbe iſt), eine andere Geſtalt hätte, in der die Krümmung des verticalen Schnitts größer iſt, als die des horizontalen, und es iſt einleuchtend, daß dieſem Fehler keinesweges durch den Gebrauch der ſphäriſchen Linſen abgeholfen werden kann. Die genaue Methode, welche ſich in allen ſolchen Fällen anwenden läßt, würde darin beſtehen, daß man an das Auge eine Linſe brächte, die beinahe daſſelbe Brechungsverhältniß hat, und bei welcher die dem Auge zunächſt liegende Fläche einen genauen Abdruck der unregelmäßigen Hornhaut vorſtellt, während die äußere Geſtalt kugelförmig, wie die Hornhaut im Allgemeinen angenommen werden muß; denn es iſt einleuchtend, daß alle Verdrehungen der Strahlen an der hintern Fläche einer ſolchen Linſe durch die gleichen und entgegengeſetzten Abweichungen der Hornhaut aufgehoben werden müſſen. *)

*) Sollten irgend ſehr ſchlimme Fälle einer unregelmäßigen Hornhaut ſich vorfinden, ſo würde es der Mühe werth ſeyn, zu unterſuchen,

Die Nothwendigkeit aber, daß man ſich auf ſolche Flächen beſchränken muß, die wirklich aus Glas geſchliffen werden können, damit man ſich derſelben immer bedienen kann, führte Airy auf den Gedanken, eine biconcave Linſe zu nehmen, bei der die eine Oberfläche ſphäriſch, die andere cylindriſch iſt. Die ſphäriſche Oberfläche ſollte dazu dienen, um die im Allgemeinen zu convexe Hornhaut zu verbeſſern. Der Nutzen der cylindriſchen kann folgendermaßen erklärt werden. Man nehme an, daß parallele Strahlen auf eine concave cylindriſche Oberfläche ABCD in einer Richtung, die ſenkrecht auf der Axe des Cylinders ſteht, fallen (Fig. 71), und ſey SS′PP′QQ′TT′ irgend ein unendlich dünner Strahlenbündel in Geſtalt eines Parallelopipedum, deſſen Seiten parallel mit der Axe ſind. Da jeder von den in dieſem Strahlenbündel enthaltenen Strahlen SP, S′P′ in einer Ebene APS liegt, die ſenkrecht auf der Axe ſteht, ſo werden dieſelben nach der Brechung alle nach einem in derſelben Ebene befindlichen Punkte X convergiren, oder von einem ſolchen divergiren, folglich werden alle auf PQ, P′Q′ fallenden Strahlen nach der Brechung ihren Brennpunkt in der Linie XY haben, und den Hauptbrennpunkt des Cylinders wird die Linie FG ausmachen, deren Entfernung FC vom Scheitel der Oberfläche CC′ dieſelbe iſt, als die Brennweite einer Kugelfläche, die durch die Umdrehung von AB um die Axe FC entſteht. Wir ſehen hieraus, daß eine cylindriſche Linſe bei Strahlen, welche in der Ebene der Axe des Cylinders auffallen, keine Convergenz oder Divergenz hervorbringt, während ſie die Strahlen, welche in einer auf der Axe ſenkrechten Ebene auffallen, eben ſo wie eine ſphäriſche Oberfläche divergiren und convergiren macht. Verbindet man daher eine ſolche cylindriſche Oberfläche mit einer ſphäriſchen, ſo bleibt der Brennpunkt der ſphäriſchen Oberfläche in der einen Ebene ungeändert, in der andern aber ändert er ſich ſo, wie er bei einer Linſe ſeyn muß, die auf der einen Seite dieſe Kugelfläche, auf

---

ob man ſich nicht wenigſtens auf einige Zeit ein deutliches Sehen dadurch verſchaffen könnte, indem man mit der Oberfläche des Auges eine durchſichtige thieriſche Gallerte in eine ſphäriſche Glaslinſe eingeſchloſſen, in Berührung brächte, oder ob man nicht ein wirkliches Modell der Hornhaut nehmen und daſſelbe in ein durchſichtiges Mittel eindrücken könnte. Die Operation würde auf jeden Fall viel Vorſicht erfordern, aber gewiß weniger als die, bei der man ein lebendes Auge öffnet, und den Inhalt herausnimmt.

Digitized by Google

der andern aber eine Kugelfläche beſitzt, deren Krümmung der des Cylinders gleichkommt. Setzt man dann eine ſolche ſphäriſch-cylindriſche Linſe vor das Auge, ſo wird der Fehler deſſelben, wenigſtens näherungsweiſe aufgehoben. Es würde unrecht ſeyn, wenn wir die Auseinanderſetzung dieſer intereſſanten Anwendung der mathematiſchen Wiſſenſchaften, welche ſo ſehr zur Vermehrung der Bequemlichkeit ihres Beſitzers beitragen, mit andern als ſeinen eigenen Worten ſchließen wollten. „Nachdem ich mich fruchtlos an verſchiedene Optiker gewendet hatte, verſchaffte ich mir endlich eine Linſe von den beſagten Dimenſionen *) bei einem Künſtler, Namens Fuller in Ipswich. Sie befriedigt meine Wünſche in jeder Rückſicht. Ich kann jetzt in einer beträchtlichen Entfernung die kleinſte Schrift mit dem linken fehlerhaften Auge ſo gut als mit dem rechten leſen. Ich habe gefunden, daß das Sehen am deutlichſten iſt, wenn die cylindriſche Oberfläche vom Auge abgewendet iſt, und da die Linſe, wenn ſie vom Auge entfernt iſt, die ſcheinbare Geſtalt der Gegenſtände ändert, indem ſie die in verſchiedenen Ebenen einfallenden Strahlen auf verſchiedene Weiſe bricht, ſo hielt ich es für angemeſſen, die Einfaſſung meiner Brille ſo einrichten zu laſſen, daß das Glas ganz nahe ans Auge zu liegen kommt. Bei dieſen Vorſichtsmaßregeln finde ich, daß das Auge, von dem ich fürchtete, daß es ganz nutzlos werden würde, faſt in jeder Rückſicht ſo gut als das andere gebraucht werden kann.“

360. Partielle oder totale Blindheit kann nicht allein aus der Verdunkelung der Kryſtalllinſe, ſondern auch aus der jedes andern Theils entſtehen, oder auch aus jedem andern Körper, der nicht zu den Beſtandtheilen des Auges gehört, und zwiſchen die Hornhaut und die Netzhaut zu liegen kommt. In allen ſolchen Fällen braucht man nicht an der Wiederherſtellung des Geſichts zu verzweifeln, ſobald nur die Empfindlichkeit des Nerven nicht verletzt iſt. Bei einem neuerdings vorgefallenen ſehr merkwürdigen Fall, der von Wardrop operirt, und in den Philosophical Transactions 1826 auseinandergeſetzt iſt, wurde eine von Kindheit an ſtattgefundene Blindheit, welche von einer durch Zuſammenziehung der Iris hervorgebrachten vollſtändigen Zerſtörung der Pupille entſtand, die eine im ſechsten Mo-

*) Halbmeſſer der ſphäriſchen Oberfläche $3^1/_3$ Zoll, der cylindriſchen $4^1/_2$ Zoll.

Digitized by Google

nat des Alters vorgenommene ungeſchickte Operation zum Grunde hatte, völlig gehoben, und nach ſechs und vierzig Jahren das Geſicht wieder hergeſtellt, bloß dadurch, daß das Hinderniß vermittelſt einer Durchbohrung des verſchloſſenen Häutchens weggeſchafft wurde. Das Detail dieſes Falles iſt im höchſten Grade intereſſant, allein wir müſſen den Leſer auf den angeführten Band der Philosophical Transactions verweiſen.

361. Da wir zwei Augen haben, und jedes derſelben ein abgeſondertes Bild von jedem äußern Gegenſtande macht, ſo kann man fragen: warum ſehen wir nicht doppelt? Vielen hat die Auflöſung dieſer Frage mit vielen Schwierigkeiten verknüpft geſchienen. Allein es ſcheint uns, als ob man mit gleichem Rechte fragen könnte, warum fühlen wir nicht zehnfach, da wir zwei Hände und an jeder Hand fünf Finger haben, von denen jeder mit gleicher Fähigkeit zu fühlen, und durch dieſen Sinn die äußern Gegenſtände zu unterſcheiden begabt iſt. Die Antwort iſt in beiden Fällen dieſelbe, es iſt Sache der Gewohnheit. Die Gewohnheit allein lehrt uns, daß die Empfindung des Sehens äußern Gegenſtänden entſpricht, und was für Gegenſtänden dieſelbe entſpricht. Ein Gegenſtand, z. B. eine kleine Kugel oder eine Oblate, liegt vor uns auf dem Tiſche; wir richten unſere Augen darauf, d. h. wir bringen die Bilder deſſelben auch bei den Netzhäuten an diejenigen Stellen, von denen wir durch die Gewohnheit erfahren haben, daß ſie die empfindlichſten ſind, und zum deutlichen Sehen die geſchickteſte Lage haben, und da wir gefunden haben, daß unter dieſen Umſtänden das Object, welches die Empfindungen hervorbringt, eines und daſſelbe iſt, ſo verbindet ſich der Gedanke der Einheit des Objects auf eine unwiderſtehliche Weiſe mit dem Eindruck. Drücken wir aber den obern Theil des einen Auges herunter, indem wir den Finger feſt auf das Augenlied legen, während der Blick auf die Kugel oder Oblate gerichtet iſt, und bringen dadurch das Bild gewaltſam auf eine andere Stelle der Netzhaut, ſo entſteht augenblicklich ein doppeltes Sehen, indem man ganz deutlich zwei Kugeln oder Oblaten erblickt, die ſich bei ſtärkerm Druck von einander entfernen, und wenn der Druck nachläßt, ſich nähern und zuletzt ganz aufeinanderfallen. Dieſelbe Erſcheinung kann man ohne Druck hervorbringen, indem man die Augen auf einen Punkt richtet, der näher oder entfernter liegt als die Oblate, da in dieſem Fall die optiſchen Axen vom Object abwärts gerichtet ſind.

Digitized by Google

Befinden ſich die Augen in vollkommener Ruhe, ſo ſind ihre Axen gewöhnlich parallel oder etwas divergent. In dieſem Zuſtand ſieht man alle nahen Gegenſtände doppelt; allein die geringſte Anſtrengung zur Aufmerkſamkeit bewirkt, daß ihre Bilder ſogleich zuſammenfallen. Diejenigen, deren Auge durch einen Schlag verſchoben iſt, ſehen doppelt, bis die Gewohnheit ihnen von Neuem gelehrt hat einfach zu ſehen, obgleich die Verſchiebung der optiſchen Axe noch fortdauert.

362. Genau derſelbe Fall findet bei dem Sinn des Gefühls ſtatt. Man lege die Hand auf die Kugel und befühle ſie: Es iſt eine einzige, und nichts iſt unwiderſtehlicher als dieſe Ueberzeugung. Man bringe ſie zwiſchen den erſten und zweiten Finger der rechten Hand, während dieſelben ſich in ihrer natürlichen Lage befinden. Die rechte Seite des erſten, und die linke Seite des zweiten fühlen entgegengeſetzte Erhabenheiten, aber da die Gewohnheit uns gelehrt hat, daß zwei auf dieſe Weiſe gefühlte Erhabenheiten einer und derſelben ſphäriſchen Oberfläche zugehören, ſo ziehen wir nie die Identität der Kugel, oder die Einheit der Empfindung in Zweifel. Nun lege man die Finger kreuzweiſe, indem man den zweiten über den erſten bringt, und lege die Kugel auf dem Tiſche zwiſchen dieſe gabelförmige Oeffnung, ſo daß man die linke Seite der Kugel mit der rechten Seite des zweiten Fingers, und die rechte Seite der Kugel mit der linken des erſten Fingers fühlt. In dieſen Umſtänden erhält man ganz unwiderſtehlich den Eindruck, daß man zwei Kugeln mit den Fingern in Berührung gebracht hat, vorzüglich wenn man die Augen verſchließt, und die Hand von einer andern Perſon auf die Kugel legen läßt. Eine Erbſe iſt für dieſen Verſuch ein ſehr paſſender Gegenſtand. Die Täuſchung iſt eben ſo groß, wenn man die Vorderfinger beider Hände übereinander legt und die Erbſe zwiſchen dieſelben bringt.

363. Die Kraft der Gewohnheit bei Hervorbringung des einfachen Sehens iſt ſo mächtig, daß ſie beide Bilder ſcheinbar zuſammenfallen macht, wenn auch die Strahlen, welche daſſelbe bilden, weit von ihrem gewöhnlichen Wege abgewendet werden. Um dieß zu zeigen, ſtelle man ein Licht in einiger Entfernung, und betrachte daſſelbe mit dem einen bloßen Auge, z. B. dem linken, indem man vor das andere ein Prisma mit veränderlichem brechenden Winkel ſetzt, (ein Inſtrument, welches nachher beſchrieben werden wird; man ſehe

Digitized by Google

das Regiſter). Zuerſt ſey der Winkel Null; dann bringt das Prisma keine Ablenkung hervor, und das Sehen iſt einfach. Nun ändere man das Prisma, ſo daß die Strahlen in einer horizontalen Ebene eine Abweichung nach der rechten Hand von zwei bis drei Grad erhalten. Man ſieht das Licht ſogleich doppelt, und zwar das abgelenkte Bild links vom andern, allein die geringſte Bewegung, ein bloßes Blinzeln der Augenlieder bringt die Bilder ſogleich zur Deckung. Man ändere das Prisma von Neuem in derſelben Richtung um einige Grade, ſo wird das Licht wieder doppelt erſcheinen, und durch Blinzeln einfach werden, indem man ſeine Aufmerkſamkeit ſtärker auf daſſelbe richtet, und auf dieſe Art kann man die Augenaxen zu einer Neigung von 20 bis 30 Grad gegen einander bringen. Setzt man unter dieſen Umſtänden ein zweites Licht genau in die Richtung der abgelenkten Strahlen des erſten, aber ſo verdeckt, daß ſeine Strahlen nicht ins linke Auge fallen können, und nimmt das Prisma während des Blinzelns der Augen plötzlich weg, ſo erſcheinen beide Lichter als ein einziges. Soll das Bild durch das Prisma rechts vom andern erſcheinen, ſo ſind die Gränzen, innerhalb denen bei Veränderung des Winkels eine Deckung hervorgebracht werden kann, viel enger, da wir mehr gewohnt ſind, die optiſchen Axen gegen einander hin, als von einander weg zu bewegen. Geſchieht die Ablenkung nur um ein Weniges aus der horizontalen Ebene heraus, ſo können wir dieſelbe durch keine Anſtrengung verbeſſern. Es iſt wahrſcheinlich, daß einige Fälle des Schielens durch eine ſolche Uebung der Richtung der optiſchen Axen gehoben werden können, wenn man dieſelbe länger fortſetzt.

364. Dieß iſt ohne Zweifel eine genügende Erklärung des einfachen Sehens mit zwei Augen; jedoch hat Dr. Wollaſton es wahrſcheinlich gemacht, daß auch eine phyſiologiſche Urſache an dieſer Erſcheinung Theil habe, und daß eine halbe Durchkreuzung der Sehnerven unmittelbar bei ihrem Austritte aus dem Gehirn ſtattfinde, indem die Hälfte jedes Nerven in jedes Auge geht, und die rechte Hälfte jeder Netzhaut völlig aus den Faſern des einen Nerven, die linke Hälfte aus dem des andern beſteht, ſo daß alle Bilder außerhalb der optiſchen Axe von einem und demſelben Nerven in beiden Augen empfunden werden, und ſo eine kräftige Zuſammenwirkung und vollkommene Vereinigung zwiſchen denſelben unabhängig von dem bloßen Einfluß der Gewohnheit erhalten wird. Unmittelbar in der opti-

Digitized by Google

ſchen Axe wird es wahrſcheinlich, daß die Fibern von beiden Nerven ſich mit einander vermiſchen, und dieß dürfte eine Erklärung für die größere Schärfe und Deutlichkeit des Sehens an dieſer Stelle des Auges geben.

365. Ein anderer Punkt, bei deſſen Erklärung man ſich mehr Mühe gegeben hat, als derſelbe verdient, beſteht darin, daß wir die Gegenſtände wirklich aufrecht ſehen, während ihre Bilder auf der Netzhaut verkehrt ſind. Aufrechte Stellung heißt nichts anders, als daß der Kopf entfernter und die Füße näher am Erdboden ſich befinden, als jeder andere Theil. Nun hat aber der Erdboden mit allen auf demſelben befindlichen Gegenſtänden in dem Gemälde auf der Netzhaut dieſelbe relative Lage als in der Natur. Es iſt freilich wahr, daß auf dieſem Bilde die Menſchen mit dem Kopfe abwärts ſtehen, allein zugleich fallen die ſchweren Körper aufwärts, allein der Geiſt oder ſein Abgeordneter, der Nerve, welcher in jedem Theil des Bildes gegenwärtig iſt, urtheilt nur über die gegenſeitigen Relationen der einzelnen Theile. Wie ſich dieſe Theile zu den äußern Gegenſt nden verhalten, kann man bloß aus Erfahrung wiſſen, und wird augenblicklich nur nach der Gewohnheit beurtheilt.

366. Es giebt eine merkwürdige Thatſache, die wir ſelbſt in dieſer kurzen Abhandlung über das Sehen nicht übergehen dürfen; die Stelle nämlich, an welcher der Sehnerve in das Auge tritt, iſt für den Lichtreiz völlig unempfindlich, aus welchem Grunde dieſelbe auch Punctum coecum genannt wird. Die Urſache hiervon iſt einleuchtend; an dieſer Stelle hat ſich der Nerve noch nicht in die unendlich kleinen Faſern zertheilt, die fein genug ſind, um durch einen ſo feinen Reiz als das Licht, entweder in Erſchütterung geſetzt zu werden, oder in ihrem mechaniſchen, chemiſchen oder andern Zuſtande ſich zu ändern. Die Wirkung hiervon iſt ſonderbar und auffallend. Man klebe auf ein ſchwarzes Papier oder einen andern dunkeln Gegenſtand zwei weiße Oblaten, deren Mittelpunkte ungefähr drei Zoll von einander entfernt ſind. Vertical über die linke Oblate halte man das rechte Auge in einer Entfernung von zwölf Zoll, ſo daß man auf dieſelbe herabſieht, die Linie, welche die Augen mit einander verbindet, parallel mit derjenigen geht, die durch die Mittelpunkte der Oblaten gelegt iſt. Schließt man in dieſer Lage das linke Auge, und ſieht mit dem rechten auf die unter ihm befindliche Oblate, ſo erblickt man bloß dieſe, während die andere völlig unſichtbar bleibt. Rückt man aber das Auge nur ein wenig aus ſeiner Stellung, nach

der rechten oder nach der linken Hand, nach oben oder nach unten, ſo wird die Oblate ſogleich ſichtbar und kehrt gleichſam ins Daſeyn zurück. Die hier angegebenen Entfernungen können für verſchiedene Augen ebenfalls etwas verſchieden ſeyn.

367. Es wird uns nicht mehr ſonderbar vorkommen, daß dieſe Thatſache, nämlich die völlige Unſichtbarkeit von Gegenſtänden, deren Bilder auf eine gewiſſe Stelle des Geſichtsfeldes jedes Auges zu liegen kommen, unter zehntauſend Menſchen kaum einem bekannt iſt, wenn wir erfahren, daß es nicht ſehr ungewöhnlich iſt, Perſonen zu finden, die auf einige Zeit auf einem Auge blind geweſen ſind, ohne es bemerkt zu haben. Ein Beiſpiel hiervon iſt dem Verfaſſer ſelbſt bekannt geworden.

368. Da bei den Augen der Fiſche die Feuchtigkeiten derſelben beinahe dieſelben Brechungsverhältniſſe beſitzen, als das Mittel, in welchem ſie leben, ſo iſt die Brechung an der Hornhaut ſehr gering, und die Kryſtalllinſe muß faſt allein die Strahlen ſo brechen, daß ſie auf die Netzhaut fallend einen Brennpunkt bilden. Dieſe Linſe iſt daher bei den Fiſchen faſt kugelförmig, und hat in Vergleichung mit dem Durchmeſſer des Auges nur einen ſehr kleinen Halbmeſſer. Da außerdem die Aufhebung der Abweichung der Strahlen wegen der Kugelgeſtalt von der Hornhaut nicht in dieſem Fall geleiſtet werden kann, ſo iſt die Kryſtalllinſe ſelbſt ſo beſchaffen, daß ſie dieſe hauptſächliche Verrichtung ſelbſt bewerkſtelligen kann, indem ihre Dichtigkeit nach der Mitte zu ſehr zunimmt. (Brewster, Treatise on new philosophical Instruments p. 268.) Die faſerige und häutige Structur der Kryſtalllinſe läßt ſich in einem durch Kochen geronnenen Fiſchauge ſehr ſchön zeigen.

369. Dieſelben wiſſenſchaftlichen Grundſätze, welche uns in den Stand ſetzen, den natürlichen Unvollkommenheiten der Augen abzuhelfen, können auch angewendet werden, dieſem Sinn, obgleich er ſich in völlig geſundem Zuſtande befindet, einen Zuwachs von Kraft mitzutheilen. Hat man einmal eingeſehen, daß das Bild auf der Netzhaut dasjenige iſt, was wir wirklich ſehen, ſo folgt daraus, daß wenn wir durch irgend ein Mittel dieß Bild heller, größer oder deutlicher als im natürlichen Zuſtand des Organs machen können, ſo werden wir die Gegenſtände heller als in ihrem natürlichen Zuſtand und auch vergrößert ſehen, und wir dadurch in den Stand geſetzt werden, dieſelben in ihren einzelnen Theilen genauer zu unterſuchen, und ſie ſchärfer und deutlicher

licher begränzt ſehen. Die Mittel, welche die ſchon auseinandergeſetzten Principien uns an die Hand gaben, um dieſen Zweck zu erreichen, beſtehen in der Concentration von einer größern Menge Strahlen, als im natürlichen Zuſtande ins Auge gelangen, vermittelſt der Glaslinſen; in der Vergrößerung des Bildes auf der Netzhaut, indem wir an die Stelle des Gegenſtandes ein Bild deſſelben ſetzen, das entweder größer als der Gegenſtand ſelbſt iſt, oder dem Auge näher gebracht werden kann, und in der Aufhebung der Abweichung der Strahlen, indem wir die Geſtalt und Beſtandtheile unſerer Inſtrumente dem vorgeſetzten Zweck anpaſſen.

370. Satz. Die ſcheinbare Größe eines gradlinigen Gegenſtandes wird durch den Winkel gemeſſen, den daſſelbe am Mittelpunkt des Auges bildet, oder durch die lineare Größe ſeines Bildes auf der Netzhaut, und iſt daher der linearen Größe des Gegenſtandes direct, und ſeiner Entfernung vom Auge umgekehrt proportional.

Der Mittelpunkt des Auges im optiſchen Sinne iſt ein Punkt nahe an der Mitte der Pupille in der Ebene der Iris, und das Bild eines jeden äußern Gegenſtandes PQ (Fig. 72), welches im Hintergrund des Auges durch Strahlen in pq entſteht, die ſich an der beſagten Stelle durchkreuzen, muß denſelben Winkel bilden, ſo daß $pq = PQ \cdot \frac{pE}{PE}$ wird.

371. Zuſatz. Iſt der Gegenſtand ſo entfernt, daß die von jedem Punkt deſſelben herkommenden Strahlen als parallel betrachtet werden können, ſo wird der ſcheinbare Durchmeſſer deſſelben durch die Neigung der Strahlen der äußerſten Strahlenbüſchel gegen einander gemeſſen. Sieht daher das Auge vermittelſt paralleler oder beinahe paralleler Strahlen, ſo wird die ſcheinbare Größe des Gegenſtandes durch die Neigung der äußerſten Strahlenbüſchel gemeſſen, und den Gegenſtand ſelbſt verſetzt man in eine unendliche Entfernung oder an die hohle Seite des Himmelsgewölbes.

372. Satz. Stellt man eine erhabene Linſe zwiſchen das Auge und irgend einen Gegenſtand, ſo daß ſich der Gegenſtand in einer Entfernung von der Linſe befindet, die ihrer Brennweite gleichkommt, ſo wird derſelbe von einem Auge, welches die Fähigkeit beſitzt, parallele Strahlen convergent zu machen, deutlich und vergrößert geſehen werden.

Es ſey PQ (Fig. 73) der Gegenſtand, C die Linſe und E der

Digitized by Google

Mittelpunkt des Auges. Da ſich der Gegenſtand im Brennpunkt der Linſe befindet, ſo werden alle aus dem Punkt P gehenden Strahlen parallel mit PE und unter einander aus der Linſe herausfahren, und daher nach der Brechung im Auge in einen Punkt p convergiren, ſo daß Ep parallel mit PC iſt. Auf ähnliche Weiſe werden die von Q herkommenden Strahlen nach der Brechung in der Glaslinſe und im Auge ſich in q vereinigen, ſo daß Eq parallel mit QC iſt. Auf dieſe Art wird ein deutliches Bild auf der Netzhaut in pq entſtehen, und die ſcheinbare Größe des durch die Linſe geſehenen Gegenſtandes iſt der Winkel qEp. Nun iſt dieſer gleich PCQ oder gleich dem vom Object an der Mitte der Linſe gebildeten Winkel, und daher größer als der Winkel PEQ, welcher am Mittelpunkt des Auges entſteht, weil die Linſe zwiſchen dem Auge und dem Gegenſtand ſich befindet.

373. Je näher daher das Auge der Linſe iſt, deſto geringer wird der Unterſchied der ſcheinbaren Größe des Gegenſtandes ſeyn, er mag durch die Linſe oder mit bloßen Augen geſehen werden. Hat aber die Linſe eine kürzere Brennweite als die Entfernung beträgt, auf welche das Auge deutlich ſehen kann, ſo findet ein weſentlicher Unterſchied zwiſchen dem Sehen mit oder ohne Linſe ſtatt, indem im erſtern Falle der Gegenſtand deutlich und gut begränzt erſcheint, während im letztern oder mit dem bloßen Auge er undeutlich und verwirrt iſt, und dieß um ſo mehr, je näher derſelbe dem Auge kommt.

374. Durch erhabene Linſen von kurzer Brennweite kann man daher die Gegenſtände deutlich und in beliebigem Maße vergrößert ſehen; denn es ſey L die Kraft der Linſe, oder das Umgekehrte ihrer Brennweite, und D die größte Nähe des Gegenſtandes vom Auge, bei der das Auge noch deutlich ſehen kann, wenn keine Linſe angewendet wird. Dann haben wir L : D = der Winkel pEq : dem Winkel, der vom Gegenſtand in der Nähe D gebildet wird, folglich auch L : D = die ſcheinbare lineare Größe des Gegenſtandes durch die Linſe geſehen: zu der ſcheinbaren Größe in der Nähe D mit bloßem Auge geſehen. Daher iſt $\frac{L}{D}$ das Verhältniß dieſer Größen, oder, wie man daſſelbe nennt, die Vergrößerungskraft der Linſe rückſichtlich der des bloßen Auges in der größten Nähe.

375. Zuſatz. Iſt D gegeben, ſo verhält ſich die Vergrößerungskraft wie L, oder wie $(\mu - 1)(R' - R'')$. Dieß erklärt den

Gebrauch des Wortes, Kraft einer Linſe, das wir in den frühern Abſchnitten angewendet haben. Alles was wir im Vorigen von den Kräften bewieſen haben, gilt von den Vergrößerungskräften. So iſt die Summe der Vergrößerungskräfte zweier erhabenen Linſen die Vergrößerungskraft beider in Verbindung mit einander. Iſt die eine hohl, ſo muß ihre Vergrößerung negativ, und ſtatt der Summe muß die Differenz genommen werden.

376. Aufgabe. Man ſoll allgemein den Geſichtswinkel ausdrücken, unter welchem ein kleiner Gegenſtand, der in beliebiger Entfernung von der Linſe ſteht, einem in willkürlicher Lage ſich befindenden Auge erſcheint, indem man vorausſetzt, daß derſelbe deutlich geſehen wird.

Es ſey PQ Fig. 74, 75, 76, 77 der Gegenſtand, E die Linſe, O das Auge, pq das Bild. Man ſetze $\frac{1}{EQ} = D$, $\frac{1}{Eq} = f$, $\frac{1}{EO} = e$, wo e in derſelben Richtung vom Mittelpunkt der Linſe aus gerechnet wird als D und f. Dann iſt der Geſichtswinkel, unter welchem der Gegenſtand erſcheint, qOp, und wir haben daher den Geſichtswinkel $A = \frac{qp}{Oq} = \frac{qp}{OE - Eq}$. Es iſt aber:

$$qp = QP \cdot \frac{Eq}{EQ} = QP \cdot \frac{D}{f} = O \cdot \frac{D}{f}$$

indem man O für die lineare Größe QP des Gegenſtandes ſetzt. Außerdem hat man noch

$$OE - Eq = \frac{1}{e} - \frac{1}{f} = \frac{f - e}{fe},$$

folglich erhält man

$$A = O \cdot \frac{D}{f} \cdot \frac{ef}{f - e} = O \cdot \frac{eD}{L + D - e},$$

wo L wie bisher die Kraft der Linſe angiebt. Nun iſt OD der Geſichtswinkel des Gegenſtandes, wie er aus dem Mittelpunkt der Linſe erſcheint, ſetzt man daher $O . D = \frac{QP}{QE} = (A)$; ſo kommt

$$A = (A) \cdot \frac{e}{L + D - e} \qquad (a)$$

377. Bei concaven Linſen ſind die Bilder von entfernten Gegenſtänden aufrecht, und befinden ſich auf derſelben Seite der Linſe

Digitized by Google

als das Object. Hält man daher eine ſolche Linſe zwiſchen das Auge und einen entfernten Gegenſtand in einem ſolchen Abſtande, welcher zum deutlichen Sehen hinreichend iſt, ſo erſcheinen die Gegenſtände aufrecht und verkleinert. In dieſem Fall iſt e poſitiv, L und D beide negativ, folglich wird L + D — e eine negative Größe, und ohne Rückſicht auf das Vorzeichen größer als e, folglich A negativ und kleiner als (A).

378. Bei Spiegeln hat man f = 2 R — D, folglich

$$A = (A) \frac{e}{2R - D - e}. \qquad (b)$$

Für einen convexen Spiegel iſt e nothwendigerweiſe negativ, wenigſtens wenn der Spiegel aus Metall beſteht, weil ſich das Auge auf der Seite der Oberfläche befinden muß, wo das Licht einfällt, daher wird 2 R — e poſitiv, und der Bruch

$$\frac{e}{2R - D - e}$$

nach der Beſchaffenheit des Werthes der Größe 2 R — D — e größer oder kleiner als die Einheit ſeyn. Bei concaven Spiegeln iſt R negativ, und e ebenfalls, aus derſelben Urſache als bei convexen, folglich kann ſich die Größe und das Vorzeichen von A auf eine unendliche Menge von Arten ändern, je nachdem die Lage des Auges, des Bildes und des Objects beſchaffen iſt. Dieſe verſchiedenen Fälle ſind in Fig. 78 und 79 vorgeſtellt.

379. Betrachtet man das Bild anſtatt mit dem bloßen Auge vermittelſt eines andern Spiegels oder einer Linſe, die eine ſolche Lage hat, daß die anfangs aus dem Gegenſtand divergent ausgehenden Strahlen endlich entweder genau parallel, oder doch in ſolchen Gränzen der Divergenz oder Convergenz ausfahren, daß ſich das Auge dem deutlichen Sehen anpaſſen kann, ſo ſieht man den Gegenſtand deutlich, und entweder größer oder kleiner als mit dem bloßen Auge, je nachdem die Größe des Bildes und die Kraft des Spiegels oder der Linſe beſchaffen ſind, die man zur Betrachtung deſſelben anwendet. Auf dieſem Princip beruhen alle Teleſkope und Mikroſkope. Da die meiſten Augen durch parallele Strahlen ſehen können, ſo werden dieſelben ſo gebaut, daß die Strahlen parallel aus denſelben herauskommen, und eine mechaniſche Vorrichtung läßt eine kleine Bewegung der Linſen oder Spiegel ſo zu, daß man den Strahlen die zum deutlichen Sehen nothwendige Divergenz oder Convergenz mittheilen kann.

Digitized by Google

380. Bei dem gewöhnlichen Refractor, oder wie man ihn auch nennt, bei dem aſtronomiſchen Fernrohr, wird das Bild zuerſt vermittelſt einer convexen Linſe formirt, und durch eine convexe Linſe betrachtet, die von der erſten ungefähr um die Summe ihrer Brennweite entfernt iſt. Die Linſe, welche das Bild macht, heißt das Objectivglas, und diejenige, durch welche man das Bild betrachtet, das Ocularglas des Fernrohrs. Iſt das letztere concav, ſo heißt das Fernrohr ein Galiläiſches, indem Galiläi urſprünglich dieſe Einrichtung machte. Die Lage der Linſen und der Weg der Strahlen in dieſen beiden Einrichtungen ſind in Fig. 80 und 81 angegeben.

381. Bei der erſten Zuſammenſetzung ſey PQ das Object. Man ziehe QOG durch die Mittelpunkte des Objectivglaſes und des Ocularglaſes, ſo iſt dieſe Linie die Axe des Fernrohrs. Von irgend einem Punkt R des Objects ziehe man ROp durch die Mitte O des Objectivs, die die Linie pq in p trifft, welche durch den Brennpunkt q von Q ſenkrecht auf die Axe in p gezogen wurde, ſo wird pq das Bild von PQ ſeyn. Es ſeyen PA, PB die äußerſten Strahlen des aus P kommenden Strahlenbüſchels, welche auf das Objectivglas fallen, und ſich nach der Brechung in p durchkreuzen. Dafern nun der Durchmeſſer des Augenglaſes bGa nicht ſo beſchaffen iſt, daß der Strahl Apa auf daſſelbe fallen kann, ſo wird der Punkt p weniger leuchtend erſcheinen, als im Mittelpunkt des Objectivglaſes, und iſt derſelbe ſo klein, daß es von der verlängerten Linie Bp nicht getroffen wird, ſo gelangt gar kein Strahl von P ins Auge. Es wird daher das Geſichtsfeld, oder die Winkelausdehnung des geſehenen Gegenſtandes durch die Oeffnung des Augenglaſes beſchränkt. Um die Größe des Geſichtsfeldes zu finden, verbinde man die entgegengeſetzten Enden des Objectivs und des Oculars durch die Linien Bb, Aa, welche das Bild in r und p und die Axe in X treffen, dann iſt rp die ganze Ausdehnung des geſehenen Bildes, und der Winkel pOr, der gleich POR iſt, giebt die Größe des Geſichtsfeldes. Nun haben wir

$$AB : ab = OX : GX$$

alſo auch aus dieſer Proportion

$$AB + ab : AB = OG : OX.$$

folglich wird:

$$OX = \frac{AB}{AB + ab} \cdot OG,$$

$$GX = \frac{ab}{AB + ab} . OG .$$

Außerdem iſt aber noch

$$Xq = Oq - Ox ;$$

$$pr = ab . \frac{Xq}{GX} ;$$

$$\text{Winkel } rOp = \frac{rp}{Oq} .$$

Um dieß algebraiſch auszudrücken, ſetze man

den Durchmeſſer des Objectivglaſes $= \alpha$,
den Durchmeſſer des Ocularglaſes $= \beta$,
die Kraft des Objectivglaſes $= L$,
die Kraft des Ocularglaſes $= l$,

ſo erhält man die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} OX = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(\frac{1}{L} + \frac{1}{l}\right); \\ GX = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\left(\frac{1}{L} + \frac{1}{l}\right); \\ QX = \frac{1}{\alpha+\beta}\left(\frac{\beta}{L} - \frac{\alpha}{l}\right); \\ pr = \frac{\beta l - \alpha L}{L + l} \end{array}\right\} \quad (c)$$

Der letztere Ausdruck iſt die lineare Größe des ſichtbaren Theils des Bildes, und man ſieht, daß derſelbe rückſichtlich des Ocularglaſes und Objectivglaſes ſymmetriſch iſt.

382. Hieraus läßt ſich nun leicht ſowohl das Geſichtsfeld als die Vergrößerungskraft des Fernrohrs ableiten, denn das erſte iſt dem Winkel gleich, welcher am Mittelpunkte des Objectivglaſes von pr gebildet wird, und die letztere erhält man aus der erſtern, ſobald man den vom Mittelpunkt des Ocularglaſes gebildeten Winkel rGp hat. Wir haben aber

$$\left.\begin{array}{l} rOp = L\,\frac{\beta l - \alpha L}{L + l}, \\ rGp = l.\,\frac{\beta l - \alpha L}{L + l}, \\ \text{Vergrößerungskraft} = \frac{rGp}{rOp} = \frac{l}{L} \end{array}\right\} \quad (d)$$

Digitized by Google

Hieraus ſehen wir, daß je größer die Kraft des Ocularglaſes im Verhältniß zu der des Objectivglaſes iſt, deſto ſtärker iſt auch die Vergrößerung des Fernrohrs, oder mit andern Worten, je größer die Brennweite des Objectivglaſes gegen die des Ocularglaſes iſt, deſto mehr vergrößert das Fernrohr.

383. Die Strahlenbündel fahren nach der Brechung hinter dem Ocularglaſe in parallele Richtungen aus, und ſind daher zum deutlichen Sehen für ein in gehöriger Entfernung befindliches Auge paſſend. Nun erhält das Auge beide äußerſte Strahlen bR′ und aP′ der Strahlenbündel, die aus r und p divergiren, wenn es in ihren Durchſchnittspunkt E zu liegen kommt; da aber bE mit rG und aE mit pG parallel iſt, ſo wird

$$GE = Gq : \frac{ab}{pr}, \text{ oder } GE = \frac{\beta(L+l)}{\beta l - \alpha L} \qquad (c)$$

384. Bringt man das Auge näher an das Ocular oder entfernt es von demſelben, ſo erhält es die äußerſten Strahlen nicht, und das Geſichtsfeld, oder die ſichtbare Fläche des Gegenſtandes wird kleiner. Bei der Zuſammenſetzung von zwei einzelnen Oculargläſern muß man daher wohl darauf achten, daß die Röhre, in der ſie ſich befinden, ſo weit verlängert iſt (man ſehe die Figur), daß das Auge, wenn es ganz nahe an das Ende der Röhre gehalten wird, die genaue Entfernung vom Glaſe erhält.

385. Dreht man das Fernrohr um, und hält das Auge hinter das Objectivglas, ſo bleibt die Zuſammenſetzung immer noch ein Fernrohr, aber ſeine Vergrößerung ändert ſich in $\frac{L}{l}$, ſo daß, wenn es vorher vergrößert, daſſelbe jetzt die Gegenſtände verkleinert, und das Geſichtsfeld wird verhältnißmäßig größer. Auf dieſe Art kann man ſchöne Miniaturbilder von entfernten Gegenſtänden erhalten.

386. Wird das Fernrohr, anſtatt auf ſo entfernte Gegenſtände, daß die aus denſelben herkommenden Strahlen als parallel betrachtet werden können, auf nahe Gegenſtände gerichtet, ſo muß die Entfernung zwiſchen dem Objectiv und Ocular vergrößert werden, damit das Bild genau in den Brennpunkt des letztern fällt. Um dieß zu bewerkſtelligen, wird das Ocularglas in eine verſchiebbare Röhre geſetzt, und derſelbe Mechanismus dient auch dazu, um das Fernrohr den weitſichtigen oder kurzſichtigen Augen anzupaſſen. Das erſte Auge erfordert parallele oder wenig divergente Strahlen, das letztere ſehr

Digitized by Google

divergente Strahlen, und um die nöthige Divergenz für das letztere hervorzubringen, muß das Ocular dem Objectiv näher gebracht werden.

387. Dieſelbe Theorie läßt ſich bei dem zweiten Galiläiſchen Fernrohre anwenden, nur muß man bedenken, daß in dieſem Fall l negativ iſt. Dann iſt daher auch GE negativ, oder das Auge ſollte zwiſchen dem Objectiv und Ocular ſich befinden; da dieß aber mit den übrigen Bedingungen nicht vereinbar iſt, ſo muß man, um ein Geſichtsfeld zu erhalten, das ſo groß als möglich iſt, das Auge der richtigen Stelle ſo nahe als möglich bringen, d. h. man muß es ganz nahe hinter das Ocular halten.

388. Im aſtronomiſchen Fernrohr ſieht man die Gegenſtände verkehrt, im Galiläiſchen aufrecht, denn im erſtern haben ſich die von den Gränzen des Objects kommenden Strahlen durchkreuzt, ehe ſie ins Auge gelangten, im letztern aber nicht.

389. Bringt man das Object näher an das Objectivglas, ſo nimmt die Vergrößerungskraft zu, weil in dieſem Fall $\frac{1}{L-D}$ (wo D die Nähe des Objects bedeutet) das Vergrößerungsverhältniß ausdrückt, wie man leicht aus dem ſieht, was §. 382 geſagt wurde. Auf dieſe Art wird ein zur Betrachtung naher Gegenſtände dienendes Fernrohr ein Mikroſkop. Die gewöhnliche Conſtruction eines zuſammengeſetzten Mikroſkops iſt keine andere, als die eines aſtronomiſchen Fernrohrs, mit einigen Veränderungen, die dem dabei beabſichtigten Zweck entſprechen. Das Objectivglas hat bei dieſem Inſtrument eine viel größere Kraft als das Ocularglas, ſo daß, wenn man es zur Betrachtung entfernter Gegenſtände anwendet, es die Wirkung eines umgekehrten Fernrohrs thut. Da aber für nahe Gegenſtände D wächst, $l-D$ abnimmt, ſo kann der Bruch $\frac{1}{l-D}$ beliebig zunehmen, indem man den Gegenſtand näher an das Objectivglas bringt, und zugleich den Abſtand der Linſen, der durch $\frac{1}{l-D}+\frac{1}{l}$ ausgedrückt wird, vergrößert. Da dieſes aber zwei Operationen erfordert, ſo iſt es beſſer, die letztere Entfernung ungeändert zu laſſen, und bloß die erſte zu ändern. Fig. 82 iſt ein Durchſchnitt eines ſolchen Inſtruments. Es iſt jedoch bequem, wenn man es in ſeiner Gewalt hat, die Entfernung zwiſchen den Gläſern zu vergrößern und zu verkleinern, da man hierdurch jede Vergröße=

rung zwiſchen den Gränzen, welche den äußerſten Entfernungen entſprechen, erhalten kann, und iſt eine Reihe von Objectivgläſern ſo ausgewählt, daß die größte, durch das eine erreichbare Kraft innerhalb der Gränzen der angegebenen Einrichtung liegt, ſo eben die kleinſte durch das nächſte zu erreichende übertrifft, ſo können wir jede beliebige Vergrößerung hervorbringen. Eine ſolche Reihe von Gläſern iſt gewöhnlich in einer kleinen beweglichen, aus einzelnen Behältern zuſammengeſetzten Platte enthalten, von denen ein jedes nach und nach in die Axe des Mikroſkops durch einen einfachen Mechanismus gebracht werden kann.

390. Bei dem Reflector, oder dem eigentlichen Teleſkop wird das Bild von einem Hohlſpiegel gebildet, und durch ein convexes oder concaves Ocular eben ſo wie bei den Fernröhren betrachtet, aber da bei kleinen Teleſkopen der Kopf des Beobachters alles einfallende Licht, und bei großen Teleſkopen einen bedeutenden Theil deſſelben auffangen würde, ſo wird die Axe des Spiegels ſelbſt etwas ſeitwärts gedreht, damit das Bild auf die Seite fällt, wo es dann mit wenig oder gar keinem Lichtverluſt betrachtet werden kann. Die hierbei ſtattfindende Unbequemlichkeit beſteht in einer kleinen Verdrehung des Bildes, die durch die ſchief auffallenden Strahlen hervorgebracht wird, aber da bloß große Teleſkope gebraucht werden, und zwar nur um ſehr ſchwache Gegenſtände des Himmels zu betrachten, wo das durch die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt zerſtreute Licht ſehr gering iſt, ſo entſteht daraus faſt gar keine Unbequemlichkeit. Ein ſolches Teleſkop war es, deſſen ſich William Herſchel bei ſeiner Durchſuchung des Himmels bediente.

391. Um der Unbequemlichkeit des Aufhaltens der Strahlen mit dem Kopfe zu begegnen, wendete Newton, der Erfinder des Teleſkops, einen kleinen Spiegel an, der, wie in Fig. 83, dem Mittelpunkte des großen Spiegels gegenüber ſchief aufgeſtellt wurde. Auf dieſe Art werden die parallelen Strahlen PA, PB, welche aus einem Punkte in der Axe des Teleſkops ausgehen, ehe ſie ſich treffen, auf einem ebenen Spiegel CD aufgefangen, der gegen die Axe unter 45 Grad geneigt iſt, von da in eine Röhre zurückgeworfen, die aus der Seite des Teleſkops hervorſteht, und eine Linſe G enthält, die endlich die Strahlen ins Auge E bricht. Es iſt einleuchtend, daß wenn das hinter CD vom Spiegel AB hervorgebrachte Bild als ein Object betrachtet werden kann, ein gleiches und ähnliches Bild in F

Digitized by Google

in derſelben Entfernung vom ebenen Spiegel entſteht (§. 335), und man ſieht dieſes Bild durch das Glas G eben ſo, als ob es von einem Objectivglas von derſelben Brennweite in der Verlängerung der Axe der Ocularröhre gebildet würde. Es gelten daher für das Newtonianiſche Teleſkop dieſelben Sätze und Formeln, als für das aſtronomiſche und Galiläiſche Fernrohr, rückſichtlich der Vergrößerung, des Geſichtsfeldes und Lage des Auges, indem man nur 2 R für L, 2 R — D für L — D ſubſtituirt, und bedenkt, daß R negativ wird, da die Höhlung des Spiegels nach dem einfallenden Licht gewendet iſt.

392. Das Gregorianiſche Teleſkop hat ſtatt eines ſchief ſtehenden ebenen Spiegels einen kleinen Hohlſpiegel, deſſen hohle Seite der des großen zugewendet iſt, wie in Fig. 84, aber anſtatt daß ihre gegenſeitige Entfernung der Summe der Brennweiten gleich ſeyn ſollte, iſt dieſelbe etwas größer angenommen; da nun das Bild p q, welches im Brennpunkt des großen Spiegels entſteht, eine Entfernung vom Scheitel des kleinern hat, die die Brennweite deſſelben übertrifft, ſo entſteht ein neues Bild ungefähr in der Gegend der Oberfläche des großen Spiegels in r s. Im Mittelpunkt des großen Spiegels iſt eine Oeffnung angebracht, die die Strahlen auf ein Ocularglas g durchläßt. Die Aenderung der Stellung für parallele oder divergente Strahlen, oder für unvollkommene Augen, geſchieht durch die Aenderung des Abſtandes der Spiegel vermittelſt einer Schraube.

393. Die Caſſegrainſche Einrichtung iſt bloß darin von der Gregorianiſchen verſchieden, daß der kleine Spiegel convex iſt, und die Strahlen auffängt, ehe ſie ein Bild formiren. Die Größe des Geſichtsfeldes, die Entfernung des Auges und die der Spiegel von einander, laſſen ſich bei dieſen Einrichtungen leicht ausdrücken, indem die letztere aus der erſtern bloß durch eine Aenderung des Vorzeichens in der Krümmung des kleinen Spiegels abgeleitet wird. Es ſeyen dann R′ und R″ die Krümmungen der beiden Spiegel, dann iſt im Gregorianiſchen Teleſkop R′ negativ, R″ poſitiv, und wenn wir t für die Entfernung beider Oberflächen von einander ſetzen (wo t negativ iſt, weil die zweite Oberfläche dem einfallenden Licht zugekehrt iſt), ſo erhalten wir für einen Gegenſtand, deſſen Nähe D iſt

$$D' = D;\ f' = 2R' - D' = 2R' - D;$$

$$f'' = 2R'' - D'';\ D'' = \frac{f'}{1 - f't},$$

Digitized by Google

indem wir die Formeln und Bezeichnungen des §. 251 beibehalten. Dieſe geben nun, wenn wir ſubſtituiren:

$$D'' = \frac{2R' - D}{1 - t(2R' - D)}$$

$$f'' = 2R'' - \frac{2R' - D}{1 - t(2R' - D)}$$

$$= \frac{2R'' - 2R' + D - 2t(2R' - D)R''}{1 - t(2R' - D)} \qquad (f)$$

Dieß iſt das Umgekehrte der Entfernung des zweiten Bildes von der zweiten zurückwerfenden Oberfläche. Wollen wir, daß das zu betrachtende Bild genau auf die Oberfläche des großen Spiegels fallen ſoll, ſo brauchen wir nur $f'' = -\frac{1}{t}$ zu ſetzen, weil f'' poſitiv und t negativ iſt. Für parallele Strahlen giebt dieß

$$R'R''.tt + (4R' - 2R'')t - 1 = o \qquad (g)$$

woraus t gefunden wird, wenn R' und R'' gegeben ſind, und ſo auch umgekehrt.

394. Die Beſchreibung anderer optiſcher Inſtrumente, und die feinere Einrichtung der Fernröhre u. ſ. w. muß verſchoben werden, bis wir in der Auseinanderſetzung der phyſiſchen Eigenſchaften des Lichts, und vorzüglich der verſchiedenen Brechbarkeit der Strahlen und ihrer Farben weiter fortgeſchritten ſind, welches den Inhalt des folgenden Abſchnitts ausmachen ſoll.

Digitized by Google

Zweiter Abſchnitt.

Die Farbenlehre.

§. I.

Von der Zerſtreuung des Lichts.

395. Bisher haben wir das Brechungsverhältniß eines brechenden Mittels als eine abſolut gegebene Größe betrachtet, und daſſelbe für alle in dem Mittel gebrochnen Strahlen als gleich angenommen. In der Natur aber verhält ſich die Sache anders. Fällt ein Lichtſtrahl ſchief auf die Oberfläche eines brechenden Mittels, ſo wird er nicht völlig nach einerlei Richtung gebrochen, ſondern erleidet eine Trennung in mehrere Strahlen, und zerſtreut ſich in einen kleinen oder größern Winkel, je nachdem die Natur des brechenden Mittels und der Einfallswinkel beſchaffen iſt. Fällt z. B. ein Sonnenſtrahl SC auf die brechende Oberfläche AB, und wird nach der Brechung auf einer Tafel RV (Fig. 85) aufgefangen, ſo wird derſelbe anſtatt eines einzelnen Punktes R auf der Tafel einen Raum RV erleuchten, der deſto größer iſt, je größer der Einfallswinkel wird. Der Strahl SC, welcher vor der Brechung einzeln war, wird daher in eine unendliche Menge Strahlen CR, CO, CY u. ſ. w. zerlegt, von denen ein jeder auf eine von den andern unterſchiedene Weiſe gebrochen wird.

396. Die phyſiſche Beſchaffenheit der verſchiedenen Strahlen, aus welchen der zerſtreute Strahl beſteht, iſt weſentlich unter einander ſowohl, als vom einfallenden Strahl verſchieden. Dieſe Strahlen beſitzen verſchiedene Farben. Das Sonnenlicht iſt weiß. Wird ein Sonnenſtrahl unmittelbar auf einem Stück Papier aufgefangen, ſo bildet daſſelbe einen weißen Fleck; wird aber ein Stück weißes Papier, d. h. ſolches, welches bei dem gewöhnlichen Tageslicht weiß erſcheint, in den zerſtreuten Strahl gehalten, wie RV, ſo ſieht man in den verſchiedenen Stellen des weißen Raums verſchiedene Farben, die nach einer regelmäßigen Anordnung auf einander folgen,

Digitized by Google

welche immer dieſelbe bleibt, welches brechende Mittel man auch anwenden mag.

397. Um dieſen Verſuch auf die genügendſte und treffendſte Art anſtellen zu können, verſchaffe man ſich ein Prisma aus gutem Flintglas, und laſſe in einem dunkeln Zimmer einen Sonnenſtrahl durch eine Oeffnung im Fenſterladen eintreten, die wir durch OP (Fig. 86) bezeichnen wollen. Wird dieſer Strahl in einiger Entfernung auf der Tafel in D aufgefangen, ſo entſteht ein weißer runder Fleck, das Bild der Sonne, welcher deſto größer ausfällt, je mehr man die Tafel von der Oeffnung entfernt. Stellt man nun das Prisma in den Sonnenſtrahl vor die Tafel ſo auf, daß daſſelbe den einen Winkel nach Unten hat, und ſenkrecht auf dem Strahl ſteht, indem zugleich die Kante deſſelben mit dem Horizont parallel geht, und läßt den Strahl auf eine der Seitenflächen BC ſchief auffallen, ſo wird derſelbe gebrochen und von ſeinem Wege abgelenkt, indem er nach Oben gewendet wird, wo er ſeinen Weg in der Richtung FGR fortſetzt, und auf einer gehörig geſtellten Tafel E aufgefangen werden kann. Aber auf dieſer Tafel ſieht man nicht mehr einen weißen runden Fleck, ſondern einen langen Streifen, oder wie man es in der Optik nennt, ein Spectrum RV, welches aus den lebhafteſten Farben beſteht, (vorausgeſetzt daß der aufgefangene Sonnenſtrahl nicht zu breit iſt, und die Entfernung der Tafels vom Prisma hinreichend groß genommen wird). Die Färbung des untern oder am wenigſten gebrochenen Theiles iſt ein glänzendes Roth, ſchöner und lebhafter als jede Färbung, die man durch andere Mittel hervorbringen kann, oder als die Farbe irgend eines in der Natur vorkommenden Körpers. Dieſes verliert ſich in ein Orange, und letzteres geht durch unmerkliche Abſtufungen in ein ſchönes blaſſes Strohgelb über, auf welches ſchnell ein reines und ſehr volles Grün folgt; dieſes geht wieder in Blau über, welches anfangs weniger rein, ſondern mit Grün gemiſcht iſt, aber nachher, wenn wir weiter aufwärts gehen, ſich in das tiefſte und reinſte Dunkelblau ändert. Zugleich nimmt die Stärke der Erleuchtung ab, und im obern Theile der dunkelblauen Färbung iſt dieſelbe ſehr ſchwach, und ſie erhält einen blaſſen Zuwachs von Purpurroth, eine dunkle Art von Farbe, die ſich ſchwer beſchreiben läßt, und obgleich ſie mit keiner natürlichen Farbe verglichen werden kann, ſich am meiſten einem verſchwindenden Violet nähert, tinctus viola pallor.

Digitized by Google

398. Hat die Tafel, auf welcher man das Spectrum auffängt, eine kleine Oeffnung, ſo daß nicht das ganze Spectrum durch dieſelbe hindurchgehen kann, ſondern nur ein ſehr ſchmaler Theil deſſelben, wie X (Fig. 87), ſo kann derjenige Theil des Strahls, welcher dieſen Fleck bildete, auf einer andern Tafel aufgefangen werden, die ſich in beliebiger Entfernung hinter der erſten befindet, und bildet daſelbſt einen Fleck d völlig von derſelben Farbe, als der Theil X des Spectrum hatte. Liegt z. B. X im rothen Theil des Spectrum, ſo wird d roth, im grünen grün, im blauen blau. Bringt man das Auge nach d, ſo ſieht daſſelbe durch die Oeffnung ein Bild der Sonne von blendendem Glanze, aber nicht wie gewöhnlich weiß, ſondern von derjenigen Farbe, welche durch die Stelle X des Spectrum geht. Hieraus ſehen wir, daß die Geſammtwirkung aller Strahlen zur Hervorbringung des farbigen Anſehens des Spectrum nicht weſentlich nothwendig iſt, ſondern daß eine Farbe von der andern iſolirt und einzeln unterſucht werden kann.

399. Wenn man den durch die Oeffnung X gehenden Strahl Xd nicht auf einer Tafel hinter derſelben, ſondern mit einem andern Prisma acb auffängt, ſo wird derſelbe gebrochen, und von ſeinem Wege abgelenkt, wie Xfgx, und nach dieſer zweiten Brechung kann er auf der Tafel e aufgefangen werden. Man hat aber beobachtet, daß derſelbe nun nicht mehr in ein gefärbtes Spectrum, wie das urſprüngliche RV, von dem er einen Theil ausmacht, zerlegt wird. Man ſieht nur einen einzelnen Fleck x auf der Tafel, deſſen Farbe gleichförmig iſt, und genau dieſelbe, als diejenige, welche der Theil X des Spectrum gehabt haben würde, wenn er auf der erſten Tafel aufgefangen worden wäre. Es folgt hieraus, daß der Strahl, welcher irgend einen Punkt des Spectrum bildet, nicht bloß von den übrigen ganz unabhängig iſt, ſondern auch wenn er einmal von den andern getrennt worden iſt, nicht länger die Fähigkeit beſitzt, durch eine neue Brechung wieder in verſchiedene Farben zerlegt zu werden.

400. Dieſer einfache, aber lehrreiche Verſuch macht uns mit folgenden Eigenſchaften des Lichts bekannt:

Erſtens. Ein Strahl, der weißes Licht zeigt, beſteht aus einer großen und beinahe unendlichen Verſchiedenheit von Strahlen, die von einander der Farbe und Brechbarkeit nach verſchieden ſind.

Denn der Sonnenſtrahl SF, der von irgend einem Punkte der

Digitized by Google

Sonnenſcheibe herkommt, würde, wenn er unmittelbar auf der Tafel aufgefangen worden wäre, einen einzelnen Punkt auf derſelben eingenommen haben, oder wenn man die Oeffnung mit einem merklichen Durchmeſſer annimmt, einen Raum, der der Fläche der Oeffnung gleich iſt; er wird aber in eine Linie VR von beträchtlicher Länge ausgedehnt, in welcher jeder Punkt erleuchtet iſt. Nun müſſen diejenigen Strahlen, welche nach V gehen, nothwendigerweiſe mehr gebrochen worden ſeyn, als diejenigen, welche nach R zu gehen, welches bloß vermöge einer beſondern Eigenſchaft in den Strahlen ſelbſt geſchehen kann, da das brechende Mittel für alle daſſelbe iſt.

401. Zweitens. Weißes Licht kann durch Brechung in ſeine elementaren gefärbten Strahlen zerlegt oder getrennt werden, und man nennt dieſe Trennung die Farbenzerſtreuung.

402. Drittens. Jeder elementare Strahl, der einmal von den übrigen getrennt und iſolirt worden iſt, kann durch dieſelben Mittel nicht weiter zerlegt werden. Denn wir können ein drittes und ein viertes Prisma in den Weg des zweimal gebrochenen Strahls ſtellen, und denſelben auf beliebige Art brechen, er bleibt ungeändert, und behält ſeine Farbe vollkommen bei.

403. Viertens. Die Farbenzerſtreuung findet in der Brechungsebene ſtatt; denn man hat gefunden, daß das Spectrum VR immer in dieſer Ebene ausgedehnt wird. Rückſichtlich ſeiner Breite hat ſich im Gegentheil durch directe Meſſungen ergeben, daß ſie genau dieſelbe iſt, welche das weiße Bild D (Fig. 86) der Sonne beſitzt, das in der Entfernung OD von der Oeffnung auf einer Tafel aufgefangen wird, ſo daß $OD = OF + FG + GR =$ dem ganzen zurückgelegten Wege des Lichts. Hieraus ſieht man, daß der Lichtſtrahl durch die Brechung keine Zuſammenziehung oder Ausdehnung in einer Ebene erlitten hat, welche ſenkrecht auf der Brechungsebene ſteht.

404. Um alle die durch die prismatiſche Zerſtreuung hervorgebrachten Erſcheinungen der Farben, oder die ſogenannten prismatiſchen Farben zu erklären, brauchen wir nur mit Newton anzunehmen, daß bei jedem beſondern Lichtſtrahl, ſobald derſelbe an irgend einer Oberfläche eine Brechung erleidet, der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels in einem conſtanten Verhältniß ſteht, ſo lange das Mittel und der Strahl dieſelben ſind; allein dieß Verhältniß ändert ſich nicht allein, wie wir bisher angenommen ha-

Digitized by Google

ben, mit dem brechenden Mittel, ſondern auch mit dem Strahl ſelbſt. Mit andern Worten, es giebt ſo viel verſchiedene Arten, wenigſtens Verſchiedenheiten von Licht, als ſich erleuchtete Punkte in demjenigen Spectrum befinden, in welches ein einzelner weißer Lichtſtrahl zerſtreut wird. Dieß kommt darauf zurück, daß man die Größe μ für jedes Medium nicht als eine und dieſelbe unveränderliche Größe betrachtet, ſondern ſie ſich als zwiſchen zwei gewiſſen Gränzen als veränderlich denkt, von denen die niedrigſte Gränze dem äußerſten am wenigſten gebrochenen rothen Strahl, die höchſte Gränze aber dem äußerſten am ſtärkſten gebrochenen violetten Strahl zugehört. Ein jeder der dazwiſchen liegenden Werthe ſteht mit den allgemeinen früher feſtgeſtellten Geſetzen der Brechung und Zurückwerfung in genauer Uebereinſtimmung. Da wir in der Geometrie eine ganze Claſſe von krummen Linien als unter einer Gleichung begriffen anſehen können, indem wir einen conſtanten Parameter derſelben als veränderlich denken, ſo können wir in der Optik durch eine Formel die ganze Lehre der Zurückwerfung, Brechung und andere Modificationen des weißen oder zuſammengeſetzten Lichts unter einer Formel begreifen, indem wir das Brechungsverhältniß μ als einen veränderlichen Parameter betrachten.

405. Um dieß z. B. auf das ſo eben erwähnte Experiment mit dem Prisma anzuwenden, muß ein einzelner aus weißem Licht beſtehender Strahl, der auf die erſte Fläche deſſelben fällt, ſo betrachtet werden, als ob er aus einer unendlichen Menge einzelner zugleich einfallender Strahlen beſtände, die zwiſchen beſtimmten Gränzen alle möglichen Grade von Brechbarkeit beſitzen, und von denen jeder durch das Brechungsverhältniß μ ohne Unterſchied ausgedrückt werden kann. Nimmt man das Prisma ſo geſtellt an, daß daſſelbe den einfallenden Strahl ſenkrecht auf eine Oberfläche deſſelben erhält, ſo wird die Abweichung D des Strahls durch die Gleichung

$$\mu . \sin I = \sin (I + D)$$

gegeben, wo I der brechende Winkel des Prisma iſt. Der Winkel D iſt alſo eine Function von μ, und ändert ſich μ durch unendlich kleine Incremente $\delta\mu$, d. h. gehen wir von einem Strahl des Spectrum zum nächſtfolgenden über, ſo ändert ſich D um das Increment δD, und die Relation zwiſchen den gleichzeitigen Aenderungen $\delta\mu$, δD findet man, indem vorige Gleichung mit der Charakteriſtik δ differentiirt wird. Auf dieſe Art erhalten wir

$\delta\mu$.

Digitized by Google

$$\delta\mu \cdot \sin I = \delta D \cdot \cos(I+D)$$

$$\delta D = \delta\mu \cdot \frac{\sin I}{\cos(I+D)} \quad \text{(a)}$$

Es iſt alſo einleuchtend, daß wenn ſich μ ändert, auch D einen andern Werth erhält, und daß daher keine zwei gebrochenen und gefärbten Strahlen mit einander zuſammenfallen, ſondern ſich in der Brechungsebene in einen Winkel ausbreiten, der deſto größer, je größer die Veränderung von μ iſt.

406. Um den Ausdruck der Zerlegung des Lichts zu rechtfertigen, den wir bei der Trennung eines weißen Lichtſtrahls in gefärbte Strahlen angewendet haben, müſſen wir durch einen Verſuch zeigen, daß das weiße Licht durch die Zuſammenſetzung dieſer elementaren Strahlen wieder hervorgebracht werden kann. Dieſer Verſuch iſt ſehr leicht anzuſtellen. Man nehme zwei aus demſelben brechenden Mittel verfertigte Prismen ABC, abc, welche gleiche brechende Winkel haben, und lege ſie ſehr nahe an einander, ſo daß ihre Kanten eine entgegengeſetzte Stellung haben, wie in Fig. 87. Bei dieſer Zuſammenſtellung wird ein weißer Lichtſtrahl, der durch die Seitenfläche AC des erſten Prisma eintritt, aus der Seitenfläche bc des zweiten ohne Abweichung und farbenlos wieder hervortreten, gerade ſo, als ob gar keine Prismen ſich auf ſeinem Wege befunden hätten. Da nun die Zerſtreuung durch das Prisma ABC vollſtändig bewirkt worden war, ſo müſſen die Strahlen, indem ſie durch die dünne Luftſchicht BCac gingen, in ihrem gefärbten und unabhängigen Zuſtande vorhanden geweſen ſeyn; aber da ſie durch das zweite Prisma ſo gebrochen wurden, daß ſie parallel wieder heraustreten, ſo mußte die Farbe durch die Miſchung der Strahlen aufgehoben werden. Um deutlicher zu ſehen, wie dieß ſtattfindet, ſeyen in Fig. 88 SR und SV zwei parallele weiße Strahlen, die auf die erſte Fläche des Prisma fallen und durch die Brechung getrennt werden, der erſte in den gefärbten Strahlenbündel Rcv, der zweite in einen völlig ähnlichen Vrc. Es ſey Rc der am wenigſten gebrochene Strahl des erſten Strahlenbündels, Vc der am meiſten gebrochene des zweiten Strahlenbündels. Dieſe müſſen ſich daher treffen, welches in c geſchehen mag, und in dieſen Punkt c bringe man den Scheitel des zweiten Prisma an, deſſen Seite ca parallel mit CB iſt, aber die Kante aufwärts gewendet hat, dann werden die Strahlen Rc und Vc jeder für ſich und von einander unab-

Digitized by Google

hängig, ſo gebrochen werden, daß ſie mit ihrer urſprünglichen Richtung in RS, VS wieder heraustreten, und dieſe Strahlen fallen daher in einander und decken ſich wie cs. Der austretende Strahl sc enthält alſo einen äußerſten rothen und einen äußerſten violetten Strahl. Allein er enthält auch jede dazwiſchen liegende Abſtufung, denn zieht man irgendwo zwiſchen cR und cV die Linie cf, ſo wird, da der Winkel, welchen der Strahl cf mit der Oberfläche BC macht, größer iſt, als der, den der äußerſte violette Strahl mit derſelben bildet, aber kleiner als der Winkel, den der äußerſte rothe Strahl macht, irgend ein zwiſchen den beiden äußerſten Werthen liegender Werth von μ vorhanden ſeyn, welcher eine Abweichung giebt, die dem Winkel von cf und SY, welche mit SR parallel geht, gleich iſt. Iſt alſo SY ein weißer Strahl, der durch Brechung in den Strahlenbüſchel Yv′s′ getrennt wird, ſo wird der gefärbte Strahl Yfc, welcher dieſe beſondere Brechbarkeit hat, auf c fallen, und nach cs fortgehen. Jeder Punkt der Oberfläche gfh ſchickt daher nach c einen Strahl von anderer Brechbarkeit, die alle Werthe von μ vom kleinſten bis zum größten umfaßt, ſo daß alle farbigen Elementarſtrahlen, obgleich ſie urſprünglich andern weißen Strahlen zugehören, nach der zweiten Brechung im Strahl cs zuſammenfallen, und die Erfahrung zeigt, daß das ſo verbundene Licht wieder weißes Licht giebt. Es entſteht alſo das weiße Licht, wenn alle gefärbten Elemente, obgleich ſie anfänglich verſchiedenen weißen Strahlen zugehörten, ihrer Richtung und Lage nach wieder vereinigt werden.

407. Betrachtet man die Zurückwerfung des Lichts als einen beſondern Fall der Brechung, ſo hat μ einen beſtimmten Zahlenwerth, und kann ſich nicht ändern, ohne die allgemeinen Geſetze der Zurückwerfung umzuſtoßen. Durch Reflexion kann daher keine Zerlegung in Farben hervorgebracht werden, da alle gefärbten Strahlen nach der Reflexion einen und denſelben Weg annehmen. Es giebt hierbei eine Ausnahme, die freilich mehr ſcheinbar als wirklich iſt, wenn nämlich Licht an der innern Fläche eines Priſma zurückgeworfen wird, wovon wir ſpäter mehr ſagen werden.

408. Die Wiederzuſammenſetzung des weißen Lichts aus gefärbtem Lichte kann noch auf eine andere Art gezeigt werden, indem man einen kleinen kreisförmigen Strahl des Sonnenlichts durch ein Priſma ABC gehen läßt (Fig. 89) und den zerſtreuten Strahl

Digitized by Google

auf einer Linſe ED in einiger Entfernung auffängt. Hält man dann in einem gehörigen Abſtande eine weiße Tafel hinter die Linſe, ſo vereinigt ſich das ganze Spectrum in einen Fleck von weißem Lichte. Die Art, auf welche dieſes geſchieht, wird deutlich, indem man die Figur betrachtet, wo TE und TD die parallelen Strahlenbündel von irgend zwei Farben, z. B. roth und violett, bedeuten, in welche der einfallende Strahl ST zerſtreut worden iſt. Dieſe werden nach der Brechung vereinigt, ein jeder in ſeinem beſondern Brennpunkt, der erſte in F, der zweite in G, nach welcher Vereinigung jeder Strahlenbüſchel wieder divergirt, der erſte im Strahlenkegel FH, der zweite in GH. Wird dann die Tafel in H aufgeſtellt, ſo ſtellt jeder dieſer Strahlen auf derſelben einen Kreis von der ihm eigenthümlichen Farbe dar, und ſo auch für alle zwiſchenliegenden Strahlen; aber alle dieſe Kreiſe fallen auf einander, und daher enthält der Kreis H alle Strahlen des Farbenſpectrum mit einander vermiſcht, und man hat gefunden, daß mit Ausnahme eines unbedeutenden farbigen Randes, der von einem geringen Uebertreten der verſchiedenen gefärbten Bilder entſteht, derſelbe vollkommen weiß iſt.

409. Daß die Vereinigung aller gefärbten Strahlen zur Wiederherſtellung des weißen Lichts nothwendig iſt, kann dadurch gezeigt werden, daß man einen Theil des Spectrum aufhält, ehe es auf die Linſe fällt. Wird z. B. das Violett aufgehalten, ſo erhält das Weiß eine gelbliche Färbung; wird nach und nach das Blau und Grün aufgehalten, ſo wird die gelbliche Färbung nach und nach blaßroth, und durch Orange in Scharlach und Blutroth übergehen. Wird im Gegentheil das rothe Ende des Bildes aufgehalten und dem Strahl immer mehr und mehr die weniger brechbaren Theile entzogen, ſo wird das Weiß anfangs blaßgrün, dann hellgrün, blaugrün, blau und endlich violett. Hält man den mittlern Theil des Spectrum auf, ſo werden die übrigen Strahlen vereinigt verſchiedene Arten von Purpurroth und Carmoiſin geben, je nachdem ein größerer oder kleinerer Theil der zum weißen Licht gehörigen Strahlen entzogen wird, und indem man die aufgefangenen Strahlen ändert, ſo kann jede Verſchiedenheit der Farben hervorgebracht werden, und es giebt in der Natur keine Farbenabſtufung, die nicht auf dieſe Art genau nachgeahmt werden kann, und zwar mit einem Glanz und einer Schön-

Digitized by Google

heit, die jede künſtliche Färbung bei Weitem übertrifft.

410. Bedenken wir nun, daß alle dieſe Farbenabſtufungen auf weißem Papier hervorgebracht werden, welches alles Licht, was auf daſſelbe fällt, annimmt und in das Auge zurückwirft, und daß daſſelbe Stück Papier, wenn es nach und nach in den rothen, grünen und blauen Theil des Spectrum gehalten wird, ohne Unterſchied roth, grün und blau erſcheint, ſo werden wir ſehr natürlich auf den Schluß geleitet, daß:

> die Farben der Körper in der Natur keine den Körpern eigenthümlich zukommenden Eigenſchaften ſind, durch welche ſie unmittelbar auf unſere Sinne wirken, ſondern daß ſie ſich bloß aus dem beſondern Vermögen der einzelnen Körpertheilchen ergeben, vermöge deſſen der Körper im Stande iſt, eine Art Strahlen von beſonderer Farbe zu reflectiren, durchzulaſſen oder aufzuhalten, oder, wie man es in der Optik nennt, zu verſchlucken.

411. Dieß iſt die Newtonianiſche Theorie der Farben, und jede optiſche Erſcheinung trägt dazu bei, ihre Richtigkeit zu beweiſen. Der unmittelbarſte und genügendſte Beweis derſelben liegt wahrſcheinlich in der einfachen Thatſache, daß jeder Körper ohne Unterſchied, wie auch ſeine Farbe im weißen Lichte beſchaffen ſeyn mag, ſobald er den prismatiſchen Farben ausgeſetzt wird, mit der Farbe erſcheint, welche dem Theil des Spectrum eigenthümlich iſt, in welchem er ſich grade befindet, aber daß ſeine Farbe ohne Vergleich lebhafter und voller ausfällt, wenn er in einen Strahl gebracht wird, deſſen Farbe derjenigen analog iſt, welche er im weißen Lichte beſaß. So erſcheint z. B. Scharlach in den rothen Strahlen mit dem lebhafteſten Roth; im Orange orange, im Gelb gelb, aber weniger glänzend. In den grünen Strahlen wird es grün, aber wegen des geringen Vermögens des Scharlachs, grünes Licht zurückzuwerfen, ſcheint es dunkel, und noch mehr im blauen Lichte; im Dunkelblau und Violett iſt es faſt vollkommen ſchwarz. Auf der andern Seite hat ein Stück blaues Papier oder Berliner Blau in den dunkelblauen Strahlen eine außerordentlich volle blaue Farbe. Im Grün erhält es eine grüne Färbung, aber weniger kräftig, während es in den

rothen Strahlen faſt ſchwarz iſt. Dieß ſind die Erſcheinungen von reinen und kräftigen Farben; aber Körper von gemiſchter Färbung, wie blaßrothes oder gelbes Papier, oder die hellern Arten von Blau, Grün und Braun, reflectiren die prismatiſchen Farben, in welche ſie auch verſetzt werden, ſehr ſtark, und erſcheinen mit der Farbe desjenigen Strahls, in welchem ſie ſich grade befinden.

412. Die Brechung durch Prismen giebt uns ein Mittel an die Hand, einen Strahl von weißem Licht in die Strahlen von verſchiedener Brechbarkeit, aus denen er beſteht, zu zerlegen. Um aber die Zerlegung vollſtändig zu machen und einen Strahl von beliebiger Brechbarkeit in vollkommener Reinheit zu iſoliren, ſind verſchiedene Vorſichtsmaßregeln erforderlich, von denen die hauptſächlichſten folgende ſind: Erſtens muß der zu zerlegende Lichtſtrahl ſehr dünn ſeyn, ſo daß er ſich ſo ſehr als möglich einem mathematiſchen Strahle nähert; denn iſt AB, ab ein Strahl von merklicher Breite, der auf das Prisma P fällt, ſo wird jeder der äußern Strahlen AB und ab, durch die Brechung in die Farbenbilder GBH und gbh zerlegt, wo BG, bg die violetten, BH, bh die rothen Strahlen ſind, und da AB und ab parallel ſind, ſo wird auch CG mit cg und DH mit dh parallel ſeyn. Folglich durchſchneidet der rothe Strahl DH, der von B herkommt, den von b herkommenden violetten Strahl cg, in einem Punkte F hinter dem Prisma, und eine in F aufgeſtellte Tafel EFf hat einen Punkt F, welcher von einem aus B kommenden rothen und einem aus b kommenden violetten Strahl erleuchtet wird, und daher, wie man leicht ſieht, auch von allen den Strahlen zwiſchen den rothen und violetten, welche von Punkten ausgehen, die zwiſchen B und b liegen; folglich iſt F weiß. Wird die Tafel näher an das Prisma geſetzt, als der Punkt F liegt, z. B. nach KLkl, ſo iſt einleuchtend, daß wenn aus irgend einem Punkte zwiſchen L und k Linien parallel mit KC, DL gezogen werden, ſie zwiſchen C und c, D und d u. ſ. w. fallen werden, und daß daher jeder Punkt zwiſchen L und k von irgend einem Punkte der Oberfläche Cd des Prisma einen Strahl von jeder Farbe erhalten wird, und daher eine weiße Farbe bekommen muß. Wiederum kann jeder Punkt wie x zwiſchen k und l keinen violetten Strahl und gar keine Strahlen von einem Farbenſpectrum erhalten, deſſen Abweichungswinkel größer als 180° — abx iſt, denn ein ſolcher Strahl, wenn er x erreichen ſoll, muß von einem Theil des Prisma unter-

halb b herkommen, welches der Annahme über die Begränzung des Strahls A B, a b zuwider iſt; aber alle Strahlen, deren Abweichungswinkel kleiner als 180° — abx ausfällt, werden x aus irgend einem Punkte der Oberfläche B D treffen. Es wird daher die Farbe des Stücks k l des Bildes auf der Tafel in k weiß, in l ganz roth, und in jedem dazwiſchen liegenden Punkte eine Mittelfarbe zwiſchen weiß und roth, oder eine Miſchung der am wenigſten brechbaren Strahlen ſeyn, und auf dieſelbe Art iſt das Stück KL weiß in L, violett in K, und in jedem zwiſchen beiden Punkten liegenden Theil hat es eine Farbe, die aus einer Miſchung einer größern oder geringern Menge der mehr brechbaren Strahlen des Spectrum gebildet wird. Entfernt man die Tafel jenſeits F, ſo daß ſie z. B. die Stellung G g H h erhält, ſo verſchwindet die weiße Farbe völlig, indem kein Punkt zwiſchen g und H Strahlen erhalten kann, deren Abweichungswinkel zwiſchen 180° — a b g und 180° — a b H liegt. Wir können das ganze Bild G h ſo anſehen, als ob es aus einer unendlichen Menge von Farbenbildern beſtände, die aus jedem elementaren Strahl, aus welchem der Strahlenbüſchel A B a b zuſammengeſetzt iſt, entſtehen und zum Theil aufeinander fallen. Je weniger alſo ſolche aufeinander fallende Farbenbilder vorhanden ſind, oder je kleiner die Dicke des einfallenden Strahls iſt, deſto geringer wird die auf dieſe Art entſtehende Miſchung der Bilder ſeyn, und deſto reiner die Farben. Die größere Entfernung der Tafel vom Prisma bringt, wie man leicht ſieht, dieſelbe Wirkung hervor, als die Verkleinerung der Breite des Strahls; denn da jede Farbe immer einerlei Raum auf der Tafel einnimmt (da G g = K k iſt), ſo verbreitet ſich das ganze Spectrum über einen größern Raum, ſo wie die Tafel entfernt wird, indem die daſſelbe bildenden gefärbten Strahlen divergiren, und daher müſſen die einzelnen Farben immer mehr und mehr von einander getrennt werden,

413. **Zweitens.** Eine andere Quelle der Verwirrung und des Mangels an Gleichförmigkeit der Farben im Spectrum iſt der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne oder jedes andern leuchtenden Körpers, wie ſehr man auch die Oeffnung, durch welche der Strahl geht, verkleinern mag. Denn es ſey S T die Sonne (Fig. 90), deren Strahlen auf das Prisma ABC durch eine ſehr kleine Oeffnung O fallen, die in einer ſehr nahe vor dem Prisma ſtehenden Tafel angebracht iſt. Der Strahl wird durch die Brechung über das Spectrum r v verbreitet. Betrachten wir nun bloß die Strahlen

von einer beſondern Art, z. B. die rothen, und unterdrücken die übrigen, ſo iſt es einleuchtend, daß ein rothes Bild der Sonne auf der Tafel entſtehen wird, indem die Strahlen von jedem Punkte der Sonne ſich in O durchkreuzen, und von da nach der Brechung verſchiedene Wege einſchlagen. Wird das Prisma ſo geſtellt, daß es die Lage des kleinſten Abweichungswinkels hat, ſo iſt das Bild ein Kreis, und dieſes Bild ſowohl als die Sonne werden bei O gleiche Winkel bilden. Auf dieſelbe Art bewirken die violetten Strahlen, wenn ſie unabhängig von den rothen betrachtet werden, ein kreisförmiges violettes Bild der Sonne in v, wegen ihrer größern Brechbarkeit, und jede Art von Strahlen, die ein mittleres Brechungsverhältniß beſitzen, giebt ein kreisförmiges Bild zwiſchen r und v. Die Zuſammenſetzung des auf dieſe Weiſe entſtehenden Spectrum iſt daher wie in Fig. 91, a, indem daſſelbe ein Aggregat der einzelnen Bilder von jeder beſondern Brechbarkeit iſt, die auf einander fallen, und in einander verfließen. Vermindern wir nun den ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne oder des leuchtenden Körpers, ſo wird ſich die Größe jedes dieſer Bilder verhältnißmäßig verkleinern, aber ihre Anzahl, ſo wie auch der ganze Raum, über welchen ſie ſich verbreiten, bleiben dieſelben. Sie werden alſo immer weniger in einander fließen (Fig. 91, b, c), und reducirt man den leuchtenden Körper auf einen einzelnen Punkt (wie z. B. einen Stern), ſo beſteht das Spectrum aus einer Linie d, die aus einer unendlichen Menge mathematiſcher Punkte zuſammengeſetzt iſt, und von denen jeder ein vollkommen reines homogenes Licht zeigt.

414. Es giebt verſchiedene Mittel, durch welche der ſcheinbare Durchmeſſer, oder der Grad der Divergenz des einfallenden Strahlenbündels vermindert werden kann. So können wir z. B. erſtlich den Sonnenſtrahl durch eine kleine Oeffnung A in einer Tafel gehen laſſen, und den divergenten Strahlenkegel dahinter auf einer andern Tafel B (Fig. 7) in einer beträchtlichen Entfernung auffangen, welche wiederum eine kleine Oeffnung B hat, durch welche nicht der ganze Strahl, ſondern nur ein kleiner Theil deſſelben hindurch geht. Der auf dieſe Art erhaltene Strahl BC wird gewiß eine geringere Divergenz haben, als der, welcher durch A geht, und zwar im Verhältniß des Durchmeſſers der Oeffnung B zum Durchmeſſer des Sonnenbildes auf der Tafel B.

415. Eine andere viel bequemere Methode beſteht darin, daß

Digitized by Google

man für die Sonne ſelbſt ihr durch eine Linſe formirtes Bild ſubſtituirt, indem man ſich einer Linſe von geringer Brennweite bedient. Dieſes Bild hat nur ſehr geringe Dimenſionen, indem ſein Durchmeſſer gleich iſt der Brennweite der Linſe multiplicirt mit dem Sinus des ſcheinbaren Durchmeſſers der Sonne (oder mit dem Sinus von 30 Minuten, der ungefähr den 114ten Theil des Radius ausmacht), ſo daß eine Linſe von einem Zoll Brennweite alle auf ſie fallenden Strahlen in einem Kreis vereinigt, deſſen Durchmeſſer der 114te Theil eines Zolles iſt, und welchen wir hierbei als einen phyſiſchen Punkt anſehen können. Die Anordnung dieſes Apparats iſt in Fig. 92 dargeſtellt. Die durch die Linſe L im Punkt F zur Convergenz gebrachten Strahlen divergiren hierauf, als ob ſie aus einem ſehr ſtark leuchtenden Punkt F ausgingen, und ſtellt man eine Tafel mit einer kleinen Oeffnung O in einiger Entfernung von demſelben und ganz nahe hinter die Oeffnung des Prisma ABC, ſo kann das Farbenbild rv auf einer Tafel aufgefangen werden, die ſich in einem beträchtlichen Abſtande vom Prisma befindet, und jeder Punkt des Farbenbildes wird von Strahlen erleuchtet werden, die in ſehr hohem Grade rein und homogen ausfallen. Durch Verminderung der Brennweite der Linſe und der Oeffnung O, und durch die Vergrößerung des Abſtandes FO oder Or kann dieß ſo weit getrieben werden, als man will. Man muß aber bemerken, daß die Intenſität des gereinigten Strahls und die auf dieſe Art erhaltene Menge von homogenem Licht in demſelben Verhältniß vermindert werden, als die Reinheit des Strahls zunimmt.

416. Eine dritte Methode, einen homogenen Strahl zu erhalten, iſt die, daß man den Proceß der Zerlegung eines Strahls, nachdem dieſelbe durch ein Prisma geſchehen und der Strahl hierdurch ſo ſehr als möglich ſchon gereinigt iſt, wiederholt. So wird z. B. Fig. 93 das durch die erſte Brechung im Prisma A gebildete Spectrum VR auf einer Tafel aufgefangen, die das Ganze aufhält, diejenige Farbe ausgenommen, die wir iſoliren und rein darſtellen wollen, indem dieſe durch die Oeffnung MN hindurch gelaſſen wird, hinter welcher ein anderes Prisma B ſteht, welches den Strahl das Zweitemal bricht. Wäre dann der Theil MN ſchon völlig rein, ſo würde derſelbe ohne weitere Trennung durch das zweite Prisma gehen; ſind aber, wie es immer der Fall iſt, andere Strahlen damit vermiſcht, ſo wird er durch dieſe zweite Brechung in ein anderes Spec-

Digitized by Google

trum vr ausgedehnt, welches in der Mitte eine glänzende Stelle mn, außerdem aber nur ſchwache Farben hat. Fängt man die übrigen Farben auf und läßt bloß den mittlern Theil durch eine Oeffnung gehen, ſo wird der herausfahrende Strahl bm viel homogener ſeyn, als vor ſeinem Einfall auf das zweite Prisma, und im Verhältniß als die Entfernung zwiſchen dem zweiten Prisma und der Tafel vermehrt wird, iſt auch die Reinheit des Strahls größer.

417. Eine andere Urſache der unvollkommnen Reinheit der prismatiſchen Strahlen, liegt in der Unvollkommenheit der Materialien, aus denen unſere gewöhnlichen Prismen beſtehen, indem ſie voll Streifen und Adern ſind, die das Licht unregelmäßig zerſtreuen, und daher im Spectrum Strahlen mit einander vermiſchen, die eigentlich zu verſchiedenen Theilen deſſelben gehören. Diejenigen, welche keine Glasprismen beſitzen, die von dieſen Mängeln frei ſind (welche man auch ſehr ſelten findet, und in der That faſt um keinen Preis zu erhalten ſind), können dieſer Unbequemlichkeit dadurch abhelfen, daß ſie ſich hohler mit Waſſer gefüllter Prismen bedienen, oder noch beſſer ſolcher, die mit ſtark zerſtreuenden Oelen angefüllt ſind. Man kann jedoch einen großen Theil der aus einem ſchlechten Prisma entſtehenden Unbequemlichkeit vermeiden, indem man die Strahlen ſo nahe an der Kante als möglich durchgehen läßt, ſo daß die Menge der Materie, die ſie zu durchlaufen haben, ſo wie auch die zufälligen Streifen und Adern, die ſie auf ihrem Wege antreffen könnten, vermindert werden.

418. Hat man alle mögliche Sorgfalt angewendet, ein reines Spectrum zu erhalten, iſt die Divergenz des einfallenden Strahls ſehr klein und ſeine Dimenſionen ſehr gering; iſt das Prisma vollkommen und das Spectrum groß genug, um ſeine einzelnen Theile genau unterſuchen zu können, ſo zeigen ſich rückſichtlich ſeiner Zuſammenſetzung, einige ſonderbare Erſcheinungen. Sie wurden zuerſt von Dr. Wollaſton entdeckt, und in einer Abhandlung Philosophical Transactions 1802 von ihm bekannt gemacht; ſeitdem ſind dieſelben in allen ihren Einzelnheiten mit aller der Schärfe und Genauigkeit, welche die ausgezeichnetſten Talente und die unbegränzten Hülfsmittel an Inſtrumenten nur gewähren konnten, von dem berühmten Fraunhofer, deſſen Verluſt ewig zu beklagen ſeyn wird, unterſucht worden. Es ſcheint nicht, daß letzterer von der vorhergehenden Entdeckung des Dr. Wollaſton einige Kenntniß gehabt habe,

ſo daß er in dieſer Rückſicht das volle Verdienſt eines unabhängigen Erfinders hat. Die Erſcheinungen ſind dieſe: Fängt man das aus den Sonnenſtrahlen gebildete Spectrum, nachdem man demſelben die größte Reinheit und kleinſte Breite gegeben hat, auf einer Tafel auf, oder läßt es direct ins Auge fallen, ſo iſt daſſelbe keinesweges eine ununterbrochene Lichtlinie, die an dem einen Ende roth, am andern violett iſt, und in welcher die Farben nach und nach in einander übergehen, wie Newton annahm, und wie man bei einer oberflächlichen Anſchauung glauben könnte, ſondern es wird durch völlig dunkle Zwiſchenräume unterbrochen, und in denjenigen Theilen, in denen es Licht enthält, iſt die Intenſität des Lichts außerordentlich unregelmäßig und ſcheinbar gar keinem Geſetz, oder wenigſtens einem ſehr complicirten unterworfen. Betrachten wir daher ein Spectrum, welches durch eine ſchmale Lichtlinie gebildet wird, die der Kante des Prisma parallel liegt (auf welche Weiſe man eine beträchtliche Breite des Farbenbildes erhält, ohne daß dadurch der Reinheit der Farben Eintrag geſchieht, da dieſes nichts Anderes iſt, als eine unendliche Menge unendlich ſchmaler neben einander liegender Farbenbilder), ſo hat es ſtatt eines leuchtenden Streifen von gleichmäßigem Licht und in einander fließender Farben, das Anſehen eines geſtreiften Bandes, welches in der Richtung der Breite von einer unendlichen Menge dunkler und einiger völlig ſchwarzen Streifen, durchkreuzt wird, welche auf eine unregelmäßige Art im Spectrum vertheilt ſind. Dieſe Unregelmäßigkeit iſt jedoch keine Folge von zufälligen Umſtänden. Die Streifen liegen immer in einerlei Theilen des Spectrum und behalten dieſelbe gegenſeitige Ordnung und Lage, dieſelbe proportionale Breite und Grad der Dunkelheit, wann und wie ſie auch unterſucht werden, vorausgeſetzt, daß man ſich des Sonnenlichts bedient und die angewandten Prismen aus einerlei Materie beſtehen, denn ein Unterſchied in dem letztern Umſtande, obgleich derſelbe in der Anzahl, Ordnung und Intenſität der Streifen, oder ihrer Lage im Spectrum, rückſichtlich der verſchiedenen Farben, aus denen es beſteht, keine Aenderung hervorbringt, ändert doch ihre gegenſeitigen Abſtände, worüber ſpäterhin mehr geſagt werden wird. Unter Sonnenlicht verſteht man nicht nur die von der Sonne direct herkommenden Strahlen, ſondern überhaupt alle Strahlen, die von der Sonne ihren erſten Urſprung haben, z. B. das Licht der Wolken, des Himmels, des Regenbo-

gens, des Mondes oder der Planeten. Bei allen dieſen Lichtarten, wenn ſie durch das Prisma zerlegt werden, mangeln dieſelben Strahlen, als bei dem von der Sonne erzeugten Spectrum, und der Mangel zeigt ſich aus denſelben Erſcheinungen, nämlich durch das Daſeyn derſelben dunkeln Streifen in einerlei Lagen bei den aus dieſen verſchiedenen Lichtarten erzeugten Farbenbildern. Beim Sternenlicht, dem elektriſchen Licht und dem Kerzenlicht werden freilich ähnliche Streifen bemerkt; allein ſie haben eine andere Lage, und das Spectrum eines jeden Sterns und jeder Flamme hat ein beſonderes Syſtem von Streifen als auszeichnende Charakteriſtik dieſer Lichtart, welches dieſelbe unverändert zu jeder Zeit und unter allen Umſtänden beibehält.

419. In Fig. 94 befindet ſich eine Darſtellung des vom Sonnenlicht gebildeten Spectrum, wie es Fraunhofer aus ſeinen mikrometriſchen Meſſungen gefunden, indem er ſich eines Prisma bediente, das aus ſeinem eigenen unvergleichlichen Flintglas gefertigt war. Nur die große Anzahl von Streifen, die er beobachtet hat (beinahe 500), ſind weggelaſſen worden, um die Figur nicht zu undeutlich zu machen. Von dieſen Streifen oder feſten Linien hat er ſieben ausgewählt, die durch B, C, D, E, F, G, H bezeichnet ſind, um ſie als feſte Vergleichungspunkte im Spectrum zu gebrauchen, da ſie große Deutlichkeit beſitzen und leicht wieder erkannt werden können. Von dieſen Linien liegt B im rothen Theile des Spectrum nahe am Ende. C weiter oben in derſelben Farbe, D in dem orangen Theile, und bildet eine leicht zu erkennende doppelte Linie, E im grünen, F im blauen, G im dunkelblauen und H im violetten Theile. Außer den angeführten giebt es noch andere ſehr merkwürdige; ſo iſt z. B. b eine dreifache Linie im Grünen zwiſchen E und F, und beſteht aus drei breiten Streifen, von denen zwei einander näher liegen als der dritte.

420. Die Beſtimmtheit dieſer Linien und ihre feſte Lage, rückſichtlich der Farben im Spectrum, oder mit andern Worten, die Genauigkeit der Gränzen derjenigen Grade von Brechbarkeit, die den fehlenden Strahlen des Sonnenlichts zugehören, geben ihnen einen unſchätzbaren Werth bei den optiſchen Unterſuchungen, und ſetzen uns in den Stand, den optiſchen Meſſungen eine Genauigkeit mitzutheilen, die bisher unerhört geweſen wäre, und die Beſtimmung der brechenden Kräfte der verſchiedenen Mittel, rückſichtlich der Ge-

Digitized by Google

nauigkeit mit den aſtronomiſchen Beobachtungen beinahe in gleichen Rang zu ſtellen. Fraunhofer hat bei ſeinen verſchiedenen Unterſuchungen in dieſer Rückſicht einen ausgezeichneten Gebrauch von denſelben gemacht, wie wir bald ſehen werden.

421. Um dieſe Erſcheinungen zu beobachten, müſſen wir den brechenden Winkel eines ſehr vollkommnen Prisma parallel mit einer ſehr kleinen linearen Oeffnung, durch welche der Sonnenſtrahl geht, aufſtellen; auch können wir ſtatt der Oeffnung einen ganzen oder halben Glascylinder von kleinem Halbmeſſer anwenden, der die Strahlen in eine Brennlinie parallel mit der Axe deſſelben vereinigt, aus der die Strahlen wie aus einer feinen leuchtenden Linie divergiren, auf eine Art wie §. 415 für eine Linſe beſchrieben worden iſt. Bringt man nun das Auge nahe hinter dem Prisma an, ſo ſieht man die Linie als einen breiten gefärbten Streifen, der die prismatiſchen Farben in ihrer gewöhnlichen Ordnung enthält, und iſt das Prisma von guter Beſchaffenheit und ſorgfältig in die Lage der kleinſten Abweichung gebracht, indem zugleich der brechende Winkel groß genug iſt, um ein breites Farbenbild zu geben, ſo ſieht man die hauptſächlichſten der feſten Linien parallel mit den Gränzen des Spectrum geordnet, vorzüglich die Linien D und F, von denen die erſte die Trennungslinie zwiſchen roth und gelb ausmacht. Iſt das Sonnenlicht ſo hell, daß das Auge geblendet wird, ſo kann man jede Linie von gewöhnlichem Tageslicht, z. B. den Ritz zwiſchen zwei beinahe geſchloſſenen Fenſterladen hierzu anwenden. Dieß war die Art, auf welche Wollaſton die feſten Linien zuerſt entdeckte.

422. Es iſt aber ſchwierig und ein ſcharfes Geſicht erforderlich, auf dieſe Art andere als die ſtärkſten Linien zu entdecken. Die Urſache hiervon liegt in ihrer geringen ſcheinbaren Breite, welche bei der breiteſten kaum eine halbe Minute übertreffen kann, und bei den kleinern nur einige Secunden beträgt. Man muß dieſelben alſo vergrößern. Dieß kann durch ein Fernrohr geſchehen, welches man zwiſchen das Auge und das Prisma ſtellt, auf die in Fig. 95 angegebene Art, wo L l die Lichtlinie iſt, aus welcher Strahlen nach allen Richtungen divergiren und auf das Prisma ABC fallend, von demſelben gebrochen werden, und nach der Brechung vom Objectivglas D des Fernrohrs aufgefangen werden. Man muß bemerken, daß dieſes Objectivglas von der Art ſeyn muß, die man achromatiſch nennt, welche ſogleich beſchrieben werden ſollen, und von

welchen jetzt nur zu ſagen nöthig iſt, daß ſie ſo beſchaffen ſind, daß alle Strahlen von verſchiedenen Farben in gleichen Abſtänden vom Glaſe durch dieſelben vereinigt werden. Betrachten wir nun Strahlen von beliebiger Brechbarkeit, z. B. die äußerſten rothen, ſo werden die von jedem Punkte der Linie L l divergenten Strahlen nach ihrer Brechung an den zwei Oberflächen des Prisma aus correſpondirenden Punkten eines Bildes K′ l′ ausgehen, welches in der Richtung von der Baſis nach dem Scheitel des Prisma liegt. Strahlen von größerer Brechbarkeit werden nach ihrer Brechung im Prisma aus der Linie L″ l″ divergiren, welche mit L′ l′ parallel geht, aber weiter von der urſprünglichen Linie L l entfernt liegt. Auf dieſe Art wird die weiße Linie L l nach ihrer Brechung durch das Prisma zu ihrem Bilde das gefärbte Rechteck L′ L″ l′ l″ haben, welches man durch das Fernrohr ſo beobachten kann, als ob es ein wirklicher Gegenſtand wäre. Nun bildet jede Verticallinie in dieſem Parallelogramm im Brennpunkt des Objectivglaſes ein entſprechendes verticalſtehendes Bild von der ihr eigenthümlichen Farbe, und da das Objectivglas achromatiſch iſt, ſo haben alle Bilder von demſelben gleiche Entfernung, ſo daß das ganze Bild des Parallelogramms L′ L″ l′ l″ ein ähnlich gefärbtes Parallelogramm ſeyn wird, deſſen Ebene ſenkrecht auf der Axe des Fernrohrs ſteht. Dieß kann durch das Ocularglas wie ein Gegenſtand betrachtet werden, und das Spectrum wird auf dieſe Art wie jeder andere Gegenſtand der Vergrößerungskraft des Fernrohrs gemäß vergrößert werden (§. 382). Bei dieſer Anordnung des Apparats (welcher derjenige iſt, den Fraunhofer gebrauchte) zeigen ſich die feſten Linien ſehr ſchön, und wenn das Prisma vollkommen iſt, können ſie beliebig vergrößert werden. Der geringſte Fehler in der Gleichartigkeit des Prisma hat jedoch üble Folgen. Mit Glasprismen aus engliſchen Fabriken würde es ganz fruchtlos ſeyn, den Verſuch anzuſtellen, und diejenigen, welche in England denſelben wiederholen wollten, müſſen Prismen von ſehr ſtark zerſtreuenden Flüſſigkeiten anwenden, die in hohle Prismen von gutem Spiegelglas eingeſchloſſen ſind. Da die Ocularglaſer der Fernröhre gewöhnlich nicht achromatiſch ſind, ſo iſt noch eine kleine Veränderung des Brennpunkts erforderlich, wenn man die Linien im rothen und im violetten Theile des Farbenbildes betrachten will. Dieſem Umſtand kann man durch Anwendung eines achromatiſchen Oculares abhelfen.

Digitized by Google

423. Daß ein wirkliches Bild des Spectrum mit ſeinen feſten Linien im Brennpunkt des Objectivglaſes entſteht, wie es beſchrieben iſt, läßt ſich leicht zeigen, indem man das Teleſkop aus einander nimmt, und die vom Objectiv gebrochenen Strahlen auf einer im Brennpunkt aufgeſtellten Tafel auffängt. Dieß gewährt eine ſchöne und befriedigende Methode, mehrern Perſonen auf einmal die Erſcheinungen zu zeigen. Man ſetze ein achromatiſches Objectivglas von beträchtlicher Brennweite, z. B. ſechs Fuß, in einer Entfernung, die dem Doppelten der Brennweite gleich iſt, von der Lichtlinie, und ſtellt man das Prisma ganz nahe hinter das Glas, ſo entſteht hinter demſelben ungefähr in derſelben Entfernung von zwölf Fuß, ein Bild derſelben $\left(f = L + D, L = \frac{1}{6}, D = -\frac{1}{12}, f = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = +\frac{1}{12}\right)$. Fängt man daſſelbe auf weißem Papier oder matt geſchliffenem Glaſe auf, ſo kann man daſſelbe mit Muße unterſuchen, und die Entfernungen der feſten Linien von einander abmeſſen. Allein die beſte Methode dieſe Meſſungen auszuführen, iſt die, welche Fraunhofer anwendete, indem er nämlich ein Mikrometer an dem Ende des Fernrohrs anbrachte (man ſehe das Mikrometer in der Folge dieſes Abſchnitts), um die Entfernungen der nähern Linien zu erhalten, und indem er der Axe des Fernrohrs zugleich mit dem daran befeſtigten Prisma eine drehende Bewegung in horizontaler Richtung mittheilte, deren Größe durch Verniers und Mikroſkope auf einem genau getheilten Kreiſe, eben ſo wie bei aſtronomiſchen Beobachtungen, abgeleſen wurde. Der von ihm zu dieſem Zwecke gebrauchte Apparat, welcher ſich auch bei vielen andern aſtronomiſchen Unterſuchungen anwenden läßt, iſt Fig. 96 abgebildet.

424. Die feſten Linien im Spectrum geben keine genauen Gränzen zwiſchen den verſchiedenen Farben an, aus welchen es beſteht. Nach der Anſicht des Dr. Wollaſton (Philosophical Transactions 1802) beſteht das Spectrum bloß aus vier Farben: roth, grün, blau und violet, und er betrachtet die ſchmale gelbe Linie, die bei ſeiner Unterſuchungsart ſichtbar wurde (indem er nämlich eine ſchmale Lichtlinie durch ein Prisma mit dem bloßen Auge betrachtete), als aus einer Miſchung von roth und grün beſtehend. Auch nimmt er an, daß dieſe Farben in den Räumen, welche ſie einnehmen, gut begränzt ſind, und merklich in ihrer ganzen Ausdehnung dieſelbe

Färbung beſitzen. Wir bekennen aber, daß wir die Richtigkeit dieſer letztern Behauptung nie auf eine befriedigende Art haben ausmitteln können, und in den Verſuchen von Fraunhofer (bei denen wir ſelbſt, bei unſerer Anweſenheit in München, zugegen waren), bei welchen, wegen der äußerſten Deutlichkeit der feinſten Linien des Farbenbildes, jeder Gedanke von Verwirrung im Sehen, oder von einer Miſchung der Strahlen wegfallen muß, ſieht man, daß die Farben durch unmerkliche Abſtufungen in einander übergehen, und denſelben Umſtand bemerkt man auch in den ausgemalten Darſtellungen, die dieſer ausgezeichnete Künſtler in ſeiner erſten Unterſuchung bekannt machte, und die mit der größten Sorgfalt und Treue ausgeführt ſind. Das Daſeyn einer blaſſen ſtrohgelben Farbe, die nicht bloß von linearer Breite iſt, ſondern einen merklichen Raum einnimmt, iſt daſelbſt ſehr wohl ſichtbar, und kann auch durch andere Verſuche, die wir dann beſchreiben werden, wenn wir zur Verſchluckung des Lichts kommen, auf eine befriedigende Art nachgewieſen werden. Mit kurzen Worten, das Spectrum beſteht, die feſten Linien ausgenommen, welche Newton nicht bei ſeiner Beobachtungsart auffinden ſollte, wie es dieſer berühmte Naturforſcher urſprünglich beſchrieb, aus einer Reihe von Färbungen, in denen die von ihm aufgezählten ſieben Farben deutlich erkannt werden, aber auf eine unmerkliche Art ſo in einander übergehen, daß eine beſtimmte Gränze zwiſchen denſelben nicht angegeben werden kann. Ob dieſe Farben zuſammengeſetzt ſind oder nicht, ob eine Art der Zerlegung eine Trennung hervorbringen kann, die von einem andern urſprünglichen Unterſchied, als von dem verſchiedenen Grade der Brechbarkeit abhängt, dieß iſt eine andere Frage, und wird ſpäterhin genauer unterſucht werden. Für jetzt iſt es hinreichend zu bemerken, daß aller Wahrſcheinlichkeit nach, die von der täglichen Erfahrung begünſtigt wird, dieſe Annahme die richtige iſt, und daß wir glauben müſſen, daß orange, grün und violett gemiſchte Farben, roth, gelb und blau hingegen urſprüngliche Farben ſind, da wir die erſtern immer durch Vermiſchung der letztern, aber nie umgekehrt darſtellen können. Dieſe Lehre iſt von Mayer behauptet worden, und befindet ſich in einer merkwürdigen Abhandlung, die in ſeinen Werken bekannt gemacht worden iſt. (Man ſehe das Verzeichniß der optiſchen Schriftſteller zu Ende dieſes Abſchnitts.) Eine hiervon ſehr verſchiedene Theorie iſt von Dr. Young angegeben worden (Lectures on natural philosophy

I. 441) in der er roth, grün und violett als die Grundfarben annimmt. Die beſondern Verdienſte dieſer einzelnen Syſteme ſollen ſpäter weiter betrachtet werden. (Man ſehe im Regiſter Zuſammenſetzung der Farben.)

425. Die brechenden Mittel ſind, wie wir geſehen haben, in ihrer Brechungskraft, oder in dem Grade, in welchem Prismen von einerlei brechendem Winkel aus dieſen brechenden Mitteln verfertigt, die Strahlen ablenken, ſehr verſchieden. Dieß war den Optikern vor Newton ſchon bekannt, und dieſer große Mann, indem er den allgemeinen Satz aufſtellte, daß ein und daſſelbe brechende Mittel die verſchiede gefärbten Strahlen auch verſchiedenartig bricht, konnte ganz leicht auf den Gedanken kommen, durch Verſuche auszumachen, ob dieſer Unterſchied der Wirkung bei allen brechenden Mitteln derſelbe wäre. Es ſcheint, als ob derſelbe durch einen zufälligen Umſtand bei einem Verſuch falſch geleitet worden ſey, bei welchem ihm doch die Verſchiedenheit der brechenden Mittel auffallend geweſen ſeyn ſollte, *) und dem zufolge nahm er die falſche Lehre der proportionalen Wirkung aller brechenden Mittel auf gleichartige Strahlen an. Der erſte, welcher Newtons Irrthum entdeckte, war Hall aus Worceſterſhire, und nachdem er ſich von den verſchiedenen Zerſtreuungskräften der verſchiedenen Glasarten verſichert hatte, wendete er ſeine Entdeckung mit Glück auf die Zuſammenſetzung eines achromatiſchen Fernrohrs an. Seine Entdeckung kam aber unverzeihlicherweiſe in Vergeſſenheit (obgleich man ſagt, daß er mehrere achromatiſche Fernröhre verfertigt habe, von denen noch einige vorhanden ſeyn ſollen), und die Sache wurde von Neuem entdeckt und zu demſelben großen Zweck von Dollond, einem berühmten Optiker in London, angewendet; dieß geſchah bei Gelegenheit eines Streites, welcher über einige paradoxe, von Euler a priori aufgeſtellte Meinungen entſtand.

426. Wird ein Prisma von Flintglas und eins von Crownglas

*) Er wirkte der Brechung eines Glaſes vermittelſt eines Prisma aus Waſſer entgegen. Eigentlich hätte dabei einige Färbung übrig bleiben ſollen, allein unglücklicherweiſe hatte er Bleizucker unter das Waſſer gemiſcht, um ſeine brechende Kraft zu vermehren, und die ſtarke zerſtreuende Kraft der Bleiſalze (von der er natürlicherweiſe noch keinen Begriff haben konnte) raubte ihm eine der ſchönſten Entdeckungen in der phyſiſchen Optik.

Digitized by Google

glas von gleich großen brechenden Winkeln zweien Strahlen von weißem Licht in den Weg geſtellt, wie ABC, abc (Fig. 97), wo SC, sc die einfallenden Strahlen, CR, CV die rothen und violetten vom Flintglas gebrochenen Strahlen, cr, cv die vom Crownglas gebrochenen vorſtellen, ſo hat man beobachtet, erſtens, daß die Ablenkung ſowohl des rothen als des violetten Strahls viel größer bei dem Flintglaſe als bei dem Crownglaſe iſt; zweitens, daß der Winkel RCV, über welchen die gefärbten Strahlen von Flintglas zerſtreut werden, auch viel größer iſt als rcv, über welchen Winkel das Crownglas die gefärbten Strahlen zerſtreut, und drittens, daß die Winkel RCV, rcv oder die Zerſtreuungswinkel nicht, wie Newton annahm, im Verhältniß der Ablenkungswinkel TCR, tcr, ſondern in einem höhern Verhältniß ſtehen, indem die Zerſtreuung bei dem Flintglaſe viel größer iſt. Vermehrt man den brechenden Winkel des Prisma aus Crownglas ſo weit, daß es für den rothen Strahl dieſelbe Ablenkung als das Prisma aus Flintglas hervorbringt, ſo wird doch keinesweges die Ablenkung des violetten Strahls in beiden Prismen gleich ſeyn. Setzt man daher die beiden Prismen mit den Kanten in entgegengeſetzter Richtung an einander, wie in Fig. 98, ſo daß ſie einander entgegenwirken, ſo wird der rothe Strahl, der in entgegengeſetzten Richtungen gleich ſtark gebrochen wird, keine Ablenkung erleiden, allein der violette Strahl, der vom Flintglas ſtärker als vom Crownglas gebrochen wird, biegt ſich gegen den dickern Theil des Prisma aus Flintglas, und ſo bleibt eine unverbeſſerte Farbe übrig, obgleich ſonſt die Brechung (wenigſtens für einen Strahl) aufgehoben iſt. Umgekehrt wenn die Zerſtreuung aufgehoben wird, d. h. wenn der brechende Winkel des Prisma aus Crownglas, welches dem aus Flintglas entgegenwirkt, ſo vergrößert wird, daß der Unterſchied der Abweichungen des rothen und des violetten Strahls durch das Prisma aus Crownglas dem der Abweichungen durch das Prisma aus Flintglas gleich wird, ſo wird die durch das erſtere hervorgebrachte Abweichung größer ſeyn, als die durch das letztere, und im Ganzen iſt die von beiden Prismen zugleich erzeugte Abweichung zu Gunſten des Crownglaſes.

427. Durch eine ſolche Verbindung von Prismen aus verſchiedenen brechenden Mitteln kann daher ein Strahl von weißem Lichte beträchtlich von ſeinem Wege abgelenkt werden, ohne daß er in ſeine urſprünglichen gefärbten Farben zerlegt wird. Es iſt bekannt, daß

(wenn man annimmt, daß die Winkel der Prismen nur klein ſind, und beide in der Lage der kleinſten Abweichung ſich befinden) die Abweichungen, welche nöthig ſind um dieſe Wirkung hervorzubringen, im umgekehrten Verhältniß der Zerſtreuungskräfte ſeyn müſſen; denn nimmt man an, daß μ und μ' die Brechungsverhältniſſe der Prismen für die äußerſten rothen Strahlen, $\mu + \delta\mu$, $\mu' + \delta\mu'$ für die äußerſten violetten Strahlen ſind, A und A′ ihre brechenden Winkel, D und D′ ihre Abweichungen, ſo haben wir allgemein im Fall der kleinſten Abweichung

$$\mu \,.\, \sin\frac{A}{2} = \sin\frac{A+D}{2.},$$

$$\mu' \,.\, \sin\frac{A'}{2} = \sin\frac{A'+D'}{2},$$

$$\delta\mu \,.\, \sin\frac{A}{2} = \frac{1}{2}\,\delta D \,.\, \cos\frac{A+D}{2},$$

$$\delta\mu' \,.\, \sin\frac{A'}{2} = \frac{1}{2}\,\delta D' \,.\, \cos\frac{A'+D'}{2},$$

folglich hieraus, wenn die Prismen einander entgegengeſetzt ſind,

$$\frac{1}{2}\,\delta\,(D - D') = \frac{\delta\mu \,.\, \sin\frac{A}{2}}{\cos .\frac{A+D}{2}} - \frac{\delta\mu' \,.\, \sin\frac{A'}{2}}{\cos\frac{A'+D'}{2.}}$$

Setzt man dieß gleich Null, ſo kommt

$$\frac{\delta\mu}{\delta\mu'} \,.\, \frac{\sin\frac{1}{2}A}{\sin\frac{1}{2}A'} = \frac{\cos\frac{1}{2}(A+D)}{\cos\frac{1}{2}(A'+D')},$$

und eliminirt man hieraus $\sin\frac{1}{2}A$ und $\sin\frac{1}{2}A'$ vermittelſt der beiden urſprünglichen Gleichungen, von denen wir ausgingen, ſo kommt

$$\frac{\delta\mu}{\delta\mu'} \,.\, \frac{\mu'}{\mu} = \frac{\cos\frac{1}{2}(A+D)}{\cos\frac{1}{2}(A'+D')} \,.\, \frac{\sin\frac{1}{2}(A'+D')}{\sin\frac{1}{2}(A+D)}$$

$$= \frac{\tan\frac{1}{2}(A'+D')}{\tan\frac{1}{2}(A+D)}$$

Digitized by Google

Nennen wir nun die Zerſtreuungskräfte der Mittel p und p′, d. h. die proportionalen Theile der ganzen Brechung des äußerſten rothen Strahls, denen die Zerſtreuung gleich iſt, ſo erhalten wir

$$p = \frac{\delta\mu}{\mu - 1},\ p' = \frac{\delta\mu'}{\mu' - 1.},$$

$$\frac{p}{p'} = \frac{\delta\mu}{\delta\mu'} \cdot \frac{\mu' - 1}{\mu - 1.}$$

ſo daß daher auch

$$\frac{p}{p'} = \frac{\mu}{\mu'} \cdot \frac{\mu' - 1}{\mu - 1} \cdot \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(A' + D')}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(A + D)}$$

$$= \frac{\mu' - 1}{\mu - 1} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2} A'}{\sin \frac{1}{2} A} \cdot \sqrt{\frac{1 - \mu\mu \sin \frac{1}{2} A^2}{1 - \mu'\mu' \cdot \sin \frac{1}{2} A'^2}} \quad (v)$$

Dieſe Formel iſt völlig genau; ſetzt man A und A′ ſehr klein, ſo wird

$$\frac{p}{p'} = \frac{(\mu' - 1) A'}{(\mu - 1) A.}$$

oder da $(\mu - 1) A = D$, $(\mu' - 1) A' = D'$, ſo wird auch

$$\frac{p}{p'} = \frac{D'}{D}.$$

428. Die ſo eben gefundene Formel giebt uns eine Methode an die Hand, durch welche man vermittelſt eines angeſtellten Verſuchs das Verhältniß der Zerſtreuungskräfte zweier Mittel finden kann. Laſſen ſich nämlich aus denſelben auf irgend eine Art zwei Prismen bilden, die ſolche brechende Winkel haben, daß wenn ſie in die Lage der kleinſten Abweichung verſetzt werden, ein gut begränztes glänzendes Object, durch beide zugleich betrachtet, ſcharf begränzt und an den Rändern ohne Farben erſcheint, ſo giebt die Gleichung (a) unmittelbar das verlangte Verhältniß, wenn man die brechenden Winkel der Prismen mißt, und ihre Brechungsverhältniſſe ſchon anderswoher kennt.

429. Betrachtet man ein ſcharf begränztes Object, das entweder viel dunkler oder viel heller als der Hintergrund iſt, wie z. B. einen Fenſterrahmen gegen den hellen Himmel durch ein Prisma, ſo erſcheinen ſeine Ränder mit farbigen Franzen verſehen und ſchlecht begränzt. Die Urſache hiervon kann man folgendermaßen erklären:

Es ſey AB (Fig. 99) der Durchſchnitt eines horizontalen Stabes,

Digitized by Google

welcher durch das Prisma P betrachtet wird, deſſen brechende Kante man unterwärts hält, und wir wollen zuerſt betrachten, von welcher Beſchaffenheit der obere Rand B des Objects erſcheint. Da wir vermittelſt des Lichts und nicht durch Hülfe der Dunkelheit ſehen, ſo iſt dasjenige, was wir eigentlich ſehen, nicht der dunkle Gegenſtand, ſondern der helle Grund, auf welchem es erſcheint, oder die über und unter demſelben befindlichen hellen Räume BC und AD. Da nun der helle Raum BC über dem Object mit weißem Licht erleuchtet wird, ſo bildet derſelbe nach der Brechung im Prisma eine Reihe von gefärbten Bildern bc, b′c′, b″c″ u. ſ. w., die in einander fließen. Sie ſind in der Figur in verſchiedenen Entfernungen von P gezeichnet, allein dieß iſt nur der Deutlichkeit wegen geſchehen. In der Wirklichkeit muß man annehmen, daß ſie auf einander liegen und ſich mit einander vermiſchen. Der am wenigſten gebrochene Strahl bc iſt roth, der am ſtärkſten gebrochene b″c″ violet, und jeder dazwiſchenliegende bc von einer mittlern Farbe, z. B. gelb. Dieſſeits b″ iſt kein Bild mehr vorhanden, ſo daß der ganze Raum unter b″ einem hinter dem Auge befindlichen Prisma dunkel erſcheint. Hingegen über b ſind die Bilder aller Farben des Spectrum zu gleicher Zeit vorhanden, indem man annimmt, daß der helle Raum bc ſich unbeſtimmt über B ausdehnt. Folglich erſcheint der Raum über b in dem durch Brechung entſtandenen Bilde völlig weiß. Zwiſchen b und b″ ſieht man zuerſt eine allgemeine Abnahme des Lichts, ſo wie wir von b nach b″ fortgehen, weil die Anzahl der auf einander fallenden leuchtenden Bilder immerwährend abnimmt; zweitens einen Ueberſchuß von den ſtärker brechbaren Strahlen über diejenige Menge derſelben, die zur Bildung des weißen Lichts hinreichend iſt; denn jenſeits b iſt kein rothes Bild vorhanden, jenſeits b′ kein gelbes u. ſ. w.; das letzte, welches nach b″ fällt, iſt ein reines unvermiſchtes Violet. Auf dieſe Art nimmt das Licht nicht bloß an Intenſität ab, ſondern wegen des nach und nach eintretenden Ausbleibens der wenigen brechbaren Strahlen wird auch das Ende des Spectrum eine blauere Färbung erhalten, die in ein reines Violet übergeht, ſo daß der obere Rand des Gegenſtandes mit einer blauen Kante eingefaßt erſcheint, die nach und nach blaſſer wird, und ſich in weiße Farbe verliert. Das Umgekehrte findet am untern Ende in A ſtatt. Der helle Raum AD bildet auf gleiche Art eine Reihe von farbigen Bildern ad, a′d′, a″d″, von denen das am

Digitized by Google

wenigſten abgelenkte roth, das am ſtärkſten abgelenkte a′d′ violet iſt, und die dazwiſchen liegenden die mittlern Farben enthalten. Folglich erſcheint der Punkt a, der nur das äußerſte Roth enthält, von einer dunkelrothen Farbe; a′, welcher alle Strahlen von Roth bis Gelb enthält, von einem lebhaften Orangeroth, und in dem Verhältniß, in welchem die ſtärker brechbaren Strahlen hinzutreten, wird dieſe Neigung zu einem Ueberſchuß von rother Farbe aufgehoben, und das Stück jenſeits a″, welches alle Farben in ihren natürlichen Verhältniſſen enthält, wird rein weiß erſcheinen. Folglich erſcheint der untere Rand des Gegenſtandes mit einer rothen Kante, die ſich in Weiß verliert, eben ſo wie die blaue Kante, welche den obern Rand begränzt. Dieſe Kanten heben die ſcharfe Begränzung der Gegenſtände auf, und machen das Sehen durch ein Prisma undeutlich. Dieſe Undeutlichkeit hört auf, ſobald die Gegenſtände mit gleichartigem Licht beleuchtet ſind, oder durch Gläſer betrachtet werden, die vermöge ihrer Färbung nur gleichartiges Licht durchlaſſen.

430. Das Auge kann durch Uebung die Aufhebung der Farben und die Undeutlichkeit an den Rändern der Gegenſtände ſehr wohl beurtheilen, wenn Prismen ſo aufgeſtellt ſind, daß ſie auf die vorher beſchriebene Art einander entgegenwirken, aber aus Urſachen, die wir ſogleich betrachten wollen, kann die Compenſation nie vollkommen ſeyn, und es bleibt immer auf der einen Seite eine kleine rothe, auf der andern eine grüne Kante, ſobald dem Auge am beſten Genüge geleiſtet iſt, ſo daß die Beobachtungen der Zerſtreuungskräfte vermittelſt dieſer Methode Fehlern unterworfen ſind, und man kann in der That bei dieſem Theil der Optik nur ſehr ſchwierig zu einiger Genauigkeit gelangen.

431. Um die zerſtreuende Kraft eines Mittels zu beſtimmen, welches in ein Prisma umgeformt iſt, deſſen brechender Winkel durch den Goniometer oder auf eine andere Art beſtimmt wurde, und deſſen Brechungsverhältniß man kennt, muß man zuerſt ein Fundamentalmedium aufſuchen, welches die Zerſtreuung genau aufhebt, ſo daß eine Brechung hervorgebracht wird, die ſo viel als möglich frei von Farben ausfällt. Da es aber unmöglich iſt, eine Menge ſolcher Fundamentalprismen von den erforderlichen brechenden Winkeln zu haben, ſo iſt es nothwendig, ein Mittel aufzuſuchen, durch welches man den brechenden Winkel eines und deſſelben Prisma durch unmerkliche Abſtufungen ändern kann. Man kann zu dieſem Zweck

Digitized by Google

mancherlei Einrichtungen angeben. So kann man erſtlich ein Prisma anwenden, das aus zwei Glasplatten mit parallelen Seiten beſteht, die durch eine Angel oder auf eine andere Art zuſammenhängen, und eine Flüſſigkeit einſchließen, die am Auslaufen entweder durch die Capillarität bei kleinen Winkeln, oder bei größern Winkeln, durch feſt anſchließende Metallplatten verhindert wird. Dieſe Einrichtung iſt aber in der Ausübung tauſend Unbequemlichkeiten unterworfen. Zweitens können wir zwei Prismen von derſelben Glasart anwenden, von denen das eine eine concave, das andere eine convexe Cylinderoberfläche bildet, deren Axen mit den brechenden Kanten parallel ſind. Bringt man beide an einander, und dreht das eine um die beiden Cylindern gemeinſchaftliche Axe, ſo ſieht man leicht, daß die ebenen Flächen gegen einander unter jedem beliebigen Winkel innerhalb der Gränzen der Bewegung geneigt werden können (Man ſehe Fig. 100, a und b zwei verſchiedene Einrichtungen von dieſer Art darſtellen.) Dieſe Idee, welche, wie wir glauben, Boscovich angehört, iſt ſcharfſinnig, aber die Ausführung ſchwierig und großer Ungenauigkeit unterworfen.

432. Die folgende Methode läßt ſich ſehr gut ausüben, und wir haben ſie in der Anwendung ſehr bequem gefunden. Man nehme ein Prisma von gutem Flintglas, deſſen Durchſchnitt ein rechtwinkliches Dreieck ABC iſt, wo der Winkel A ungefähr 30° bis 35° beträgt, und C den rechten Winkel ausmacht. Seine Länge iſt das Doppelte der Breite der Seite AC. Nachdem nun die Seite AC geſchliffen und polirt iſt, ſo wie auch die Hypothenuſe des Prisma, zerſchneide man daſſelbe in zwei Hälften, ſo daß zwei gleiche Prismen entſtehen, deren brechende Winkel A, A′ einander daher gleich ſeyn müſſen. Man kitte die viereckigen Seitenflächen ſorgfältig zuſammen, ſo daß die Kanten A, A′ auf entgegengeſetzten Seiten der Fläche liegen, die beiden Prismen gemeinſchaftlich iſt; richtet man nun die Sache ſo ein, daß der Körper ſich um eine auf die gemeinſchaftliche Fläche ſenkrecht ſtehende Axe drehen läßt, die durch die Mitte deſſelben geht, und ſchleift alle Kanten ab, ſo bildet das Ganze einen cylindriſchen Körper mit ſchiefen, parallelen, elliptiſchen und ebenen Seiten, wie in Fig. 101. Dann trenne man die Prismen, indem man den Kitt erwärmt, und verſehe ein jedes mit einer meſſingenen Einfaſſung, wie in Fig. 102, ſo daß die kreisförmigen Seiten mit einander in Berührung ſind, und ſich frei auf einander um ihren gemeinſchaft-

lichen Mittelpunkt drehen laſſen. Das untere iſt im Mittelpunkt des getheilten Kreiſes DE befeſtigt, während das obere bewegliche mit einem Zeiger verſehen iſt, der einen Vernier trägt, vermöge deſſen man Zehntheile eines Grades oder auch Minuten ableſen kann. Der ganze Apparat wird auf ein bewegliches Geſtell zwiſchen Platten geſetzt, die in eine Fuge der getheilten Platte eingreifen, wodurch eine Bewegung in ſeiner eigenen Ebene hervorgebracht wird, und zugleich die Fähigkeit erhält, in die verlangte Lage gebracht zu werden, ſo daß rückſichtlich der Seiten des Prisma ein durch das zuſammengeſetzte Prisma abgelenkter einfallender Strahl in jeder Ebene und in jeder Richtung auf daſſelbe fallen kann. Es iſt einleuchtend, daß in der hier vorgeſtellten Lage, wo die Prismen einander entgegengeſetzt ſind, und der Vernier den Nullpunkt zeigen muß, der brechende Winkel genau Null iſt, und bringt man eine Drehung um 180° hervor, ſo erhalten die Prismen eine gleichartige Lage, und ihr durch die Vereinigung entſtandener Winkel iſt doppelt ſo groß, als jeder einzelne. Bei dazwiſchenliegenden Lagen muß daher der Winkel der Ebene ihrer äußern Flächen durch jeden mittlern Zuſtand hindurchgehen, und aus der ſphäriſchen Trigonometrie läßt ſich leicht zeigen, daß wenn θ die Ableſung des Vernier iſt, oder der Drehungswinkel beider Prismen vom Nullpunkt aus gerechnet, der Winkel des zuſammengeſetzten Prisma vermittelſt der Gleichung

$$\sin\frac{A}{2} = \sin\frac{\theta}{2}.\sin(A) \qquad (b)$$

gefunden wird, wo (A) den brechenden Winkel jedes einzelnen Prisma, und A den des zuſammengeſetzten bedeutet.

433. Um dieſes Inſtrument zu gebrauchen, ſtelle man das Prisma A′, deſſen zerſtreuende Kraft mit dem Mittel, aus welchem das Fundamentalprisma beſteht, verglichen werden ſoll, mit ſeiner Kante unterwärts und horizontal vor ein Fenſter, und indem man einen der horizontalen Stäbe auswählt, befeſtige man es ſo, daß die Brechung dieſes Stabes ein Minimum iſt, oder bis das Bild deſſelben ſtillſtehend erſcheint, indem man das Prisma rückwärts und vorwärts bewegt. Dann nehme man das zuſammengeſetzte Fundamentalprisma, bringe es auf Null, und ſtelle es ſenkrecht auf ſeinem Geſtelle hinter das erſte Prisma. Man bewege ſeinen Index einige Grade vom Nullpunkt weg, und drehe den getheilten Kreis in ſeiner eigenen Ebene, bis die auf dieſe Art vom zweiten Prisma

hervorgebrachte Brechung der vom erſten herrührenden entgegengeſetzt iſt. Die Färbung wird geringer erſcheinen als vorher, und man ſetze dieſe Bewegung fort, bis die Farbe beinahe aufgehoben iſt; dann ſtelle man vermittelſt der Schwungbewegung und der Drehung um die verticale Axe den Apparat ſo, daß zwei Fenſterſtäbe, ein horizontaler und ein verticaler, durch die beiden Prismen geſehen, einen rechten Winkel zu bilden ſcheinen, (ein Verfahren, welches anfangs etwas ſchwierig iſt, worin man aber bald durch einige Uebung zu einer leichten Ausführung gelangt). Dann mache man die Aufhebung der Farben vollſtändig, unterſuche die richtige Lage des Fundamentalprisma, und leſe endlich den Vernier ab, ſo läßt ſich der verlangte Winkel A des Compenſationsprisma aus der Gleichung (b) leicht berechnen. Dieſer Rechnung kann man ſich entledigen, indem man entweder die Werthe von A, welche denen von θ entſprechen, in eine Tabelle bringt, wo der Winkel (A) als bekannt vorausgeſetzt wird, oder indem man den Kreis gleich ſo eintheilt, daß dieſelbe nicht die Werthe von θ', ſondern die entſprechenden Winkel A enthält, wodurch man den verlangten Winkel ohne Weiteres ableſen kann.

434. Eine einfachere und im Ganzen vielleicht beſſere Methode, die Zerſtreuung zweier Prismen zu vergleichen, iſt eine von Dr. Brewſter angegebene und oft angewendete, die man in ſeiner ſcharfſinnigen Schrift On new philosophical Instruments antrifft, welches Werk voll von ſchönen Erfindungen und glücklichen Anwendungen iſt. Sie beſteht darin, daß man nicht den brechenden Winkel des Fundamentalprisma ändert, ſondern die Richtung, in welcher die Zerſtreuung geſchieht. Es iſt bekannt, daß wenn wir vermittelſt eines Fundamentalprisma aus einer Linie von weißem Licht eine gefärbte Franze hervorbringen können, in welcher die Farben dieſelbe Winkelausdehnung, als bei der durch ein Prisma von unbekannter Zerſtreuungskraft beſitzen, dann dieſes letztere alle Farben aufhebt und eine compenſirte Brechung hervorbringt, wenn wir die Franze in einer Richtung brechen, die ſenkrecht auf ihrer Breite ſteht, und der Ordnung der Farben entgegengeſetzt iſt. Iſt daher die Lage des Fundamentalprisma, welches eine ſolche Franze hervorbringt, bekannt, ſo läßt ſich die Zerſtreuung des andern berechnen. Um dieß zu zeigen, ſey AB eine horizontale leuchtende Linie von beträchtlicher Länge, die durch das Fundamentalprisma, deſſen Zerſtreuungskraft größer

Digitized by Google

als die des zu unterſuchenden iſt, abwärts aber in ſchiefer Richtung Aa, Bb gebrochen wird. Dann bildet ſich ein ſchiefes Spectrum abb'a', wo ab das Roth und a'b' das Violet iſt, und die Winkelbreite der gefärbten Franze wird am = aa' multiplicirt mit dem Sinus der Neigung der brechenden Ebene gegen den Horizont. Nun mag das Prisma, deſſen zerſtreuende Kraft unterſucht werden ſoll, dieſen gefärbten Streifen vertical aufwärts brechen; iſt dann die Ebene der erſten Brechung ſo gegen den Horizont geneigt, daß der von am am Auge eingeſchloſſene Winkel dem Zerſtreuungswinkel des andern Prisma gleich iſt, ſo fallen alle Farben des rechtwinklichen Stücks bca'd in der horizontalen Linie A'B' zuſammen, die daher farbenfrei erſcheint, ausgenommen an den Enden, wo die gefärbten Dreiecke aca', bdb' eine rothe Begränzung A'A'' und eine blaue B'B'' an den Enden der Linie, welchen ſie entſprechen, hervorbringen. Bleibt nun das zweite Prisma feſt mit der Kante abwärts gerichtet, und parallel mit dem Horizont, und dreht man das andere oder Fundamentalprisma in einer Ebene herum, die ſenkrecht auf ſeinem Hauptdurchſchnitt ſteht, ſo muß nothwendigerweiſe eine Lage vorkommen, in welcher die zweimal gebrochene Linie A'B' ſowohl oben als unten frei von Farben erſcheint. In dieſer Lage ſtelle man es feſt, und leſe den Neigungswinkel ſeiner Kante gegen den Horizont ab, deſſen Complemente der Winkel aa'm iſt, den wir θ nennen wollen. Wir nehmen nun an, daß jedes Prisma in der Lage der kleinſten Abweichung ſich befinde, und da es gleichgültig iſt, welches von beiden die vorderſte Stellung hat, ſo ſey das zu unterſuchende oder das feſte Prisma dem Object am nächſten. *) Sind dann D' und D die vollſtändigen Ablenkungen, die vom feſten und drehbaren Prisma bei dem äußerſten rothen Strahle hervorgebracht werden, ſo müſſen wir die Gleichung

$$\delta D' - \delta D \, . \sin\theta = 0, \text{ oder}$$

$$\delta\mu' . \sin\frac{A'}{2} \, . \sec . \frac{A'+D'}{2}$$

$$= \delta\mu . \sin\frac{A}{2} . \sec . \frac{A+D}{2} . \sin\theta.$$

*) Dr. Brewſter hat eine etwas hiervon verſchiedene Lage angenommen (Treatise on new philosophical instruments p. 296), in der Abſicht die Formeln dadurch zu vereinfachen; es ſcheint aber uns nicht, daß durch ſeine Anordnung in dieſer Rückſicht einiger Vortheil erhalten wird.

Digitized by Google

haben. Hieraus erhalten wir

$$\frac{p'}{p} = \frac{\delta\mu'}{\delta\mu} \cdot \frac{\mu-1}{\mu'-1}$$

$$= \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\mu -}{\mu'-1} \cdot \frac{\tang \frac{1}{2}(A+D)}{\tang \frac{1}{2}(A'+D')} . \sin\theta. \quad \text{(c)}$$

wo die beiden Winkel $\frac{1}{2}$ (A + D) und $\frac{1}{2}$ (A' + D') aus folgenden Gleichungen gefunden werden.

$$\text{in } \frac{1}{2}(A+D) = \mu . \sin \frac{1}{2} A.$$

$$\sin \frac{1}{2}(A'+D') = \mu' . \sin \frac{1}{2} A'.$$

Aus voriger Formel läßt ſich dann das Zerſtreuungsverhältniß berechnen, wenn θ nebſt den brechenden Winkeln und den Brechungsverhältniſſen der beiden Winkel bekannt ſind.

435. Vermittelſt dieſer und ähnlicher Methoden laſſen ſich die Zerſtreuungen von beliebigen brechenden Mitteln vergleichen. Sind dieſe Mittel feſte Körper, ſo muß man Prismen aus ihnen machen; ſind ſie flüſſig, ſo muß man ſie in hohle Prismen von Glasplatten mit parallelen Seiten einſchließen, deren Winkel genau zu beſtimmen ſind, und von denen eins für alle Flüſſigkeiten hinreichend iſt. Um aber direct die Zerſtreuung des Fundamentalprisma auszumitteln, muß man etwas anders verfahren. Die erſte Methode, die einem jeden ſogleich einfallen wird, beſteht darin, daß man die wirkliche Länge des von einem Prisma hervorgebrachten Farben-Spectrum mißt; aber das Licht dieſes Bildes verläuft ſich ſo allmählich an beiden Enden, und die ſichtbare Ausdehnung ändert ſich ſo ungeheuer mit der Helligkeit der Sonne und der mehr oder minder vollkommenen Ausſchließung des äußern Lichts, daß aus dieſen Meſſungen mit Sicherheit nichts gefolgert werden kann. Verbirgt man jedoch die hellern Farben des Spectrum, und ſichert das Auge für alles überflüſſige Licht vermittelſt eines Glaſes, welches nur die äußerſten rothen und violetten Strahlen durchläßt (man ſehe im Regiſter Verſchluckung), ſo kann man doch einigermaßen Sicherheit erhalten. Eine hierauf gegründete Methode iſt in den Transactions of tho Royal Society of Edinburgh Vol. IX folgendermaßen beſchrieben: Es ſeyen A und B zwei verticale recht-

winkliche Oeffnungen in einer vor ein Fenſter geſtellten Tafel, von denen die eine halb ſo lang als die andere iſt, und welche ſich in einer bekannten Entfernung von einander befinden. Hat man das Auge auf die vorhin beſchriebene Art geſichert, ſo breche man die Oeffnungen vermittelſt des Prisma (in der Lage der kleinſten Ablenkung) von der längern nach der kürzern hin. Dann ſieht man vor jeder ein rothes und violettes Bild a, b und a', b'. (Fig. 104). Nun entferne man das Prisma von den Oeffnungen (oder umgekehrt), indem daſſelbe immer in der Lage der kleinſten Abweichung bleibt, bis das violette Bild der längern Oeffnung genau das rothe von der kürzern deckt, wie in der Lage a'b in der Figur. Dann iſt es einleuchtend, daß die Entfernung der beiden Oeffnungen von einander, dividirt durch ihre Entfernung vom Prisma, der Sinus des ganzen Zerſtreuungswinkels iſt, oder gleich δD wird, und iſt dieſes bekannt, ſo hat man

$$\delta\mu = \frac{\delta D}{2} \cdot \frac{\cos\frac{1}{2}(A+D)}{\sin\frac{1}{2}A},$$

und hieraus findet ſich $\frac{\delta\mu}{\mu-1}$ oder die Zerſtreuungskraft p.

436. Alle dieſe Methoden ſind aber bloß rohe Annäherungen, wie die großen Unterſchiede in den bisher erhaltenen Reſultaten deutlich zeigen; ſo erhält man z. B. die Zerſtreuungen verſchiedener Arten von Flintglas durch die zuletzt beſchriebene Methode um nicht weniger als den ſechsten Theil größer, als dieſelben von Dr. Brewſter angegeben ſind. Die einzige Methode, auf welche man ſich wirklich verlaſſen kann, iſt die von Fraunhofer (wenn man ſich die brechenden Mittel in gehöriger Reinheit und Menge zur wirklichen Anwendung verſchaffen kann), und beſteht darin, daß man mit aſtronomiſcher Genauigkeit, durch directe Meſſungen, die Werthe von μ für die verſchiedenen Punkte von beſtimmter Brechbarkeit beſtimmt, welche ſich entweder durch die feſten Linien, oder durch die Erſcheinungen der gefärbten Flammen oder der lichtverſchluckenden Mittel auszeichnen. (Man ſehe im Regiſter Flammen, Verſchluckung.) Benutzt man die Eigenſchaften der letztern, ſo kann ein rother Strahl von völlig beſtimmter Brechbarkeit mit großer Leichtigkeit iſolirt werden, und da derſelbe dem Ende des Spectrum ſo nahe liegt, daß er nicht eher merk-

Digitized by Google

lich wird, bis alle übrigen Strahlen verlöſcht ſind, ſo iſt er als feſter Punkt für die optiſchen Unterſuchungen von unſchätzbarem Werthe und wir werden denſelben jedesmal meinen, wenn vom Anhang des Farbenbildes oder dem äußerſten Roth die Rede ſeyn wird, wenn auch ein noch weniger brechbarer Strahl bei ſorgfältigem Verfahren und günſtigen Umſtänden ſichtbar ſeyn ſollte. Auf gleiche Art kann man durch den einfachen Kunſtgriff, daß man etwas Salz in die Flamme wirft, einen gelben Strahl von vollkommen beſtimmtem Charakter hervorbringen, welcher merkwürdigerweiſe in der Skale der Brechbarkeit genau denjenigen Platz einnimmt, wo in dem aus der Sonne entſtehenden Farbenbilde die dunkle Linie D vorkommt (§. 418, 419). Dieſe Mittel, ſo wie die übrigen früher erwähnten feſten Linien, verſchaffen uns Strahlen, welche zu allen Zeiten und unter allen Verhältniſſen bei einem guten Apparat identiſch ſind, und ſetzen uns in den Stand, die Lehre von den brechenden und zerſtreuenden Kräften auf gleichen Fuß mit den genauſten Theilen der Wiſſenſchaft zu ſtellen.

437. Die folgende Tafel, welche aus Fraunhofers Abhandlung über die Beſtimmung der brechenden und zerſtreuenden Kräfte ausgezogen iſt, enthält die abſoluten Werthe des Brechungsverhältniſſes μ für die verſchiedenen Strahlen, deren Stellen in dem Farbenbilde den ſieben Linien B, C, D, E, F, G, H entſprechen, die von ihm als Fundament angenommen ſind (§. 419 u. f.), für verſchiedene Arten Glas aus ſeiner eigenen Fabrik, und für einige Flüſſigkeiten. Um dieſe Werthe zu unterſcheiden, können wir dieſelben durch μ (B), μ (C), μ (D) u. ſ. w. bezeichnen.

Tabelle der Brechungsverhältniſſe von verſchiedenen Glasarten und Flüſſigkeiten für ſieben Hauptſtrahlen.

Brechendes Mittel.	Spec. Gewicht.	μ (B)	μ (C)	μ (D)	μ (E)	μ (F)	μ (G)	μ (H)
Flintglas No. 13 . .	3,723	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648266	1,660285	1,671062
Crownglas No. 9 . .	2,535	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566
Waſſer	1,000	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177
Waſſer, anderer Verſuch	1,000	1,330977	1,331709	1,333577	1,335849	1,337788	1,341261	1,344162
Auflöſung von Pottaſche	1,416	1,399629	1,400515	1,402805	1,405632	1,408082	1,412579	1,416368
Terpenthinöl . . .	0,885	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874
Flintglas No. 3 . .	3,512	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373
Flintglas No. 30 . .	3,695	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072
Crownglas No. 13 .	2,535	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684
Crownglas, M. . .	2,756	1,554774	1,555933	1,559075	1,563150	1,566741	1,573535	1,579470
Flintglas No. 23 Prisma 60° 15′ 42″	3,724	1,626596	1,628469	1,633667	1,640495	1,646756	1,658818	1,669686
Flintglas No. 23 Prisma 45° 23′ 14″	3,724	1,626564	1,628451	1,633666	1,640514	1,646780	1,658849	1,669680

438. Die obige Tabelle macht einen Umſtand ſehr deutlich, der ſchon lange von praktiſchen Optikern anerkannt worden, und bei der Zuſammenſetzung von Fernröhren von großer Wichtigkeit iſt, nämlich die Irrationalität (wie man denſelben genannt hat) oder der Mangel an Proportionalität der Räume, welche in den von verſchiedenen brechenden Mitteln hervorgebrachten Farbenbildern von den verſchieden gefärbten Strahlen, oder von denen, deren Brechbarkeit durch ein angenommenes Fundamentalmedium zwiſchen gegebenen Gränzen liegen, eingenommen werden. Nehmen wir z. B. das Waſſer als das fundamentale brechende Mittel an (und wir ſehen nicht ein, warum daſſelbe nicht eben ſo wohl hierbei, als in andern phyſikaliſchen Unterſuchungen als ein ſolches angenommen werden ſollte, natürlich von einer beſtimmten Temperatur, z. B. bei ſeiner größten Dichtigkeit) ſo iſt einleuchtend, daß jeder Strahl durch ſein Brechungsverhältniß im Waſſer beſtimmt werden kann; auf dieſe Art erhält man eine Skale von Brechbarkeiten, die wir der Kürze halber die Waſſerſkale nennen wollen, und ſobald wir das Brechungsverhältniß eines Strahls aus dem leeren Raum ins Waſſer kennen, haben wir auch ſeine Stelle in dem durch das Waſſer hervorgebrachten Farbenbilde, ſeine Farbe und ſeine andern phyſikaliſchen Eigenſchaften, inſofern dieſelben von der Brechbarkeit des Strahls abhängen, beſtimmt. Weiß man daher, daß 1,333577 das Brechungsverhältniß für einen Strahl im Waſſer iſt, ſo kann dieſer kein anderer als der beſondere Strahl D ſeyn, deſſen Farbe ein blaſſes orangegelb iſt, und der bei dem Sonnenlicht gänzlich fehlt, allein im Licht verſchiedener Flammen ſehr häufig vorkommt. Nun ſey x das Brechungsverhältniß irgend eines Strahls im Waſſer, oder ſeine Stelle in der Waſſerſkale, ſo iſt einleuchtend, daß ſein Brechungsverhältniß in irgend einem andern brechenden Mittel eine Function von x ſeyn muß, weil der Werth von x dieſe und alle andern Eigenſchaften des Strahls beſtimmt. Wir müſſen alſo zwiſchen μ und x eine Gleichung haben, die wir allgemein durch $\mu = F(x)$ bezeichnen können, wo $F(x)$ eine Function von x bedeutet.

439. Um die Form dieſer Function zu beſtimmen, müſſen wir bedenken, daß wenn A ein ſehr kleiner Winkel eines Prisma iſt, und D die kleinſte von ihm hervorgebrachte Abweichung bedeutet, wir $\mu \cdot \frac{A}{2} = \frac{A+D}{2}$, oder $D = (\mu - 1) A$ haben. Setzt man

alſo den Winkel A conſtant, ſo iſt die Abweichung der Größe $\mu - 1$ proportional. Da nun in allen brechenden Mitteln die Abweichungen, ſo wie im Waſſer, wenigſtens dieſelbe Ordnung befolgen, indem ſie für Roth ein Minimum, für Violet ein Maximum iſt, ſo folgt, daß bei allen brechenden Mitteln $\mu - 1$ mit x wächſt, ſo daß wenn x_0 das Brechungsverhältniß des erſten ſichtbaren rothen Strahls in der Waſſerſkale iſt, oder der Anfangswerth von x, und μ_0 das Brechungsverhältniß für denſelben Strahl in einem andern Mittel bedeutet $(\mu - 1) - (\mu_0 - 1)$, oder $\mu - \mu_0$ mit $x - x_0$ wachſen muß, und da beide zu gleicher Zeit verſchwinden, ſo können wir die eine Größe durch eine nach Potenzen der andern Größe fortſchreitende Reihe ausdrücken, nämlich

$$\mu - \mu_0 = A(x - x_0) + B(x - x_0)^2 + C(x - x_0)^3 + \ldots .$$

oder, was auf daſſelbe hinauskommt,

$$\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 - 1} = a\left(\frac{x - x_0}{x_0 - 1}\right) + b\left(\frac{x - x_0}{x_0 - 1}\right)^2 + \ldots . \quad (d)$$

wo a, b u. ſ. w. andere unbeſtimmte Coefficienten bezeichnen, und $x_0 - 1$ eine conſtante Größe iſt.

440. Die einfachſte Hypotheſe, die wir rückſichtlich der Werthe von a, b u. ſ. w. aufſtellen können, beſteht darin, daß wir $a = 1$, b nebſt den andern Coefficienten Null ſetzen. Dieß giebt

$$\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 - 1} = \frac{x - x_0}{x_0 - 1}$$

Wir haben früher $\delta\mu$ gebraucht, um dasjenige zu bezeichnen, was hier durch $\mu - \mu_0$ ausgedrückt wird, nämlich den Unterſchied zwiſchen den Brechungsverhältniſſen irgend eines Strahls in dem Spectrum und dem des Anhangs deſſelben, und wir haben durch $\frac{\delta\mu}{\mu - 1}$ dieſelbe Größe bezeichnet, die hier durch $\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 - 1}$ ausgedrückt iſt. Dieß iſt bei unſerer jetzigen Bezeichnungsart der Ausdruck der Zerſtreuungskraft des brechenden Mittels, und die jetzt betrachtete Gleichung zeigt daher an, daß bei der gemachten Vorausſetzung die Zerſtreunngskraft des Mittels genau dieſelbe ſeyn muß, als die des Waſſers, und folglich, wenn man annimmt, daß dieſe Vorausſetzung in der Natur des Lichts gegründet iſt, müſſen alle brechenden Mittel dieſelbe zerſtreuende Kraft beſitzen. Dieß iſt aber, wie wir ſchon geſehen haben, keinesweges der Fall in der Natur.

Die nächſt einfachſte Hypotheſe iſt diejenige, welche a zu einer

Digitized by Google

willkürlichen, durch die Natur des brechenden Mittels zu beſtimmenden Conſtante macht, aber b, c u. ſ. w. immer noch verſchwinden läßt. Dieß reducirt die Gleichung auf

$$\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 - 1} = a \, . \, \frac{x - x_0}{x_0 - 1}$$

folglich, wenn μ' und x' ein paar andere entſprechende Werthe von μ und x bezeichnen, ſo muß ebenfalls

$$\frac{\mu' - \mu_0}{\mu_0 - 1} = a \, . \, \frac{x' - x_0}{x_0 - 1}$$

werden, und daher auch

$$\frac{\mu' - \mu}{\mu_0 - 1} = a \, . \, \frac{x' - x}{x_0 - 1}$$

Hieraus ergiebt ſich endlich

$$\frac{\mu' - \mu}{x' - x} = a \, . \, \frac{\mu_0 - 1}{x_0 - 1}.$$

Iſt alſo dieſe Vorausſetzung richtig, und bezeichnen μ, x und μ', x' irgend zwei Paare von zuſammengehörigen Brechungsverhältniſſen für beliebige Strahlen, ſo muß der Bruch $\frac{\mu' - \mu}{x' - x}$ unveränderlich ſeyn. Die vorige Tabelle zeigt aber ſehr deutlich, daß dieß nicht der Fall iſt. Nehmen wir z. B. das Flintglas Nro. 13, ſo giebt die Vergleichung der beiden Strahlen B und C für den Werth des Bruches 2,562, und vergleichen wir ebenfalls die Strahlen C und D, D und E, E und F, F und G, G und H, ſo erhalten wir die Werthe 2,871; 3,073; 3,193; 3,460; 3,726; ihre große Abweichung von der Gleichheit und die regelmäßige Fortſchreitung derſelben läßt uns keinen Zweifel übrig, daß dieſe Vorausſetzung nicht als allgemeines Geſetz der Natur angenommen werden kann. Stellen wir dieſelbe Vergleichung für andere Mittel in der Tafel an, ſo werden wir die größte Verſchiedenheit finden, und nehmen wir ein anderes Mittel als fundamentales an, ſo ergiebt ſich dieſelbe Unzuläſſigkeit. Wird z. B. das Flintglas Nro. 13 mit dem Terpenthinöl verglichen, ſo finden wir folgende Werthe für den in Rede ſtehenden Bruch 1,868; 1,844; 1,783; 1,843; 1,861; 1,899, die zuerſt auf ein Minimum abnehmen und dann wieder wachſen.

441. Es folgt hieraus, daß das Verhältniß, welches die verſchiedenen gefärbten Räume (oder die Zwiſchenräume BC, CD, DE u. ſ. w.) bei denen durch verſchiedene brechende Mittel hervorgebrach=

gebrachten Farbenbildern zu einander haben, nicht daſſelbe iſt. Nimmt man z. B. den grünen Strahl E für die mittlere Farbe an, und nennt alle auf der rothen Seite von E liegenden Farben roth, die auf der andern blau, ſo wird das Verhältniß der vom Roth und Blau in jedem Spectrum eingenommenen Räume durch den Bruch

$$\frac{\mu(H) - \mu(E)}{\mu(E) - \mu(B)}$$

ausgedrückt werden. Die Werthe dieſes Bruchs ſind für die in voriger Tabelle enthaltenen brechenden Mittel in folgender Tafel enthalten:

Flintglas No. 23 . .	2,0922.
Flintglas No. 30 . .	2,0830.
Flintglas No. 3 . .	2,0689.
Flintglas No. 13 . .	2,0342.
Terpenthinöl	1,9754.
Crownglas M. . . .	1,9484.
Crownglas No. 9 . .	1,8905.
Crownglas No. 13 . .	1,8855.
Auflöſung von Pottaſche	1,7884.
Waſſer	1,6936.

Hier ſehen wir, daß dieſelben gefärbten Räume, welche in dem Flintglas No. 23 im Verhältniß von 21 : 10 zu einander ſtehen, in dem vom Waſſer gebildeten Spectrum nur das Verhältniß 17 : 10 haben, ſo daß der blaue Theil des Farbenbildes im Verhältniß zum rothen bei dem Flintglas größere Ausdehnung hat als im Waſſerſpectrum.

442. Hieraus folgt, daß wenn zwei Prismen aus verſchiedenen Mitteln gebildet werden, z. B. aus Flintglas und aus Waſſer, die ſolche brechende Winkel beſitzen, daß ſie Farbenbilder von gleicher Länge geben, und die Prismen ſo geſtellt werden, daß ſie in entgegengeſetzten Richtungen brechen, ſo werden, obgleich die rothen und die violetten Strahlen im herausfahrenden Strahl vereinigt werden, doch die mittlern Strahlen etwas zerſtreut, da das Waſſerprisma die grünen oder mittlern Strahlen im Verhältniß zu den äußern ſtärker bricht; iſt daher eine weiße leuchtende Linie der Gegenſtand, welcher durch eine ſolche Zuſammenſetzung unterſucht wird, ſo wird ſtatt einer ganz farbenloſen Brechung ein ſehr ſchmales Farbenbild im Vergleich mit dem, was ein einzelnes Prisma hervorbringen würde, geſehen, von welchem die eine Seite röthlich, die andere grünlich ge-

färbt iſt. Jeder dunkle Gegenſtand gegen den Himmel geſehen, z. B. ein Fenſterſtab, hat rothe und grüne Franzen an ſeiner Begränzung, indem die grünen an einerlei Seite des Stabes mit dem Scheitel des aus Flintglas beſtehenden Prisma liegen, weil bei einer ſolchen Verbindung grün als die am meiſten und roth als die am wenigſten brechbare Farbe angeſehen werden muß; und da das Flintprisma in dieſem Falle die geringſte Brechung beſitzt, ſo liegt die am meiſten brechbare farbige Franze ſeinem Scheitel am nächſten, aus derſelben Urſache, aus welcher ein durch ein einzelnes Prisma geſehener dunkler Gegenſtand auf weißem Grunde an der am wenigſten gebrochenen Seite blau erſcheint. (§. 429.)

443. Dieſes Reſultat ſtimmt vollkommen mit der Erfahrung überein. Clairaut und nach ihm Boscovich, Dr. Blair und Dr. Brewſter haben zu verſchiedenen Malen die Aufmerkſamkeit der Optiker auf dieſe gefärbten Franzen, oder wie man ſie auch wohl nennt, ſecundäre Farbenbilder, gewendet, und ihr Daſeyn auf die genügendſte Art gezeigt. Dr. Brewſter insbeſondere hat eine ausgedehnte und höchſt ſchätzbare Reihe von Verſuchen vorgenommen, die in ſeinem Werk on new philosophical Instruments und in ſeiner Abhandlung über denſelben Gegenſtand in den Edinburgh Transactions angegeben ſind; es ergiebt ſich aus denſelben, daß wenn ein zuſammengeſetztes Prisma, welches aus zwei in folgender Tabelle angegebenen, in prismatiſche Form gebrachten brechenden Mitteln beſteht, die in entgegengeſetztem Sinn brechen, die rothen und violetten Strahlen vereinigt, ſo wird das Grün von ihrer vereinten Wirkung in der Richtung der Brechung desjenigen Mittels abgelenkt, welches der Ordnung nach zuerſt ſteht.

1. Schwefelſäure.	12. Salzſäure.
2. Phosphorſäure.	13. Salpetrige Säure.
3. Schweflichte Säure.	14. Eſſigſäure.
4. Phosphorige Säure.	15. Aepfelſäure.
5. Ueberſchwefelter Waſſerſtoff.	16. Citronenſäure.
6. Waſſer.	17. Flußſpath.
7. Eis.	18. Blauer Topas.
8. Eiweiß.	19. Beryll.
9. Bergkryſtall.	20. Selenit.
10. Salpeterſäure.	21. Leucit.
11. Blauſäure.	22. Turmalin.

Digitized by Google

23. Borax.
24. Boraxglas.
25. Aether.
26. Alkohol.
27. Arabiſches Gummi.
28. Crownglas.
29. Mandelöl.
30. Weinſteinſaures Kali und Natron.
31. Wachholderharz.
32. Steinſalz.
33. Kalkſpath.
34. Ambraöl.
35. Wachholderöl.
36. Wallrathöl.
37. Rüböl.
38. Olivenöl.
39. Zircon.
40. Flintglas.
41. Rhodiumöl.
42. Rosmarinöl.
43. Oel von Bockshornkraut.
44. Copaibalſam.
45. Nußöl.
46. Sadebaumöl.
47. Rautenöl.
48. Buchöl.
49. Salpeterſaures Kali.
50. Diamant.
51. Gummi Reſina.
52. Gummi Copal.
53. Caſtoröl.
54. Camillenöl.
55. Dillöl.
56. Wermuthöl.
57. Majoranöl.
58. Bergamotöl.
59. Pfeffermünzöl.
60. Thymianöl.
61. Muskatenöl.
62. Feldkümmelöl.
63. Limonienöl.
64. Ambra.
65. Frauenmünzöl.
66. Yſopöl.
67. Mohnöl.
68. Flohkrautöl.
69. Salbeyöl.
70. Terpenthinöl.
71. Canadiſcher Balſam.
72. Lavendelöl.
73. Salzſaures Antimon.
74. Nelkenöl.
75. Fenchelöl.
76. Rothgefärbtes Glas.
77. Orangegefärbtes Glas.
78. Opalfarbenes Glas.
79. Eſſigſaures Blei (geſchmolzen)
80. Ambraöl.
81. Saſſafrasöl.
82. Kümmelöl.
83. Anisöl.
84. Eſſenz von bittern Mandeln.
85. Kohlenſaures Blei.
86. Tolubalſam.
87. Schwefelkohlenſtoff.
88. Schwefel.
89. Caſſiaöl.

444. Aus dieſer Tabelle iſt es einleuchtend, daß je ſtärker im Allgemeinen genommen ein Mittel bricht, deſto größer iſt die Ausdehnung des blauen Theils des Farbenbildes im Vergleich zum rothen.

445. Stellt man zwei Prismen, die die gehörigen brechenden Winkel haben, und aus Materien beſtehen, die in voriger Tafel nicht weit von einander liegen, in entgegengeſetzter Richtung auf, ſo wird das durch ſie gebildete ſecundäre Spectrum klein ſeyn, und die Brechung faſt farbenlos. Eine ſolche Verbindung nennt man eine achromatiſche (α—χρωμα).

446. Das Daſeyn eines ſecundären Bildes, welches einen vollkommenen Achromatismus durch die Anwendung zweier brechenden Mittel unmöglich macht, zeigt uns zugleich, daß wir auch in theoretiſcher Rückſicht nicht berechtigt ſind, die Coefficienten b, c u. ſ. w. der Gleichung (d) in §. 439 zu vernachläſſigen. Das in der Natur ſtattfindende Geſetz erfordert wahrſcheinlich, daß die Reihe in das Unendliche fortgeführt werden muß, und ohne Zweifel würden wir durch die Anwendung von drei brechenden Mitteln, wodurch drei Strahlen vereinigt werden, tertiäre Bilder u. ſ. w. fort erhalten. Dieſe werden aber verhältnißmäßig klein ausfallen.

447. Die Tabelle §. 437 giebt uns Mittel an die Hand, die Coefficienten zu berechnen, die zu den darin aufgeſtellten beſondern brechenden Materien gehören. Setzen wir

$$\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0 - 1} = P, \quad \frac{x - x_0}{x_0 - 1} = p,$$

und nehmen an, daß P, P', P'' u. ſ. w., p, p', p'' u. ſ. w. die Werthe von P und p ſind, die den verſchiedenen Werthen von μ und x in der Tabelle zugehören, ſo haben wir um a, b, c u. ſ. w. für irgend eines dieſer Mittel zu beſtimmen, die Gleichungen

$$P = ap + bp^2 + cp^3 + \ldots.$$
$$P' = ap' + bp'^2 + cp'^3 + \ldots.$$
$$P'' = ap'' + bp''^2 + cp''^3 + \ldots.$$

und man muß ſo viel Gleichungen anwenden, als Coefficienten zu beſtimmen ſind. Beſchränken wir uns jetzt auf zwei, ſo ergiebt ſich

$$P = ap + bpp, \quad P' = ap' + bp'p',$$

und hieraus findet ſich

$$a = \frac{Pp'p' - P'pp.}{pp'(p' - p)},$$

$$b = -\frac{Pp' - P'p.}{pp'(p' - p)}.$$

Da es gut iſt, diejenigen Strahlen hierzu auszuwählen, die ſo weit als möglich im Farbenbilde von einander entfernt ſind, ſo werden

wir μ_o und x_o aus der Columne μ (B) nehmen, und P und p durch die Werthe in der Columne μ (E), ſo wie die von P' und p' aus der Columne μ (H) beſtimmen. Die Reſultate ſind dann folgende:

Brechendes Mittel.	Zerſtreuende Kraft der erſten Ordnung die des Waſſers = 1,000	Zerſtreuende Kraft der zweiten Ordnung die des Waſſers = 0,000.
Flintglas No. 13	a = + 1,42580	b = + 7,57705
Crownglas No. 9	0,88419	2,34915
Waſſer	1,00000	0,00000
Pottaſchenauflöſung	0,99626	1,13262
Terpenthinöl	1,06149	4,58639
Flintglas No. 3	1,29013	7,63048
Flintglas No. 30	1,37026	8,44095
Crownglas No. 13	0,87374	2,49199
Crownglas M.	0,90131	3,49000
Flintglas No. 23	1,37578	8,66904

448. Aufgabe. Die analytiſche Relation zu beſtimmen, welche ſtattfinden muß, damit zwei Prismen eine achromatiſche Verbindung bilden, d. h. einen weißen Strahl brechen, ohne daß die beiden äußerſten Farben getrennt werden.

Nimmt man die Gleichungen und die Bezeichnung des §. 215 wieder vor, ſo haben wir, da die Prismen ſich im leeren Raume befinden, an die Stelle der dortigen Größe μ, μ', μ'', μ''' die Ausdrücke $\mu, \frac{1}{\mu}, \mu', \frac{1}{\mu'}$ zu ſubſtituiren, und wir erhalten hierdurch

$$\left.\begin{aligned} \mu \cdot \sin \varrho &= \sin \alpha \\ \alpha' &= \mathrm{I} + \varrho \\ \sin \varrho' &= \mu \cdot \sin \alpha' \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} \mu' \cdot \sin \alpha''' &= \sin \varrho''' \\ \varrho'' &= -\mathrm{I}'' + \alpha''' \\ \sin \alpha'' &= \mu' \cdot \sin \varrho'' \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$\alpha'' = \mathrm{I}' + \varrho'\,;\ \mathrm{D} = \alpha + \mathrm{I} + \mathrm{I}' + \mathrm{I}'' - \varrho'''.$$

Da nun der Vorausſetzung zufolge ſowohl der einfallende als der ausfahrende Strahl beide farbenlos ſeyn ſollen, ſo müſſen wir $\delta\alpha = 0$, und $\delta \mathrm{D} = 0$ haben, d. h. $\delta\varrho''' = 0$, wo das Zeichen δ ſich auf die Ortsveränderung des Strahls im Farbenbilde bezieht. Die beiden Syſteme der Gleichungen (1) und (2) ſind völlig ähnlich, indem das erſte eben ſo aus $\varrho, \alpha, \alpha', \varrho'$ wie das zweite aus $\alpha''', \varrho''', \varrho', \alpha''$ zuſammengeſetzt iſt. Nun giebt das erſte Syſtem

$$\delta\mu \,.\, \sin\rho + \mu \,.\, \delta\rho \,.\, \cos\rho = 0 \;;$$
$$\delta\alpha' = \delta\rho$$
$$\delta\rho' \,.\, \cos\rho' = \delta\mu \,.\, \sin\alpha' + \mu\,\delta\alpha' \,.\, \cos\alpha'$$

und hieraus finden wir durch Elimination und Reduction

$$\delta\rho' = \frac{\sin \mathrm{I}}{\cos\rho \,.\, \cos\rho'}\,\delta\mu\;; \qquad (e)$$

und folglich auch wegen der angegebenen Analogie der beiden Syſteme von Gleichungen

$$\delta\alpha'' = -\,\frac{\sin \mathrm{I}''}{\cos\alpha''' \,.\, \cos a''} \,.\, \delta\mu' . \qquad (f)$$

Da aber $\alpha'' = \mathrm{I}' + \rho'$ iſt, ſo haben wir auch $\delta\rho' = \delta\alpha''$, und wir erhalten endlich

$$\frac{\cos\rho \,.\, \cos\rho'}{\cos\alpha''' \,.\, \cos\alpha''} = -\,\frac{\sin \mathrm{I}}{\sin \mathrm{I}''} \,.\, \frac{\delta\mu}{\delta\mu''} . \qquad (g)$$

Die durch dieſe Gleichung ausgedrückte Eigenſchaft kann ſo dargeſtellt werden. Man nehme an, der Strahl gehe auf beiden Seiten aus einem zwiſchen den Prismen liegenden Punkte in ſeiner Bahn aus; dann müſſen, wenn die Verbindung achromatiſch ſeyn ſoll, *die Producte der Coſinus der Einfallswinkel auf die Oberfläche eines jeden Prisma zu einander in einem Verhältniſſe ſtehen, welches aus dem der Sinus ihrer brechenden Winkel und dem Unterſchiede ihrer Brechungsverhältniſſe für rothe und violette Strahlen zuſammengeſetzt iſt*; außerdem muß die Brechung in beiden im entgegengeſetzten Sinn geſchehen, oder ihre brechenden Winkel I und I″ müſſen entgegengeſetzte Zeichen haben.

449. Die Verbindung dieſer Gleichung mit dem oben angegebenen Syſteme von Gleichungen, welche die Bedingung der Brechung durch ein Prisma ausdrücken, ſo wie auch die relative Lage derſelben gegen einander (die in der Gleichung $\alpha'' = \mathrm{I}' + \rho'$ enthalten iſt), iſt hinreichend, um jede Aufgabe dieſer Art aufzulöſen, aber die Endgleichungen ſind meiſtentheils zu verwickelt, als daß ſie eine directe Auflöſung zulaſſen könnten. Nichtsdeſtoweniger geben uns die Reſultate, zu denen wir gelangt ſind, wichtige Bemerkungen zur Hand; erſtens, da ρ' der Brechungswinkel an der zweiten Oberfläche des erſten Prisma iſt, ſo wird $\delta\rho'$ die ſcheinbare Breite des von demſelben hervorgebrachten Farbenbildes, und dieſe iſt daher unter übrigens gleichen Umſtänden dem Product der Secanten der Brechungs-

Digitized by Google

winkel an beiden Oberflächen proportional. Wir wollen die Veränderung dieſer Größe in ihrem Fortſchreiten verfolgen, die dadurch entſteht, daß der einfallende Strahl ſeine Neigung gegen die erſte Oberfläche ändert, indem wir mit dem Fall anfangen, wo er die Oberfläche ſo eben vom Rücken des Prisma gegen die Kante zu berührt. In dieſem Fall iſt $\alpha = 90°$, $\sin \rho \quad \frac{1}{\mu}$, folglich ρ, ſo wie auch $I + \rho$ oder α' und ρ' ſind alle endlich und befinden ſich in ihrem Maximum. Folglich iſt der Werth von $\cos \rho . \cos \rho'$ endlich und ein Minimum, alſo wird auch die Breite $\delta \rho'$ des Farbenbildes eine endliche Größe, aber ein Maximum. So wie ſich der einfallende Strahl mehr gegen die Oberfläche neigt, nehmen ρ, α', ρ' ab, und der Nenner von $\delta \rho'$ wächst, ſo daß die Breite des Farbenbildes abnimmt, und ein Minimum erreicht, wenn $\cos \rho . \cos \rho'$ ſein Maximum annimmt, d. h. wenn $d\rho . \tang \rho + d\rho' . \tang \rho' = 0$ wird. Dieſe Gleichung giebt, wenn wir ſubſtituiren und gehörig reduciren, zur Beſtimmung des Werthes von ρ, folglich auch von α folgende Gleichung:

$$\mu\mu \sin (I + \rho) \cos (I + 2\rho) + \sin \rho = 0, \qquad \text{(h)}$$

welche den Werth von ρ angiebt, für welchen die Breite des Farbenbildes ein Minimum wird.

Wir ſehen hieraus, daß die Lage, welche der Breite des Spectrum die geringſte Größe giebt, von der, welche ein Minimum in der Ablenkung der Strahlen darbietet, ſehr verſchieden ausfällt, indem erſtere durch vorige Gleichung gegeben wird, die ſich leicht durch Logarithmen auflöſen läßt, und die ſogleich zeigt, daß ρ größer als $45° - \frac{1}{2} I$ ſeyn muß.

Nachdem man die auf dieſe Weiſe beſtimmte Lage erreicht hat, wächst die Breite ſo lange, bis die Strahlen nicht mehr durch das Prisma hindurchgelaſſen werden. An dieſen Gränzen berührt der ausfahrende Strahl die hintere Seite des Prisma von der dünnen gegen die dickere Seite zu, und da hierbei $\rho'' = 90°$, $\cos \rho' = 0$ iſt, ſo wird die Zerſtreuung unendlich groß. Alle dieſe Abſtufungen laſſen ſich leicht zeigen, indem man ein Prisma um ſeine Kante zwiſchen dem Auge und einem Licht dreht, oder noch beſſer, zwiſchen dem Auge und einem ſchmalen Ritz, zwiſchen zwei beinahe geſchloſſenen Fenſterladen.

Digitized by Google

450. Da der einfallende Strahl ſeine Lage von SE nach S′E ändert (Fig. 105), alſo der gebrochene Strahl von FG nach F′G′, ſo fängt die Breite des Spectrum bei einem Maximum von endlicher Größe an, nimmt auf ein Minimum ab, und wächst dann ins Unendliche. Die Vertheilung der Farben im Spectrum, oder die Breite der verſchiedenen gefärbten Räume, wird außerdem nach den Werthen von ϱ, ϱ' und sin I verſchieden ſeyn; die Gleichung (e) nämlich, indem man der Größe $\delta\mu$ die Werthe beilegt, die nach und nach den Zwiſchenräumen, zwiſchen roth und orange, orange und gelb, gelb und grün u. ſ. w. entſprechen, giebt die correſpondirenden Werthe von $\delta\varrho'$, oder die ſcheinbare Breite dieſer Räume. Nun iſt aber der Nenner $\cos\varrho \cdot \cos\varrho'$ eine Function von μ, folglich ändert er ſich, wenn der erſte Strahl in verſchiedenen Punkten des Farbenbildes angenommen wird. Die Aenderung iſt gering, wenn die Winkel ϱ, ϱ' beträchtlich ſind, aber nahe an der Gränze, bei welcher der Strahl ſo eben durchgehen kann, wird ſie ſehr groß, das Spectrum erſcheint außerordentlich verzerrt, und die violette Seite im Vergleich zur rothen ſehr verlängert. Die Wirkung iſt dieſelbe, als ob die Natur des Mittels ſich änderte und in der Ordnung der Materien, die in der Tabelle §. 443 angegeben ſind, tiefer hinabſtiege.

451. Man ſieht aus demjenigen, was ſo eben geſagt worden iſt, die Möglichkeit ein, ein Prisma achromatiſch zu machen, wie groß auch ſein brechender Winkel ſeyn mag, und zwar durch Hülfe eines andern aus demſelben brechenden Mittels, das einen beliebig kleinen Winkel hat; denn indem man ein Prisma einem einfallenden Strahl in gehöriger Lage entgegenhält, kann die Zerſtreuung ins Unendliche vermehrt werden, und wenn es einem andern entgegenwirkt, deſſen Zerſtreuung eine beliebige Größe hat, ſo wird es dieſe Zerſtreuung aufheben. So wird in Fig. 106 die Zerſtreuung des zweiten Prisma a, das einen kleinen brechenden Winkel beſitzt, indem ſie durch die Wirkung ſeiner geneigten Lage vermehrt wird, der Zerſtreuung des Prisma A, welches einen großen brechenden Winkel hat, gleich und entgegengeſetzt werden.

452. Sind die Winkel der Prismen ſehr verſchieden, ſo muß das zweite ſehr geneigt werden, damit es der Gränze, bei welcher die Strahlen nicht mehr hindurchgehen, nahe kommt. In dieſem Fall iſt, wie wir ſo eben gezeigt haben, das Geſetz der Zerſtreuung ſehr geſtört, und von dem in andern Prismen völlig verſchieden, ſo daß

Digitized by Google

vollkommener Achromatismus nicht hervorgebracht werden kann; aber wenn die äußerſten rothen und violetten Strahlen vereinigt werden, ſo werden die grünen vom zweiten Prisma zu wenig gebrochen, und es entſteht ein roth und grünes Spectrum, wie in dem Fall von Prismen, die aus verſchiedenen brechenden Mitteln beſtehen. Dieſem Farbenbilde hat Dr. Brewſter, der es zuerſt entdeckte, den Namen eines tertiären Spectrum gegeben, aber es ſcheint uns beſſer, dieſen Namen den in §. 446 erwähnten Farbenbildern zu ertheilen, und die jetzt in Rede ſtehenden ſubordinirte Spectra zu nennen.

Betrachtet man einen kleinen rechtwinklichen Gegenſtand durch eine ſolche Verbindung, wie oben beſchrieben wurde, in welcher das Prisma A ſich in der Lage der kleinſten Abweichung befindet, und durch ein zweites a achromatiſch gemacht wird, deſſen Winkel kleiner als der von a iſt, aber nicht ſo klein, daß deßwegen eine Farbe entſteht, ſo wird dieſer Gegenſtand verzerrt erſcheinen; denn die den Kanten des Prisma parallelen Seiten werden keine Veränderung in ihrer ſcheinbaren Länge erleiden, während die Breite des Rechtecks vergrößert erſcheint. Das erſte Prisma nämlich ändert vermöge ſeiner Lage die ſcheinbaren Dimenſionen des Objects nicht, aber das zweite ändert die ſcheinbare Breite im Verhältniß von $d\varrho'''$ zu $d\alpha''$, d. h. im Verhältniß von $\frac{\cos\alpha \,.\, \cos\alpha'}{\cos\varrho' \,.\, \cos\varrho}$ zur Einheit, ein Verhältniß, welches ſchnell mit der Neigung des Prisma wächst, während ϱ' ſich einem rechten Winkel nähert.

453. Dieſe Eigenſchaften hat Amici benutzt, um eine Art von achromatiſchem Fernrohr zu conſtruiren, welches anfangs ſehr parador erſcheint, da es bloß aus vier Prismen mit parallelen Seiten aus derſelben Glasart beſteht. Um dieſe Zuſammenſetzung einzuſehen, denke man ſich ein kleines viereckiges Object op, welches mit der Seite o der Kante eines Paares von Prismen parallel liegt, und ſenkrecht auf der Ebene ihres Hauptdurchſchnitts, d. h. auf der Ebene des Papiers ſteht. Dann wird daſſelbe nach der Brechung durch beide Prismen für ein in E befindliches Auge, als ein wirkliches Object o′ p′ geſehen werden, deſſen Länge o unverändert geblieben iſt, aber in der Breite vergrößert wird. Bringen wir nun ein zweites Paar von Prismen hinzu, das dem erſtern ähnlich iſt, ſo daß es eine zweite achromatiſche Verbindung bildet, deſſen Hauptdurchſchnitt aber ſenkrecht auf dem erſten ſteht, wodurch eine Bre-

chung ſenkrecht auf die Ebene des Papiers hervorgebracht wird, die parallel mit der Länge des Quadrats ſtattfindet, ſo wird das letztere ebenfalls als ein wirkliches farbenloſes Object geſehen, aber von Neuem verzerrt erſcheinen, indem die Seite o′p′ unverändert bleibt, aber o′ vergrößert wird. So wird durch die erſte Verzerrung die Breite des Quadrats vergrößert, und durch die zweite in demſelben Verhältniß die Länge, folglich iſt das Endreſultat ein unverzerrtes, achromatiſches und vergrößertes Bild. Der Verfaſſer hat das Vergnügen gehabt, die ſchöne Ausführung eines ſolchen ſonderbaren Fernrohrs, welches viermal vergrößerte, bei dem Erfinder in Modena im Jahre 1826 ſelbſt zu ſehen. Es iſt einleuchtend, daß wenn man mehrere ſolche Fernröhre an einander legt, ſo wird die Vergrößerung in geometriſchem Verhältniſſe zunehmen. Eben ſo deutlich iſt es, daß wenn man Prismen aus verſchiedenen brechenden Mitteln anwendet, um die verſchiedenen binären Verbindungen hervorzubringen, die ſubordinirten Farbenbilder die ſecundären Farbenbilder aufheben können, von denen die letztern durch den Unterſchied in der Zerſtreuung der beiden Mittel entſtehen, und man auf dieſe Art einen faſt mathematiſchen Achromatismus erhalten kann. Es wäre der Unterſuchung werth, ob nicht bei der Beobachtung von ſehr hell glänzenden Gegenſtänden, wie z. B. die Sonne, dieſe Art von Fernröhren ausgezeichnete Dienſte leiſten könnten. Sie würden den Vortheil haben, daß ſie zugleich ſelbſt als Verdunkelungsgläſer gebraucht werden können, die Strahlen in keinen Brennpunkt vereinigen, und daher eben keine große Sorgfalt auf die Geſtalt der Oberflächen verwendet zu werden braucht, kurz, ſie ſind von allen den Unbequemlichkeiten ausgenommen, welche ſich der Conſtruction der gewöhnlichen Fernröhre entgegenſtellen, inſofern man ſie für dieſen beſondern Zweck anwenden will.

454. Aufgabe. Die Bedingungen des Achromatismus zu finden, wenn mehrere aus verſchiedenen Mitteln beſtehende Prismen einen Strahl von weißem Licht brechen, indem man annimmt, daß alle ihre brechenden Winkel nur ſehr klein ſind, und der Strahl beinahe ſenkrecht auf dem Hauptdurchſchnitt derſelben durch ſie hindurchgeht.

Es ſeyen die verſchiedenen brechenden Winkel A, A', A'' u. ſ. w., die Brechungsverhältniſſe μ, μ', μ'' u. ſ. w., ſo ſind die verſchiedenen partiellen Ablenkungen $D = (\mu - 1) A, D' = (\mu' - 1) A'$ u. ſ. w. und ihre Summe, oder die vollſtändige Ablenkung, muß ſeyn $(\mu - 1) A$

$+ (\mu' - 1) A' + (\mu'' - 1) A'' + \ldots$ Damit der ausfahrende Strahl farbenlos werde, muß dieſe Ablenkung für alle Farben dieſelbe bleiben, und ihre Veränderung, indem man $\mu, \mu', \mu'' \ldots$ als veränderlich betrachtet, muß Null werden, oder

$$A \delta\mu + A' \delta\mu' + A'' \delta\mu'' + \ldots = o.$$

Nun haben wir aus der Gleichung (d) des §. 439 $\delta\mu$ (oder in der Bezeichnuug des beſagten Paragraphs $\mu - \mu_o$)

$$= (\mu_o - 1) \left\{ a. \frac{\delta x}{x_o - 1} + b \left(\frac{\delta x}{x_o - 1} \right)^2 + \ldots \right\} \ldots,$$

folglich giebt die obere Gleichung, wenn ſie nach den Potenzen von δx geordnet wird

$$o = \left\{ \begin{matrix} A(\mu_o - 1) a + A'(\mu'_o - 1) a' \\ + A''(\mu''_o - 1) a'' + \ldots \end{matrix} \right\} \cdot \frac{\delta x}{x_o - 1}$$
$$+ \left\{ \begin{matrix} A(\mu_o - 1) b + A'(\mu'_o - 1) b' \\ + A''(\mu''_o - 1) b'' + \ldots \end{matrix} \right\} \left(\frac{\delta x}{x_o - 1} \right)^2$$
$$+ \text{etc. etc.}$$

wo a', b' u. ſ. w. die verſchiedenen brechenden Kräfte für das zweite Prisma, a'', b'' u. ſ. w. für das dritte Prisma u. ſ. w. bedeuten. Soll nun dieſer Ausdruck für alle Strahlen des Farbenbildes verſchwinden, ſo müſſen wir haben, indem der Kürze wegen μ ſtatt μ_o, μ' ſtatt μ'_o u. ſ. w. geſetzt wird.

$$\left.\begin{matrix} (\mu - 1)_o A a + (\mu' - 1). A' a' \\ \quad + (\mu'' - 1) \; A'' a'' + \ldots = o \\ (\mu - 1). A b + (\mu' - 1). A' b' \\ \quad + (\mu'' - 1) \; A'' b'' + \ldots = o \\ (\mu - 1). A c + (\mu' - 1). A' c' \\ \quad + (\mu'' - 1) \; A'' c'' + \ldots = o \end{matrix}\right\} \quad (i)$$

u. ſ. w. fort. Da allgemein genommen, die Anzahl dieſer Gleichungen unendlich groß iſt, ſo kann keine endliche Anzahl von Prismen ihnen alle Genüge leiſten, aber wenn wir es nur dabei bewenden laſſen, ſo viel Strahlen im Farbenbilde zu vereinigen, als Prismen vorhanden ſind, wodurch wir uns ſo ſehr als möglich dem Achromatismus nähern, ſo haben wir eine Gleichung weniger als unbekannte Größen vorhanden ſind, und die Verhältniſſe der Winkel zu einander werden bekannt. Um z. B. zwei Strahlen zu vereinigen, ſind

Digitized by Google

zwei Mittel hinreichend, und wir können nur die erſte Ordnung der Zerſtreuung in Betracht ziehen; dieſes giebt

$$(\mu-1)\,A\,a + (\mu'-1)\,A'a' = o\,;$$

$$\frac{A'}{A} = -\frac{\mu-1}{\mu'-1}\cdot\frac{a}{a'}\,. \qquad (j)$$

Um drei Strahlen zu vereinigen, haben wir

$$(\mu-1)\,A\,a + (\mu'-1)\,A'a' + (\mu''-1)\,A''a'' = o.$$

$$(\mu-1)\,A\,b + (\mu'-1)\,A'b' + (\mu''-1)\,A''b'' = o.$$

aus denen ſich durch Elimination ergiebt

$$\left.\begin{aligned}\frac{A'}{A} &= -\frac{\mu-1}{\mu'-1}\cdot\frac{a\,b''-b\,a''}{a'b''-b'a''},\\ \frac{A''}{A} &= -\frac{\mu-1}{\mu''-1}\cdot\frac{a\,b'-b\,a'}{a''b'-b''a'},\end{aligned}\right\} \qquad (k)$$

und ſo weiter für jede beliebige Anzahl

Wenn im Fall zweier brechenden Mittel die Größen b und c nicht bekannt ſind, ſo dürfen die Zerſtreuungskräfte der erſten Ordnung a und a′ nicht durch die Vergleichung der äußerſten rothen und violetten Strahlen beſtimmt werden, da dieſe zu wenig hell ſind, als daß ihre Vereinigung eine Sache von Wichtigkeit ſeyn könnte; wir würden uns lieber bemühen, ſolche Strahlen zu vereinigen, die ſehr ſtark leuchtend und zugleich in ihrer Farbe ſehr verſchieden ſind, z. B. die Strahlen D und F. Die genaue Vereinigung dieſer Strahlen wird uns im Ganzen eine beſſere Vereinigung der übrigen geben, und wir werden zugleich eine ſtärkere Erleuchtung zuwege bringen, als wenn wir ſuchten die äußerſten Strahlen des Farbenbildes zu vereinigen. Man ſollte dieſen Umſtand bei allen Verſuchen gehörig bedenken, die man in der Abſicht anſtellt, die Zerſtreuung von Gläſern, welche bei der Verfertigung von Fernröhren gebraucht werden ſollen, auszumitteln.

Wollten wir durch drei Prismen den möglichſt größten Achromatismus hervorbringen, ſo ſollten diejenigen Strahlen, welche man zur Beſtimmung der Werthe von a, b, a′, b′ auswählt, die in C, E und G liegenden ſeyn, oder was vielleicht noch beſſer wäre, C, F und ein in der Mitte zwiſchen D und E liegender, aber der Mangel einer hinreichend genau beſtimmten Linie in dieſem Theil des Farbenbildes führt einige Schwierigkeit für die letztere Verbindung herbei, ſobald man Sonnenlicht anwendet, und würde uns nöthigen, eine andere

Digitized by Google

Meſſungsmethode zu wählen, wodurch eine Verſchiedenheit merklich werden könnte.

455. Wenn bei drei brechenden Mitteln die Zähler und Nenner der Ausdrücke in (k) völlig oder beinahe verſchwinden, ſo werden die Auflöſungen unbeſtimmt, oder wenigſtens in der Praxis nicht anwendbar. Dieß geſchieht, wenn einer der Brüche $\frac{a}{a'}$, $\frac{a}{a''}$, $\frac{a'}{a''}$ einem der entſprechenden Brüche $\frac{b}{b'}$, $\frac{b}{b''}$, $\frac{b'}{b''}$ gleich wird. Um daher anwendbare Verbindungen zu erhalten, muß man brechende Mittel nehmen, die ſo viel als möglich in ihren Zerſtreuungskräften verſchieden ſind, d. h. bei denen die gefärbten Räume ſich ſo ſehr als möglich von der Proportionalität entfernen, z. B. Flintglas, Crownglas und Salzſäure, oder noch beſſer Caſſia-Oel, Crownglas und Schwefelſäure u. ſ. w.

---

§. II. Vom achromatiſchen Fernrohr.

456. Bei den in §. 380 und den folgenden Paragraphen beſchriebenen Fernröhren legt die verſchiedene Brechbarkeit den verſchieden gefärbten Strahlen ein Hinderniß in den Weg, ihre Kraft über ſehr mäßige Gränzen auszudehnen. Da die Brennweite einer Linſe kürzer wird, je größer das Brechungsverhältniß iſt, ſo folgt daraus, daß eine und dieſelbe Linſe die violetten Strahlen in einem Brennpunkt bricht, der näherr an ihre Oberfläche liegt, als der Brennpunkt der rothen Strahlen. Dieß ſieht man leicht, indem man eine Linſe den Sonnenſtrahlen ausſetzt, und den convergenten Strahlenkegel in verſchiedenen Entfernungen auf einem Stück Papier auffängt. Bei jeder Entfernung, die kleiner iſt als die Brennweite für mittlere Strahlen, hat der Kreis auf dem Papier einen rothen Rand, bei größern Entfernungen aber einen blauen, denn der rothe Strahlenkegel, deſſen Grundfläche die Linſe iſt, umhüllt den violetten dießſeits des Brennpunkts, da der Scheitel deſſelben jenſeits des andern liegt; er wird aber aus derſelben Urſache vom violetten jenſeits umhüllt. Hält man daher das Papier in den Brennpunkt für mittlere Strahlen, oder zwiſchen die Scheitel der rothen und violetten Strahlenkegel, ſo bilden dieſe ein deutliches Bild, da ſie in einem Punkte vereinigt werden, aber die äußerſten und alle übrigen dazwiſchenlie-

genden Strahlen zerſtreuen ſich über Kreiſe von merklicher Größe und bilden farbige Ränder, die das Bild undeutlich machen. Dieſe Ablenkung der verſchiedenen gefärbten Strahlen von einem einzigen Brennpunkt heißt die chromatiſche Abweichung.

457. Der Durchmeſſer des kleinſten Kreiſes, innerhalb welchem alle gefärbte Strahlen von einer Linſe, die keine Abweichung wegen der Kugelgeſtalt hat, vereinigt werden, läßt ſich leicht finden. Iſt z. B. Fig. 107 v der Brennpunkt für die violetten und r der für die rothen Strahlen, ſo wird nmo der Durchmeſſer dieſes Kreiſes ſeyn. Vermittelſt der ähnlichen Dreiecke hat man nun, $no = AB.\frac{mv}{Cv}$, und $no = AB.\frac{mr}{Cr.}$, folglich, wenn man dieſe Werthe einander gleich ſetzt, $\frac{mv}{Cv} = \frac{mr}{Cr.}$, $mv = mr.\frac{Cv}{Cr}$, $mv + mr = mr.\frac{Cr+Cv}{Cr} = rv$, folglich $mr = rv.\frac{Cr}{Cr+Cv} = rv.\frac{Cr}{2Cr-rv} = \frac{rv}{2}$ ungefähr, da die Zerſtreuung in Vergleich mit der ganzen Brechung klein iſt. Hieraus folgt $no = \frac{AB}{2}\cdot\frac{rv}{Cr}$. Iſt nun f das Umgekehrte der Brennweite $= L + D = (\mu - 1)(R' - R'') + D$, ſo haben wir $rv = -\delta\cdot\frac{1}{f} = \frac{\delta f}{ff} = \frac{\delta\mu.(R-'R'')}{ff} = \frac{\delta\mu}{\mu-1}\cdot\frac{L}{ff}$, und $Cr = \frac{1}{f}$, indem man annimmt, daß μ das Brechungsverhältniß für die äußerſten rothen Strahlen angiebt. Hierdurch erhalten wir den Durchmeſſer des kleinſten Kreiſes der chromatiſchen Abweichung

$$= \text{halber Oeffnung} \times \frac{L}{f}\cdot\frac{\delta\mu}{\mu-1}$$

$$= \text{halber Oeffnung} \times \text{Zerſtreuungsverhältniß} \times \frac{L}{f}$$

und für parallele Strahlen, wo $L = f$ iſt, bloß

$$= \text{halber Oeffnung} \times \text{Zerſtreuungsverhältniß}.$$

458. Zuſatz. Es ergiebt ſich hieraus, daß der kleinſte Kreis der chromatiſchen Abweichung dieſelbe lineare Größe beibehält, wie auch die Brennweite der Linſe beſchaffen ſeyn mag, vorausgeſetzt, daß die Oeffnung dieſelbe bleibt. Nun wächst bei dem Fernrohr die

Digitized by Google

Vergrößerung oder die abſolute lineare Größe des durch ein gegebenes Ocularglas betrachteten Bildes, im Verhältniß der Brennweite des Objectivs (382). Vergrößert man alſo die Brennweite eines Objectivglaſes, während die Oeffnung dieſelbe bleibt, ſo vermindert ſich die Breite des farbigen Randes um das Bild eines Gegenſtandes im Verhältniß des Bildes ſelbſt; auf dieſe Art nimmt die Undeutlichkeit des Sehens ab, und das Fernrohr beſitzt eine verhältnißmäßig ſtärkere Vergrößerungskraft. Rückſichtlich dieſer Eigenſchaft waren die Aſtronomen vor der Erfindung der achromatiſchen Fernröhre gewohnt, ungeheure Fernröhre, ſelbſt von 100 bis 150 Fuß anzuwenden, und Huygens insbeſondere zeichnete ſich durch die Größe und vorzügliche Arbeit ſeiner Gläſer aus, ſo wie auch durch die wichtigen aſtronomiſchen Entdeckungen, die er vermittelſt derſelben machte.

459. Das achromatiſche Objectivglas hat jedoch das Fernrohr zu einem brauchbarern und nützlichern Inſtrument umgeſchaffen, da wir durch daſſelbe in den Stand geſetzt ſind, die Länge des Rohrs in vernünftigere Gränzen einzuſchließen. Um die Grundſätze einzuſehen, auf welche daſſelbe ſich gründet, brauchen wir nur auf das zurückzugehen, was §. 451 bis 454 über die achromatiſchen Prismen geſagt worden iſt. Eine Linſe iſt nichts Anderes als ein Syſtem von unendlich kleinen Prismen, die in kreisförmigen Ringen um einen Mittelpunkt aufgeſtellt werden, deren brechende Winkel mit ihrer Entfernung vom Mittelpunkt ſo zunehmen, daß ſie alle Strahlen in Einem Punkt brechen, und wenn wir jedes elementare Prisma achromatiſch machen können, ſo wird das ganze Syſtem achromatiſch ſeyn. Die Gleichungen (i) laſſen ſich unter dieſem Geſichtspunkte ſogleich auf eine Linſe anwenden. Denn es ſeyen R' und R'' die Krümmungen der beiden Oberflächen der erſten Linſe, L' ihre Kraft und μ' das Brechungsverhältniß, dann drückt für eine gegebene Oeffnung, oder in einer gegebenen Entfernung vom Mittelpunkte, die Differenz der beiden Krümmungen $R' - R''$, den von den Berührungslinien der Oberflächen gebildeten Winkel, oder den brechenden Winkel des elementaren Prisma aus; man hat daher $R' - R'' = A'$, und auf ähnliche Weiſe für die andern Linſen $A'' = R''' - R^{IV}$ u. ſ. w., ſo daß die Gleichungen die Form

$$(\mu' - 1)(R' - R'')\,a' + (\mu'' - 1)(R''' - R^{IV})\,a'' + \ldots\ldots = 0.$$

annehmen; dieß giebt ganz einfach

$$\left.\begin{array}{l} L'a' + L''a'' + L'''a''' + \ldots\ldots = o \\ L'b' + L''b'' + L'''b''' + \ldots\ldots = o \\ L'c' + L''c'' + L'''c''' + \ldots\ldots = o \\ \quad \text{etc. etc. etc.} \end{array}\right\} \quad (a)$$

460. Dieſe Gleichungen geben uns alle Relationen, welche nothwendig ſind, um den Achromatismus zu erhalten, und wenn ihnen Genüge geleiſtet wird, ſo zeigen ſie, da dieſelben kein D enthalten, daß ein Objectivglas, welches für eine Entfernung achromatiſch iſt, auch für alle andern achromatiſch ſeyn wird. Es iſt einleuchtend, daß daſſelbe Syſtem von Gleichungen direct aus dem Ausdruck in §. 263 für die vereinigte Kraft eines Syſtems von Linſen erhalten werden kann, deren einzelne Kräfte L′, L″, L‴ u. ſ. w. ſind. Denn die Bedingung des Achromatismus giebt $\delta L = o$, d. h.

$$\delta L' + \delta L'' + \delta L''' + \ldots\ldots = o.$$

Da aber der dort angenommenen Bezeichnungsart gemäß $L' = (\mu' - 1)(R' - R'')$ wird, ſo hat man auch

$$\delta L' = (R' - R'')\,\delta\mu' = L'.\frac{\delta\mu'}{\mu' - 1}.$$

Setzen wir in der Gleichung (d) nach und nach für μ_o die Werthe $\mu', \mu'' \ldots\ldots$, für $\mu - \mu_o$, $\delta\mu'$, $\delta\mu'' \ldots\ldots$ und für a, b... die Syſteme von Coefficienten a′, b′....; a″, b″.....; u. ſ. w., und nehmen $\frac{x - x_o}{x_o - 1} = p$, ſo kommt

$$\frac{\delta\mu'}{\mu' - 1} = a'p + b'pp + \ldots\ldots$$

$$\frac{\delta\mu''}{\mu'' - 1} = a''p + b''pp + \ldots\ldots$$

folglich auch

$$o = L'(a'p + b'pp + \ldots.) \\ + L''(a''p + b''pp + \ldots.) + \ldots\ldots$$

und läßt man dieſen Ausdruck unabhängig von p verſchwinden, ſo erhält man daſſelbe Syſtem von Gleichungen als in (a).

461. Es iſt unmöglich allen dieſen Gleichungen durch eine endliche Menge von Linſen Genüge zu leiſten; wir müſſen uns daher damit begnügen, ſo vielen derſelben Genüge zu leiſten, als die Anzahl der Linſen es zuläßt. Haben wir alſo zwei Linſen aus verſchiedenen brechenden Mitteln, z. B. aus Flintglas und Crownglas, ſo kann

Digitized by Google

kann man nur einer derſelben, und zwar der erſten Genüge thun; dieß giebt

$$L'a' + L''a'' = o; \ \frac{L''}{L'} = - \frac{a'}{a''}; \qquad (b)$$

woraus man ſieht, daß die Kräfte der Linſen einander entgegengeſetzt ſeyn müſſen, und zwar im umgekehrten Verhältniſſe der Zerſtreuungskräfte ſtehen, folglich ihre Brennweiten im directen Verhältniß. Bei einer ſolchen Verbindung ſollte man jedoch die Zerſtreuungskräfte a′, a″ nicht aus den Brechungen der violetten und rothen Strahlen des Farbenbildes ableiten (der Bemerkung §. 453 zufolge), ſondern lieber von den ſtärkſten und hellſten Strahlen, deren Farben in entſchiedenem Contraſte ſind, wie z. B. die Strahlen C und F aus Fraunhofers Skale.

462. Bei drei aus verſchiedenen Mitteln beſtehenden Linſen kann man zwei Gleichungen des Achromatismus Genüge leiſten, und das ſecundäre Farbenbild verbeſſern; wir haben hierdurch

$$o = L'a' + L''a'' + L'''a'''$$
$$o = L'b' + L''b'' + L'''b'''$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{L''}{L'} &= - \frac{a'b''' - b'a'''}{a''b''' - b''a'''} \\ \frac{L'''}{L'} &= - \frac{a'b'' - b'a''}{a'''b'' - b'''a''} \end{aligned}\right\} \qquad (c)$$

und zur Beſtimmung der Werthe von a′, b′ u. ſ. w. ſollten die Strahlen das hellſte Gelb für die mittlern, und ein ſtarkes Roth und Blau für die äußern ſeyn. Die Strahlen B, E, H ſind für dieſen Zweck vielleicht weniger bequem, als C, E, G.

463. Bei einem Objectivglas mit poſitiver Brennweite muß daher die am wenigſten zerſtreuende Linſe convex, die am ſtärkſten zerſtreuende concav ſeyn. Die Ordnung, in welcher ſie aufgeſtellt werden, hat auf den Achromatismus keinen weitern Einfluß.

464. Wir haben geſehen, daß eine einzelne Linſe weder die Aufhebung der Abweichung wegen der Kugelgeſtalt, noch die der chromatiſchen Abweichung zuläßt (§. 296 und 457); allein verbinden wir zwei oder mehr Linſen aus verſchiedenen Mitteln, ſo können wir vermittelſt der Gleichungen s, t, u, v in den §§. 309, 310, 312, 313 in Verbindung mit den ſo eben §. 459 abgeleiteten Gleichungen (a) beide Arten der Abweichung auf einmal aufheben, und was

das ſonderbarſte iſt, und als ein beſonderer glücklicher Zufall angeſehen werden muß, machen die Gleichungen, welche zur Aufhebung der chromatiſchen Abweichung erforderlich ſind, und die Anfangs die Sache verwickelter zu machen ſcheinen, die Auflöſung einfacher, indem man gerade auf die Relationen gelangt, die ein Analyſt als Zeichen brauchen würde, um der Endgleichung die größte Einfachheit zu geben, die die Natur der Sache zuläßt. Denn man kann bemerken, daß in der allgemeinen Gleichung für die Aufhebung der ſphäriſchen Abweichung $\triangle f = o$, oder

$$o = \frac{L'}{\mu'}(\alpha' + \beta' D' + \gamma' D'^2) + \frac{L''}{\mu''}(\alpha'' + \beta'' D'' + \gamma'' D''^2) + \ldots \quad (d)$$

die Ausdrücke innerhalb der Parentheſen alle vom zweiten Grade ſind, wenn ſie durch die Krümmungen der Oberflächen und durch die Nähe des ſtrahlenden Punktes zur erſten Linſe $D' = D$ ausgedrückt werden, und da L', L'' u. ſ. w. Functionen des erſten Grades rückſichtlich der Krümmungen ſind, ſo wird das Ganze unter der allgemeinen Form vom dritten Grade, alſo die Gleichung eine cubiſche. Allein die Bedingungen des Achromatismus, welche gewiſſe Relationen nun zwiſchen L', L'' u. ſ. w. angeben, ohne R', R'' u. ſ. w. zu enthalten, ſetzen uns in den Stand, dieſe Größen zu eliminiren, und ſie in der obigen Gleichung durch Verbindungen von a, a'', b, b'' .... zu erſetzen, ſo daß ſich die Gleichung auf eine quadratiſche reducirt, und ihre Behandlung ſehr vereinfacht wird.

465. Wir wollen nun die Gleichung (d) entwickeln, in welcher der vorigen Bemerkung zufolge, wenn die Bedingungen des Achromatismus eingeführt werden, L', L'' u. ſ. w. als gegebene Größen betrachtet werden können; denn nimmt man $L = L' + L'' + L''' + \ldots = $ der Kraft der zuſammengeſetzten Linſe (die wir als gegeben anſehen wollen, oder der Einheit gleichſetzen können), ſo beſtimmt dieſe in Verbindung mit den Gleichungen (a) die Werthe von L', L'' u. ſ. w. Setzen wir z. B. bei zwei Linſen das Verhältniß der zerſtreuenden Kräfte $= \varpi$, d. h. $\varpi = \frac{a'}{a''}$, ſo haben wir

$$L' = \frac{L}{1 - \varpi}, \; L'' = -\frac{\varpi L}{1 - \varpi}.$$

Digitized by Google

und auf ähnliche Art für drei oder mehr Linſen. Bezeichnen wir dann durch r′, r″, r‴ u. ſ. w. die Krümmungen der vordern Flächen der erſten, zweiten, dritten u. ſ. w. Linſe, ſo haben wir

$$L' = (\mu'-1)(R'-R'') = (\mu'-1)(r'-R''),$$

ſo daß $R'' = r' - \frac{L'}{\mu'-1}$ und auf ähnliche Art $R^{IV} = r'' - \frac{L''}{\mu'-1}$ wird. Wir müſſen alſo in den vorigen Ausdrücken

$$R' = r', \quad R'' = r' - \frac{L'}{\mu'-1},$$

$$R''' = r'', \quad R^{IV} = r,' - \frac{L''}{\mu''-1},$$

etc. etc. etc.

ſetzen, und durch Subſtitution dieſer Größen in den Werthen von α, β u. ſ. w. (§. 293) erhalten wir

$$\alpha' = (2+\mu')r'r' - (2\mu'+1)\frac{\mu'}{\mu'-1}\cdot L'r' + \mu'\left(\frac{\mu'}{\mu'-1}\right)^2 LL$$

$$\beta' = (4+4\mu')r' - (3\mu'+1)\frac{\mu'}{\mu'-1}L'$$

$$\gamma' = 2+3\mu'$$

und auf ähnliche Weiſe für $\alpha'', \beta'', \gamma''$ u. ſ. w. Subſtituirt man dieſe Ausdrücke und ſetzt für D'' ſeinen gleichgeltenden Werth $L'+D'$, für D''', $L'+L''+D'$ u. ſ. w., ſo haben wir endlich für die allgemeine Gleichung $\Delta f = o$ folgenden Ausdruck:

$$o = \left\{\begin{matrix}\left(\frac{2}{\mu'}+1\right)L'r'^2 + \left(\frac{2}{\mu''}+1\right)L''r''^2 \\ +\left(\frac{2}{\mu'''}+1\right)L'''r'^3 + \text{etc. etc.}\end{matrix}\right\}$$

$$- \left\{\begin{matrix}\frac{2\mu'+1}{\mu'-1}\cdot L'^2 r' + \frac{2\mu''+1}{\mu''-1}L''^2 r'' \\ + \frac{2\mu'''+1}{\mu''-1}L'''^2 r''' + \text{etc. etc.}\end{matrix}\right\}$$

$$-4\left\{\left(1+\frac{1}{\mu''}\right)L'L''r'' + \left(1+\frac{1}{\mu'''}\right)(L'+L'')L'''r''' + \text{etc.}\right\}$$

$$+\left\{\left(\frac{\mu'}{\mu'-1}\right)^2 L'^3 + \left(\frac{\mu''}{\mu''-1}\right)^2 L''^3 + \text{etc. etc.}\right\}$$

15 *

$$+\left\{\frac{3\mu''+1}{\mu''-1}L'L''^2+\frac{3\mu'''+1}{\mu'''-1}.(L'+L'')L'''^2+\ldots\right\}$$

$$+\left\{\left(\frac{2}{\mu''}+3\right)L'^2L''^2+\left(\frac{2}{\mu'''}+3\right)(L'+L'')^2L'''+\ldots\right\}$$

$$+D.\left\{\begin{array}{l}-4\left\{\left(1+\frac{1}{\mu'}\right)L'r'+\left(1+\frac{1}{\mu''}\right)L''r''+\ldots\right\}\\ +\left\{\frac{3\mu'+1}{\mu'-1}L'^2+\frac{3\mu''+1}{\mu''-1}L''^2+\ldots\right\}\\ +2\left\{\left(\frac{2}{\mu''}+3\right)L'L''+\left(\frac{2}{\mu'''}+3\right)(L'+L'')L'''+\ldots\right.\end{array}\right\}$$

$$+DD.\left\{\left(\frac{2}{\mu'}+3\right)L'+\left(\frac{2}{\mu''}+3\right)L''+\ldots\right\}$$

466. Der Kürze wegen wollen wir die von D unabhängigen Glieder durch X, den Coefficienten von D durch Y, und den von DD durch Z bezeichnen, ſo kommt

$$\Delta f = \frac{yy}{2}\left\{X+Y.D+Z.D^2\right\};$$

und verſchwindet dieſer Ausdruck, ſo iſt die Abweichung der Strahlen aufgehoben. Betrachten wir nun zuerſt bloß parallele Strahlen, ſo iſt $D = o$, und dieſer Ausdruck reducirt ſich auf $X = o$, und wird dieſer Bedingung Genüge geleiſtet, ſo iſt das Fernrohr für aſtronomiſche Beobachtungen, oder für die Beobachtung aller derjenigen Gegenſtände, bei denen D vernachläſſigt werden kann, vollkommen.

467. Die Gleichung $X = o$ iſt für jede der Größen r', r'' u. ſ. w. vom zweiten Grade, und die Anzahl dieſer Größen iſt der der Linſen gleich. Dieſe Bedingung allein iſt alſo nicht hinreichend, ihre Werthe zu beſtimmen, und nimmt man keine andern Relationen oder Begränzungen der Aufgabe an, ſo bleibt dieſelbe unbeſtimmt, und die Abweichung kann auf eine unendliche Menge verſchiedener Wege aufgehoben werden. Beſchränken wir uns jetzt auf zwei Linſen, ſo iſt nur noch eine Gleichung nöthig, da die Gleichung $X = o$ nur zwei unbekannte Größen enthält, und wir brauchen nur zu bedenken, was für eine andere Bedingung in der Ausübung den größten Vortheil gewährt. Clairaut ſchlug vor, die Linſen ſo einzurichten, daß ihre an einander liegenden Oberflächen ſich in ihrer ganzen Ausdehnung berührten, damit ſie an einander gekittet werden könnten, und ſo der Lichtverluſt vermieden würde, der

durch die Zurückwerfung an dieſen Oberflächen entſteht. Dieß würde gewiß ſehr vortheilhaft ſeyn, wenn es möglich wäre, zwei große Gläſer ſo zuſammenzukitten, daß keine Spannung der einzelnen Theile entſtünde, während der Kitt ſich abkühlt, und wenn in der Folge nicht noch die Unbequemlichkeit einträte, daß bei jeder Aenderung der Temperatur eine Verdrehung entſtehen müßte, da die beiden Glasarten nicht auf gleiche Weiſe ſich durch die Wärme ausdehnen können, gerade ſo wie zwei verbundene Metallbleche, die verſchiedene Ausdehnung beſitzen, ſich mehr oder weniger krümmen, je nachdem die Temperatur beſchaffen iſt, der ſie ausgeſetzt werden. Uebrigens läßt ſich dieſe Bedingung algebraiſch durch die Gleichung

$$L' = (\mu' - 1)\,(r' - r'')$$

ausdrücken, denn in dieſem Fall iſt $R' = r'$, $R'' = R''' = r''$, und da dieſe Gleichung für r', r'' nur vom erſten Grade, ſo erhält man durch ihre Verbindung mit $X = o$ eine quadratiſche Endgleichung, welche in dem betrachteten Falle zweier Linſen dieſelbe als die Gleichung (v) in §. 312 iſt, wenn man nur r' ſtatt R', r'' ſtatt R''' ſchreibt.

468. Allein dieſe von Clairaut angegebene Bedingung hat noch eine andere Unbequemlichkeit, welche darin beſteht, daß die Wurzeln dieſer quadratiſchen Gleichung für ſolche Werthe der Brechungskraft und der Zerſtreuungskraft, die ſehr leicht in der Praxis vorkommen können, imaginär ausfallen, und außerhalb dieſer Gränzen der Brechung und Zerſtreuung, wo ſie reell ſind, ändern ſich die Krümmungen der Gläſer für geringe Veränderungen der gegebenen Größen ſo ſtark, daß die Berechnung derſelben ſehr unzuverläſſig, und die Interpolation derſelben zur Conſtruction einer Tabelle ſehr ſchwierig wird. D'Alembert hat in ſeinen Opuscules tom. III. viele andere Beſchränkungen vorgeſchlagen, z. B. man ſolle die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt für Strahlen von allen Farben aufheben. (Dieß kommt darauf hinaus, daß man zugleich $X = o$ und $\frac{\delta X}{\delta \mu'}\,\delta\mu' + \frac{\delta X}{\delta \mu''}\,\delta\mu'' = o$ ſetzt, welches auf eine biquadratiſche Gleichung führt, und keinen praktiſchen Nutzen gewährt.) Allein ohne uns in nutzloſe Unterſuchungen dieſer Art einzulaſſen, ſo giebt die Form ſelbſt der allgemeinen Gleichung $X + Y D' + Z.D'^2 = o$, eine Bedingung an die Hand, die jeden Vortheil enthält, deren dieſer Fall fähig iſt. Dieſe beſteht darin,

daß man $Y = 0$ ſetzt. Durch dieſe Vorausſetzung wird der von D' abhängende Theil aufgehoben; ohne daß D' Null wird, ſo daß das Fernrohr nicht nur für parallele Strahlen vollkommen iſt, ſondern auch eine ziemliche Nähe des Gegenſtandes zu der Linſe erlaubt, ohne daß dieſelbe ihre aplanatiſche Natur verliert. Das Glied $Z . D'^2$, oder

$$D'^2 \left\{ \left(\frac{2}{\mu'} + 3\right) L' + \left(\frac{2}{\mu''} + 3\right) L'' + \ldots \right\}$$

kann freilich nicht verſchwinden, wenn man nur zwei Linſen gebraucht, da es bloß aus gegebenen Funktionen der brechenden und zerſtreuenden Kräfte beſteht, wenn D' nicht ſelbſt verſchwindet oder daſſelbe durch zufällige Werthe der Größen μ', μ'', L' u. ſ. w. Null wird. Allein den Fall ausgenommen, wo der Gegenſtand dem Fernrohr ſehr nahe gebracht wird (z. B. wenn die Entfernung weniger als das Zehnfache der Länge des Fernrohrs beträgt), iſt das Quadrat von D' immer ſo klein, daß wir dieſes Glied vernachläſſigen, und das Inſtrument als vollkommen aplanatiſch betrachten können, wenn $Y = 0$ iſt. Da dieſe Gleichung für r', r'' nur vom erſten Grade wird, ſo entſteht daraus für die Auflöſung des Problems in algebraiſcher Rückſicht keine neue Schwierigkeit, ſondern ſie führt uns durch die Elimination auf eine quadratiſche Endgleichung, und was am wichtigſten iſt, für ſolche Werthe von μ', μ'' und dem Zerſtreuungsverhältniß ϖ, die in der Ausübung vorkommen, ſind die Würzeln der quadratiſchen Gleichung reell, und die ſich daraus ergebenden Krümmungen aller Oberflächen mäßig, und für die Ausübung bequemer, als bei jeder andern bisher angegebenen Anordnung. Sie ſind außerdem ſo beſchaffen, daß ſie der Interpolation eine merkwürdige Erleichterung mittheilen, wie wir ſogleich ſehen werden. Alle dieſe Urſachen laſſen uns keinen Zweifel übrig, daß wir nicht die Bedingung $Y = 0$ zur Begränzung der Aufgabe über die Conſtruction eines doppelten Objectivglaſes ergreifen ſollten, und es dadurch, ſo weit es möglich iſt aplanatiſch machen.

469. Dieſe Gleichung iſt, im vorliegenden Falle

$$\begin{aligned} 0 = {} & 4\left(1 + \frac{1}{\mu'}\right) L' r' + 4\left(1 + \frac{1}{\mu''}\right) L'' r'' \\ & - \frac{3\mu' + 1}{\mu' - 1} L'^2 - \left(6 + \frac{4}{\mu''}\right) L' L'' \\ & - \frac{3\mu'' + 1}{\mu'' - 1} L''^2; \qquad \text{(f)} \end{aligned}$$

Digitized by Google

die mit der Gleichung (v) in §. 412, wo $R' = r'$, $R''' = r''$ iſt verbunden werden muß.

470. Um dieſelbe auf Zahlen zu reduciren, müſſen μ', μ'' nebſt dem Zerſtreuungsverhältniß ϖ bekannt ſeyn. Die ſchnellſte und gewiſſeſte Methode in der Ausübung beſteht darin, daß man kleine Objectivgläſer von den zu gebrauchenden Glasarten verfertigt, und ſie ſo lange bearbeitet, bis ihre Verbindung ſo farbenfrei als möglich wird, indem man hierzu die gewöhnliche Unterſuchungsmethode anwendet, die in der Praxis gebraucht wird. Dieſe beſteht darin, daß man das Bild eines gut begränzten weißen Kreiſes oder eines Kreisringes auf ſchwarzem Grunde durch ſehr ſtarke Vergrößerungen unterſucht. Sind die Ränder völlig farbenlos, ſo iſt die Einrichtung vollkommen, allein dieß wird des ſecundären Spectrum wegen ſelten der Fall ſeyn; und im Allgemeinen wird auf der innern Seite des Ringes ein ſchwacher grüner und auf der äußern Seite ein purpurfarbener Rand erſcheinen, wenn man das Ocularglas dem Objectivglas zu ſehr nähert, und umgekehrt. Die Urſache liegt darin, daß während eine große Maſſe von orangen und blauen Strahlen in einem Brennpunkt vereinigt wird, die rothen und violetten in einem entfernteren Brennpunkt und die grünen in einem nähern zuſammengebrochen werden, da die Brechung der grünen Strahlen zu Gunſten des convexen oder Crownglaſes, und die der rothen und violetten, die zuſammen Purpur bilden, zu Gunſten des Flintglaſes oder des concaven Glaſes geſchieht (man ſehe die Tabelle §. 443). Die Brennweiten müſſen dann genau beſtimmt werden, wodurch zugleich das Zerſtreuungsverhältniß ϖ bekannt wird, da dieſes daſſelbe iſt, als das der Brennweiten (§. 454). Die Brechungsverhältniſſe findet man am beſten durch directe Beobachtungen, indem man einen Theil der Glasarten in kleine Prismen umformt. Iſt nun ϖ bekannt, und ſetzen wir die Kraft der zuſammengeſetzten Linſe der Einheit gleich, ſo haben wir $L' = \frac{1}{1-\varpi}$, und $L'' = -\frac{\varpi}{1-\varpi}$, ſo daß L' und L'' bekannt iſt, und wir brauchen nur ihre Werthe, ſo wie die von μ', μ'' in den algebraiſchen Ausdrücken zu ſubſtituiren, und dann nach den gewöhnlichen Methoden zu eliminiren. Die folgende kleine Tafel enthält die Reſultate ſolcher Berechnungen für die darin angegebenen Werthe

von μ', μ'', ϖ, nebſt dem Betrag der Aenderung, welcher entſteht, indem man die Brechungsverhältniſſe unabhängig von einander ſich ändern läßt, damit man vermittelſt der Proportionaltheile interpoliren könne. Fig. 108 iſt eine Darſtellung des ſich ergebenden Objectivglaſes.

Tabelle um die Dimenſionen eines aplanatiſchen Objectivglaſes zu finden.

Brechungsverhältniß der Crownglas- oder converen Linſe $\mu' = 1.524$.
Brechungsverhältniß der Flintglas- oder concaven Linſe $\mu'' = 1.585$.
Zuſammengeſetzte Brennweite $= 10.000$.

Zerſtreuungsverhältniß ϖ.	Crownglaslinſe. Erſte Oberfläche conver. Halbmeſſer für die angegeben. Brechverh.	Crownglaslinſe. Erſte Oberfläche conver. Aend. des Halbm. für eine Aend. v. +0,010 im Brechverh. des Crowngl.	Crownglaslinſe. Erſte Oberfläche conver. Aend. des Halbm. für eine Aend. v. +0,010 im Brechverh. des Flintglaſes	Crownglaslinſe. 2te Oberfl. conver. Halbmeſſer.	Crownglaslinſe. Brennweite der Crownlinſe.	Flintglaslinſe. 3te Oberfl. concav. Halbmeſſer.	Flintglaslinſe. Vierte Oberfläche conver. Halbmeſſer für die angegeben. Brechverh.	Flintglaslinſe. Vierte Oberfläche conver. Aend. des Halbm. für eine Aend. v. +0,010 im Brechverh. des Crowngl.	Flintglaslinſe. Vierte Oberfläche conver. Aend. d. Halbm. für eine Aend. v. +0,010 im Brechverh. des Flintglaſes	Flintglaslinſe. Brennweite der Flintglaslinſe.
0.50	6.7485	+0.0500	−0.0030	4.2827	5.0	4.1575	14.3697	+0.9921	−0.3962	10.0000
0.55	6.7184	+0.0740	−0.0011	3.6332	4.5	3.6006	14.5353	+1.0080	−0.5033	8.1818
0.60	6.7069	+0.0676	+0.0037	3.0488	4.0	3.0640	14.2937	+1.1049	−0.5659	6.6667
0.65	6.7316	+0.0563	+0.0125	2.5208	3.5	2.5566	13.5709	+1.1614	−0.6323	5.3846
0.70	6.8279	+0.0335	+0.0312	2.0422	3.0	2.0831	12.3154	+1.1613	−0.7570	4.2858
0.75	7.0816	+0.0174	+0.0568	1.6073	2.5	1.6450	10.5186	+1.0847	−0.7207	3.3333

Digitized by Google

471. Um dieſe Tabelle auf irgend einen andern Zuſtand der gegebenen Größen anzuwenden, brauchen wir nur zu bedenken, daß um den Radius irgend einer der Oberflächen zu berechnen, z. B. der erſten oder der vierten, wir nur nöthig haben, jedes Element als beſonders veränderlich zu betrachten, um für jedes die Proportionaltheile zu nehmen. Folgendes Beiſpiel wird die Operation deutlicher machen: Man verlangt die Dimenſionen eines Objectivglaſes von 30 Zoll Brennweite, das Brechungsverhältniß des Crownglaſes iſt 1,519, das des Flintglaſes 1,589, die zerſtreuenden Kräfte verhalten ſich zu einander wie 0,567:1, d. h. 0,567 iſt das Zerſtreuungsverhältniß. Hier wird $\mu' = 1{,}519$; $\mu'' = 1{,}589$; $\varpi = 0{,}567$. Die Rechnung muß zuerſt für eine zuſammengeſetzte Brennweite $= 10.000$ eingeleitet werden, wie in der Tafel, und wir verfahren folgendermaßen:

Erſtens. Ziehe man die Decimalzahl 0,567, welche das Zerſtreuungsverhältniß angiebt von 1,000 ab, und der Reſt zehnmal genommen $= 10 . 0{,}433 = 4{,}330$ giebt die Brennweite der Crownglaslinſe.

Zweitens. Man dividire die Einheit durch den erwähnten Decimalbruch 0,567, ziehe 1,000 vom Quotienten ab $\left(\frac{1}{0{,}567} = 1{,}7635 - 1 = 0{,}7635\right)$ und der durch zehn multiplicirte Reſt 7,635 iſt die Brennweite der Flintglaslinſe. Wir müſſen hierauf aus der Tafel die Halbmeſſer der erſten und vierten Oberfläche für die daſelbſt angenommenen nächſt größeren und nächſt kleineren Zerſtreuungsverhältniſſe 0,55 und 0,60 beſtimmen. Hierzu haben wir

Gegebene Brechungsverhältniſſe	1,519 und	1,589.
Brechungsverhältniſſe der Tafel	1,524 und	1,585.
Unterſchiede	— 0,005	+ 0,004.

Die gegebene Brechung für das Crownglas iſt kleiner, für das Flintglas größer, als in der Tafel die angenommenen Brechungsverhältniſſe ſind, auf welche ſie gegründet iſt. Sucht man nun 0,55 gegenüber in der erſten Columne die Aenderungen der beiden Halbmeſſer auf, die einer Veränderung von + 0,010 in den beiden Brechungen entſprechen, ſo ergiebt ſich

	1ſte Oberfläche.	4te Oberfl.
Aenderung = + 0,010 im Crownglas	+ 0,0740	+ 1.0080.
Aenderung = + 0,010 im Flintglas	— 0,0011	— 0,5033.

Da aber die wirkliche Aenderung im Crownglas ſtatt +0,010, —0,005 und im Flintglas +0,004 iſt, ſo müſſen wir hiervon die Propo tionaltheile nehmen, indem wir im erſtern Fall das Vorzeichen verändern; auf dieſe Art finden wir die Aenderungen des erſten und letzten Radius:

	1ſte Oberfl.	4te Oberfl.
Für —0,005 Aender. im Crownglas	—0,0370	—0,5040.
Für +0,004 Aender. im Flintglas	—0,0004	—0,2013.
Totalveränderung aus beiden Urſachen	—0,0374	—0,7053.
Die Halbmeſſer aus der Tafel ſind	6.7184	14.5353.
folglich die interpolirten Halbmeſſer	6.6810.	13.8300.

Interpoliren wir auf ähnliche Art die beiden Halbmeſſer für das Zerſtreuungsverhältniß 0,60, ſo finden wir

	1ſte Oberfl.	4te Oberfl.
Für —0,005 Aender. im Crownglas	—0,0338	—0,5524.
Für +0,004 Aender. im Flintglas	+0.0015	—0.2264.
Totalveränderung	—0,0323	—0,7788.
Halbmeſſer der Tafel	6,7069	14,2937.
Interpolirte Halbmeſſer	6,6746	13,5149.

Hat man auf dieſe Art die Halbmeſſer erhalten, die den wirklichen Brechungen für die Zerſtreuungsverhältniſſe 0,55 und 0,60 zugehören, ſo braucht man nur ihre Werthe für das dazwiſchenliegende Verhältniß 0,567 durch Proportionaltheile zu beſtimmen; hierdurch wird

	1ſter Halbmeſſer.	2ter Halbmeſſer.
Für 0,600	6,6746	13,5149.
Für 0,550	6,6810	13,8300.
Unterſchied +0,050	—0,0064	—0,3151.

$$0,050 : 0,567 - 0,050 = -0,0064 : -0,0022$$

$$0,050 : 0,567 - 0,050 = -0,3151 : -0,1071$$

ſo daß daher

$$6,6810 - 0,0022 = 6,6788$$

$$13,8300 - 0,1071 = 13,7229$$

die wahren Halbmeſſer ſind, die den gegebenen Größen entſprechen. Wir haben alſo für die Crownglaslinſe, Brennweite $= 4,330 = \frac{1}{L'}$, Halbmeſſer der erſten Oberfläche $= 6.6788 = \frac{1}{R'}$, Bre-

chungsverhältniß $= 1{,}519 = \mu'$, alſo aus der Formel

$$L' = (\mu' - 1)\ (R' - R'')$$

den Halbmeſſer $\frac{1}{R''}$ der andern Oberfläche $= -3{,}3868$. Ferner wird für die Flintglaslinſe die Brennweite $\frac{1}{L''} = -7{,}635$, Halbmeſſer der hintern Oberfläche $= \frac{1}{R^{iv}} = -13{,}7729$, Brechungsverhältniß $\mu'' = 1{,}589$, woraus wir $\frac{1}{R'''} = -3{,}3871$ für den Halbmeſſer der andern Oberfläche finden. Die vier Halbmeſſer ſind auf dieſe Art für eine Brennweite von zehn Zoll gefunden, und multiplicirt man dieſelben mit 3, ſo haben wir für das vorgelegte Fernrohr

Halbmeſſer der	erſten	Oberfläche	$= +20{,}0364$	Zoll.
— —	zweiten	—	$= -10{,}1604$	—
— —	dritten	—	$= -10{,}1613$	—
— —	vierten	—	$= -41{,}1687$	—

472. Wir ſehen hieraus, daß die Halbmeſſer der beiden innern Oberflächen der doppelten Linſe (Fig. 108) kaum um mehr als den tauſendſten Theil eines Zolles verſchieden ſind, ſo daß, wenn man es für vortheilhaft hält, dieſelben zuſammengekittet werden können. Dieſes iſt nicht bloß ein zufälliges Zuſammentreffen für die beſondern Werthe der gegebenen Größen; werfen wir unſern Blick auf die Tabelle, ſo finden wir dieſe genäherte Gleichheit der innern Krümmungen (der zweiten und dritten Oberfläche) auf eine merkwürdige Art für die ganze Ausdehnung der Aenderung von ϖ. Die hier für Gläſer aus gewöhnlichen Materien vorgeſchlagene Zuſammenſetzung nähert ſich daher der von Clairaut vorgeſchlagenen ſehr.

473. Um dieſe Reſultate durch die Erfahrung zu erproben, ließ ſich South ein achromatiſches Fernrohr nach dieſer Zuſammenſetzung von Tulley, einem der beſten engliſchen Künſtler verfertigen, welches ſich jetzt im Beſitze von J. Moore in Lincoln befindet. Seine Brennweite war 45 Zoll, die Oeffnung $3\frac{1}{4}$, und die Ausführung deſſelben war der Erwartung völlig angemeſſen, indem es eine dreihundertmalige Vergrößerung bei vollkommener Deutlichkeit vortrug, und ſehr leicht eine Menge Doppelſterne trennte.

Digitized by Google

Eine mehr ins Einzelne gehende Darſtellung der Zuſammenſetzung deſſelben findet ſich im Journal of the Royal Institution No. 26. Sollte das glänzende Beiſpiel Fraunhofers befolgt werden, und würde ſich der praktiſche Optiker inskünftige genau nach der Theorie richten, die auf genaue Meſſungen der brechenden Kräfte ſeiner Glasarten rückſichtlich der verſchieden gefärbten Glasarten gegründet iſt, ſo wird es nothwendig ſeyn, vorige Tafel noch weiter zu entwickeln.

474. Wendet man drei brechende Mittel bei der Verfertigung von Objectivgläſern an, ſo ſollte man ſich es als Zweck vorſetzen, einen Unterſchied zu erhalten, der rückſichtlich ihrer Wirkung auf verſchieden gefärbte Strahlen, ſo groß als möglich iſt. Dr. Blair, dem wir die erſte ausgedehnte Unterſuchung über die zerſtreuenden Kräfte der Mittel als phyſikaliſches Kennzeichen verdanken, und der zuerſt die Nothwendigkeit einſah, die ſecundären Farbenbilder aufzuheben, auch hierzu die Mittel angab, iſt bis jetzt der einzige geweſen, der auf dieſen Theil der praktiſchen Optik viel Mühe verwandt hat; dieß iſt ſehr zu bedauern, wenn man den glücklichen Erfolg betrachtet, und die Vollkommenheit der Fernröhre, die nach ſeinen Principien verfertigt ſind. Wir können freilich nicht glauben, daß aus den ſchon angeführten Urſachen ſehr große Objectivgläſer mit Flüſſigkeiten gefüllt, je brauchbar werden können; um aber Gläſer von mäßigen Dimenſionen vollkommener zu machen, und ſie dahin zu bringen, daß ſie eine ſtärkere Vergrößerung vertragen, iſt rückſichtlich der Ausübung kaum weniger wichtig. Seine Verſuche findet man in den Transactions of the Royal Society of Edinburgh 1791. Wir können hier bloß einen kurzen Auszug geben.

475. Nachdem Dr. Blair zuerſt entdeckt hatte, daß die ſecundären Franzen von ungleicher Breite ſind, wenn binäre achromatiſche Verbindungen angewendet werden, die gleiche totale Brechungen hervorbringen, ſo kam er unmittelbar auf den Gedanken, daß wenn man zwei ſolche Verbindungen, die in entgegengeſetzter Richtung wirken, anwendet, ſo würde der herausfahrende Strahl nicht abgelenkt, und das primäre Spectrum aufgehoben werden, wenn die Brechungen gleich groß ſind; allein ein ſecundäres Farbenbild wird übrigbleiben, welches dem Unterſchiede der ſecundären Farbenbilder bei beiden Verbindungen gleich iſt. Vermehren wir daher, durch eine ähnliche Schlußfolge bewogen, als welche uns

zur Verbeſſerung des primären Farbenbildes leitete, die totale Brechung derjenigen Verbindung A, die unter übrigens gleichen Umſtänden das kleinſte ſecundäre Farbenbild giebt, ſo werden die ſecundären Farben derſelben ebenfalls vermehrt werden; bis ſie denen der andern Verbindung B gleich werden, ſo daß der herausfahrende Strahl völlig frei von ſecundären Farbenbildern ſeyn wird, und im Ganzen genommen zu Gunſten der Verbindung A abgelenkt wird. Auf dieſe Schlüſſe geſtützt, verfertigte Dr. Blair ein zuſammengeſetztes oder binäres achromatiſches convexes Glas A (Fig. 109) aus zwei Flüſſigkeiten a und b (zwei ätheriſche Oele, wie z. B. Terpenthinöl und Naphtha, die in ihrer Zerſtreuungskraft ſehr von einander verſchieden ſind), welches, wenn es einzeln unterſucht wurde, eine größere Brechungskraft auf die grünen Strahlen, als auf die verbundenen rothen und violetten ausübte. Er verfertigte auch eine zweite binäre Linſe B, welche concav und ebenfalls achromatiſch war (d. h. deren primäres Farbenbild aufgehoben wurde), welche aus einem ſtärker zerſtreuenden Oel b und Glas beſtand, und in der die grünen Strahlen auch ſtärker als die vereinigten rothen und violetten gebrochen wurden, aber rückſichtlich der ganzen Ablenkung in größerm Maße, als in der andern Verbindung; genau in demſelben Grade wurde die Brennweite dieſer Linſe vermehrt, oder ihre Brechung vermindert, wenn man ſie mit der Verbindung A verglich. Setzte man daher dieſe beiden Linſen an einander, wie Fig. 109, ſo blieb ein Ueberſchuß von Brechung zu Gunſten der convexen Verbindung, aber ihre ſecundären Farbenbilder, welche gleich und entgegengeſetzt ausfielen (da die Linſen von entgegengeſetzter Beſchaffenheit waren), wurden völlig aufgehoben. Er ſagt, daß bei einer ſo conſtruirten Linſe durchaus keine Farbe zu entdecken war, und er ſchloß daraus, daß nicht bloß die rothen, grünen und violetten Strahlen vereinigt wurden, ſondern auch alle übrigen, da gar kein Reſt von blauer oder gelber Farbe zu ſehen war. Setzt man die Linſen an einander, ſo kann man die dazwiſchen befindlichen ebenen Gläſer ganz weglaſſen, wie in Fig. 110.

476. Bei dieſen Unterſuchungen wurde Dr. Blair zu der Erkenntniß gebracht, daß es möglich ſey binäre Verbindungen zu machen, die ſecundäre Farbenbilder von entgegengeſetztem Charakter beſitzen, d. h. bei denen die Ordnung der Farben in den ſecundären Farbenbildern umgedreht wird, während die ganze Brechung in ei=

nerlei Sinn geſchieht. Mit andern Worten, er erkannte, daß während bei einigen Verbindungen die grünen Strahlen ſtärker als die verbundenen rothen und blauen gebrochen werden, in andern Verbindungen das Gegentheil ſtattfindet. Er fand z. B. daß, während bei den meiſten ſtark zerſtreuenden Mitteln, die metalliſche Auflöſungen enthalten, das Grün ſich unter den weniger brechbaren Farben des Spectrum befand, doch ſehr ſtark zerſtreuende Mittel vorhanden ſind, bei denen das Umgekehrte der Fall iſt. Unter dieſen befindet ſich die Salzſäure. Bei binären Verbindungen von Glas und dieſer Säure beſteht daher das ſecundäre Spectrum aus Farben, die eine entgegengeſetzte Lage von den Farben haben, die durch Glas und Oele, oder durch Crownglas und Flintglas gebildet werden. Es müſſen daher, wenn man ein Objectivglas aus zwei binären Verbindungen bilden will, wie ſie im letzten Paragraph beſchrieben ſind, beide einen convexen Charakter beſitzen. Dieß giebt aber keinen beſondern Vortheil. Dr. Blair betrachtete jedoch die Sache aus einem andern viel wichtigern Geſichtspunkte, vermöge deſſen er die Anwendung eines dritten brechenden Mittels völlig umging, und durch eine einzige binäre Verbindung eine völlig farbenfreie Brechung hervorbrachte. Die Ordnung und Vertheilung der Farben im Spectrum, ſo wie die vollſtändige Brechung und Zerſtreuungskraft des Mittels, ſchien ihm nämlich bloß von der chemiſchen Beſchaffenheit dieſes Mittels abzuhängen, ſo daß, wenn man die Ingredienzien eines Mittels gehörig änderte, es ohne große Aenderung der totalen Brechung und Zerſtreuung möglich wurde, eine bedeutende Veränderung im Innern des Farbenbildes (um dieſen Ausdruck zu gebrauchen) hervorzubringen, und daher ein zuſammengeſetztes brechendes Mittel zu verfertigen, bei dem die ſieben Farben Räume einnehmen, die von einem gewiſſen gegebenen Geſetz abhängen (wenigſtens zwiſchen Gränzen). Könnte man nun ein Mittel hervorbringen, welches dieſelbe Zerſtreuungsſkale, oder daſſelbe Geſetz der Vertheilung der Farben als das Crownglas, mit einer verſchiedenen abſoluten Zerſtreuung beſitzt, ſo würde, wie wir ſchon geſehen haben, der Vollkommenheit eines doppelten Objectivglaſes nichts im Wege ſtehen. Die ſo eben erwähnte Eigenſchaft der Salzſäure ſetzt dieß in unſere Gewalt.

Man hat bemerkt, daß das Daſeyn eines Metalls, z. B. Antimonium in einer Flüſſigkeit, während es derſelben eine größere

brechende und zerſtreuende Kraft mittheilt, zugleich den brechbarern Theil des Farbenbildes verhältnißmäßig mehr ausdehnt. Das Daſeyn der Salzſäure bringt im Gegentheil eine entgegengeſetzte Wirkung hervor. Hieraus ſchloß Dr. Blair, daß wenn man Salzſäure mit Metallauflöſungen vermiſchte, ſo könnte man ein brechendes Mittel erhalten, das die verlangte Eigenſchaft beſitzt, und bei einem Verſuch fand er, das dieß der Fall war. Die angewendeten Metalle waren Antimonium und Queckſilber, und um ſich vom Daſeyn einer hinreichenden Menge von Salzſäure zu verſichern, gebrauchte er ſie im Zuſtand von ſalzſauren Verbindungen in Waſſer aufgelöst, oder bei dem Queckſilber in einer Auflöſung von Ammoniakſalz, welches eine Verbindung von Ammonium und Salzſäure iſt, und die eine größere Menge von ätzendem Sublimat aufzulöſen vermag, als Waſſer allein. Indem er Salzſäure zu Spießglanzbutter, oder Ammoniak zur Mercurialauflöſung ſetzte, erhielt er ein Farbenbild, in welchem die Strahlen daſſelbe Zerſtreuungsgeſetz, als bei dem Crownglas befolgten, und das ſecundäre Spectrum ſogar im entgegengeſetzten Sinn verbeſſerten, ſo daß er die vollkommene Aufhebung deſſelben völlig in ſeiner Gewalt hatte. Es war nur noch übrig, ein Objectivglas nach dieſen Grundſätzen zu conſtruiren. Fig. 111 iſt ein ſolches, bei welchem trotz der Brechung an den Gränzen des Glaſes und der Flüſſigkeit die chromatiſche Abweichung nach der Verſicherung des Dr. Blair völlig aufgehoben wurde, und die Strahlen von verſchiedenen Farben aus ihrem gradlinigen Wege mit derſelben Genauigkeit, als bei der Zurückwerfung, abgelenkt wurden.

477. Dr. Blair hat dieſe intereſſanten Verſuche ſo weit ausgedehnt, daß er uns verſichert, er habe ein Objectivglas von neun Zoll Brennweite und drei Zoll Oeffnung verfertigt, ein Umſtand, welchen kein Künſtler je mit Glaslinſen zu erreichen glauben könnte, und wir können dieſe Darſtellung ſeiner Arbeiten nicht ſchließen, ohne den Wunſch hinzuzufügen, der bei einer ähnlichen Gelegenheit ſchon von Dr. Brewſter geäußert wurde, daß dieſer Theil der praktiſchen Optik mit aller Aufmerkſamkeit von ſolchen Künſtlern wieder aufgenommen werden möge, die die Mittel in Händen haben, alle nöthigen Verſuche anzuſtellen. Könnte man feſte Körper von ſolchen Eigenſchaften entdecken, ſo würde das Fernrohr ein ganz neues Inſtrument werden.

478. Dieſe Verſuche von Dr. Blair leiten zu dem merkwür-

Digitized by Google

digen Schluß, daß an der gemeinſchaftlichen Oberfläche zweier brechenden Mittel ein weißer Strahl ohne Zerlegung in ſeine gefärbten Elemente gebrochen werden kann. Sind μ und μ' die Brechungsverhältniſſe für irgend einen Strahl, z. B. den äußerſten rothen, ſo iſt $\frac{\mu'}{\mu}$ das relative Brechungsverhältniß für dieſen Strahl, und $\frac{\mu' + \delta\mu'}{\mu + \delta\mu}$ das für einen andern. Sind dann die brechenden und die zerſtreuenden Kräfte der Mittel ſo beſchaffen, daß $\frac{\mu' + \delta\mu'}{\mu + \delta\mu} = \frac{\mu'}{\mu}$ oder $\mu\,\delta\mu' = \mu'\,\delta\mu$, d. h. $\frac{\delta\mu}{\delta\mu'} = \frac{\mu}{\mu'}$, und findet außerdem dieſe Relation im ganzen Farbenbilde ſtatt, d. h. ſind die Incremente der Brechungsverhältniſſe, indem man vom Roth zum Violett des Spectrum übergeht, den Brechungsverhältniſſen ſelbſt proportional, ſo iſt das relative Brechungsverhältniß für alle Strahlen daſſelbe, und es findet keine Zerſtreuung ſtatt. Dieß giebt nun eine Relation zwiſchen den zerſtreuenden und brechenden Verhältniſſen der beiden Mittel, nämlich:

$$\frac{p'}{p} = \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\mu - 1}{\mu' - 1} = \frac{1 - \frac{1}{\mu}}{1 - \frac{1}{\mu'}}$$

und außer dieſer Bedingung muß die Zerſtreuungsſkale in beiden Mitteln dieſelbe ſeyn. Je nachdem die Zerſtreuungen auf die eine oder die andere Weiſe von dieſer genauen Anordnung abweichen, wird der violette Strahl an der gemeinſchaftlichen Oberfläche beider Mittel mehr oder weniger gebrochen.

479. Wir werden die Theorie der achromatiſchen Objectivgläſer mit einer Aufgabe von großer praktiſcher Wichtigkeit beſchließen, da uns dieſelbe in den Stand ſetzt, eine vollkommene Aufhebung der Farbe hervorzubringen, nachdem man ſchon einen genäherten Grad von Achromatismus erlangt hat, ohne eine Aenderung in den Brennweiten oder Krümmungen der Linſen zu machen, bloß dadurch, daß man ſie in einer größern oder geringern Entfernung von einander aufſtellt.

Aufgabe. Die Bedingung des Achromatismus auszudrücken, wenn die beiden Linſen des doppelten Objectivglaſes in der Entfernung

nung t ſich von einander befinden. Nimmt man die Bezeichnung §. 251 und 268 wieder vor, ſo haben wir

$$f'' = L' + D;\; f^{IV} = L'' + \frac{f''}{1 - f''t.};$$

$$\delta f'' = \delta L';$$

und

$$\delta f^{IV} = \delta L'' + \frac{\delta f''}{(1 - f''t)^2}$$

$$= \delta L'' + \frac{\delta L'}{\{1 - t(L' + D)\}^2}$$

Soll nun die Verbindung achromatiſch ſeyn, ſo muß $\delta f^{IV} = 0$ werden, und da t, D conſtant ſind, und L′, L″ ſich nur mit den Brechungsverhältniſſen μ', μ'' ändern, ſo haben wir $\delta L' = (R' - R'')$ $\delta \mu' = \frac{\delta \mu'}{\mu' - 1} L' = p' L'$, und auf ähnliche Art $\delta L'' = p'' L''$, ſo daß wir durch Subſtitution erhalten:

$$\{1 - t(L' + D)\}^2 + \frac{p'}{p''} \cdot \frac{L'}{L''} = 0.$$

480. Dieß iſt die Bedingung des Achromatismus; da ſie von D abhängt, ſo ſieht man, daß wenn die Linſen eines Objectivglaſes nicht ganz an einander ſind, ſo hört es für nahe Objecte auf achromatiſch zu ſeyn, obgleich für entfernte die Farben völlig aufgehoben werden. Das Auge kann daher nicht für alle Entfernungen achromatiſch ſeyn, da die Linſen deſſelben in Vergleich mit den Brennweiten ſehr dick ſind, und daher doch, obgleich ihre an einander liegenden Seiten in Berührung ſtehen, beträchtliche Zwiſchenräume zwiſchen ihnen liegen.

481. Für parallele Strahlen wird die Gleichung

$$p'' L'' (1 - tL')^2 = - p' L';$$

folglich können die Zerſtreuungen und Kräfte der Linſen, wenn ihr Zwiſchenraum t gegeben iſt, aus der Formel

$$t = \frac{1}{L'} \left\{ 1 - \sqrt{- \frac{p'}{p''} \cdot \frac{L'}{L''}} \right\}$$

gefunden werden.

482. Liegen die Linſen ganz an einander, ſo iſt die Bedingung des Achromatismus, wie wir ſchon geſehen haben,

$$- \frac{p'}{p''} \cdot \frac{L'}{L''} = 1.$$

Sobald daher dieſer Bruch kleiner als die Einheit iſt, d. h. ſobald die Kraft L″ des concaven oder Flintglaſes (welches hier das zweite ſeyn ſoll) zu groß iſt, oder wenn, wie die Optiker es nennen, die Farbe mehr als verbeſſert iſt, ſo kann das Objectivglas achromatiſch gemacht werden, ohne daß man die Gläſer wieder ſchleift, bloß dadurch, daß man die Linſen trennt; denn in dieſem Fall iſt die Größe unter dem Wurzelzeichen kleiner als die Einheit, und daher t poſitiv, eine Bedingung, ohne welche die Strahlen nicht auf die angenommene Weiſe gebrochen werden könnten.

483. Außerdem giebt dieß ein praktiſches und ſehr leichtes Mittel an die Hand, mit der größten Genauigkeit das Zerſtreuungsverhältniß der beiden brechenden Mittel zu beſtimmen. Es möge eine convexe Crownglaslinſe mit Willen von einer concaven Flintglaslinſe zu ſtark verbeſſert werden, und man hebe die Farbe dadurch auf, daß man die Linſen trennt. Man meſſe ihre Brennweiten $\frac{1}{L'}$ und $\frac{1}{L''}$, ſo wie den Zwiſchenraum t in dieſem Zuſtand, und man erhält ſogleich für das Zerſtreuungsverhältniß ϖ

$$\varpi = \frac{p'}{p''} = - \frac{L''}{L'} (1 - tL')^2.$$

---

§. III. Von der Verſchluckung oder Auslöſchung des Lichts in nicht kryſtalliſirten Mitteln.

484. Die Durchſichtigkeit iſt die Eigenſchaft, vermöge welcher die Lichtſtrahlen frei durch die Subſtanz der Körper, oder zwiſchen den Molleculen derſelben hindurchgehen können, und die Durchſichtigkeit iſt größer oder kleiner, je nachdem ein mehr oder minder beträchtlicher Theil des Lichts ſeinen Weg durch die Materie hindurch fortſetzen kann. Unter denjenigen Mitteln, welche aus ponderabler Materie beſtehen, kennen wir keines, das vollkommen durchſichtig wäre. Ob nun die Strahlen bei ihrem Durchgange durch die Mittel die Körpertheilchen wirklich treffen und dadurch zurückgeworfen werden, oder, wenn dieſe Vorſtellungsart für den jetzigen Zuſtand der Wiſſenſchaft etwas zu grob erſcheinen ſollte, ob dieſe Strahlen ohne wirkliches Zuſammenſtoßen durch Kräfte, die in den kleinſten

Theilchen der Körper wirken, aufgehalten und zurückgeſtoßen werden, ſo iſt doch ſo viel gewiß, daß ſelbſt bei den durchſichtigſten und dünnſten Mitteln, wie z. B. Luft, Waſſer, Glas, ein eingedrungener Lichtſtrahl nach und nach an Stärke abnimmt, je tiefer er hineindringt, und zuletzt ſo ſchwach iſt, daß er auf unſere Sinneswerkzeuge gar keinen Einfluß mehr ausüben kann. So iſt z. B. auf dem Gipfel hoher Berge dem Auge eine viel größere Menge Sterne ſichtbar als in den Ebenen an ihrem Fuße, indem das ſchwache Licht der kleinern bei ſeinem Durchgang durch die tiefern Schichten der Atmoſphäre zu ſehr verringert wird, als daß es dem Auge ſichtbar bleiben könnte. So hören auch die Gegenſtände in großen Tiefen unter dem Waſſer auf ſichtbar zu ſeyn, wenn auch das Waſſer von allen ſichtbaren Unreinigkeiten frei iſt. Dr. Olbers hat ſogar angenommen, daß daſſelbe auch bei den imponderabeln Materien ſtattfindet, die ſich vielleicht in dem Himmelsraum befinden, und ſieht dieß als die Urſache an, daß wir auch mit den wirkſamſten Fernröhren nur ſo wenig Sterne ſehen (nicht mehr als fünf bis zehn Millionen). Wahrſcheinlich wird es uns noch lange an Hülfsmitteln fehlen, dieſe ſonderbare Lehre zu beſtätigen oder zu widerlegen.

485. Obgleich kein Körper in der Natur vollkommen durchſichtig iſt, ſo ſind ſie auf der andern alle in gewiſſem Maße durchſichtig. Eins der dichteſten Metalle, Gold, kann wirklich ſo dünn geſchlagen werden, daß das Licht durch daſſelbe hindurchgeht, und daß daſſelbe durch die Subſtanz des Metalls geht, und nicht durch Riſſe und Löcher, die vielleicht zu klein wären, als daß ſie das Auge entdecken könnte, ſieht man an der Farbe des durchgelaſſenen Lichts, welches grün iſt, wenn ſelbſt das einfallende Licht weiß wäre. Der undurchſichtigſte aller Körper, Kohle, iſt in einem andern Aggregationszuſtande als Diamant, einer der durchſichtigſten, und alle farbigen Körper, wie tief auch ihre Färbung ſeyn mag, und wie dunkel ſie auch erſcheinen mögen, müſſen nothwendigerweiſe durch Strahlen ſichtbar werden, die in ihre Subſtanz eindringen; denn würden dieſelben an ihrer Oberfläche zurückgeworfen, ſo würden ſie weiß erſcheinen. Würden die Farben der Körper bloß an der Oberfläche hervorgebracht, ſo würde keine Aenderung der Dicke derſelben ihre Färbung verändern; allein dieß iſt ſo wenig der Fall, daß vielmehr alle Körper, wie ſtark auch ihre Färbung ſeyn mag, durch Verminderung ihrer Dicke bläſſer werden. So haben die aus

Digitized by Google

gefärbten Körpern bereiteten Pulver, oder der von denſelben auf harten Körpern, an denen ſie gerieben werden, zurückgelaſſene Strich viel blaſſere Farben, als dieſelben Körper in Maſſe genommen.

486. Dieſe nach und nach ſtattfindende Abnahme in der Intenſität eines durch durchſichtige Mittel gehenden Strahls heißt die **Verſchluckung** deſſelben. Sie wirkt nicht auf alle Farbenſtrahlen mit gleicher Kraft, indem immer einige derſelben vorzugsweiſe verſchluckt werden, und hierdurch entſtehen die verſchiedenen Farben der Körper, wenn ſie vermittelſt des durchgehenden Lichts geſehen werden. Ein durch ein völlig durchſichtiges Mittel gehender weißer Strahl ſollte bei ſeinem Heraustreten dieſelbe proportionale Lichtmenge aller gefärbten Strahlen enthalten, weil das an der vordern und hintern Fläche zurückgeworfene Licht farblos iſt, allein in der Natur bemerkt man nie einen ſolchen vollkommenen Mangel an Farben. Jeder verſchiedene Strahl des Farbenbildes hat für jede durchſichtige Materie ſein eigenes **Durchſichtigkeitsverhältniß**, gerade ſo, wie das Brechungsverhältniß für andere Strahlen und andere Mittel verſchieden ausfällt.

487. Die auffallendſte Methode, durch welche man dieſe verſchiedene Kraft der Verſchluckung bei einem und demſelben durchſichtigen Mittel für verſchieden gefärbte Strahlen nachweiſen kann, beſteht darin, daß man durch ein ebenes und polirtes Stück Smalteglas von blauer Farbe das Bild einer ſchmalen Lichtlinie betrachtet (wie z. B. den Ritz in einem Fenſterladen in einem dunklen Zimmer), welches durch ein Prisma gebrochen wird, deſſen Kante parallel mit der Lichtlinie liegt, und welches ſich in der Lage der kleinſten Abweichung befindet. Iſt das Glas ſehr dünn, ſo ſieht man alle Farben; iſt es aber von mäßiger Dicke, z. B. $\frac{1}{20}$ Zoll, ſo erhält das Spectrum ein ſonderbares und auffallendes Anſehen. Es erſcheint aus verſchiedenen Stücken zuſammengeſetzt, die durch breite und völlig ſchwarze Zwiſchenräume getrennt ſind, indem die Strahlen, die dieſen Stellen im vollkommenen Farbenbilde entſprechen, völlig verlöſcht ſind. Wendet man eine geringere Dicke an, ſo ſind die Räume, anſtatt vollkommen ſchwarz zu ſeyn, ſchwach und unregelmäßig erleuchtet, indem einige Theile weniger als die andern geſchwächt werden. Vermehrt man im Gegentheil die Dicke, ſo werden die ſchwarzen Zwiſchenräume breiter, bis endlich alle Farben

zwiſchen dem äußerſten Roth und dem äußerſten Violett vollkommen zerſtört ſind.

488. Die einfachſte Hypotheſe, die wir über die Auslöſchung des homogenen Lichts, welches durch ein homogenes Mittel geht, aufſtellen können, beſteht darin, daß für jede gleich große Dicke des durchlaufenen Mittels ein gleicher aliquoter Theil des Lichts, welches bisher der Verſchluckung entgangen iſt, verſchluckt wird. Fallen z. B. 1000 rothe Strahlen auf ein grünes Glas, und werden davon 100 verſchluckt, nachdem ſie $\frac{1}{10}$ Zoll Tiefe erreicht haben, ſo bleiben 900 übrig, und von dieſen werden bei dem nächſten Zehntel 90 verſchluckt, wodurch 810 übrigbleiben, von welchen bei dem dritten Zehntel wieder 81 verſchluckt werden, und 729 übrigbleiben u. ſ. w. Mit andern Worten, die nicht verſchluckte Lichtmenge vermindert ſich in geometriſcher Progreſſion, während die Dicke in arithmetiſcher zunimmt. Nimmt man daher die Einheit für die Menge der einfallenden Strahlen, und y für die Menge derjenigen Strahlen, welche übrigbleiben, nachdem die Einheit des Weges durchlaufen iſt, ſo iſt die übrigbleibende Lichtmenge y^t für den zurückgelegten Weg $= t$. Dieß ſetzt nur voraus, daß die Lichtſtrahlen, nachdem ſie eine Schicht des durchſichtigen Mittels durchlaufen haben, nicht in einen andern Zuſtand verſetzt werden, vermöge deſſen ſie die folgenden Schichten leichter durchlaufen können. Hierbei iſt y nothwendig ein ächter Bruch, und hängt ſowohl von der Natur des Strahls als des Mittels ab. Bedeutet daher C die Anzahl der Strahlen des äußerſten Roth in einem weißen Lichtſtrahl, C' die nächſten von etwas größerer Brechbarkeit u. ſ. w., ſo wird der durchgelaſſene Strahl, nachdem er die Tiefe t erreicht hat, durch

$$Cy^t + C'y'^t + C''y''^t + \ldots\ldots$$

ausgedrückt, wo jedes Glied die Intenſität des entſprechenden beſondern Strahls, oder ſein Verhältniß zum weißen Strahl, der durch $C + C' + C'' + \ldots\ldots$ ausgedrückt wird, angiebt.

489. Es iſt hieraus einleuchtend, daß genau genommen, eine vollſtändige Verſchluckung des Lichts bei keiner endlichen Dicke des Strahls ſtattfinden kann; aber iſt der Bruch y für irgend einen Strahl nur klein, ſo wird eine mäßige Vermehrung der Dicke, die als Exponent vorkommt, den Bruch y^t auf eine unmerkliche Größe herabſetzen. So wird in dem oben betrachteten Fall, wo ein Zehntel Zoll von grünem Glaſe nur ein Zehntel der rothen Strahlen zer-

ſtört, ein ganzer Zoll nur $\left(\frac{9}{10}\right)^{10}$ oder 304 von tauſend durchlaſſen, während dieſe Dicke zehnmal genommen, oder 10 Zoll, nur $\left(\frac{9}{10}\right)^{100} = 0{,}0000266$ oder 3 Strahlen von 100000 durchläßt, welches beinahe der völligen Undurchſichtigkeit gleichkommt.

490. Iſt x das Brechungsverhältniß irgend eines Strahls im Waſſerſpectrum, ſo können wir y als eine Function von x betrachten, und errichten wir auf der Linie RV (Fig. 112), die die ganze Länge des Waſſerſpectrum darſtellt, die Ordinaten RR′, MN, VV′, die ſowohl unter einander als der Einheit gleich ſind, ſo wie auch die andern Ordinaten Rr, MP, Vv, die die Werthe von y für die dieſen Punkten entſprechenden Strahlen darſtellen, ſo iſt die Curve rPv oder der Ort von P ein geometriſches Bild der Wirkung des Mittels auf das Spectrum, und die grade Linie R′, N, V′ wird eine ähnliche Darſtellung eines vollkommen durchſichtigen Mittels ſeyn. Findet dieß nun ſtatt, wenn die Dicke des Mittels $= 1$ iſt, und nehmen wir $MP' : MP = MP : MN$ und $MP'' : MP' = MP' : MP$ u. ſ. w., ſo werden die geometriſchen Oerter von P′, P″ die Curven ſeyn, welche die Strahlenmenge angeben, die bei der Dicke 2, 3 u. ſ. w. durch daſſelbe Mittel hindurchgehen. Daſſelbe findet für dazwiſchenliegende Dicken, oder für ſolche, die kleiner als 1 ſind, ſtatt, wie z. B. die Curve $\varrho\pi v$.

491. Wie nun auch die Farbe eines Mittels beſchaffen ſeyn mag, ſo läßt es doch alle Strahlen hindurch, wenn die Dicke unendlich klein iſt; denn wenn $t = o$, ſo iſt $y^t = 1$, wie auch y beſchaffen ſeyn mag, und die Curve $\varrho\pi v$ nähert ſich immer mehr der Linie R′NV′. Es ſind daher alle dünnen Glasblaſen aus gefärbtem Glaſe farblos, ſo wie auch der Dampf von gefärbten Flüſſigkeiten.

492. Wenn hingegen das Mittel auch nur im geringſten Grade einige Strahlen leichter durchgehen läßt, als andere, ſo kann das Mittel ſo dick gemacht werden, daß es jede beliebige Färbung erhält; denn iſt y auch nur ein wenig kleiner als die Einheit, und finden zwiſchen den Werthen von y für verſchiedene Strahlen auch nur die geringſten Unterſchiede ſtatt, ſo können wir durch die Vermehrung von t, y^t ſo klein machen, als wir wollen, und das Verhältniß von y^t zu y'^t von der Einheit beliebig abweichen laſſen.

493. Bei ſehr dunkelgefärbten Mitteln ſind alle Werthe von

y ſehr klein. Wären ſie gleich groß, ſo würde das Mittel bloß das Licht aufhalten, ohne den hindurchgehenden Strahl zu färben, allein für jetzt kennt man keine ſolchen Mittel.

494. Hat die Curve r P v, die irgend ein verſchluckendes Mittel darſtellt, an einer Stelle des Farbenbildes ein Maximum, z. B. im Grün (Fig. 113), ſo wird dieſe Farbe vorherrſchend, in welchem Verhältniß auch die andern Farben vorkommen, wenn man die Dicke genugſam vermehrt, und die letzte Färbung des Mittels, oder der letzte Strahl, den daſſelbe durchzulaſſen im Stande iſt, wird ein reines homogenes Licht von der beſondern Brechbarkeit, der die größte Ordinate entſpricht. So werden grüne Gläſer durch die Vermehrung ihrer Dicke dunkler, wie in Fig. 113, während gelbe Gläſer, wie in Fig. 114, ihre Farbe durch Verdoppelung ändern, und durch Braun in Roth übergehen.

495. Dieſe Aenderung der Farbe durch Vermehrung der Dicke iſt kein ungewöhnliches Phänomen, und obgleich es anfangs etwas parador ſcheint, ſo iſt es doch eine nothwendige Folgerung aus der hier angegebenen Theorie. Verſchließt man eine ſtarke Auflöſung von Saftgrün, oder noch beſſer von ſalzſaurem Chrom, in ein dünnes Glas, und betrachtet durch den dünnſten Theil ein weißes Papier, oder das weiße Wolkenlicht, ſo erſcheint es mit einer ſchönen grünen Farbe; allein wenn wir nach und nach durch eine größere Dicke der Flüſſigkeit hindurchſehen, ſo wird das Grün ſchwarzgelb, und geht durch eine bräunliche Färbung in Blutroth über. Um dieß einzuſehen, müſſen wir bemerken, daß die Curven, welche die verſchiedenen verſchluckenden Mittel ausdrücken, die ſonderbarſten Geſtalten annehmen können, und ſehr oft verſchiedene Maxima und Minima haben, die eben ſo viel verſchiedenen Farben entſprechen. Die beſagte grüne Flüſſigkeit hat zwei Maxima, wie in Fig. 115, von denen das eine dem äußerſten Roth, das andere dem Grün angehört, aber die abſoluten Längen der größten Ordinaten ſind verſchieden, indem das Roth größer iſt. Da aber das äußerſte Roth ein ſehr ſchwach leuchtender Strahl iſt, während auf der andern Seite das Grün viel Lebhaftigkeit beſitzt und ſtark auf das Auge wirkt, ſo herrſcht das Letztere vor, und läßt das Erſtere gar nicht merklich werden, und erſt wenn die Dicke der Subſtanz ſo vermehrt wird, daß die dunkelrothen Strahlen das Uebergewicht erhalten, und ihre Nebenbuhler gleichſam unterdrücken, wie die unterſte der punktirten

Linie in der Figur zeigt, bemerken wir ihren Einfluß. Um dieß durch ein Zahlenbeiſpiel zu erläutern, wollen wir z. B. annehmen, das Durchſichtigkeitsverhältniß oder der Werth von y für ſalzſaures Chrom ſey für die äußerſten rothen Strahlen 0,9, für die mittlern rothen, orangen und gelben 0,1, für grüne 0,5, und für blaue, dunkelblaue und violette 0,1; außerdem beſtehe ein Bündel weißen Lichts von 10000 Strahlen, die alle gleich ſtark leuchten, aus folgenden Verhältniſſen der verſchieden gefärbten Strahlen:

Aeußerſtes Roth . . .	200	Strahlen.
Roth und Orange . . .	1300	—
Gelb	3000	—
Grün	2800	—
Blau	1200	—
Dunkelblau	1000	—
Violett	500	—

Nachdem dieſelben einen Raum in dem Mittel durchlaufen haben, der der Einheit gleich iſt, werden die Verhältniſſe des durchgelaſſenen Strahls:

Aeußerſtes Roth . . .	180	Strahlen.
Roth und Orange . . .	130	—
Gelb	300	—
Grün	1400	—
Blau	120	—
Dunkelblau	100	—
Violett	50	—

Haben dieſelben eine zweite Einheit des Weges zurückgelegt, ſo werden dieſe Verhältniſſe:

Aeußerſtes Roth . . .	162	Strahlen.
Roth und Orange . . .	13	—
Gelb	30	—
Grün	700	—
Blau	12	—
Dunkelblau	10	—
Violett	5	—

und nach einer dritten, vierten, fünften und ſechsten Einheit:

Aeußerſtes Roth	146;	131;	118;	106;
Roth und Orange . .	1;	0;	0;	0;
Gelb	3;	0;	0;	0;

Grün	350;	175;	87;	43;
Blau	1;	0;	0;	0;
Dunkelblau	1;	0;	0;	0;
Violett	0;	0;	0;	0;

Wir ſehen hieraus, daß bei dem erſten Durchgange das Grün ein bedeutendes Uebergewicht hat; nach der zweiten bleibt es immer noch die am meiſten zu unterſcheidende Farbe, aber nach dem dritten wird das Verhältniß der rothen Farbe groß genug, daß ſie die Reinheit der Färbung aufhebt. Der vierte Durchgang hebt alle andern Farben gleichſam auf, und läßt eine neutrale Verbindung zwiſchen Roth und Grün, während bei allen folgenden Durchgängen das Roth immer mehr und mehr die Oberhand erhält, bis ſich endlich die Färbung nicht mehr von dem gleichförmigen Roth des äußerſten Endes des Farbenbildes unterſcheiden läßt.

496. Ob wir annehmen, daß die dunklern Theile des Farbenbildes aus weniger, aber gleich ſtark leuchtenden Strahlen beſtehen, oder ob ſie aus gleich viel, aber mit weniger Helligkeit leuchtenden Strahlen zuſammengeſetzt ſind, dieß kommt natürlich auf eins hinaus; allein die erſte Vorausſetzung hat den Vortheil, daß man bei derſelben eine numeriſche Schätzung anwenden kann. Bei dem hier gewählten Beiſpiel ſind die Zahlen auf gut Glück angenommen. Fraunhofer hat aber eine Reihe von Verſuchen ausſchließlich dazu angeſtellt, um die erleuchtende Kraft der verſchiedenen Theile des Farbenbildes auszumitteln. Dem gemäß hat er die Curve, Fig. 116, conſtruirt, deren Ordinaten die Erleuchtungskraft des Strahls in dem entſprechenden Theile des Farbenbildes, wo ſie errichtet ſind, oder die proportionale Anzahl der gleich ſtark leuchtenden Strahlen von dieſer Brechbarkeit in weißem Licht angeben. Wollten wir dieß bei unſerer geometriſchen Conſtruction berückſichtigen, ſo müßten wir für die Darſtellung des weißen Lichts, ſtatt einer graden Linie, wie in Fig. 112 bis 114, eine der Fig. 116 ähnliche Curve wählen, und die übrigen krummen Linien aus dieſer auf die angegebene Art ableiten. Da aber ſolche Darſtellungen nur zu dem Zwecke gewählt werden, um dem Auge auf einmal die ganze Wirkung des Mittels auf das Farbenbild zu zeigen, ſo würde dieß eher unvortheilhaft ſeyn.

497. Wir wollen ein anderes Beiſpiel nehmen. Unterſuchen wir verſchiedene Dicken des vorhin angegebenen Glaſes von blauer Smalte, ſo findet ſich die Färbung bei geringen Dicken rein blau.

Digitized by Google

Wächst die Dicke, ſo kommt etwas Purpurfarbe hinzu, die nach und nach röthlich wird, und endlich in ein tiefes Roth übergeht, allein hierzu wird eine ſehr große Dicke erfordert. Unterſuchen wir die Färbung durch ein Prisma, ſo finden wir, daß dieſes Mittel durch Fig. 117 dargeſtellt wird, welche vier größte Ordinaten beſitzt, von denen die größte dem äußerſten Roth entſpricht, und die ſo ſchnell abnimmt, daß dieſe Farbe beinahe iſolirt daſteht; die nächſte entſpricht einem mittlern Roth, die folgende dem mittlern Gelb, und die letzte dem Violett, indem die Ordinaten bis zu Ende des Spectrum wachſen. Gebrauchte man ein ſolches Glas von 0,042 Zoll Dicke, ſo trennte ſich der rothe Theil des Spectrum in zwei Theile, indem der am wenigſten gebrochene ein gut begränzter Streifen von homogenem rein rothem Licht war, der vom andern durch einen beträchtlich breiten, völlig ſchwarzen Streifen getrennt wurde. Dieſes zweite Roth war beinahe homogen, und war auf keine Art vom vorigen unterſchieden, da es nicht die geringſte orange Färbung beſaß. Die am ſtärkſten gebrochene Gränze deſſelben reichte beinahe bis an die ſchwarze Linie D des Farbenbildes. Eine kleine ſcharf begränzte ſchwarze Linie trennte dieß Roth vom Gelben, welches ein gut begränzter Streifen von ſehr großem Glanze und ſehr reiner Farbe war, deſſen Breite größer als die des erſten roth ausfiel, und auf der grünen Seite durch einen dunkeln, aber nicht ganz ſchwarzen Raum begränzt wurde. Das Grün war ſchwach und ſchlecht begränzt, allein das Violett ging mit ſehr wenig Verluſt hindurch. Eine doppelte Dicke (0,084 Zoll) verdunkelte das zweite Roth, ſchwächte ſehr das Gelb, und trennte es genau vom Grünen, welches ebenfalls ſehr ſchwach ausfiel. Das äußerſte Roth jedoch behielt faſt das ganze Licht, und das Violett wurde ſehr wenig geſchwächt. Wurden viel Gläſer an einander gelegt, ſo ging allein das äußerſte Roth und Violett hindurch.

498. Unter den durchſichtigen Mitteln, welche am häufigſten vorkommen, kann man zuerſt diejenigen unterſcheiden, deren Darſtellung vom Roth bis Violett regelmäßig abnehmende Ordinaten darbietet, oder welche die Strahlen mit einer Kraft verſchlucken, die in irgend einem directen Verhältniſſe mit dem Brechungsverhältniß ſteht. Bei rothen und ſcharlachnen Mitteln wächst die verſchluckende Kraft ſehr ſchnell, ſo wie wir vom Roth zum Violett übergehen. Bei gelben, orangen und braunen findet dieſes weniger ſtatt, aber

alle wirken mit großer Kraft auf die violetten Strahlen und vernichten ſie völlig. Bei zunehmender Dicke werden daher alle dieſe Mittel endlich roth. Beiſpiele ſind rothes, ſcharlachnes, braunes und gelbes Glas, Portwein, Aufguß von Safran, ſalzſaures Eiſen und Gold, Branntwein u. ſ. w.

499. Unter den grünen Mitteln haben die meiſten ein einziges Maximum, welches irgend einer der grünen Farben zugehört, und ihre Färbung erhält daher ein immer reineres Grün, je dicker ſie werden. Von dieſer Art ſind grüne Gläſer, grüne Auflöſungen von Kupfer, Nickel u. ſ. w. Sie verſchlucken beide Enden des Farbenbildes mit großer Kraft, jedoch mehr das rothe, wenn die Färbung ſich zum Blau hinneigt, das Violett, wenn ſie gelblich ausfällt. Außer dieſen ſind diejenigen Mittel merkwürdig, bei denen zwei Maxima vorkommen; dieſe kann man zweifärbig (dichromatiſch) nennen, da ſie wirklich zwei unterſchiedene Farben beſitzen. Bei den meiſten derſelben iſt das grüne Maximum geringer als das rothe, und die grüne Farbe verliert daher durch die Vermehrung der Dicke an Reinheit und geht durch eine ſchwarzgelbe Färbung in Roth über, obgleich dieß nicht immer der Fall iſt. Beiſpiele ſind: das ſalzſaure Chrom, Auflöſung von Saftgrün, manganſaure Pottaſche, alkaliſcher Aufguß der Blumenblätter der Paeonia officinalis und vieler andern rothen Blumen, ſo wie auch Miſchungen von rothen, blauen und grünen Mitteln.

500. Blaue Mittel laſſen eine große Verſchiedenheit zu und ſind im Allgemeinen immer zweifarbig, indem ihre Darſtellungen zwei oder ſogar mehr Minima beſitzen; allein ihr unterſcheidendes Kennzeichen iſt eine ſtarke Verſchluckung der hellen rothen und grünen Strahlen, und eine ſchwache Wirkung auf die ſtärker brechbaren Theile des Farbenbildes. Unter denjenigen, deren Verſchluckungskraft regelmäßig und ſchnell vom Violett nach dem Roth zu zu wachſen ſcheint, befinden ſich die blauen Kupferauflöſungen. Das beſte Beiſpiel iſt die ſchöne blaue Flüſſigkeit, die durch Ueberſättigung des ſchwefelſauren Kupfers mit kohlenſaurem Ammoniak entſteht. Es ſcheint, als ob der äußerſte violette Strahl die Fähigkeit beſitzt, durch jede noch ſo große Dicke dieſes Mittels hindurchzugehen, und dieſe Eigenſchaft, verbunden mit der unveränderlichen Natur dieſer Auflöſung, nebſt der Leichtigkeit ihrer Bereitung, giebt ihr einen großen Werth in optiſchen Unterſuchungen. Ein Gefäß, oder eine Röhre

Digitized by Google

von einigen Zoll Länge, die an den Enden mit Glasplatten verſchloſſen und mit dieſer Flüſſigkeit gefüllt iſt, iſt das beſte Hülfsmittel, um Verſuche über die violetten Strahlen anzuſtellen. Oxalſaurer Ammoniak-Nickel läßt die blauen und äußerſten rothen Strahlen durch, hält aber die violetten auf.

501. Purpurne Mittel wirken dadurch, daß ſie den mittlern Theil des Farbenbildes aufhalten, und ſind daher immer dichromatiſch, indem die letzte Färbung derſelben theils roth, theils violett ausfällt. Beiſpiele ſind: Infuſion von Flechten, purpurnes, pflaumenfarbenes und carmoiſinrothes Glas, ſaure und alkaliniſche Auflöſungen von Kobalt u. ſ. w. Man kann dieſelben rothpurpurfarbene und violettpurpurfarbene nennen, je nachdem ihre letzte Färbung ausfällt.

502. Bei den Verbindungen der verſchiedenen Mittel iſt der zuletzt durchgelaſſene Strahl der Reſt, der durch die Wirkung aller einzelnen übrigbleibt; ſind x, y, z die Durchſichtigkeitsverhältniſſe verſchiedener Mittel für irgend einen Strahl C des Spectrum, r, s, t ihre Dicken, ſo iſt der durchgelaſſene Theil dieſes Strahls $= C.x^r.y^s.z^t$, und der Reſt von einem Strahl weißen Lichts (wenn man vorausſetzt, daß nichts durch die Zurückwerfung an den Oberflächen verloren geht), nachdem er der verſchluckenden Kraft aller Mittel unterworfen geweſen iſt, wird

$$C.x^r.y^s.z^t + C'.x'^r.y'^s.z'^t + \ldots\ldots$$

Dieſer Ausdruck zeigt, daß es ganz gleichgültig iſt, in welcher Ordnung die Mittel auf einander folgen. Man kann ſie daher auch vermiſchen, wenn nur keine chemiſche Zerſetzung ſtattfindet. Man kann alſo durch eine ähnliche Conſtruction, durch welche die erſte Darſtellung aus der das weiße Licht bezeichnenden graden Linie entſtand, eine zweite aus der erſten ableiten u. ſ. w. Auf dieſe Art erhält man eine unendliche Verſchiedenheit von Darſtellungen, die eben ſo viel entſprechende Färbungen beſitzen.

503. Dieſer Umſtand gewährt uns ein Hülfsmittel, verſchiedene Strahlen in ziemlicher Reinheit darzuſtellen. Verbindet man z. B. mit dem ſchon erwähnten Glaſe von blauer Smalte irgend ein braunes oder rothes Glas von ziemlich dunkler Farbe und hinlänglicher Reinheit, ſo erhält man eine Zuſammenſetzung, die für alle Strahlen, die äußerſten rothen ausgenommen, völlig undurchdringlich iſt, und die Brechbarkeit dieſes Strahls iſt ſo genau beſtimmt,

Digitized by Google

daß man ihn bei allen optiſchen Unterſuchungen als Fundamentalſtrahl gebrauchen kann, welches um ſo ſchätzenswerther iſt, da die Glasarten, durch welche dieſer Strahl iſolirt werden kann, am gewöhnlichſten ſind, und bei jedem Glashändler gefunden werden. Setzt man zu einer ſolchen Verbindung noch grünes Glas hinzu, ſo wird alles Licht aufgehalten. Dieſelbe Glasart ſetzt uns auch in den Stand, den gelben Strahl, welcher dem Maximum Y, Fig. 117, entſpricht, zu iſoliren, indem man es mit einem braunen Glaſe, um die ſtärker brechbaren Strahlen, und mit einem grünen, um die weniger brechbaren aufzuhalten, verbindet, und man kann durch dieſes Hülfsmittel einen beträchtlichen Streifen von gelbem Licht, der nicht durch die Miſchung von Roth und Grün entſteht, im Sonnenſpectrum nachweiſen.

504. Dr. Brewſter hat gefunden, daß die Verhältniſſe der von verſchiedenen Mitteln verſchluckten gefärbten Strahlen von der Temperatur dieſer Mittel abhängen. Die Färbungen der Körper werden durch die Hitze gewöhnlich tiefer, wie alle diejenigen, welche mit dem Löthrohr umgehen, wohl wiſſen; ſo erhalten Mennige und rothes Queckſilberoxyd durch Hitze eine beinahe ſchwarze Farbe, nehmen aber durch Abkühlung ihre rothe Farbe wieder an. Dr. Brewſter hat jedoch Beiſpiele angegeben, nicht bloß bei künſtlichen Glasarten, ſondern auch bei durchſichtigen Mineralien, bei welchen durch Anwendung einer hohen Temperatur Roth in Grün übergeht, allein durch Abkühlung die anfängliche Farbe wieder hervortritt, ohne daß eine chemiſche Aenderung in dieſen Körpern ſtattfand.

505. Die Unterſuchung des Spectrum durch gefärbte Mittel zeigt uns mehrere merkwürdige Umſtände. Zuerſt führt uns die irreguläre und ſonderbare Vertheilung in den dunkeln Streifen, die das Spectrum durchkreuzen, wenn man daſſelbe durch Mittel betrachtet, welche mehrere Maxima für das Durchgehen der Strahlen haben, auf den Gedanken, die feſten Linien von Fraunhofer und ähnliche Lichterſcheinungen auf dieſelbe Urſache zurückzuführen, als die iſt, welche die Verſchluckung eines gewiſſen Strahls vorzugsweiſe vor einem andern hervorbringt. Es iſt keine unmögliche Annahme, daß die fehlenden Lichtſtrahlen der Sonne und der Sterne ſchon bei dem Durchgange durch ihre eigenen Atmoſphären verſchluckt werden; ja wir können ſogar, um uns dem Urſprung des Lichts noch mehr zu nähern, annehmen, daß ein Strahl ſelbſt, indem er von einem leuch-

Digitized by Google

tenden Punkte ausfließen will, durch eine im leuchtenden Punkt mächtig wirkende Kraft zurückgehalten werde; oder mit Einem Worte, derſelbe Zuſtand der Lichttheilchen, vermöge deſſen ihre Fortpflanzung durch durchſichtige Körper aufgehoben wird, kann ſchon im Anfang der Bildung des Strahls ein Hinderniß in den Weg legen. Auf jeden Fall ſtehen dieſe Erſcheinungen mit einander in Verbindung, obgleich wir nicht die eigentliche Beſchaffenheit dieſer Verbindung nachweiſen können.

506. Der andere bemerkenswerthe Umſtand iſt der, daß wenn man das Spectrum durch lichtverſchluckende Mittel betrachtet, jeder Gedanke von regelmäßiger Abſtufung des Lichts in demſelben aufhört. Strahlen von ganz verſchiedener Brechbarkeit, wie z. B. die beiden in §. 497 angegebenen Arten von Roth, beſitzen völlig einerlei Farbe und können nicht von einander unterſchieden werden. Auf der andern Seite iſt der Uebergang vom reinen Roth zum reinen Gelb, in dem hier beſchriebenen Falle, ganz plötzlich, und der Contraſt der Farben äußerſt auffallend, da der dunkle Zwiſchenraum, der dieſelben trennt, bei gehöriger Dicke der Gläſer, ſehr ſchmal gemacht werden kann, ohne daß die geringſte orange Färbung erſcheint. Wir können fragen, was wird denn aus dem Orange, und wie kommt es, daß daſſelbe auf der einen Seite durch Roth, auf der andern durch Gelb zum Theil erſetzt wird? Dieſe Erſcheinungen leiten uns mit viel Ueberredungskraft zu dem Gedanken, daß die Zerlegung des weißen Lichts durch das Prisma nicht die einzige Zerlegungsart ſey, und daß die Verbindung zwiſchen der Brechbarkeit und der Farbe eines Strahls nicht ſo abſolut genau iſt, wie Newton annahm. Die Farbe iſt eine von den Lichtſtrahlen erregte Empfindung, und da zwei ganz verſchiedene brechbare Strahlen doch rückſichtlich ihrer Farbe eine und dieſelbe Empfindung hervorbringen, ſo iſt wirklich auf den erſten Blick keine Abſurdität in der Annahme des Umgekehrten zu bemerken, daß nämlich zwei Strahlen, die verſchiedene Farben zu haben ſcheinen, einerlei Brechungsverhältniß beſitzen. Es iſt einleuchtend, daß wenn dieſes der Fall iſt, ſo kann keine bloße Veränderung ihrer Richtung durch das Prisma u. ſ. w. ſie je trennen; würden ſie aber durch ein Mittel, durch welches ſie hindurchgehen, in verſchiedenem Maße verſchluckt, ſo würde man eine Zerlegung des zuſammengeſetzten Strahls durch die Zerſtörung des einen Theils erhalten. Dieſe Idee wurde von

Dr. Brewſter in den Edinburgh Philosophical Transactions vol. IX aufgeſtellt, und dieſelben Schlüſſe ſcheinen auch aus andern Verſuchen zu folgen, die in demſelben Bande bekannt gemacht ſind. Dieſer Lehre zufolge würde das Farbenbild wenigſtens aus drei unterſchiedenen Farbenbildern von verſchiedenen Farben beſtehen, in dem die rothen, gelben und blauen Strahlen auf einander fallen, und jedes ein Maximum von Intenſität an denjenigen Stellen beſitzt, wo das zuſammengeſetzte Spectrum den ſtärkſten Glanz dieſer Farbe zeigt.

507. Man muß jedoch bekennen, daß dieſe Lehre nicht ganz ohne Einwürfe ſtehen kann, einer der ſtärkſten läßt ſich aus dem ſonderbaren, zuweilen vorkommenden Zuſtand des Sehens herleiten, bei denen die damit behafteten Perſonen bloß zwei Farben, im Allgemeinen Gelb und Blau unterſcheiden, und zwar nicht bloß etwa bei den gewöhnlich zuſammengeſetzten Farben der Mahler, ſondern bei optiſchen Färbungen. Wir haben ſehr aufmerkſam einen ausgezeichneten Optiker befragt, deſſen Augen (oder eigentlich nur Ein Auge, da er das andere zufällig verloren hatte) dieſe beſondere Eigenſchaft beſaßen, und haben uns überzeugt, daß, der gewöhnlichen Meinung zuwider, alle prismatiſchen Strahlen die Kraft haben, das Gefühl von Licht hervorzubringen, ſo daß ein vollkommen deutliches Sehen entſteht. Die Urſache des Fehlers liegt alſo nicht in einer Unempfindlichkeit der Nerven der Netzhaut gegen Strahlen von gewiſſer Brechbarkeit, noch an irgend einer färbenden Materie in den Feuchtigkeiten des Auges, die gewiſſe Strahlen aufhalten, daß ſie die Netzhaut nicht erreichen (wie man wohl angenommen hatte), ſondern im Senſorium ſelbſt, und vermöge dieſes Fehlers kann daſſelbe nicht genau die Unterſchiede bemerken, durch welche die Farben ſich vor einander auszeichnen. Das Folgende enthält die Reſultate einer Reihe von Verſuchen, bei denen nach und nach verſchiedene optiſche Färbungen vermittelſt des polariſirten Lichts hervorgebracht, indem daſſelbe durch ein in geneigter Lage befindliches Glimmerblättchen hindurchging, und ſeinem Urtheil unterworfen wurde. Bei jedem Verſuch befanden ſich zwei gleichförmig gefärbte kreisförmige Flächen neben einander, welche Complementärfarben enthielten (d. h. ſolche, deren zuſammengenommenes Licht Weiß giebt, und die Reſultate ſeines Urtheils ſind hier mit ſeinen eigenen Worten wiedergegeben.

Digitized by Google

Farben nach dem Urtheil eines gewöhnlichen Auges		Farben, wie ſie von der erwähnten Perſon benannt wurden		Neigung des Glimmers gegen das Auge
Linker Kreis	Rechter Kreis	Linker Kreis	Rechter Kreis	
Blaßgrün	Sehr blaſſes Roth	Beide von gleicher Farbe, gefärbt als der außen bedeckte Himmel	und zwar eben ſo wenig findliche mit Wolken be-	89° 5
Schmutzigweiß	Ebenfalls	Beide dunkler als vorher, Farbe ſichtbar	aber eben ſo wenig eine	85° 0
Schönes Blaßroth	Schönes Grün, etwas ins Bläuliche übergehend	Sehr blaſſes Blau	Sehr blaſſes Blau	81° 1
Weiß	Weiß	Gelb	Blau, beſſer als vorher	76° 3
Schönes Grasgrün	Schönes Carmoiſin	Gelb	Blau, noch beſſer, aber immer noch keine vollen Farb.	74.9
Schwaches Blaugrün	Blaſſes Ziegelroth	Blau	Gelb, die Farben nicht ſo ſchön als die letztern	72.8
Purpurroth, etwas ſchwach	Blaßgelb	Blau	Gelb	71.7
		Beide Farben werden Farbe eines vergoldeten	ſchön, das Gelbe hat die Gemälderahmens	

Schönes

Farben nach dem Urtheil eines gewöhnlichen Auges		Farben, wie ſie von der erwähnten Perſon benannt wurden		Neigung des Glimmers gegen das Auge
Linker Kreis	Rechter Kreis	Linker Kreis	Rechter Kreis	
Schönes Blaßroth	Schönes Grün	Gelb, mit viel Blau gemiſcht	Blau, mit viel Gelb gemiſcht	69.7
Schönes Gelb	Purpurroth	Schönes Gelb Die Farben waren beſſer	Schönes Blau als er ſie je geſehen hatte	68.2
Gelbgrün	Schönes Carmoiſin	Gelb, mit viel Blau gemiſcht	Blau mit viel Gelb gemiſcht	67.0
Schönes Blau, Indigof.	Gelb, ins Orange fallend	Blau Beides ſchöne Farben,	Gelb vorzüglich das Gelb	65.5
Roth	Sehr blaßgrün, faſt weiß	Gelb	Blau	63.8
Volles Gelb	Volles Blau	Schön glänzend gelb	Ziemlich ſchönes Blau	62.7
Weiß	Feuriges Orange	Wenig Farbe	Gelb, aber verſchieden ausſehend vom vorigen, blutfarbig	61.2
Dunkles Purpurroth	Weiß	Schwaches Blau, wenig Licht	Weiß, mit etwas Blau und Gelb	59.5
Schwaches Orangeroth	Weiß	Gelb	Weiß, mit Blau und Gelb	59.0
Weiß	Schmutziges Olivengrün	Weiß	Dunkel	57.1
Sehr dunkles Purpurroth	Weiß	Dunkel	Weiß	55.0

508. Man änderte nun die Verſuche, und ließ ihm den Apparat ſelbſt ſo ſtellen, daß der Unterſchied der Farben in beiden Kreiſen für ihn am auffallendſten wurde. Die Reſultate waren folgende:

Die Farben nach dem Urtheil eines gewöhnlichen Auges		Die Farben, wie ſie von der Perſon benannt wurden		Neigung des Glimmers gegen das Auge
Linker Kreis	Rechter Kreis	Linker Kreis	Rechter Kreis	
Blaßroth	Blaugrün	Gelb	Blau	69.1
Blaugrün	Blaßroth	Blau	Gelb	65.3
Gelb	Blau	Gelb	Blau	63.1
Weiß	Feuriges Orange	Blau	Gelb	61.1
Blaſſes Ziegelroth	Weiß	Gelb	Blau	58.5
Dunkelblau	Blaßgelb	Blau	Gelb	54.2
Gelb	Dunkelblau	Gelb	Blau	52.1

Es ſcheint hieraus zu folgen, daß die Augen der in Rede ſtehenden Perſon nur blaue und gelbe Farben zu unterſcheiden vermochten, und daß dieſe Namen bei ſeiner Benennungsart den mehr und weniger brechbaren Farben im Allgemeinen entſprechen, indem alle erſtern das Gefühl von blauer Farbe, die letztern die Empfindung von gelber Farbe hervorbringen. Man hat auch Beiſpiele von Perſonen, die außerdem ganz gut ſahen, aber jeder Empfindung von Farbe beraubt waren, indem ſie die verſchiedenen Färbungen nur durch heller und dunkler unterſchieden; allein dieſer Fall kommt wahrſcheinlich nur ſehr ſelten vor.

509. Mayer betrachtet in einer Abhandlung (de colorum affinitate, opera inedita 1775) alle Farben als aus drei fundamentalen, Roth, Gelb und Blau, entſtanden; indem er Weiß als eine neutrale Miſchung von Strahlen von allen Farben, und Schwarz als ein bloßes Nichtdaſeyn des Lichts anſieht. Wäre uns daher eine Methode bekannt, Farben nach bloßen Zahlenverhältniſſen zu vermiſchen, ſo könnte man dieſer Meinung zufolge eine Skale bilden, auf welche jede vorgelegte Farbe bezogen werden könnte. Er ſchlägt vor eine ſolche Skale zu verfertigen, in wel-

Digitized by Google

cher die Grade der Intenſität jeder einfachen Farbe durch die Zahlen 1, 2, 3 bis 12 ausgedrückt werden, wo 1 den niedrigſten Grad derſelben andeutet, der ſo eben fähig iſt, eine Färbung zu ändern, und 12 die volle Stärke, die die Farbe erreichen kann, oder die ganze Menge derſelben, die ſich im weißen Licht befindet. So bezeichnet r^{12} ein volles Roth von der glänzendſten und reinſten Farbe, y^{12} das glänzendſte Gelb, b^{12} das glänzendſte Blau. Um gemiſchte Farben anzudeuten, verbindet er die Symbole der verſchiedenen Ingredienzien. So bezeichnet $r^{12}\,y^{4}$, oder bequemer $12r + 4y$ ein Roth, welches ſtark in Orange übergeht, wie die Farbe eines Kohlenfeuers.

510. Die vorgeſchlagene Skale iſt bequem und vollkommen, inſofern ſie diejenigen Farben betrifft, die er vollkommener nennt, welche aus weißem Licht dadurch entſtehen, daß man einige oder mehrere verhältnißmäßige Theile der Elementarſtrahlen von denſelben wegnimmt; allein eine leichte Veränderung ſeines Syſtems macht es auf alle Farben anwendbar, und man kann es folgendermaßen darſtellen. Es ſey 100 die Fundamentalſtärke jeder primitiven Farbe, oder die Anzahl der Strahlen dieſer Farbe (alle als gleich ſtark leuchtend betrachtet), welche, wenn ſie auf ein Blatt weißes Papier, oder eine andere vollkommen neutrale Oberfläche (d. h. eine ſolche, die alle Strahlen mit gleicher Kraft zurückwirft) fallen, eine vollkommene Farbe in der Art hervorbringen, und wir wollen durch einen Ausdruck wie $xR + yY + zB$ die Farbe bezeichnen, welche durch x rothe, y gelbe und z blaue Strahlen entſteht, die zugleich auf dieſe Oberfläche fallen. Es iſt dann klar, daß die verſchiedenen numeriſchen Werthe, welche man x, y, z zwiſchen 1 und 100 beilegen kann, verſchiedene Symbole von Farben geben, deren Anzahl $100 . 100 . 100 = 1000000$ beträgt, und alſo rückſichtlich der Ausdehnung völlig hinlänglich iſt, um alle Verſchiedenheiten von Farben, die das Auge unterſcheiden kann, anzugeben. Die Anzahl der Farben, die von den römiſchen Künſtlern in der Moſaik unterſchieden wurden, beträgt 30,000; allein wenn wir auch die in der Natur vorkommende Anzahl der Farben zehnfach größer annehmen (und es iſt einleuchtend, daß dieſe viel größer ſeyn muß, als diejenige, welche die Maler zu ihren Zwecken gebrauchen), ſo befinden wir uns noch ſehr innerhalb der Gränzen unſerer Skale. Wir haben nur zu unterſuchen, wie die Farben

Digitized by Google

ſelbſt durch die verſchiedenen Glieder unſerer Skale ausgedrückt werden können.

511. Zuerſt nehmen wir die weißen, grauen und neutralen Farben. Die vollkommenſten neutralen Farben, welche in der That nichts Anderes ſind, als eine größere oder geringere Intenſität des weißen Lichts, ſind diejenigen, welche wir an den Wolken, an einem gewöhnlich bewölkten Tage, bemerken, wo zuweilen die Sonne durchbricht. Vom dunkelſten Schatten an bis zu den ſchneeweißen Cumuluswolken, die direct von der Sonne beſchienen werden, haben wir bloß Abſtufungen von Weiß und Grau, die durch ſolche Verbindungen wie R + Y + B, 2R + 2Y + 2B, oder n(R + Y + B) ausgedrückt werden können, die wir der Kürze wegen durch nW bezeichnen. Um uns hiervon zu überzeugen, brauchen wir nur durch eine inwendig geſchwärzte Röhre, um den Einfluß der umgebenden Gegenſtände auf unſer Urtheil zu verhüten, zu ſehen, und jeder kleine Theil der ſchwärzeſten Wolke, der auf dieſe Art iſolirt iſt, wird in keiner Hinſicht von einem auf ähnliche Weiſe iſolirten Stücke von weißem Papier, das mehr oder weniger beſchattet iſt, verſchieden ſeyn.

512. Die verſchiedenen Intenſitäten, von reinen rothen, gelben und blauen Farben, werden durch nR, nY, nB bezeichnet. Sie kommen ſelten in der Natur vor, allein Blut, friſche Vergoldung oder feuchtes Gummigutti und Ultramarin können hierbei als Beiſpiel dienen. Scharlach und lebhaftes Roth, wie Cochenille und Mennige, ſind mit einer Miſchung von Gelb und ſogar Blau behaftet; denn alle primitiven Farben erhalten durch eine Miſchung mit Weiß einen ſtärkern Glanz, und wenn irgend eine primitive Farbe ſehr glänzend und lebhaft iſt, ſo können wir überzeugt ſeyn, daß ſie auf irgend eine Art mit Weiß vermiſcht iſt. Das Blau des Himmels iſt Weiß, mit einer mäßigen Menge blauer Farbe.

513. Die Miſchung von Roth und Gelb bringt alle Abſtufungen von Scharlach, Orange, und das dunklere Braun hervor, wenn es nur geringe Intenſität beſitzt. Wird noch Weiß hinzugethan, ſo erhalten wir die Farbe der Limonien, Strohfarbe, Lehmfarbe und alle helleren Arten von Braun; die zuletzt erwähnten Farben werden dunkler und ſchwächer, wenn die Coefficienten kleiner ſind.

514. Die verſchiedenen Arten von Braun ſind jedoch an ſich dunkle Farben, und bringen ihre Wirkung nur durch den Contraſt hervor, den ſie mit den in der Umgebung befindlichen hellern Farben bilden. Um Braun hervorzubringen, vermiſcht der Maler Schwarz und Gelb oder Schwarz und Roth (d. h. ein ſolches unreines Roth, wie die Pigmente gewöhnlich enthalten), oder auch alle drei Farben; ſein Zweck iſt, das Licht zu ſchwächen und nur einen Reſt von Farbe übrig zu laſſen. Es giebt ein braunes Glas, welches bei den neuern Prachtfenſtern ſehr gewöhnlich vorkommt. Unterſucht man daſſelbe mit dem Prisma, ſo zeigt ſich, daß es rothe, gelbe und orange Strahlen im Ueberfluß durchläßt, wenig grüne und gar keine reinen blauen. Die geringe Menge von Blau, welches in ſeiner Farbe enthalten iſt, muß daher als ein Theil des Grün betrachtet werden (unter dieſer Anſicht der Zuſammenſetzung der Farben), und das Symbol deſſelben kann daher von der Form $10R+9Y+1B$, d. h. $(9R+8Y)+(R+Y+B)$ ſeyn; es iſt daher ein Orange vom Charakter $9R+8Y$, nebſt einem weißen Strahl. Man muß jedoch bemerken, daß die Zuſammenſetzung der braunen Farben in Mayers Syſtem die am wenigſten genügende iſt. Er iſt ſelbſt darüber ohne weitere Bemerkung hingegangen.

515. Verbindungen von Roth und Blau, und ihre Vermiſchungen mit Weiß bilden alle Verſchiedenheiten von Carmoiſin, Purpurroth, Violett, Roſenroth, Blaßroth. Das dunklere Purpurroth iſt völlig frei von Gelb. Vergleicht man das prismatiſche Violett mit Dunkelblau, ſo bringt es einen merklichen Eindruck von Roth hervor, und muß daher bei dieſer Vorausſetzung als eine Miſchung von blauen und rothen Strahlen betrachtet werden.

516. Blau und Gelb geben mit einander vermiſcht Grün. Das ſo entſtehende Grün iſt lebhaft und voll, und wenn die gehörigen Verhältniſſe der elementaren Farben angewendet werden, ſo kann daſſelbe auf keine Weiſe vom prismatiſchen Grün unterſchieden werden. Nichts iſt auffallender und ſogar überraſchender als die Wirkung der Miſchung von gelbem und blauem Pulver, oder der Anblick eines mit nahe an einander gezogenen, abwechſelnd blauen und gelben Linien bedeckten Papiers. Die elementaren Farben verſchwinden völlig, und laſſen ſich ſogar nicht durch die Einbildungskraft zurückrufen. Eine der merkwürdigſten Thatſachen zu Gunſten der Meinung von drei Grundfarben, und der Möglichkeit,

Digitized by Google

daß es noch eine andere Zerlegungsart des Lichts giebt, als die vermittelſt des Prisma, iſt die, daß man das prismatiſche Grün ſo genau durch eine Miſchung von anliegenden Strahlen, die von demſelben ſowohl der Farbe als der Brechbarkeit nach völlig verſchieden ſind, hervorgebracht ſieht.

517. Die Annahme von drei Grundfarben, aus denen alle Farben des Spectrum in verſchiedenen Verhältniſſen zuſammengeſetzt ſind, giebt eine einfache Erklärung eines von Newton beobachteten Phänomens, nämlich daß ſich aus verſchiedenen Miſchungen der ſieben Farben des Spectrum Farben darſtellen laſſen, die auf keine Art von einander zu unterſcheiden ſind. Wir können daher ohne Unterſchied das weiße Licht ſo betrachten, als ob es zuſammengeſetzt wäre aus

$R = a + b + c$ Strahlen von reinem Roth
$Y = d + e + f + g$ Strahlen von reinem Gelb
$B = h + i + k + l$ Strahlen von reinem Blau

oder auch folgendermaßen

b Strahlen, reines Roth $= R'$
$c + d$ Strahlen, Orange (c roth $+ d$ gelb) $= O$
e Strahlen, reines Gelb $= Y'$
$f + h$ Strahlen, Grün (f gelb $+ h$ blau) $= G'$
$g + i$ Strahlen, prismatiſches Blau (g gelb $+ i$ blau) $= B'$
k Strahlen, Dunkelblau $= I'$
$l + a$ Strahlen, Violett, (l blau $+ a$ roth) $= V'$

und jede Farbe, die ſich durch $xR + yY + zB$ darſtellen läßt, kann auch durch den Ausdruck

$$mR' + nO' + pY' + qG' + rB' + sI' + tV'$$

dargeſtellt werden, vorausgeſetzt, daß wir m, n, p.... ſo annehmen, daß den Gleichungen

$$mb + nc + ta = x$$
$$nd + pe + qf + rg = y$$
$$qh + ri + sk + tl = z$$

genügt wird.

518. Aus dem ſo eben Geſagten wollen wir nun zeigen, daß ohne von Mayer's Lehre auszugehen, man jede beliebige drei Farben des Prisma als Grundfarben anſehen kann, aus denen ſich alle übrigen zuſammenſetzen laſſen, vorausgeſetzt, daß wir nur auf die daraus hervorgehende vorherrſchende Färbung achten, und ihre Vermiſchung mit Weiß unberückſichtigt laſſen. So hat z. B. Dr.

Young Roth, Grün, Violett als Grundfarben angenommen, und ſtellt zu Gunſten ſeiner Theorie die Thatſache auf, daß die vollkommenen Empfindungen von Gelb und Blau, das erſtere durch eine Miſchung von Roth und Grün, das letztere durch Grün und Violett hervorgebracht werden können. (Lectures on natural Philosophy p. 439.) Vermiſchen wir nun Gelb und Weiß im Verhältniß m Gelb + n Weiß, ſo wird die Zuſammenſetzung eine vollkommene Empfindung von Gelb geben, dafern nicht m gegen n ſehr klein iſt; nimmt man aber Weiß ſo zuſammengeſetzt an wie vorhin, ſo wird dieſe Zuſammenſetzung der Form

$$n R . \text{roth} + (m+n) Y \text{gelb} + n B . \text{blau}$$

gleichgeltend. Vermiſchen wir im Gegentheil P ſolcher rother Strahlen (jeden von der Intenſität b) und Q ſolcher grünen Strahlen (von denen jeder aus Gelb von der Intenſität f, und Blau von der Intenſität h beſteht), wie ſie im vorigen Paragraph als im Spectrum vorhanden angenommeu wurden, ſo haben wir eine Verbindung von

$$P . b \text{ roth} + Q . f \text{ gelb} + Q . h \text{ blau};$$

und dieſe iſt mit dem Vorigen identiſch, wenn wir

$$nR = Pb; \; (m+n)\; Y = Qf; \; nB = Qh$$

annehmen. Eliminirt man Q aus den beiden letzten Gleichungen, ſo kommt

$$\frac{m}{n} = \frac{f}{h} . \frac{B}{Y} - 1$$

für die Relation zwiſchen m und n. Die einzigen Bedingungen, denen Genüge geleiſtet werden muß, ſind nun, daß m poſitiv und nicht viel kleiner als n iſt, und man ſieht, daß dieſen Bedingungen auf eine unendlich verſchiedene Art Genüge geleiſtet werden kann, indem man das Verhältniß von f zu h gehöriger Maßen annimmt. Nehmen wir auf dieſelbe Art eine Verbindung von m primitiven blauen Strahlen = B mit n weißen Strahlen = R + Y + B an, welche mit P Strahlen des prismatiſchen Grün und Q violetten Strahlen gleichgeltend ſeyn ſoll, ſo erhalten wir die Gleichung

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{a} . \frac{R}{B} + \frac{h}{f} . \frac{Y}{B} - 1.$$

519. Wir wollen z. B. annehmen, daß das weiße Licht aus 20 primitiven rothen, 30 gelben und 50 blauen Strahlen beſtünde,

Digitized by Google

und daß die verſchiedenen prismatiſchen Farben folgendermaßen zuſammengeſetzt wären

Roth,	8	prim.	rothe	Strahlen		= h.
Orange,	7	—	—	—	+ 7 prim. gelbe	= c + d.
Gelb,	8	—	gelbe	—		= e.
Grün,	10	—	—	—	+ 10 prim. blaue	= f + h.
Blau,	6	—	—	—	+ 12 prim. blaue	= g + i.
Dunkelblau,	12	—	blaue	—		= k.
Violett,	16	—	—	—	+ 5 prim. rothe	= l + a.

dann wird die Vereinigung von 15 ſolchen rothen Strahlen mit 30 ſolchen grünen Strahlen einen zuſammengeſetzten Strahl hervorbringen, der 15 . 8 = 120 primitive rothe, 30 . 10 = 300 primitive gelbe, und 30 . 10 = 300 primitive blaue Strahlen enthält, und daſſelbe Verhältniß kommt in einem Gelb vor, das aus 6 weißen Strahlen mit 4 primitiven gelben verbunden beſteht. Verbindet man auf ähnliche Art 75 ſolcher grüner Strahlen mit 100 ſolcher violetter Strahlen, ſo iſt das Reſultat 100 . 5 = 500 primitive rothe Strahlen + 75 . 10 = 750 primitive gelbe Strahlen + 75 . 10 + 100 . 16 = 2350 blaue Strahlen, die zuſammen eine Farbe hervorbringen, welche mit der identiſch iſt, die aus der Verbindung von 25 weißen Strahlen mit 22 blauen entſteht; dieß giebt ein ſchönes lebhaftes Blau. Die oben angenommenen Zahlen ſind bloß der Erläuterung wegen angenommen, und geben keineswegs die wahren Verhältniſſe der verſchieden gefärbten Strahlen im Farbenbilde.

520. Durch die Analogie der feſten Linien im Sonnenſpectrum können wir leicht darauf gebracht werden, ähnliche Erſcheinungen bei andern Quellen des Lichts aufzuſuchen. Fraunhofer hat demgemäß gefunden, daß jeder Fixſtern ſein eigenes Syſtem von dunkeln und hellen Räumen in ſeinem Farbenbilde beſitzt; allein die ſonderbarſten Erſcheinungen ſind diejenigen, welche die gefärbten Flammen darbieten. Dieſe bringen durch farbloſe Prismen Farbenbilder hervor, die eben ſo ſonderbar beſchaffen ſind, als die des Sonnenlichts durch gefärbte Gläſer. Dr. Brewſter, Talbot und Andere haben dieſe Erſcheinungen aufmerkſam unterſucht, allein der Gegenſtand iſt noch keineswegs erſchöpft, und verſpricht ein weites Feld von ſchönen Unterſuchungen. Folgende Thatſachen kann man ſelbſt leicht unterſuchen.

Digitized by Google

521. 1. Die meiſten brennbaren Körper, die aus Waſſerſtoff und Kohlenſtoff beſtehen, wie Talg, Oel, Papier, Alkohol u. ſ. w. geben, wenn ſie ſo eben angezündet ſind und ſchwach brennen, blaue Flammen. Unterſucht man dieſelben durch das Prisma, indem man ſie durch ſchmale Oeffnungen ſcheinen läßt, die der Kante deſſelben parallel liegen (§. 487), ſo geben ſie alle unterbrochene Farbenbilder, die meiſtens aus ſchmalen Linien von beſtimmter Brechbarkeit beſtehen, welche durch breite, entweder ganz ſchwarze, oder doch dunklere Räume von einander getrennt ſind. Die hervorſtechendſten Farben ſind, ein ſchmales begränztes Gelb, ein Gelbgrün, ein lebhaftes Smaragdgrün, ein ſchwaches Blau, und ein ſtarkes und häufiges Violett.

522. 2. In gewiſſen Fällen, wenn die Verbrennung ſehr ſtark iſt, z. B. wenn man in die Flamme einer Oellampe mit dem Löthrohr bläst, oder in dem obern Ende der Flamme einer Spirituslampe, oder wenn Schwefel in einen weißglühenden Schmelztiegel geworfen wird, entſteht eine große Menge von reinem und homogenem gelbem Licht; und im letztern Fall macht daſſelbe faſt das ganze Licht aus. Dr. Brewſter hat daſſelbe gelbe Licht dann gefunden, wenn man erhitzten, mit Waſſer vermiſchten Weingeiſt anzündet, und hat dieſes als ein Mittel vorgeſchlagen, zu optiſchen Verſuchen homogenes gelbes Licht zu erhalten.

523. 3. Die meiſten Salzarten theilen den Flammen, in denen ſie ſich befinden, theils in feſtem, theils in flüchtigem Zuſtande, eine beſondere Farbe mit. Dieß kann man auf eine ſehr leichte und wirkſame Art folgendermaßen nachweiſen. Man nehme ein Stück Bindfaden oder Baumwollengarn (welches, um es von den anhängenden Salztheilchen zu befreien, in reinem Waſſer ausgekocht werden muß), mache es naß, und nehme mit demſelben etwas von dem Salz auf, welches unterſucht werden ſoll, und entweder in Pulvergeſtalt oder in einer Auflöſung ſich befindet. Dann tauche man das naſſe Ende in ein brennendes Wachslicht, und bringe es nahe an die Flamme, doch nicht in Berührung mit dem leuchtenden Theil derſelben, ſondern nur ſo, daß es ſich in der ſehr ſtark erhitzten Lufthülle befindet. Sogleich entſteht ein unregelmäßiges praſſelndes Verbrennen des an dem Faden befindlichen Wachſes, und der unſichtbare Wärmekegel wird mit derjenigen Farbe leuchten, welche dem angewandten Salz entſpricht.

524. Man findet auf dieſe Art, daß allgemein

Sodaſalze ein ſtarkes und rein homogenes Gelb geben.

Pottaſchenſalze geben ein ſchönes blaſſes Violett.

Kalkſalze geben ein Ziegelroth, in deſſen Farbenbild eine gelbe und eine glänzende grüne Linie erſcheinen.

Strontianſalze geben ein prächtiges Carmoiſin. Unterſucht man daſſelbe durch das Prisma, ſo zeigen ſich zwei Arten Gelb, von denen das eine ſtark ins Orange übergeht.

Magneſiaſalze geben keine Farbe.

Lithionſalze geben Roth (nach den Verſuchen, welche Dr. Turner mit dem Löthrohr anſtellte).

Barytſalze geben ein ſchönes blaßes Apfelgrün. Dieſer Unterſchied zwiſchen den Flammen des Baryt und des Strontian iſt ſehr merkwürdig.

Kupferſalze geben ein ſchönes Grün oder Blaugrün.

Eiſenſalze (Protoxyde) geben Weiß, wenn man ſchwefelſaures anwendet.

Von allen Salzarten ſind die ſalzſauren Verbindungen wegen ihrer Flüchtigkeit am dienlichſten. Dieſelben Farben zeigen ſich ebenfalls, wenn irgend eines dieſer Salze auf den Docht einer Spirituslampe gelegt wird. Gebraucht man gewöhnliches Salz, ſo hat Talbot gezeigt, daß das Licht der Flamme ein abſolut homogenes Gelb iſt, und da es zu gleicher Zeit ſehr ſtark ausfällt, ſo iſt es ein unſchätzbares Hülfsmittel für optiſche Verſuche, wegen der großen Leichtigkeit daſſelbe zu erhalten, und wegen der immer ſtattfindenden Identität deſſelben. Die auf dieſe Art durch verſchiedene Stoffe der Flamme mitgetheilten Farben geben zuweilen ein gutes Mittel an die Hand, kleine Quantitäten derſelben zu entdecken; dieß gehört aber zur Chemie. Die reinen Erden, wenn ſie heftig erhitzt werden, geben an ihrer Oberfläche ſehr glänzendes Licht; dieß fand der Lieutenant Drummond, der auf kleine Kugeln dieſer Erdarten mehrere Weingeiſtflammen vermittelſt des Löthrohrs leitete. Unterſucht man dieſes Licht durch das Prisma, ſo findet man, daß daſſelbe diejenigen Farben im Ueberfluß beſitzt, welche die durch ſie gefärbten Flammen charakteriſiren, ſo daß auf jeden Fall dieſe Farben aus den Theilchen der in Dunſt verwandelten färbenden Subſtanz entſtehen, welche in einer heftigen Verbrennung erhalten werden.

Digitized by Google

Dritter Abſchnitt.

Von den Theorien des Lichts.

525. Unter denjenigen Theorien, welche die Naturforſcher aufgeſtellt haben, um die Lichterſcheinungen zu erklären, haben vorzüglich zwei die Aufmerkſamkeit auf ſich gezogen; die eine wurde von Newton angegeben, und nach ſeinem berühmten Namen benannt; bei dieſer nimmt man an, daß das Licht aus ſehr kleinen materiellen Theilchen beſteht, die von den leuchtenden Körpern mit der ungeheuern Geſchwindigkeit, die das Licht beſitzt, ausgeworfen werden, und auf welche die anziehenden und abſtoßenden Kräfte wirken, die ſich in den Körpern befinden, auf welche ſie treffen, wodurch ſie von ihrem gradlinigen Laufe abgelenkt, und nach den beobachteten Geſetzen zurückgeworfen und gebrochen werden. Die andere Hypotheſe iſt die von Huygens, die ebenfalls deſſen Namen führt; dieſe ſetzt voraus, daß das Licht ſo wie der Schall in Wellen oder Schlägen beſteht, die durch ein elaſtiſches Mittel fortgepflanzt werden. Dieſes Mittel wird mit außerordentlicher Elaſticität und Dünnheit begabt angenommen, ſo daß, obgleich es den ganzen Raum ausfüllt, doch der Bewegung der Kometen, Planeten u. ſ. w. kein merkliches Hinderniß entgegenſetzt, welches ihre Bahnen ſtören könnte. Es durchdringt außerdem alle Körper, in denen es ſich aber in verſchiedenen Zuſtänden der Elaſticität und der Dichtigkeit befindet, und hieraus ergiebt ſich die Brechung und Zurückwerfung des Lichts. Dieſe beiden ſind die einzigen mechaniſchen Theorien, welche aufgeſtellt worden ſind. Es iſt jedoch an andern Theorien kein Mangel, wie z. B. die des Profeſſors Oerſtedt, welcher in einem ſeiner Werke das Licht als eine Folge von elektriſchen Funken, oder als eine Reihe von Zerſetzungen und Verbindungen eines elektriſchen Fluidum betrachtet, das in einem neutralen, oder im Gleichgewicht

Digitized by Google

befindlichen Zuſtande den ganzen Raum ausfüllt. Wir werden uns jedoch in dieſem Abſchnitt bloß auf die Newtonianiſche und Huygenianiſche Theorie beziehen, inſofern ſie ſich auf die ſchon beſchriebenen Erſcheinungen anwenden laſſen, und uns ſo auf die übrigen vewickeltern Zweige der Geſchichte der Eigenſchaften des Lichts vorbereiten, welche ohne Rückſicht auf Theorie ſchwerlich verſtanden und kaum beſchrieben werden können.

---

§. I. Von der Newtonianiſchen oder Corpusculartheorie des Lichts.

526. Forderungsſätze. 1. Das Licht beſteht aus materiellen Theilchen, die die Kraft der Trägheit beſitzen, mit anziehenden und abſtoßenden Kräften begabt ſind, und von allen leuchtenden Körpern mit faſt derſelben Geſchwindigkeit, die in einer Secunde ungefähr 200000 engliſche Meilen beträgt, ausgeworfen werden.

2. Dieſe Theilchen ſind von einander verſchieden rückſichtlich der Intenſität der anziehenden und abſtoßenden Kräfte, die ſich in ihnen befinden, ſo wie auch der Verwandtſchaft zu den andern Körpern in der Natur, und ihrer Maſſen oder der Trägheit.

3. Indem dieſe Theilchen die Netzhaut treffen, reizen ſie dieſelbe und bringen das Sehen hervor. Die Theilchen, deren Trägheit am größten iſt, bringen die Empfindung von rother Farbe hervor; diejenigen, deren Trägheit am kleinſten iſt, erregen die Empfindung von violetter Farbe.

4. Die Mollecules der materiellen Körper und die des Lichts üben auf einander eine gegenſeitige Wirkung aus, die in einer Anziehung und Abſtoßung beſteht, welche ſich nach einem Geſetz richtet, das eine Function ihres gegenſeitigen Abſtandes iſt; dieſes Geſetz läßt vielleicht verſchiedene Abwechſelungen zu, indem es aus einer anziehenden in eine abſtoßende Kraft übergeht; allein wenn die Entfernung kleiner iſt als eine gewiſſe ſehr kleine Gränze, ſo iſt daſſelbe allemal anziehend bis zur Berührung; jenſeits dieſer Gränze befindet ſich gewiß immer eine Sphäre, in welcher die Kraft abſtoßend iſt. Dieſe zurückſtoßende Kraft bringt die Zurückwerfung des Lichts an den äußern Oberflächen der dichten Mittel hervor, und

Digitized by Google

die innere Anziehung bewirkt die Brechung und die innere Zurückwerfung des Lichts.

5. Dieſe Kräfte haben verſchiedene abſolute Werthe oder Intenſitäten, nicht bloß für alle verſchiedenen materiellen Körper, ſondern für jede verſchiedene Art der Lichttheilchen, indem ſie von der Natur der chemiſchen oder Wahlverwandtſchaften ſind, ſo daß daraus die verſchiedene Brechbarkeit des Lichts hervorgeht.

6. Die Bewegung eines Lichttheilchens, welches der Wirkung dieſer Kräfte unterworfen iſt, ſo wie auch ſeine Geſchwindigkeit, gehorcht denſelben mechaniſchen Geſetzen, welchen die Bewegungen der gewöhnlichen Materie folgen, ſo daß daher jedes Theilchen eine Bahn beſchreibt, die genau berechnet werden kann, ſobald die wirkenden Kräfte bekannt ſind.

7. Die Entfernung der einzelnen Körpertheilchen iſt im Vergleich mit der Ausdehnung ihrer Wirkungsſphäre auf die Lichttheilchen ſehr gering.

8. Die Kräfte, welche die Zurückwerfung und die Brechung des Lichts hervorbringen, ſind in allen meßbaren und merklichen Entfernungen von den Körpertheilchen, welche ſie ausüben, völlig unmerklich.

9. Jedes Lichttheilchen gelangt während ſeines ganzen Weges durch den Raum in abwechſelnd periodiſch wiederkehrende Zuſtände, welche Newton Anwandlungen des leichtern Zurückwerfens und des leichtern Durchgangs nannte, vermöge deren (auf welche Art ſie auch entſtehen mögen, ob durch eine Axendrehung der Theilchen, und dem daraus hervorgehenden Abwenden und Zuwenden der anziehenden und abſtoßenden Pole, oder aus irgend einer andern Urſache) ſie in dem einen Zuſtande leichter den anziehenden, in dem andern Zuſtande leichter den abſtoßenden Kräften gehorchen. Dieſer ſonderbare und feine Theil der Newtonianiſchen Lehre wird hernach ausführlicher unterſucht werden.

527. Vermöge der ſiebenten und achten dieſer Vorausſetzungen ſind wir in den Stand geſetzt, unter der Annahme von anziehenden oder abſtoßenden Kräften die Bahn eines Lichttheilchens der mathematiſchen Rechnung zu unterwerfen; denn es ergiebt ſich unmittelbar aus dem achten Satz, daß bis zur phyſiſchen Berührung des Lichttheilchens mit der Oberfläche eines Mittels daſſelbe keiner merklichen Kraft unterworfen iſt, und daher nicht merklich von der graden Linie abgelenkt

Digitized by Google

wird; auf der andern Seite wird es, ſobald daſſelbe eine merkliche Tiefe unterhalb der Oberfläche erreicht hat, vermöge des ſiebenten Satzes, von den Körpertheilchen nach allen Richtungen gleich ſtark angezogen oder abgeſtoßen, ſo daß es ſich in einer graden Linie fortbewegt, als ob gar keine Kraft vorhanden wäre. Bloß in der unmerklichen Weite, die dem Durchmeſſer der Wirkungsſphäre der Körpertheilchen gleich iſt, wird daher die vollſtändige Biegung des Strahls vor ſich gehen. Seine Bahn kann als eine Art von hyperboliſcher Curve angeſehen werden, von welcher die graden Linien, welche das Lichttheilchen beſchreibt, ehe es die Oberfläche erreicht, und nachdem es ſich merklich von der Oberfläche wieder entfernt hat, die beiden ins Unendliche gehenden Zweige ausmachen, und mit ihrer Aſymptote zuſammenfallen; das gekrümmte Stück derſelben zieht ſich in einen Punkt zuſammen. Bei der Erklärung der Erſcheinungen der Brechung und der Zurückwerfung des Lichts brauchen wir nicht die Natur dieſer krummen Linie zu betrachten, welche, da ſie von dem Geſetz der Anziehung des Körpers abhängt, ſehr verwickelt ſeyn würde. Alles was wir zu berückſichtigen haben, iſt die Richtung des Strahls, welche derſelbe zuletzt annimmt, nachdem derſelbe auf die Fläche gefallen iſt, und die Aenderung ſeiner Geſchwindigkeit, wenn eine ſtattfindet.

528. Wir wollen nun die Bewegung eines Lichttheilchens unterſuchen, auf welches durch die vereinigten Anziehungen oder Abſtoßungen aller Theilchen eines Mittels nach irgend einem mathematiſchen Geſetz eine Wirkung hervorgebracht wird. Zuerſt iſt es einleuchtend, daß wenn die Oberfläche als völlig eben betrachtet wird, und die Anzahl der Theilchen, welche eine Anziehung oder Abſtoßung ausüben, unendlich groß iſt, ſo wird die Mittelkraft aller dieſer einzelnen Kräfte ſenkrecht auf der Oberfläche ſtehen, und in allen meßbaren Entfernungen von der Oberfläche unmerklich ſeyn, vorausgeſetzt, daß die Elementarkräfte jedes Theilchens ſchnell genug mit der Entfernung abnehmen. Es ſeyen nun x und y die Coordinaten des Lichttheilchens zu irgend einer Zeit, indem man annimmt, daß die Ebene der x und y mit der der Bahn zuſammenfällt, da es keine Kraft giebt, die daſſelbe aus dieſer Ebene bringen kann, und die daher ſenkrecht auf der Oberfläche des Mittels ſteht, in welcher x liegen ſoll; dann iſt y die ſenkrechte Entfernung des Lichttheilchens von der Oberfläche, und Y, welches eine ſehr ſchnell abnehmende Function von y iſt, kann

Digitized by Google

die Kraft bedeuten, welche daſſelbe nach der Oberfläche treibt, wenn ſich das Lichttheilchen außerhalb des Mittels befindet, oder abwärts von derſelben, wenn ſich das Lichttheilchen innerhalb befindet. Bezeichnet man dann durch dt das Element der Zeit, ſo hat man den Grundſätzen der Dynamik zufolge folgende Gleichungen der Bewegung:

$$\frac{ddx}{dt^2} = o; \quad \frac{ddy}{dt^2} + Y = o \qquad (a)$$

Multiplicirt man die erſte mit dx, die zweite mit dy, addirt und integrirt dann, ſo kommt

$$\frac{dx^2 + dy^2}{dt^2} + 2\int Y dy = \text{Const.}$$

Iſt nun v die Geſchwindigkeit des Lichttheilchens, ſo hat man

$$vv = \frac{dx^2 + dy^2}{dt^2}$$

folglich wird aus voriger Gleichung dieſe

$$vv = \text{Const} - 2\int Y dy.$$

Wir haben jedoch es hier nur mit der endlichen Geſchwindigkeit zu thun, oder mit derjenigen, welche das Licht erlangt, nachdem es die ganze Wirkung des Mittels erlitten hat; ſetzen wir daher V = ſeiner Anfangsgeſchwindigkeit, und V' = ſeiner Endgeſchwindigkeit, ſo haben wir, indem wir das Integral vom Anfang bis zum Ende, d. h. von $y = y_o$ bis $y = y_1$ ausdehnen,

$$V'^2 - V^2 = -2\int Y dy. \qquad (b)$$

Da y_o und y_1 unendlich groß angenommen werden, und da der Vorausſetzung nach die Function Y mit ſolcher Schnelligkeit abnimmt, daß ihr Werth für alle merklichen Werthe von y Null wird, ſo iſt es einleuchtend, daß wir $y_o = +\infty$ für die erſte Gränze des Integrals in allen Fällen annehmen können. Rückſichtlich der andern Gränze haben wir zwei Hauptfälle zu unterſcheiden.

529. Der erſte Fall iſt der der Zurückwerfung, wo der Strahl vermöge des Uebergewichts der abſtoßenden Kraft zurückgelenkt wird, und ſeinen ganzen Weg außerhalb des brechenden Mittels zurücklegt. Es kommt nicht darauf an, ob dieß geſchieht, ehe er die Oberfläche trifft, oder dann, wenn er ſie erreicht, oder ſogar erſt, nachdem er etwas in das Mittel eingedrungen iſt. Löſen wir nun in dieſem Fall das Integral $\int Y dy$ in ſeine Elemente auf, ſo können dieſe, während ſich das Lichttheilchen dem Körper nähert, folgendermaßen dargeſtellt werden:

$$\text{etc.} + Y'.(-dy) + Y''.(-dy) + Y'''.(-dy) + \text{etc.}$$

Digitized by Google

Bei dem Zurückgehen des Lichttheilchens wachſen aber die Werthe von y eben wieder ſo, als ſie vorher abnahmen, und werden mit den vorigen identiſch; die Werthe von Y, welche den auf einander folgenden Werthen von y entſprechen, Y′, Y″ u. ſ. w., bleiben der Art und Größe nach dieſelben; die entſprechenden Elemente des Integrals werden daher bei dem Zurückgehen

$$\text{etc.} + Y'.(+dy) + Y''.(+dy) + Y'''.(+dy) + \text{etc.}$$

ſo daß, wenn man beide verbindet, das erſte das letzte völlig aufhebt und $\int Y\,dy = 0$ giebt, wenn es von einem Ende der Bahn zum andern ausgedehnt wird. Wir haben daher für die Zurückwerfung

$$V'^2 - V^2 = 0\,,\; V' = V.$$

530. Der zweite Fall iſt derjenige, bei welchem der ganze Weg des Strahls, nachdem er die Oberfläche getroffen hat, innerhalb des Mittels liegt; dieß iſt der Fall bei der Brechung. Hier ſind vor dem Einfall alle Werthe von y poſitiv, nachher negativ; außerdem findet die Aenderung des Vorzeichens von dy, welche bei der Zurückwerfung geſchah, hierbei nicht ſtatt. Es muß daher $\int Y\,dy$ von $+\infty$ bis $-\infty$ genommen werden, und ſein Werth wird nicht Null (da die Function Y ſo ſchnell abnimmt), ſondern erhält einen endlichen Werth. Dieſer kann nur von den arbiträren Größen abhängen, die in der Zuſammenſetzung von Y vorkommen, oder mit andern Worten, von der Natur des Mittels und des Strahls, aber nicht von den Conſtanten, welche die Richtung des Strahls gegen die Oberfläche beſtimmen (ſeine Neigung und die Lage der Einfallsebene). Wir können daher $\int Y\,dy = -\frac{1}{2} k V^2$ annehmen, wo k eine von der Richtung des Strahls unabhängige Conſtante iſt, die ſich bloß durch die Natur des Strahls und des Mittels beſtimmt, ſo daß

$$V'^2 = V^2(1+k)\,;\; V' = V\sqrt{1+k} = \mu V, \quad \text{(c)}$$

wird, indem man $\sqrt{1+k} = \mu$ ſetzt.

531. Wir ſehen hieraus, daß ſowohl bei der Brechung als bei der Zurückwerfung unter dieſer Vorausſetzung die Geſchwindigkeit des Strahls nach ſeiner Ablenkung dieſelbe bleibt, unter welcher Richtung der Strahl auch einfallen mag, nämlich in einem gegebenen Verhältniſſe zu der Geſchwindigkeit vor ſeinem Einfallen, welches Verhältniß bei der Zurückwerfung das der Gleichheit wird.

532.

Digitized by Google

532. Wir wollen nun die Richtung des Strahls nach der Beugung betrachten. Hierzu ſey θ der Winkel, den ſeine Bahn in jedem Augenblick mit einer auf der Oberfläche errichteten ſenkrechten Linie macht; dann wird $\sin\theta = \frac{dx}{ds}$, indem ds für das Element des Bogens $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ ſetzt. Integriren wir nun die Gleichung $\frac{ddx}{dt^2} = 0$ einmal, ſo kommt $\frac{dx}{dt} = 0$, und $dx = c\,dt$, alſo $\sin\theta = \frac{c\,dt}{ds}$. Es iſt aber $v = \frac{ds}{dt}$, folglich $\sin\theta = \frac{c}{v}$. Es ſeyen nun θ_0, θ_1 der Anfangswerth und der Endwerth von θ, d. h. der Einfallswinkel und Zurückwerfungswinkel oder Brechungswinkel des gradlinigen Stücks des Strahls, ſo erhalten wir

$$\sin\theta_0 = \frac{c}{V}, \ \sin\theta_1 = \frac{c}{V'},$$

und indem man die eine Gleichung durch die andere dividirt

$$\frac{\sin\theta_0}{\sin\theta_1} = \frac{V'}{V} = \mu.$$

Die Sinus der Einfallswinkel und Brechungswinkel oder Zurückwerfungswinkel ſtehen daher zu einander in einem conſtanten Verhältniß, nämlich dem umgekehrten Verhältniß der Geſchwindigkeiten des Strahls vor und nach dem Einfallen.

533. Hierdurch ſehen wir, daß die Newtonianiſche Hypotheſe den Fundamentalbedingungen der Brechung und Zurückwerfung Genüge leiſtet, ohne daß es nöthig wäre, Unterſuchungen über das Geſetz der anziehenden und abſtoßenden Kräfte anzuſtellen. Es können beliebig viel Abwechſelungen von Anziehung und Abſtoßung vorhanden ſeyn, und der zurückgeworfene oder gebrochene Strahl kann, ehe er von der Oberfläche fortgeht, eine Menge wellenförmige Wege machen; das Einzige, was hierbei erfordert wird, iſt die außerordentlich ſchnelle Abnahme der Function Y, die die Kraft ausdrückt, ehe die Entfernung eine merkliche Größe erreicht hat.

534. Sind daher V und V′ die Geſchwindigkeiten vor und nach dem Einfall des Strahls, μ das Brechungsverhältniß, ſo iſt

$$V' : V = \mu : 1,$$

woraus man ſieht, daß wenn ein Strahl aus einem dünnern Mit-

tel ins dichtere übergeht, die Geſchwindigkeit vermehrt wird, und umgekehrt.

535. Außerdem haben wir noch

$$k = \frac{V'^2 - V^2}{V^2} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 - 1$$

$$= \mu\mu - 1 = \frac{2 \int - Y\,dy}{VV}$$

Nehmen wir nun an, daß die Form der Function Y für alle Mittel dieſelbe iſt, und daß ſie nur in der Stärke der Wirkung von einander aus folgenden Urſachen verſchieden ſind, erſtens wegen der größern Dichtigkeit, vermöge welcher mehr Körpertheilchen in die Wirkungsſphäre gebracht werden, und zweitens wegen einer größern oder geringern Affinität, oder Wirkungskraft jedes Körpertheilchens, ſo können wir Y durch S. n. φ (y) darſtellen, wo S das ſpecifiſche Gewicht oder die Dichtigkeit, n die abſolute brechende Kraft des Mittels, und φ (y) eine von den beſondern Eigenſchaften des Mittels unabhängige und für alle Körper gleiche Function bedeutet. Hieraus wird

$$\int - Y\,dy = S.\,n. \int - \varphi\,(y)\,dy = S.\,n.\,\text{Const.}$$

weil $\int - \varphi\,(y)\,dy$ von $y = + \infty$ bis $y = - \infty$ genommen, eine beſtimmte numeriſche Conſtante ſeyn wird. Wir haben dann

$$n = \frac{\mu\mu - 1}{S} \cdot \frac{VV}{2.\text{Const}}$$

wo μ das Brechungsverhältniß eines gegebenen Fundamentalſtrahls aus dem leeren Raum iſt; die Geſchwindigkeit V des Strahls im leeren Raum iſt ebenfalls bekannt, und eine conſtante Größe, ſo daß die abſolute brechende Kraft des Mittels n dem Ausdruck

$$\frac{(\text{Brechungsverhältniß})^2 - 1}{\text{Specifiſches Gewicht.}}$$

proportional iſt. Dieß iſt die Meinung Newtons von der brechenden Kraft eines Mittels, inſofern dieſelbe vom Brechungsverhältniß verſchieden iſt. Es bleibt jedoch immer etwas Hypothetiſches, da die Aehnlichkeit der Form des Geſetzes eine bloße Hypotheſe iſt, über die wir bloß ſagen können, daß wir in dieſer Rückſicht uns in der tiefſten Unwiſſenheit befinden. Eine Tafel der Werthe dieſer brechenden Kräfte für verſchiedene Mittel befindet ſich unter der Sammlung von Tafeln zu Ende dieſes Werks.

536. Das conſtante Verhältniß der Sinus der Einfallswin-

Digitized by Google

kel und der Brechungswinkel iſt hier durch directe Integration aus den Fundamentalformeln abgeleitet worden. Es giebt jedoch noch eine andere Methode, dieſes wichtige Geſetz herzuleiten, welche freilich in dieſem einfachen Fall mit mehr Umſchweifen verbunden iſt, allein beſondere Vortheile in dem verwickeltern Fall der doppelten Brechung gewährt, und die wir hier auseinanderſetzen wollen, um den Leſer im Voraus mit ihren Gründen und Anwendungen bekannt zu machen. Sie beſteht in dem Grundſatz, welcher in der Dynamik unter dem Namen des Grundſatzes der kleinſten Wirkung bekannt iſt, vermöge deſſen die Summe aller Producte aus den Elementen der Bahn in die zugehörigen Geſchwindigkeiten (oder das Integral $\int v\,ds$) ein Minimum wird, wenn dieſelbe zwiſchen zwei feſten Punkten der Bahn genommen wird. Die von irgend einem Lichttheilchen beſchriebene Bahn kann ſo angeſehen werden, als ob ſie aus zwei gradlinigen Stücken, oder hyperboliſchen Aeſten, die mit ihren Aſymptoten zuſammenfallen, und einem krummlinigen Stücke, deſſen Ausdehnung unmerklich iſt, beſtünde. Innerhalb des letztern, als phyſiſcher Punkt zu betrachtenden Stücks geht die ganze Beugung des Strahls von Statten, wie complicirt ſie auch ſeyn mag, und hier iſt die Geſchwindigkeit veränderlich. In den beiden Aeſten iſt ſie gleichförmig. Es ſeyen nun A und B zwei feſte Punkte in den letztern, die als Anfangspunkt und als Endpunkt eines Strahls angenommen werden, und C bezeichne den Punkt einer brechenden oder zurückwerfenden Oberfläche, wo die Beugung ſtattfindet. Man ſetze $AC = S$, $BC = S'$, und σ ſey das ſehr kleine krummlinige Stück des Strahls in C, und v die veränderliche Geſchwindigkeit, womit daſſelbe beſchrieben wird; V und V′ ſeyen die in den Stücken S und S′ ſtattfindenden Geſchwindigkeiten. Dann kann das Integral $\int v\,ds$ in die drei Theile $\int V\,dS + \int v\,\delta\sigma + \int V'\,dS'$ zerlegt werden. Von dieſen iſt der zweite völlig unmerklich, da σ ſo klein iſt, und die andern beiden werden, da V und V′ conſtant ſind, $VS + V'S'$.

537. Die Lage von C, rückſichtlich A und B, wird dann durch die Bedingung $VS + V'S' =$ einem Minimum beſtimmt, indem A und B als feſt und C als beliebig auf der Fläche veränderlich betrachtet werden. Im vorliegenden Fall ſind nun, wie §. 529 und 530 gezeigt worden iſt, die Geſchwindigkeiten V und V′ vor und nach dem Einfall des Lichts von der Richtung des einfallenden und gebrochenen oder zurückgeworfenen Strahls, oder der Lage des Punktes

Digitized by Google

C unabhängig, und müſſen daher in dieſer Aufgabe als conſtant betrachtet werden, die auf dieſe Art eine rein geometriſche wird. Es ſind die Punkte A und B gegeben, man ſoll den Punkt C in einer Ebene ſo finden, daß V.AC + V'.BC, wo V, V' conſtant ſind, ein Minimum wird. Nichts iſt leichter als die Auflöſung dieſer Aufgabe. Es ſeyen a, b, c, a', b', c' die Coordinaten der beiden Punkte A und B, x, y, o die von C, indem man die gegebene Ebene für die der x, y annimmt. Dann muß

$$V.S + V'.S' = V.\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+cc}$$
$$+ V'.\sqrt{(x-a')^2+(y-b')^2+c'c'},$$

durch die von einander unabhängigen Veränderungen von x und y zu einem Minimum gemacht werden. Dieß giebt durch Differentiation:

$$\frac{V}{S}\left\{(a-x)\,dx+(b-y)\,dy\right\}$$
$$+\frac{V'}{S'}\left\{(a'-x)\,dx+(b'-y)\,dy\right\}=o$$

und dieſer Ausdruck muß Null werden, was für Werthe man auch den Größen dx, dy beilegt. Man hat daher beſonders

$$\left.\begin{array}{l}\frac{V}{S}(a-x)+\frac{V'}{S'}(a'-x)=o\\ \frac{V}{S}(b-\quad+\frac{V'}{S'}(b'-y)=o\end{array}\right\}\quad(d)$$

Hieraus erhält man

$$\frac{S'}{S}=-\frac{V'}{V}\cdot\frac{a'-x}{a-x};$$
$$\frac{S'}{S}=-\frac{V'}{V}\cdot\frac{b'-y}{b-y};$$

ſetzt man beide Werthe einander gleich, ſo kommt:

$$(a'-x)(b-y)=(b'-y)(a-x);$$

oder wenn man wirklich multiplicirt und reducirt,

$$y=x.\frac{b-b'}{a-a'}+\frac{ab'-ba'}{a-a'};$$

folglich hierdurch

$$b'-y=\frac{b-b'}{a-a'}(a'-x).$$

Dieſe Gleichung giebt an, daß die beiden Stücke S und S' des Strahls vor und nach dem Einfall an der Oberfläche in C in einerlei

Ebene liegen, und daß dieſe Ebene auf der Oberfläche oder der Ebene der Coordinaten x und y ſenkrecht ſteht.

538. Nehmen wir die Gleichungen (d) wieder vor und bringen ſie unter die Form

$$S'.(a-x) = -\frac{V'}{V}.S(a'-x),$$

$$S'.(b-y) = -\frac{V'}{V}.S.(b'-y),$$

quadriren dieſelben und addiren ſie dann, ſo erhalten wir folgenden Ausdruck:

$$S'^2.\left\{(a-x)^2+(b-y)^2\right\}$$

$$=\left(\frac{V'}{V}\right)^2.S^2\left\{(a'-x)^2+(b'-y)^2\right\}$$

Setzen wir nun den Einfallswinkel des Strahls $=\theta$, den Brechungswinkel $=\theta'$, ſo erhalten wir

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2}}{S}$$

$$\sin\theta' = \frac{\sqrt{(a'-x)^2+(b'-y)^2}}{S'},$$

ſo daß die vorige Gleichung der folgenden gleichgeltend iſt.

$$\sin\theta = \frac{V'}{V}.\sin\theta'$$

welches dasſelbe Reſultat iſt, als wir vorher erhalten haben.

539. Das Princip der kleinſten Wirkung hat uns im vorliegenden Fall einer Integration der Differentialgleichungen, welche die Bewegung des Lichttheilchens ausdrücken, überhoben, und ſeine Anwendbarkeit in dieſer Rückſicht liegt in der bekannten Relation der Geſchwindigkeiten V und V'. Dieſe Relation iſt hier a priori gefunden worden; allein wäre ſie auch durch Verſuche ausgemacht geweſen, ſo wäre ſie zu dieſem Zweck nicht weniger anwendbar geweſen, und die Geſetze der Brechung und Zurückwerfung hätten ſich auf dieſelbe Art ausmitteln laſſen. Nur der Unterſchied würde ſtattfinden, daß im letztern Fall wir die Differentialgleichungen gar nicht anzuwenden, auch in keine Betrachtung über die auf das Lichttheilchen wirkenden Kräfte und die Art ihrer Wirkung einzugehen brauchten. Das Princip der kleinſten Wirkung giebt unabhängig von allen beſondern Vorausſetzungen über die Kräfte, welche die Biegung des

Strahls hervorbringen, eine analytiſche Relation zwiſchen den Geſchwindigkeiten vor und nach dem Einfallen, und den Richtungen der directen und der abgelenkten Bahn; eine Relation, welche beinahe ſo allgemein iſt, als die Geſetze der Dynamik ſelbſt, nur müſſen die dabei vorkommenden Kräfte als Functionen der Entfernungen von ihren Mittelpunkten angenommen werden. Dieſe Relation ſetzt uns vermöge ihrer Form in den Stand, ſobald die Beſchaffenheit der Geſchwindigkeiten bekannt iſt, die Richtungen der zwei Theile des Strahls zu beſtimmen, und umgekehrt, ohne daß man überhaupt ſeine Zuflucht zu den Differentialgleichungen zu nehmen braucht. In dem vor uns liegenden Falle ſcheint dieß zwar eine überflüſſige Weitläufigkeit zu ſeyn, da die Sache ſo einfach iſt; allein bei der Theorie der doppelten Brechung ſind die Umſtände anders beſchaffen. Da ſind die wirkenden Kräfte völlig unbekannt, nicht bloß rückſichtlich ihrer Intenſität, ſondern auch rückſichtlich ihrer Richtung, und wir ſind ſo weit entfernt, dieſe Gleichungen in der beſagten Theorie integriren zu können, daß wir nicht einmal ihre analytiſchen Ausdrücke aufſtellen können. Das ſo eben betrachtete Princip bildet in einem ſolchen Fall den einzigen Grund, auf welchen wir fußen können, und es iſt in dieſer Theorie von Laplace ſehr ſinnreich und elegant angewendet worden, um die verwickelten Geſetze der doppelten Brechung unter die Herrſchaft der Analyſis zu bringen.

540. Man nehme an, daß die Geſchwindigkeiten des einfallenden und gebrochenen Theils des Strahls, ſtatt in jeder Richtung gleich zu bleiben, ſich mit der Lage dieſer Theile gegen die Oberfläche des Mittels oder gegen beliebige feſte Axen im Raume ändern: dann ſind V und V′, ſtatt conſtante Werthe zu haben, Functionen der Coordinaten von C, entweder der rechtwinklichen x, y, z, oder der Polarcoordinaten φ, θ, γ, und die Stücke S, S′ des Strahls, die zwiſchen A und B und dem Punkt C der Oberfläche enthalten ſind, werden ebenfalls Functionen derſelben Coordinaten ſeyn. Die Bedingung

$$V.S + V'.S' = \text{einem Minimum}$$

giebt dann durch Differentiation, indem man das Differential Null ſetzt, eine Gleichung von der Form $L\,dx + M\,dy + N\,dz = 0$ oder $L\,d\varphi + M\,d\theta + N\,d\gamma = 0$. Differentiirt man ebenfalls die Gleichung der Oberfläche, ſo erhält man eine andere Relation von derſelben Beſchaffenheit, und da dieſe die einzigen Bedingungen ſind, denen die Differentiale dx, dy, dz unterworfen ſind, ſo können wir

Digitized by Google

das eine eliminiren und die Coefficienten der beiden andern Null ſetzen. Dann erhalten wir zwei Gleichungen zwiſchen den Coordinaten, welche mit der der Oberfläche verbunden ſind, dieſelben zu beſtimmen, d. h. den Punkt C zu finden, an welchem der Strahl die Oberfläche treffen muß, damit er nach der daſelbſt ſtattfindenden Beugung in B anlangen möge; auf dieſe Art kann das Problem in aller Allgemeinheit aufgelöst werden, ſobald die Natur der Functionen V und V′ bekannt iſt. Wir kehren von dieſer Abſchweifung zu der gewöhnlichen Brechung und Zurückwerfung zurück.

541. Wir wollen etwas näher unterſuchen, in welche Umſtände ein Strahl an den Umgebungen der Oberfläche gerathen kann. Wir können dann annehmen, daß daſelbſt eine Reihe von Schichten vorhanden iſt, in denen die anziehenden und abſtoßenden Kräfte der Mollecules des Mittels abwechſelnd vorherrſchen. Ihre Anzahl mag beliebig, und irgend eine der beiden Arten muß die erſte ſeyn. Dieſes Syſtem von Schichten iſt es eigentlich, welches als die Oberfläche des Mittels angenommen werden muß. Es bewege ſich nun ein Strahl Aa (Fig. 119) nach dem Mittel zu. Seine Bahn iſt bis a gradlinig, wo er zuerſt in die Wirkungsſphäre des Mittels tritt. Iſt die erſte Schicht, die er antrifft, eine anziehende, ſo wird ſeine Bahn gegen die Oberfläche hohl wie ab, und die ſenkrecht auf die Oberfläche zerlegte Geſchwindigkeit nimmt zu. In b möge ſich die Kraft in eine abſtoßende ändern, ſo hat die Bahn in b einen Wendungspunkt, und das Stück bc innerhalb dieſer Schicht iſt gegen die Oberfläche convex, während die ſenkrechte Geſchwindigkeit vermindert wird. Aehnliche Umſtände treten bei allen Abwechſelungen ein. Wir wollen nun annehmen, daß indem der Strahl durch eine abſtoßende Schicht geht, wie C, die Abſtoßung ſo ſtark werde, oder die anfängliche Geſchwindigkeit, mit welcher er ſich der Oberfläche nähert, ſo klein ſey, daß ſie ganz aufgehoben wird. In dieſem Fall bewegt ſich der Strahl einen Augenblick in C parallel mit der Oberfläche; allein die fortwirkende abſtoßende Kraft treibt ihn zurück, und da die Kräfte jetzt eben ſo beſchaffen ſind als vorher, nur aber in entgegengeſetzter Richtung rückſichtlich der Bewegung des Lichttheilchens wirken, ſo beſchreibt daſſelbe einen ähnlichen Weg Cd′c′b′a′A, welcher dem auf der andern Seite von C liegenden gleich iſt. Dieß iſt der Fall der Zurückwerfung. Nimmt man aber an, wie in Fig. 120, daß der Strahl eine ſolche Anfangsgeſchwin-

digkeit habe, oder die abſtoßenden Kräfte ſo ſchwach ſind, in Vergleichung mit den anziehenden, daß ehe die ſenkrechte Geſchwindigkeit aufgehoben iſt, derſelbe alle anziehenden und abſtoßenden Schichten durchlaufen hat, und in die Gegend c gekommen iſt, wo die Kräfte im Gleichgewicht ſind, ſo fällt die übrige Bahn innerhalb des Mittels und iſt gradlinig. Dieß iſt der Fall der Zurückwerfung. In beiden Fällen kennen wir nur den zuletzt ſtattfindenden Weg, oder die Richtung des aſymptotiſchen Zweiges a′B oder cB; von der Anzahl und Beſchaffenheit der wellenförmigen Bewegungen zwiſchen a und a′ oder c wiſſen wir nichts.

542. Dieſes ganze Raiſonnement läßt ſich ebenfalls auf die Bewegung eines Lichttheilchens an den Gränzen zweier Mittel anwenden, eben ſo wie bei der Gränze, die ein Mittel vom leeren Raum trennt. Nimmt man die Mollecules jedes Mittels als gleichförmig vertheilt, und nach allen Richtungen gleich ſtark wirkend an, ſo muß die Mittelkraft aller auf das Lichttheilchen wirkenden Kräfte auf der gemeinſchaftlichen Oberfläche ſenkrecht ſtehen, und dieſes allein wurde in der vorigen Theorie erfordert.

543. In der Corpusculartheorie verſteht man unter einem Lichtſtrahl eine ununterbrochene Reihe, oder einen Strom von Lichttheilchen, die ſich alle mit gleicher Geſchwindigkeit nach einer graden Linie bewegen, und einander nahe genug folgen, daß ſie das Auge in einem immerwährenden Reiz erhalten, d. h. ſo ſchnell nach einander kommen, daß ehe die von dem einen hervorgebrachte Empfindung Zeit genug gehabt hat zu vergehen, ſchon ein anderes anlangt. Es hat ſich aus Verſuchen ergeben, daß um eine ununterbrochene Empfindung von Licht zu erregen, es hinreichend iſt, einen augenblicklichen Blitz acht- bis zehnmal in einer Secunde zu wiederholen. Wird eine glühende Kohle an der Spitze eines brennenden Stabes ſo ſchnell im Kreiſe herumgedreht, daß ſie die Peripherie des Kreiſes in einer Secunde acht- bis zehnmal durchläuft, ſo kann das Auge nicht mehr die Stelle des leuchtenden Körpers unterſcheiden, und der ganze Kreis erſcheint leuchtend. Dieß zeigt ganz deutlich, daß die auf der Netzhaut durch das Licht erregte Empfindung beinahe unveränderlich bleiben muß, bis der Eindruck bei der folgenden Drehung des leuchtenden Körpers ſich wiederholt. Kann nun ein fortwährendes Sehen durch augenblickliche Eindrücke, die ſich erſt nach ſo großen Zeiträumen, als der zehnte Theil einer Secunde beträgt, wiederholen, her-

Digitized by Google

vorgebracht werden, ſo iſt leicht einzuſehen, daß die einzelnen Lichttheilchen in einem Strahl nicht ohne Unterbrechung auf einander zu folgen brauchen, um ein fortwährendes Sehen zu erregen. Da ihre Geſchwindigkeit beinahe 200,000 Meilen in einer Secunde beträgt, ſo können die einzelnen Lichttheilchen 1000 Meilen von einander entfernt ſeyn, und doch treffen deren faſt 200 in einer Secunde unſer Auge. Dieſe Betrachtung hebt alle Schwierigkeiten rückſichtlich ihres Zuſammentreffens im Raume, und es können unendlich viel Lichtſtrahlen ſich in demſelben Punkt ohne Störung durchkreuzen, vorzüglich wenn wir die geringe Größe berückſichtigen, die wir denſelben beilegen müſſen, damit ſie bei ihrer großen Geſchwindigkeit unſere Geſichtsorgane nicht verletzen. Wäre das Gewicht eines Lichttheilchens nur ein Gran, ſo wird ſeine Kraft der einer mit 1000 Fuß Geſchwindigkeit bewegten hundertundfunfzigpfündigen Kanonenkugel gleichkommen. Wie groß muß ihre Kleinheit ſeyn, da die Concentration von Millionen derſelben durch Glaslinſen und Spiegel nie den kleinſten mechaniſchen Eindruck auf die feinſten Inſtrumente gemacht hat, indem man Verſuche anſtellte, um einen ſolchen Eindruck zu entdecken. (Man ſehe Bennets Verſuche, Philosophical Transactions 1792. Vol. LXXXII. p. 87.)

544. Fällt ein Lichtſtrahl auf eine zurückwerfende oder eine brechende Oberfläche, ſo ſollte man glauben, da ſich alle Lichttheilchen mit gleicher Geſchwindigkeit und in derſelben graden Linie bewegen, daß dasjenige, was bei dem einen ſtattfindet, auch bei allen andern ſtattfinden müßte, und daß wenn eins zurückgeworfen wird, auch alle andern zurückgeworfen werden, während auf der andern Seite, wenn eins derſelben in die Oberfläche eindringt, und ſeinen Weg völlig innerhalb des Mittels fortſetzt, alle andern daſſelbe thun ſollten. Dieß iſt jedoch der Erfahrung zuwider, da, wenn ein Strahl auf eine Oberfläche fällt, nur ein Theil zurückgeworfen wird, und das übrige Licht in das Mittel eindringt. Keine Theorie kann genügend ſeyn, die ein ſolches Hauptfactum nicht erklärt. Die Newtonianiſche Theorie erklärt daſſelbe durch die Anwandlungen des leichtern Zurückwerfens oder des leichtern Durchgehens. Um dieſe Erklärung zu verſtehen, müſſen wir auf den neunten Forderungsſatz, §. 526 zurückgehen, und annehmen, daß zwei Lichttheilchen unter demſelben Neigungswinkel die Oberfläche treffen, von denen das eine ſich in der Anwandlung des leichtern Zurückwerfens, das andere ſich

Digitized by Google

in der Anwandlung des leichtern Durchgehens befindet. Auf das erſtere werden mehr die abſtoßenden Kräfte, auf das letztere mehr die anziehenden wirken, und hieraus iſt es einleuchtend, daß das eine unter denſelben Umſtänden rückſichtlich des Einfallens zurückgeworfen werden kann, während das andere durchgeht. Es hängt nun ganz von der Natur des Mittels und der Anfangsgeſchwindigkeit des Lichttheilchens gegen die Oberfläche deſſelben ab (die ſich wie der Coſinus des Einfallswinkels verhält), ob die ganze abſtoßende Kraft, oder nur ein Theil derſelben nöthig iſt, um die Geſchwindigkeit zu vernichten und Zurückwerfung hervorzubringen. Im erſten Fall können bloß ſolche Theilchen zurückgeworfen werden, welche ſich in den günſtigſten Umſtänden für die Zurückwerfung, oder in der ſtärkſten Phaſe einer Anwandlung des leichtern Zurückwerfens befinden. Im letztern Fall können auch ſolche zurückgeworfen werden, die ſich in weniger günſtigen Umſtänden, oder in weniger ſtarken Phaſen der Anwandlung des leichtern Zurückwerfens befinden, und ſind die abſtoßenden Kräfte des Mittels ſehr ſtark in Vergleich mit den anziehenden, oder iſt der Einfallswinkel ſo groß, daß das Lichttheilchen nur eine geringe Geſchwindigkeit ſenkrecht gegen die Oberfläche hat, ſo werden ſogar diejenigen Theilchen, welche in den ſchwächſten Anwandlungen des leichtern Zurückwerfens ankommen, unfähig ſeyn, die abſtoßenden Schichten zu durchlaufen.

545. Wir ſehen hieraus, daß das Verhältniß der zurückgeworfenen Mollecules eines Strahls, die auf die Oberfläche eines Mittels in jedem möglichen Zuſtande ihrer Anwandlungen fallen, von zwei Umſtänden abhängt; erſtens von der Natur des Mittels, auf deſſen Oberfläche ſie fallen, oder wenn die Oberfläche zwei Mitteln gemeinſchaftlich iſt, von der Natur beider; zweitens vom Einfallswinkel. Bei großer Schiefe wird die Zurückwerfung häufiger, aber ſogar bei der größten Schiefe, wenn der Strahl die Oberfläche nur ſtreift, iſt es gar nicht nöthig anzunehmen, daß alle Theilchen, oder auch nur der größere Theil derſelben, zurückgeworfen werden müſſen. Diejenigen, welche in den günſtigſten Phaſen der Anwandlungen des leichtern Durchgehens ankommen, gehorchen dem Einfluß geringer anziehender Kräfte vorzugsweiſe vor ſtarken abſtoßenden Kräften; es wird aber völlig von der Natur der Mittel abhängen, welche von beiden Kräften vorherrſchend ſeyn wird, da die Anwandlungen in dem Newtonianiſchen Syſtem die Lichttheilchen nur

für die Zurückwerfung und das Durchgehen unter ſonſt günſtigen Umſtänden geneigter machen, die Kräfte zu erhöhen, die das eine hervorbringen, und die andern zu unterdrücken, aber nicht abſolut ihre Zurückwerfung oder ihr Durchgehen unter allen Umſtänden beſtimmen.

546. Von der Richtigkeit dieſer Schlüſſe kann man ſich leicht durch Verſuche überzeugen. Man hat beobachtet, daß die Zurückwerfung an der Oberfläche eines durchſichtigen (oder irgend eines andern) Mittels merklich ſtärker wird, wenn der Einfallswinkel wächst; allein an der äußern Oberfläche eines einzigen Mittels iſt die Zurückwerfung nie vollſtändig, oder auch nur beinahe vollſtändig. Bei Glas z. B. geht auch bei der größten Schiefe eine große Menge von Licht in daſſelbe hinein, und erleidet die Brechung. Bei undurchſichtigen Mitteln, z. B. polirten Metallen, findet daſſelbe ſtatt; die Zurückwerfung nimmt an Lebhaftigkeit mit dem Einfallswinkel zu, wird aber nie ganz oder beinahe vollſtändig. Der ganze Unterſchied beſteht darin, daß hier das eindringende Licht augenblicklich verſchluckt und vernichtet wird.

547. Die Erſcheinungen, welche dann ſtattfinden, wenn Licht an der gemeinſchaftlichen Oberfläche zweier Mittel zurückgeworfen wird, ſind grade diejenigen, welche man vermöge der vorhin auseinandergeſetzten Theorie zu erwarten hat, einige Umſtände ausgenommen, durch die wir bewogen werden, die Allgemeinheit unſerer Annahmen in gewiſſe Gränzen einzuſchließen, und eine gewiſſe Beziehung zwiſchen den anziehenden und abſtoßenden Kräften aufzuſtellen, durch welche die Brechung und Zurückwerfung des Lichts hervorgebracht wird. Man hat nämlich gefunden, daß wenn zwei Mittel in vollkommner Berührung ſind, (z. B. ein feſter Körper und eine Flüſſigkeit, oder zwei Flüſſigkeiten), die Intenſität der Zurückwerfung an ihrer gemeinſchaftlichen Oberfläche um ſo geringer iſt, je mehr die Brechungsverhältniſſe beider Mittel ſich der Gleichheit nähern, und ſind ſie einander vollkommen gleich, ſo hört die Zurückwerfung völlig auf, und der Strahl ſetzt ſeinen Weg im zweiten Mittel ganz ungeändert fort. Aus dieſer allgemeinen Bemerkung ſieht man, daß die zurückwerfenden und brechenden Kräfte bei allen Mitteln von gleicher Brechungskraft genau daſſelbe Geſetz befolgen, und daß bei ungleich brechenden Mitteln die Relation zwiſchen den anziehenden und abſtoßenden Kräften nicht willkürlich iſt, ſondern die eine von der andern abhängt. Dieſer

Digitized by Google

merkwürdige Umſtand macht die in §. 535 geſchehene Vorausſetzung der Identität der Form von Y, oder $\varphi(y)$, welche das Geſetz der Wirkung der Körpertheilchen auf das Licht ausdrückte, weniger unwahrſcheinlich.

548. Um dieſe Erſcheinungen durch Verſuche nachzuweiſen, nehme man ein Glasprisma mit einem ſehr kleinen brechenden Winkel (z. B. einen halben Grad; faſt jedes Stück Glas leiſtet hierzu gute Dienſte, da ſehr ſelten beide Seiten einander parallel ſind) und indem man das Auge gehörig ganz nahe an daſſelbe bringt, betrachte man das Bild eines Lichts, welches von der äußern, dem Auge nähern Oberfläche zurückgeworfen wird. Dieſes iſt von einem zweiten Bilde begleitet, welches von der andern Fläche zurückgeworfen iſt, und beide Bilder haben faſt gleiche Helligkeit, wenn der Einfallswinkel klein iſt. Man bringe nun etwas Waſſer, oder den naſſen Finger, oder noch beſſer, eine ſchwarze feuchte Subſtanz an die hintere Fläche in der Stelle, wo die innere Zurückwerfung ſtattfindet, und das zweite Bild wird ſogleich viel von ſeinem Glanz verlieren. Wendet man Olivenöl ſtatt Waſſer an, ſo iſt die Verminderung des Lichts viel bedeutender, und klebt man warmes Pech dahinter, ſo verſchwindet das zweite Bild völlig. Wendet man hingegen Materien an, die eine ſtärker brechende Kraft als Glas beſitzen, ſo erſcheint das zweite Bild wieder. So hat es bei Caſſiaöl eine bedeutende Helligkeit, bei Schwefel kann es von demjenigen, welches von der erſten Oberfläche zurückgeworfen wird, nicht unterſchieden werden, und wenden wir Queckſilber oder Amalgam an (wie bei einem foliirten Spiegel), ſo iſt die Zurückwerfung an der dem Queckſilber und dem Glaſe gemeinſchaftlichen Oberfläche viel ſtärker als an der vordern.

549. Die Aufhebung der Zurückwerfung an der Oberfläche zweier Mittel, die eine gleiche Brechungskraft beſitzen, erklärt viele ſonderbare Erſcheinungen. Tauchen wir ein unregelmäßiges Stück eines farbloſen durchſichtigen Körpers (z. B. Crownglas) in eine farbloſe Flüſſigkeit, die dieſelbe brechende Kraft hat, ſo wird es völlig unſichtbar. Denn da die Oberfläche nur durch die von ihr zurückgeworfenen Strahlen ſichtbar iſt, ſo braucht man nur die Zurückwerfung aufzuheben, und man ſieht dieſelbe nicht mehr, ausgenommen wenn ſich eine undurchſichtige Stelle im Innern befände, welche die Strahlen zurückwerfen könnte, was wir hier nicht berückſichti-

Digitized by Google

gen. Wird daher das aus einer ſolchen Subſtanz bereitete Pulver mit einer Flüſſigkeit befeuchtet, die dieſelbe brechende Kraft hat, ſo werden alle Zurückwerfungen an den innern und äußern Oberflächen der Stücke, aus denen es beſteht, und vermöge deren es als eine weiße Maſſe erſcheint, aufgehoben, und das Pulver wird vollkommen durchſichtig. Ein ſehr gewöhnliches Beiſpiel iſt die Durchſichtigkeit, welche das Papier erhält, indem es mit Waſſer, oder noch beſſer, mit Oel angefeuchtet wird; Papier beſteht aus einer unendlichen Menge kleiner, beinahe durchſichtiger Faſern einer holzartigen Subſtanz, die eine brechende Kraft beſitzen, welche wahrſcheinlich von der der ſtärker brechenden Oele nicht ſehr verſchieden iſt. Seine weiße Farbe entſteht aus der verwirrten Zurückwerfung der einfallenden Strahlen unter allen möglichen Winkeln, ſowohl an den äußern als den innern Oberflächen derſelben. Wird es mit einer Flüſſigkeit befeuchtet, ſo entſteht eine Schwächung der Intenſität dieſer Zurückwerfungen, und je näher ihre brechende Kraft der des Papiers kommt, deſto mehr Strahlen gehen durch daſſelbe hindurch. Die Durchſichtigkeit, welche das Weltauge erhält, indem man es in Waſſer taucht, entſteht wahrſcheinlich aus derſelben Urſache, indem das Waſſer die kleinen Poren deſſelben ausfüllt, und die innere Zurückwerfung ſchwächt. Dr. Brewſter hat aus dieſem Princip in einer ſehr intereſſanten Abhandlung über den Tabaſcheer (eine kieſelartige Subſtanz, die ſich im Zuckerrohr findet, und unter allen feſten Körpern die geringſte brechende Kraft beſitzt) eine Menge außerordentlicher Erſcheinungen erklärt, die ſich zeigen, indem man dieſe Subſtanz mit verſchiedenen Flüſſigkeiten befeuchtet. (Man ſehe Philosophical Transactions, 1819.)

550. Die Schlüſſe des §. 529 laſſen ſich ebenſowohl auf die Zurückwerfung an der innern Oberfläche, als an der äußern anwenden. Der einzige Unterſchied beſteht darin, daß im erſtern Fall die Zurückwerfung durch anziehende, im letztern durch abſtoßende hervorgebracht wird. Man kann den Lauf eines im Innern zurückgeworfenen Strahls ſo betrachten, wie in Fig. 121 und 122, und die Zurückwerfung kann in irgend einer der anziehenden Schichten innerhalb und außerhalb der wahren Oberfläche, d. h. der letzten Reihe von Theilchen, die das Mittel ausmachen, ſtattfinden. Es giebt jedoch einen Fall der innern Zurückwerfung, der zu merkwürdig iſt, als daß wir ihn ohne beſondere Bemerkung laſſen ſollten.

Digitized by Google

Es iſt derjenige, wenn der innere Einfallswinkel den Gränzwinkel, deſſen Sinus $= \frac{1}{\mu}$ iſt, übertrifft (§. 183 u. f. f.), wo die innere Zurückwerfung vollſtändig iſt, wie am angegebenen Orte als eine durch Beobachtung ausgemittelte Thatſache angeführt iſt. Um zu ſehen, wie dieß zugeht, wollen wir einen Strahl betrachten, der genau unter dieſem Winkel einfällt, und ſich in der ſtärkſten Phaſe der Anwandlung zum leichtern Durchgehen befindet. Dann wird derſelbe gebrochen, und da der Brechungswinkel vermöge der Allgemeinheit des Beweiſes des Brechungsverhältniſſes §. 529 grade 90° beträgt, ſo ſtreift er bei dem Heraustreten grade die Oberfläche an der Gränze der äußerſten Gegend CB (Fig. 123), wo alle merkliche Wirkungskraft aufhört. Unter dieſen Umſtänden iſt ſeine Anfangsgeſchwindigkeit ſenkrecht gegen die Oberfläche grade hinreichend, ihn bis an dieſe äußerſte Gränze zu bringen, wo er ganz vernichtet wird. Nehmen wir dann einen andern Strahl an, der ebenfalls in ſeiner größten Anwandlung zum leichtern Durchgehen auffällt, allein unter einem Winkel, der um eine unendlich kleine Größe größer iſt, als der vorige, ſo wird ſeine Geſchwindigkeit, da dieſelbe ſenkrecht gegen die Oberfläche geringer iſt als vorher, eher zerſtört werden, als er dieſe Gränze erreicht hat, und der Strahl wird daher anfangen, ſo eben innerhalb der letzten Gränze der Wirkungsſphäre ſich parallel mit der Oberfläche zu bewegen.

551. Die letzte Wirkung, welche die Oberfläche ausübt, oder diejenige Kraft, welche ſich in die größte Entfernung ausbreitet, muß eine anziehende ſeyn; denn erſtens, wäre ſie abſtoßend, ſo iſt einleuchtend, daß kein auf die Oberfläche von Außen unter 90° einfallender Strahl möglicherweiſe der Zurückwerfung entgehen könnte; zweitens kann kein Strahl unter dieſer Vorausſetzung von Innen herausgehen, und beide Folgerungen ſind den Erfahrungen zuwider. Wir können nun dieſen Gegenſtand folgendermaßen anſehen: Da ein innerhalb unter dem Gränzwinkel auffallender Strahl, wenn er heraustritt, parallel mit der Oberfläche geht, und da jeder Punkt, den er in ſeiner Bahn vor dem Heraustreten trifft, dem Mittel näher liegt, als die in ſeiner zuletzt ſtattfindenden Richtung befindlichen Punkte, ſo iſt es geometriſch unmöglich, daß die dem Austrittspunkte zunächſt liegende Krümmung anders als gegen das Mit-

tel concav ſeyn kann, und ſie muß daher nothwendigerweiſe durch eine anziehende Kraft hervorgebracht werden.

552. Das in Betracht gezogene Lichttheilchen befindet ſich alſo in dem Zeitpunkt, wo ſeine Geſchwindigkeit aufgehoben wird, in einer anziehenden Gegend; es wird daher nach Innen zu gelenkt, wie die punktirte Linie, Fig. 123 zeigt, und zurückgeworfen. Um deſto eher wird daher ein jedes in einer weniger ſtarken Anwandlung von leichterm Durchgehen, oder ein in einer Anwandlung von leichterm Zurückwerfen befindliches Lichttheilchen, ſo wie auch jedes andere, welches noch ſchiefer auffällt, zurückgeworfen werden, da letzteres eine noch geringere ſenkrechte Anfangsgeſchwindigkeit hat. Diejenigen, welche ſich in den für das Durchgehen günſtigſten Umſtänden befinden, erreichen die äußerſte anziehende Gegend wie Fig. 123. Andere, bei denen die Umſtände nicht ſo vortheilhaft ſind, werden in einer dazwiſchenliegenden Gegend zurückgeworfen, wie Fig. 122, während diejenigen, welche unter dem äußerſten innern Winkel auffallen, oder in den ſtärkſten Anwandlungen von Zurückwerfung ſich befinden, einen Weg nehmen, welcher in Fig. 121 dargeſtellt iſt.

553. Der Schluß, zu welchem wir in dem letzten Paragraph gelangt ſind, daß nämlich die anziehenden Kräfte ſich weiter erſtrecken, als die abſtoßenden, iſt eine nothwendige Folge der dynamiſchen Grundſätze, und der Newtonianiſchen Lehre der Zurückwerfung ſo wenig zuwider, daß derſelbe im Gegentheil völlig mit ihr in Uebereinſtimmung ſteht. Dr. Brewſter iſt durch ſeine Verſuche über Polariſirung des Lichts zu denſelben Schlüſſen geleitet worden (Phil. Trans. 1815 p. 133), und hat dieſelben dazu angewendet, eine ſonderbare Bemerkung von Bouguer zu erklären, nämlich daß Waſſer unter großen Einfallswinkeln (z. B. 87½°) ſtärker das Licht zurückwirft als Glas, obgleich unter kleinen Einfallswinkeln das Gegentheil ſtattfindet. Nimmt man nun an, daß das Licht der ganzen Wirkung der anziehenden Kräfte in beiden Fällen der Zurückwerfung unterworfen geweſen iſt, ſo wird ſein Einfallswinkel, ſobald es die Gegend der zurückwerfenden Kräfte erreicht, beim Glas auf 57° 44′ abgenommen haben, bei dem Waſſer hingegen nur bis auf 61° 5′, und da es auf Waſſer ſchiefer auffällt, ſo muß es häufiger zurückgeworfen werden. Was man nun auch von der Richtigkeit

dieſer Erklärung annehmen mag, ſo iſt ſie doch ſehr ſcharfſinnig, und die Sache ſehr merkwürdig und aller Aufmerkſamkeit werth.

554. Um die Erſcheinungen der vollkommenen Zurückwerfung am beſten zu betrachten, lege man ein rechtwinkliches Glasprisma auf eine ſchwarze Subſtanz nahe an ein Fenſter, mit der Grundfläche horizontal, wie Fig. 124, und bringe das Auge ganz nahe an daſſelbe, indem man abwärts ſieht. Dann erſcheint die Baſis durch einen ſchön gefärbten Bogen, wie ein Regenbogen, der gegen das Auge concav iſt, in zwei Theile getheilt, von denen der über dem Bogen befindliche Theil ſehr glänzend und lebhaft ſich zeigt, und eine Zurückwerfung der äußern Gegenſtände ſo darſtellt, daß ſie von der Wirklichkeit ſich nicht unterſcheiden laſſen. Der innerhalb des Bogens befindliche Theil iſt hingegen vergleichungsweiſe dunkler, indem die Zurückwerfung der Wolken u. ſ. w. von dieſem Theil viel geringer iſt. Hält man das Prisma in der Hand, ſtatt es auf einen ſchwarzen Körper zu legen, und ſtellt ein Licht darunter, ſo ſieht man daſſelbe; allein wo es auch ſtehen mag, ſo erſcheint ein Theil deſſelben immer innerhalb des Bogens. Der Weg der Strahlen bei dieſem Verſuche wird in Fig. 124 vorgeſtellt, wo E das Auge iſt, NG, OF, PD Strahlen ſind, die unter verſchiedenen Einfallswinkeln auf die entferntere Seite fallen, und ins Auge E zurückgeworfen werden; OF fällt grade unter dem Gränzwinkel ein. Es iſt einleuchtend, daß alle Strahlen nach N zu, welche auf den jenſeits F liegenden Theil der Baſis unter einem für das Durchgehen zu großen Winkel fallen, völlig zurückgeworfen werden, während die zwiſchen F und A einfallenden, deren Einfallswinkel weniger ſchief iſt, als zur vollkommenen Zurückwerfung erfordert wird, nur zum Theil eine Zurückwerfung erleiden, während der übrige Theil durch die Baſis in der Richtung DQ hindurchgeht. Setzen wir einen leuchtenden Körper in irgend einen Punkt, wie L unter die Grundfläche des Prisma, ſo iſt klar, daß wenn ein Strahl von demſelben das Auge erreichen ſoll, derſelbe wie LD zwiſchen A und F auffallen muß, und daß kein zwiſchen B und F fallender Strahl das Auge treffen kann.

555. Der gefärbte Bogen, welcher die vollkommene Zurückwerfung von der partiellen trennt, läßt ſich folgendermaßen erklären. Der Einfachheit wegen wollen wir das Auge innerhalb des Mittels annehmen (um die Betrachtung der an der geneigten Fläche AC des

Prisma

Prisma ſtattfindenden Zurückwerfung zu vermeiden), halten wir dann vom Auge einen Perpendikel auf die Baſis, indem wir zuerſt nur die rothen Strahlen berückſichtigen, und nehmen denſelben als die Axe eines Kegels an, deſſen Seitenlinien gegen die Axe an einen Winkel geneigt ſind, deſſen Sinus $= \frac{1}{\mu}$ iſt (oder der Gränzwinkel für die äußerſten rothen Strahlen); denken wir uns dann ſolche Strahlen vom Auge nach allen Richtungen ausgehend, ſo werden alle diejenigen, welche außerhalb der kreisförmigen Baſis des Kegels auffallen, vollkommen zurückgeworfen, diejenigen aber, welche innerhalb derſelben auffallen, nur zum Theil. Wären daher keine andern als ſolche rothe Strahlen von dieſer beſtimmten Brechbarkeit vorhanden, ſo würde die Gegend der partiellen Zurückwerfung ein Kreis ſeyn, deſſen Halbmeſſer gleich der Höhe des Auges über der Grundfläche, multiplicirt mit der Tangente des Winkels, deſſen Sinus $\frac{1}{\mu}$ beträgt, d. h. $= \frac{H}{\sqrt{\mu\mu - 1}}$. Auf gleiche Art iſt der Halbmeſſer des kreisförmigen Raums, innerhalb deſſen nur eine partielle Zurückwerfung der violetten Strahlen ſtattfindet $= \frac{H}{\sqrt{\mu'\mu' - 1}}$, oder $= \frac{H}{\sqrt{(\mu + \delta\mu)^2 - 1}}$, der kleiner als der für die rothen Strahlen ausfällt. In den zwiſchen beiden Kreiſen enthaltenen Raum werden nun die violetten Strahlen total, die rothen nur zum Theil zurückgeworfen, und daher enthält der ganze Raum einen Ueberſchuß von violettem Licht. Etwas Aehnliches gilt für die mittlern Strahlen, und die Lichtabnahme von dem äußern glänzenden Raum nach dem vergleichungsweiſe innern dunkeln entſteht daher aus der zuerſt ſtattfindenden Wegnahme der rothen Farbe, dann der orangen und ſo durch das ganze Spectrum hindurch; es bleibt alſo ein Reſt von Licht übrig, der immer mehr und mehr vom Weißen abweicht, und ins Blau übergeht. Nehmen wir nun an, daß jeder Strahl in der entgegengeſetzten Richtung auffällt, ſo daß er nach dem Auge zu reflectirt wird, anſtatt von ihm auszugehen, ſo wird daſſelbe als vorher ſtattfinden, und das Auge wird den hellen Raum außerhalb ſehen, welcher von dem dunkeln Raum innerhalb der Grundfläche

des Kegels getrennt iſt. Dieſer Uebergang iſt kein plötzlicher, ſondern wird durch einen blauen Rand begränzt, deſſen Farbe nach Innen zu lebhafter iſt, als nach Außen. Dieſe Erſcheinungen finden nun in der Wirklichkeit ſtatt, mit dem einzigen Unterſchiede, daß der Bogen an der erhabenen Seite mit etwas Blaßroth gefärbt iſt. Da dieſe Erſcheinung mit der Theorie unverträglich iſt, ſo kann ſie durch nichts Anderes entſtehen, als durch den Gegenſatz der Farben, der eine mächtige Urſache der Täuſchung bei allen Erſcheinungen der Farben iſt, und wovon dieſer Verſuch eines der merkwürdigſten Beiſpiele giebt. Newton bemerkt dieſe Erſcheinung nicht (Optics part. II. exp. 16), die zuerſt von Herſchel entdeckt wurde, obgleich er vom Uebrigen die hier aufgeſtellte Erklärung giebt. Die Wirkung der Brechung an der Seite BA des Prisma ändert etwas die Geſtalt des Bogens, indem ſie demſelben bei großer Schiefe der Strahlen eine conchoidiſche Geſtalt mittheilt.

556. Bedeckt man die Seite BC des Prisma mit ſchwarzem Papier, und läßt ein helles zerſtreutes Licht von Unten auf die Grundfläche fallen (z. B. von einem mattgeſchliffenen Glaſe, deſſen rauhe Seite an die Baſis gelegt wird), ſo findet das Umgekehrte der oben beſchriebenen Erſcheinungen ſtatt. Ein völlig ſchwarzer Raum entſteht jenſeits F, und ein heller dießſeits. Die Trennung zeichnet ſich durch einen lebhaften rothen Bogen aus, der durch Orange und Blaßgelb in Weiß übergeht, und wo das Roth nach Außen zu liegt. Es iſt einleuchtend, daß dieſe Erſcheinung in allen ihren Theilen das Complement der vorigen iſt, und daher keiner Erklärung bedarf. Es iſt jedoch zu bemerken, daß bei dieſem Bogen kein Blau oder Violett an der innern Seite erſcheint, ſo daß die Wirkung, die wir beim durch Zurückwerfung entſtandenen Bogen dem Gegenſatz der Farben zuſchreiben, bei den durchgelaſſenen Strahlen nicht ſtattfindet.

557. Die Stärke und Regelmäßigkeit der Zurückwerfung an der äußern Oberfläche eines Mittels hängt nicht bloß von der Natur des Mittels ab, ſondern ſehr weſentlich von dem Grade der Glätte und Politur ſeiner Oberfläche. Man kann aber vernünftigerweiſe fragen, wie eine regelmäßige Zurückwerfung bei irgend einer durch Kunſt polirten Fläche ſtattfinden kann, da das Poliren in nichts Anderm beſteht, als daß man die größern Ungleichheiten durch die Anwendung eines harten ſandigen Pulvers in kleinere zertheilt, wel-

Digitized by Google

ches Pulver, wie fein wir daſſelbe auch machen mögen, immer noch aus ſehr großen Maſſen rückſichtlich der Mollecules der Materie beſteht. Die am beſten polirte Oberfläche muß ſich daher zur Oberfläche einer Flüſſigkeit immer noch ſo verhalten, wie ein gepflügtes Feld zu einem Spiegel. Dieſe Frage beantwortet nun die Newtonianiſche Theorie auf eine ſehr genügende Weiſe. Entſtünde die Zurückwerfung durch einen wirklichen Stoß der Lichttheilchen gegen die Oberfläche, ſo könnte nie eine regelmäßige Zurückwerfung ſtattfinden, da die endliche Richtung des zurückgeworfenen Strahls bloß von der Geſtalt der Mollecules, oder dem Winkel der Unebenheiten der Oberfläche gegen die Oberfläche im Allgemeinen abhängt. Dieſe Unebenheiten haben nun bei nicht kryſtalliſirten Körpern jede mögliche Geſtalt, ſo daß bei dieſen das Licht durch Zurückwerfung nach jeder Richtung gleichmäßig zerſtreut werden würde. Bei kryſtalliſirten Körpern im Gegentheil, wo jedes Mollecul eine endliche Menge von genau ebenen Flächen darbietet, und die correſpondirenden Flächen einander mathematiſch parallel ſind, würde die Zurückwerfung wirklich regelmäßig ſeyn; allein die Richtung derſelben würde ſich bloß nach der des einfallenden Strahls und gewiſſer feſten Linien innerhalb des Kryſtalls richten, und von der Glätte und Neigung der durch Kunſt oder von Natur polirten Oberflächen völlig unabhängig ſeyn; außerdem würde in den meiſten Fällen eine vielfache Zurückwerfung, ſtatt einer einzigen, ſich ereignen. Alle dieſe Folgerungen ſind der Erfahrung ſo zuwider, daß man deutlich ſieht, daß wir genöthigt ſind anzunehmen, die Entfernung, auf welche ſich die abſtoßenden Kräfte erſtrecken, ſey nicht bloß größer als die Mollecules ſelbſt, oder ihr gegenſeitiger Abſtand, ſondern ſogar größer als die kleinen Unebenheiten der durch Kunſt polirten Oberflächen. Giebt man dieß zu, ſo verſchwindet die Schwierigkeit: denn die vereinigte Wirkung ſo vieler Theilchen oder Unebenheiten bringt eine Gleichförmigkeit hervor, während ſie einzeln genommen, die größte Verſchiedenheit darbieten mögen. Um dieß zu erläutern, brauchen wir nur unſern Blick auf Fig. 125 zu werfen, wo AB die rauhe Oberfläche des Mittels vorſtellt, und AC den Halbmeſſer der Wirkungsſphäre eines Körpertheilchens angiebt. Man nehme an, die Spitzen aller Erhebungen a, b, c, d liegen in einer Ebene, und beſchreiben Kugeln, deren Halbmeſſer AC iſt. Dann erzeugen ihre Durchſchnitte eine Art von warzenförmiger Oberfläche $\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$, welche ſich jedoch

einer mathematiſchen Ebene nähert, ſobald die Halbmeſſer der Kugeln im Vergleich mit den Entfernungen ihrer Mittelpunkte beträchtlich ſind. Ein auf das Mittel fallender Lichtſtrahl gelangt dann, ſobald er ſeine Wirkungsſphäre erreicht, nicht auf eine irreguläre Oberfläche, ſondern auf eine beinahe ebene Fläche, und die mittlere Wirkung aller Theilchen, wenn ſie über AB gleichförmig vertheilt angenommen werden, wird auf dieſer Oberfläche ſenkrecht ſeyn. Daſſelbe gilt von der Schicht der Theilchen unmittelbar unter den Spitzen b, c, d u. ſ. w., ſo wie von allen übrigen Schichten, in die die ganze Oberfläche zerlegt werden kann, ſo daß die weſentlichen Bedingungen, auf denen die Newtonianiſche Lehre der Brechung und Zurückwerfung beruht (nämlich die Gleichheit der Kraft in gleichen Entfernungen von dem allgemeinen Niveau der Oberfläche und ihre darauf ſenkrechte Richtung), immer noch bleiben.

558. Es iſt einleuchtend, daß die Ungleichheiten in der oben beſchriebenen warzenförmigen Oberfläche zunehmen, wenn die Halbmeſſer kleiner werden, oder die gegenſeitige Entfernung der Mittelpunkte zunimmt, und in demſelben Verhältniß wird die Regelmäßigkeit der Zurückwerfung unterbrochen. Zugleich folgt hieraus, daß je ſchiefer der Strahl auffällt, deſto größer kann die Unebenheit der Oberfläche ſeyn, und man erhält doch eine regelmäßige Zurückwerfung; dieß iſt mit der Erfahrung völlig übereinſtimmend, wie man leicht mit einem mattgeſchliffenen Glaſe verſuchen kann, welches ein ſehr deutliches Bild bei großen Einfallswinkeln herſtellt, obgleich beim ſenkrechten Auffallen, wegen der Rauhheit der Oberfläche, kein Bild entſteht. Die Urſachen hiervon ſind erſtens, daß ein ſehr ſchiefer Strahl nicht ſo tief in die Abſtoßungsſphäre einzudringen braucht, um ſeine ſenkrechte Geſchwindigkeit zu verlieren, und zweitens, daß er nicht zwiſchen zwei an einander liegenden Erhöhungen oder Vertiefungen der eingebildeten Oberfläche $\alpha\beta\gamma\delta$ hindurchgehen kann, ſondern wegen ſeiner Schiefe mehrere derſelben treffen muß, und ſo mehr der Geſammtwirkung der Kräfte des Mittels unterworfen iſt.

559. Auf dieſe Art erklärt ſich die Zurückwerfung des Lichts in der Newtonianiſchen Theorie. Man kann aber immer noch fragen, wie die Brechung an einer künſtlich polirten Fläche je regelmäßig ſeyn kann. Bei der Zurückwerfung erreicht der Strahl nie die Unebenheiten der Oberfläche; er erleidet ihre Geſammtwirkung, die durch die Entfernung gleichförmig und gegenſeitig compenſirt wird.

Digitized by Google

Bei der Brechung iſt die Sache anders. Hier müſſen die Strahlen wirklich durch die Oberfläche gehen, und daher alle Ungleichheiten unter jeden möglichen Winkel treffen. Die Antwort hierauf iſt eben ſo einfach. Weder die Brechung noch die Zurückwerfung entſtehen an der Oberfläche. Der größte Theil der Beugung (ſowohl inwendig als auswendig) geſchieht außer dem Bereich dieſer Unebenheiten, und durch die Wirkung einer beträchtlichern Dicke des Mittels, als dieſelben einnehmen. Ihre Wirkung kann mit der Wirkung der Berge rückſichtlich der Störung der allgemeinen Schwere verglichen werden. Ein Stein, welcher nahe bei denſelben von einer mäßigen Höhe herabfällt, folgt nicht der wahren Verticallinie, ſondern der Richtung des abgelenkten Bleiloths, die merklich von der erſten verſchieden iſt. Ließe man denſelben hingegen vom Monde herab nach dem Mittelpunkt der Erde fallen, ſo würde er zwiſchen den Bergen ohne merkliche Störung hindurchgehen, und wenn ſie auch tauſendmal größer wären.

560. Man kann in der That keine regelmäßige Brechung an einer merklich rauhen Fläche erhalten, die nur im geringſten mit der Regelmäßigkeit der Zurückwerfung zu vergleichen wäre. Dieß mag daher kommen, daß es für einen gebrochenen Strahl eine Unmöglichkeit iſt, unter einem gehörig ſchiefen Winkel die Oberfläche zu durchdringen. Es iſt jedoch merkwürdig, daß die innere Zurückwerfung an einer rauhen Oberfläche, ſelbſt bei bedeutender Schiefe, kaum merklich iſt, ſogar in den Fällen, wo die äußere Zurückwerfung bei derſelben Schiefe vollkommen regelmäßig und ſtark iſt. Dieß ſcheint anzuzeigen, daß die Kräfte, welche die äußere Zurückwerfung eines Strahls hervorbringen, ihre Wirkung völlig außerhalb des Mittels ausüben.

561. Wie auch die Kräfte beſchaffen ſeyn mögen, vermöge welcher die Körper das Licht brechen und zurückwerfen, ſo iſt doch ſo viel gewiß, daß ſie unvergleichlich wirkſamer als die Schwerkraft ſeyn müſſen. Die Anziehung der Erde auf einen Körper an ihrer Oberfläche bringt in einer Secunde nur eine Abweichung von 16 Fuß hervor, und ſie würde daher bei einem mit der Geſchwindigkeit des Lichts ſich bewegenden Körper in dieſer Zeit eine unmerkliche Ablenkung bewirken. Wir müſſen zuerſt bedenken, daß die Zeit, innerhalb welcher die ganze Wirkung des Mittels ſtattfindet, diejenige iſt, in welcher das Licht die Wirkungsſphäre der an der

Digitized by Google

Oberfläche des Körpers befindlichen Theilchen durchläuft. Nehmen wir für ihre Größe auch den tauſendſten Theil eines Zolles an, welches aller Wahrſcheinlichkeit entgegenläuft, ſo durchläuft das Licht dieſen Raum in

$$\frac{1}{12{,}672{,}000{,}000{,}000} \text{ Secunde.}$$

Beträgt nun die durch die Brechung hervorgebrachte Ablenkung 30 Grad (ein ſehr häufig vorkommender Fall), und wird dieſelbe durch eine Kraft hervorgebracht, die während einer Secunde gleichförmig wirkt, ſo muß dieſe Kraft die Schwere an der Oberfläche der Erde 33000000 Mal übertreffen, da dieſe Ablenkung einer linearen Abweichung von 200000 Meilen $\times \sin 30^\circ$, oder von 100000 Meilen $= 33000000 \times 16$ Fuß gleichkommt. Da aber die ganze Wirkung nicht in einer Secunde, ſondern in dem vorhin angegebenen ſehr kleinen Bruchtheil einer Secunde hervorgebracht wird, ſo muß die Kraft, die dieſe Ablenkung hervorbringt, in dem Verhältniß größer ſeyn, als das Quadrat einer Secunde größer als das Quadrat des vorigen Bruches iſt, ſo daß die am wenigſten unwahrſcheinliche Annahme, die wir machen können, eine Kraft giebt, die die Schwere

$$4969126272 \cdot 10^{24} \text{ Mal}$$

übertrifft. Bei dieſer ſchon ſo großen Schätzung haben wir aber noch zu bedenken, daß die Schwere an der Erdoberfläche die Geſammtwirkung ihrer ganzen Maſſe iſt, während diejenige Kraft, die das Lichttheilchen ablenkt, nur aus den zunächſt liegenden Körpertheilchen innerhalb der Wirkungsſphäre entſteht. Eine Kugel von $\frac{1}{1000}$ Zoll Durchmeſſer, von derſelben Dichtigkeit als die Erde, würde an ihrer Oberfläche nur eine Anziehung ausüben, die

$$\frac{1}{1000} \cdot \frac{1 \text{ Zoll}}{\text{Durchmeſſer der Erde}}$$

der gewöhnlichen Schwerkraft beträgt, ſo daß die wirkliche Stärke der von den Körpertheilchen ausgeübten Kraft nicht weniger als

$$\frac{1000 \times \text{Durchmeſſer der Erde}}{1 \text{ Zoll}}$$

$= 46352000000$ Mal die oben angegebene ungeheure Zahl betragen kann, oder ungefähr $2 \cdot 10^{44}$, wenn ſie mit der gewöhnlichen Anziehung der Materie verglichen wird. So groß ſind die Kräfte,

Digitized by Google

welche bei der Erklärung der Lichterſcheinungen nach der Newtonianiſchen Hypotheſe vorkommen. Bei der Undulationstheorie kommen nicht geringere Zahlen vor; auch kann man dieſen Gegenſtand unter keinem andern Geſichtspunkt auffaſſen, wo nicht die anzunehmenden Kräfte gleichſam unendlich groß werden.

562. Dr. Wollaſton hat die Beobachtung desjenigen Winkels, unter welchem die vollſtändige Zurückwerfung zuerſt an der gemeinſchaftlichen Oberfläche zweier Mittel ſtattfindet, zu dem Zweck vorgeſchlagen, das Brechungsverhältniß des einen zu beſtimmen, wenn das des andern bekannt iſt, und hat in den Philosophical Transactions 1802 einen ſchönen Apparat angegeben, vermittelſt deſſen man das Brechungsverhältniß faſt durch bloßes Ableſen findet. Legen wir unter die Grundfläche eines Prisma von Flintglas ein Object, ſo daß bloß Luft dazwiſchen iſt, ſo iſt der innere Einfallswinkel, bei welchem der Geſichtsſtrahl anfängt, vollkommen zurückgeworfen zu werden, und wo alſo das Object durch Brechung geſehen zu werden aufhört, ungefähr 39° 10′; hat man aber das Object in Waſſer getaucht, und daſſelbe mit dem Glaſe in Berührung gebracht, ſo bleibt es vermöge der größern Brechungskraft des Waſſers noch ſichtbar bis zu einem Einfallswinkel von 57½°. Wird irgend eine Oelart oder ein harziger Kitt angewendet, ſo iſt der Winkel dem Brechungsverhältniß des gebrauchten Mittels gemäß noch größer, und bei ſolchen Arten von Kitt, die ſtärker als Glas brechen, bleibt der Gegenſtand unter jedem Einfallswinkel ſichtbar. Um das Brechungsverhältniß eines Körpers zu finden, der weniger als Glas bricht, iſt daher nichts weiter nöthig, als die zu unterſuchende Subſtanz mit der Baſis des Prisma in Berührung zu bringen und das Auge abwärts zu bewegen (oder den Einfallswinkel zu vermehren), bis man daſſelbe nicht mehr als einen ſchwarzen Fleck auf dem übrigen mit ſilberartigem Glanz ſcheinenden Theil der Grundfläche ſieht. Bei Flüſſigkeiten und weichen Körpern erhält man die Berührung leicht; allein feſte Körper müſſen in Ebenen umgeformt, und an die Baſis vermittelſt einer Flüſſigkeit oder eines Kittes geklebt werden, welcher eine ſtärkere Brechungskraft als das Glas beſitzt, wodurch (da die Schichten des dazwiſchen liegenden Körpers parallel ſind) keine Aenderung in der totalen Ablenkung eines hindurchgehenden Strahls hervorgebracht wird. Auf dieſe Art können ſowohl undurchſichtige als durchſichtige Körper unterſucht werden, ſo wie auch Körper von

Digitized by Google

nicht homogener Dichtigkeit, wie z. B. die Kryſtalllinſe des Auges. Es kann ſonderbar ſcheinen, daß man vom Brechungsverhältniß eines undurchſichtigen Körpers ſpricht; allein man muß ſich erinnern, daß Undurchſichtigkeit bloß die Wirkung einer ſehr ſtark das Licht verſchluckenden Kraft iſt, und daß ehe der Strahl verſchluckt werden kann, derſelbe in das Mittel eintreten, und daher den an der Oberfläche ſtattfindenden Brechungsgeſetzen gehorchen muß. Auf dieſe Art hat Dr. Wollaſton das Brechungsverhältniß vieler Körper beſtimmt; allein Dr. Brewſter macht die Bemerkung, daß dieſe Methode einer Ungenauigkeit unterworfen iſt, ſo daß man ſich nicht völlig darauf in der Ausübung verlaſſen kann. Dr. Young hat bemerkt, daß das dadurch gegebene Brechungsverhältniß genau den äußerſten rothen Strahlen zugehört.

---

§. II. Allgemeine Darſtellung der Undulationstheorie des Lichts.

563. Die Undulationstheorie, zu deren hauptſächlichſten Anhängern Huygens, Descartes, Hooke und Euler, und in den neuern Zeiten die berühmten Namen von Young und Fresnel zu zählen ſind, welche dieſelbe mit großem Erfolg und Scharfſinn auf die Erklärung derjenigen Erſcheinungen angewendet haben, die in der Corpusculartheorie die größten Schwierigkeiten darbieten, verlangt folgende Vorausſetzungen oder Poſtulate:

1. Ein ſehr dünnes, feines und elaſtiſches Mittel, der Aether, erfüllt den ganzen Raum und durchdringt alle Körper, indem es die Zwiſchenräume zwiſchen den Molleculen derſelben einnimmt, und ſetzt der Bewegung der Erde, der Planeten und Kometen in ihren Bahnen, entweder weil es frei durch dieſe Körper hindurchgeht, oder weil es zu dünn iſt, kein Hinderniß in den Weg, welches durch die feinſten aſtronomiſchen Beobachtungen merklich würde; dieſer Aether beſitzt die Kraft der Trägheit, aber keine Schwere.

2. Die Theilchen des Aethers können durch die ponderable Materie in Bewegung geſetzt werden, ſo daß, wenn ein Theil eine Bewegung erhält, dieſer die Bewegung den zunächſt liegenden mittheilt; auf dieſe Art pflanzt ſich die Bewegung immer weiter nach allen Richtungen nach denſelben mechaniſchen Geſetzen fort, welche die Fortpflanzung der Wellen in andern elaſtiſchen Mitteln, als

Luft, Waſſer oder auch in feſten Körpern, nach ihrer relativen Beſchaffenheit beſtimmen.

3. Im Innern der brechenden Mittel befindet ſich der Aether in einem Zuſtande von geringerer Elaſticität im Vergleich mit der Dichtigkeit, als im leeren Raume; und je ſtärker das Mittel bricht, deſto geringer iſt, relativ genommen, die Elaſticität des darin befindlichen Aethers.

4. Die dem Aether im leeren Raume mitgetheilten Schwingungen werden durch brechende Mittel vermittelſt des in ihnen enthaltenen Aethers fortgepflanzt, allein mit einer Geſchwindigkeit, die dem geringern Grade der Elaſticität entſpricht.

5. Werden ſchwingende Bewegungen von einer beſondern Art durch den Aether fortgepflanzt, und erreichen ſie nach ihrem Durchgang durch das Auge die Netzhaut, ſo bringen ſie durch ihren Reiz die Empfindung von Licht hervor, auf eine Art, die mehr oder weniger derjenigen analog iſt, auf welche die Gehörnerven durch die Luftſchwingungen die Empfindung des Schalls erhalten.

6. So wie in der Lehre vom Schall die Menge der Luftſchläge oder die der Luftſchwingungen den Ton beſtimmt, ſo beſtimmt in der Lehre des Lichts die Menge der Schläge, oder die Anzahl der in einer beſtimmten Zeit unſern Nerven durch die denſelben am nächſten liegenden Aethertheilchen mitgetheilten Stöße die Farbe des Lichts, und ſo wie die abſolute Ausdehnung der Schwingungen der Lufttheilchen die Stärke des Tones beſtimmt, ſo beſtimmt die Amplitude oder Ausdehnung der Schwingungen der Aethertheilchen, vom Ruhepunkt derſelben aus gerechnet, die Helligkeit oder Intenſität des Lichts.

564. Die Anwendung dieſer Sätze auf die Erklärung der Lichterſcheinungen ſetzt die Bekanntſchaft mit der Theorie der Fortpflanzung der Bewegung durch elaſtiſche Mittel voraus, die wir hier annehmen wollen. Eine der hauptſächlichſten Eigenſchaften dieſer Bewegung iſt die, daß wenn man das elaſtiſche Mittel als gleichförmig und homogen annimmt, alle Bewegungen in demſelben in jeder Richtung mit gleicher und gleichförmiger Geſchwindigkeit fortgepflanzt werden, eine Geſchwindigkeit, welche bloß von der Elaſticität des Mittels im Vergleich mit ſeiner Kraft der Trägheit abhängt, ohne daß dabei die Größe oder die Regelmäßigkeit und Unregelmäßigkeit des erſten Stoßes in Betracht kommt. Während daher die Lichtſtärke,

ſo wie die Stärke des Schalls, mit zunehmender Entfernung vom Anfangspunkt abnimmt, bleibt die Geſchwindigkeit unverändert, und ſo wie jeder Ton derſelben Geſchwindigkeit zugehört, ſo durchläuft auch jede Farbe den leeren Raum oder ein homogenes Mittel mit gleicher Geſchwindigkeit.

565. Hier entſteht nun gleich Anfangs eine große Schwierigkeit, und man darf nicht verhehlen, daß dieſe einen Einwand von der größten Wichtigkeit gegen die Undulationstheorie darbietet. Es wird ſogleich gezeigt werden, daß die Ablenkung des Lichts durch die Brechung eine Folge des Unterſchieds der Geſchwindigkeit deſſelben innerhalb und außerhalb des brechenden Mittels iſt, und daß wenn dieſe Geſchwindigkeiten gegeben ſind, auch die Quantität der Ablenkung bekannt iſt. Hieraus würde unvermeidlich folgen, daß Strahlen von allen Farben in jedem Fall gleich ſtark gebrochen werden, und daß daher die Zerſtreuung des Lichts nicht ſtattfinden kann. Dr. Young verſuchte dieſe Schwierigkeit zu beſeitigen, indem er die Schwingungen der Theilchen des brechenden Mittels ſelbſt zu Hülfe nahm, wodurch die Geſchwindigkeit der Aetherſchwingungen innerhalb des Mittels geändert wird, und zwar bei der verſchiedenen Anzahl der Schwingungen auf verſchiedene Weiſe; hierdurch entſteht ein Unterſchied in der Geſchwindigkeit der Fortpflanzung für die verſchiedenen Farben; allein dieſe Annahme ſcheint uns nicht die gehörige Wahrſcheinlichkeit zu beſitzen. Wir halten es für beſſer, dieſen Mangel gleich frei herauszuſagen, und vom Leſer zu verlangen, ſein Verdammungsurtheil dieſer Theorie, wegen derjenigen Erſcheinungen, die ſie ſcheinbar nicht erklärt, aufzuſchieben, bis er mit der unendlichen Mannichfaltigkeit und Verwickelung derjenigen Erſcheinungen bekannt iſt, die ſie erklärt. Die Sache iſt die, daß weder die Corpusculartheorie noch die Undulationstheorie, noch jede andere bis jetzt aufgeſtellte Hypotheſe, alle Erſcheinungen des Lichts ſo vollſtändig und befriedigend erklärt, als es zu wünſchen wäre. Gewiſſe Vorausſetzungen müſſen bei jedem Schritt gemacht werden, vorzüglich rückſichtlich der mechaniſchen Wirkung, da wir uns rückſichtlich der wirkenden Kräfte in der tiefſten Unwiſſenheit befinden; und wo uns die richtige Schlußfolge fehlt, müſſen wir glauben. Betrachten wir jedoch die Hypotheſen und Theorien als Hülfsmittel, die Erſcheinungen zu claſſificiren, und Thatſachen auf Geſetze zurückzuführen, welche, obgleich ſie empiriſch ſind, doch

getreue Darſtellungen der Natur geben, und daher auf wirkliche Grundgeſetze zurückgeführt werden können, ſo müſſen wir die Wichtigkeit ſolcher Theorien zugeſtehen. Die Undulationstheorie iſt vorzüglich mit großen Schwierigkeiten verbunden, da die Lehre von der Fortpflanzung der Bewegung durch elaſtiſche Mittel eine der verwickeltſten und ſchwierigſten mathematiſchen Unterſuchungen iſt, und wir müſſen immerwährend unſere Zuflucht zu indirecten und analogen Schlüſſen nehmen, da wir gar keine Hoffnung haben, die bloß mathematiſchen Schwierigkeiten, denen dieſer Gegenſtand unterworfen iſt, wenn man ſeine Unterſuchung direct angreift, zu beſiegen.

566. Schon im Anfang der Anwendung dieſer Lehre treffen wir auf einen Einwand, den Newton als gegen dieſelbe entſcheidend hielt, der aber ſeitdem beträchtlich beſeitigt worden iſt. Auf welche Weiſe kann Schatten vorhanden ſeyn? Der Schall geht frei um eine Ecke, warum nicht auch das Licht? Eine von einem Mittelpunkt aus ſich in einem elaſtiſchen Mittel fortpflanzende Schwingung, die von einem unbeweglichen Hinderniß aufgefangen wird, in welchem ſich eine kleine Oeffnung befindet, ſoll ſich von dieſer Oeffnung aus jenſeits des Hinderniſſes wie von einem neuen Mittelpunkt ausbreiten, um den jenſeits befindlichen Raum mit Schwingungen nach allen Richtungen zu erfüllen. So wie daher in der Akuſtik die Oeffnung als eine neue Urſache des Schalles gehört wird, ſo ſollte dieſelbe in der Optik nach allen Richtungen zu als eine neue Quelle des Lichts geſehen werden. Hierauf läßt ſich antworten, erſtens, daß es nicht zu beweiſen ſteht, eine ſchwingende Bewegung, die einem Theilchen des elaſtiſchen Mittels mitgetheilt wird, pflanze ſich mit gleicher Stärke nach jeder Richtung, die von der erſten Richtung der Bewegung abweicht, fort, obgleich dieß mit gleicher Geſchwindigkeit geſchieht, und wir haben daher keine Urſache a priori anzunehmen, daß die Bewegung der ſchwingenden Theilchen an der Oeffnung ſeitwärts mit gleicher Stärke fortgepflanzt werde, ſondern eher das Gegentheil; zweitens iſt es in der That nicht wahr, daß der Schall um eine Ecke mit derſelben Stärke fortgepflanzt wird, als in der anfänglichen Richtung, wie man ſich durch folgenden einfachen Verſuch überzeugen kann. Man nehme eine gewöhnliche Stimmgabel, und halte dieſelbe, nachdem ſie in ſchwingende Bewegung geſetzt iſt, mit der platten Seite drei oder

vier Zoll vom Ohr entfernt; hierauf bringe man einen Kartenſtreifen, der etwas länger als die Gabel iſt, in eine Entfernung von ungefähr einem halben Zoll von der Gabel zwiſchen ſie und das Ohr. Der Ton wird faſt völlig aufgehalten, und wird die Karte ſehr ſchnell hin und her bewegt, ſo hört man wechſelsweiſe einen Ton und eintretende Stille; dieſes beweist, daß die Schwingungen der Luft keineswegs mit gleicher Stärke um den Rand der Karte fortgepflanzt werden, als in grader Richtung. Um ſich noch mehr von dieſer Thatſache zu überzeugen, braucht man nur auf den Schall eines Wagens zu hören, der um eine Ecke fährt. Sogar dann, wenn ſich kein Hinderniß im Wege befindet, wird der Schall nicht in allen Richtungen gleich ſtark gehört, wie man leicht bemerkt, indem man eine ſchwingende Stimmgabel nahe an das Ohr hält und ſie um ihre Axe dreht. Dieſe letztere Erſcheinung wurde, wie wir glauben, zuerſt von Dr. Young bemerkt (Philosophical Transactions 1802. p. 25) und dann vollſtändiger von Weber beſchrieben (Schweiggers Jahrbuch 1826). Findet nun überhaupt ein Unterſchied in der Stärke der Fortpflanzung in directer und lateraler Richtung bei den Schwingungen eines elaſtiſchen Mittels ſtatt, ſo muß dieſelbe aus der Beſchaffenheit des Mittels entſtehen, ſo wie auch aus dem Verhältniß der Größe der Schwingungen der einzelnen Theilchen zu ihrem gegenſeitigen Abſtand, und es würde wenigſtens nicht ungereimt ſeyn, den Aether von einer ſolchen Beſchaffenheit anzunehmen, daß die Seitenfortpflanzung verhältnißmäßig ſehr gering ausfällt. Drittens breitet ſich das Licht wirklich einigermaßen im Schatten der Körper aus, indem es von dem genauen gradlinigen Wege abweicht, und ſo die Erſcheinungen der Inflexion und Beugung bildet, die ſich völlig durch die Undulationstheorie erklären laſſen, und auf dieſe Weiſe einen ihrer ſtärkſten Unterſtützungspunkte geben. Wegen weiterer Belehrungen über dieſen verwickelten Gegenſtand müſſen wir den Leſer auf die zu Ende dieſes Artikels angegebenen Werke verweiſen. Es iſt hier hinreichend zu zeigen, daß die Einwürfe, welche von Newton und ſeinen Anhängern gegen die Undulationstheorie erhoben wurden, nicht treffend ſind, und ſich eher auf unpaſſende Begriffe von der Natur der elaſtiſchen Flüſſigkeiten und der Geſetze ihrer Undulationen gründen.

567. Obgleich jeder Stoß und jede nach einem Geſetz geregelte Bewegung in einem elaſtiſchen Mittel von den Theilchen deſ-

Digitized by Google

ſelben fortgepflanzt wird, ſo nimmt man doch in der Theorie des Lichts an, daß nur ſolche primitive Stöße, die nach regelmäßigen periodiſchen Geſetzen in gleichen Zeiträumen wiederkehren, und oft hinter einander wiederholt werden, unſern Organen die Empfindung von Licht mittheilen können. Um die Theilchen der Nerven unſerer Netzhaut mit gehöriger Wirkſamkeit in Bewegung ſetzen zu können, müſſen die faſt unendlich kleinen Stöße der anliegenden Aethertheilchen oft und regelmäßig wiederholt werden, damit ſie ihre Wirkung gleichſam vervielfältigen und concentriren. So wie ein großes Pendel durch eine äußerſt geringe Kraft, die ſehr oft in Zeiträumen an demſelben angebracht wird, welche der Schwingungszeit deſſelben genau gleich ſind, in Schwingung geſetzt werden kann, oder wie ein feſter elaſtiſcher Körper durch die Vibrationen eines andern entfernten Körpers, vermöge der Fortpflanzung derſelben durch die Luft, ebenfalls in ſchwingende Bewegung geräth, wenn beide im Einklang ſind, ſo können wir auch annehmen, daß die groben Nervenfaſern der Netzhaut durch die unaufhörliche Wiederholung der Aetherſchläge in Bewegung geſetzt werden, und bloß diejenigen werden ſich bewegen, die vermöge ihrer Größe, Geſtalt oder Elaſticität fähig ſind, in den Zeiträumen ihre Schwingungen zu vollenden, in welchen die Stöße wiederholt werden. Auf dieſe Art ſieht man leicht ein, wie ſich eine Begränzung der ſichtbaren Farben ergeben muß; denn wenn keine Nervenfaſern mit Schwingungen, die mehr oder weniger häufig als gewiſſe feſte Gränzen ſind, übereinſtimmen, ſo werden ſolche Schwingungen, obgleich ſie die Netzhaut erreichen, doch keinen Eindruck hervorbringen. So bringt auch ein einzelner oder ein unregelmäßig wiederholter Stoß kein Licht hervor, und auf dieſe Art können auch die in der Netzhaut hervorgebrachten Schwingungen noch eine merkliche Zeit fortdauern, wenn auch die wirkende Urſache aufgehört hat, wodurch die Empfindung von Licht verlängert wird (vorzüglich die eines lebhaften Lichts), wie §. 543 beſchrieben worden iſt. Wir können auf dieſe Art die Möglichkeit einſehen, wie einige Thiere, z. B. Inſecten, von keiner unſerer Farben Empfindungen haben, und die alle ihre Eindrücke von Licht durch eine Art von Schwingungen erhalten, welche jenſeits unſerer Gränzen liegen; auf ähnliche Weiſe wie Dr. Wollaſton daſſelbe ſehr ſcharfſinnig von ihren Wahrnehmungen des Schalls behauptet, ja beinahe bewieſen hat.

Digitized by Google

568. Die Bewegung jedes Aethertheilchens beſtimmt ſich durch die Bewegung des Theilchens des leuchtenden Körpers, von dem ſie ihren Urſprung hat, und iſt regelmäßig und periodiſch oder nicht, je nachdem dieß bei den urſprünglichen Theilchen ſtattfindet. Bei dieſer Theorie beſchäftigen wir uns aber bloß mit ſolchen Bewegungen, die als unendlich klein betrachtet werden können. Die Verrückung jedes Theilchens, ſowohl des Aethers als des leuchtenden Körpers, muß ſo klein angenommen werden, daß es ſich nicht von demſelben loslöst, noch die Ordnung unter den benachbarten Theilchen ſtört. Betrachten wir nun bloß ſolche unendlich kleine Verrückungen aus der Lage des Gleichgewichts, ſo iſt einleuchtend, daß die daraus hervorgehende Spannung, oder die Kraft, durch welche das verrückte Theilchen getrieben wird, der Entfernung vom Ruhepunkte proportional und nach demſelben gerichtet ſeyn muß, vorausgeſetzt daß wir das Mittel nach allen Richtungen als gleichelaſtiſch anſehen. Den Geſetzen der Dynamik zufolge muß dann ſeine Bahn eine in einer Ebene liegende Ellipſe ſeyn, deren Mittelpunkt der Ruhepunkt ausmacht, oder wenn eine der Axen der Ellipſe verſchwindet, ſo wird die Bahn eine grade Linie, in deren Mitte der Ruhepunkt liegt, und in welcher es hin und her ſchwingt, während alle Schwingungen im letztern Fall oder Umläufe im erſtern, ſie mögen groß oder klein ſeyn, in gleichen Zeiten geſchehen, und das Geſetz der Pendelſchwingungen befolgen. Wir wollen für jetzt den Fall der gradlinigen Schwingungen betrachten, der der einfachſte iſt, und hernach zeigen, wie ſich der allgemeinere Fall darauf zurückführen läßt.

569. **Aufgabe.** Die Bewegung eines ſchwingenden Theilchens eines leuchtenden Körpers zu beſtimmen, wenn wir annehmen, daß die Schwingungen in grader Linie geſchehen.

Man ſetze die Entfernung deſſelben vom Ruhepunkte $= x$, die ſeit einer gegebenen Epoche verfloſſene Zeit $= t$, die Geſchwindigkeit deſſelben $= v$, und die abſolute Kraft der Elaſticität $= E$, ſo wird die Kraft, welche das Theilchen nach ſeinem Ruhepunkt zu treibt, durch Ex ausgedrückt, und ſie ſucht x zu verringern, folglich haben wir, indem die Kraft der Schwere $= 32\frac{1}{6}$ Fuß angenommen wird, die Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{ddx}{dt^2} = E.x\,;$$

alſo $\frac{2ddx \,.\, dx}{dt^2} = -2E.x.dx$,

folglich, wenn man integrirt

$$\frac{dx^2}{dt^2} = vv = E.(aa - xx)$$

wo a die größte Ausweichung, oder die halbe Amplitude der Schwingung bedeutet. Hieraus ergiebt ſich

$$v = \sqrt{E}.\sqrt{(aa - xx)} = -\frac{dx}{dt} ,$$

folglich, $dt = -\frac{dx}{\sqrt{E}.\sqrt{(aa-xx)}}$,

oder wenn man integrirt

$$t + C = \frac{1}{\sqrt{E}} .\, \text{arc.} \left(\cos \frac{x}{a}\right) .$$

Hierdurch kommt auch

$$x = a.\cos\{\sqrt{E}.(t+C)\} ;$$
$$v = a.\sqrt{E}.\sin\{\sqrt{E}.(t+C)\} .$$

Dieß iſt die Geſchwindigkeit des Theilchens und ſeine Entfernung vom Mittelpunkt der Schwingung in jedem Augenblick. Nennen wir T die ganze Zeit, in welcher das Theilchen eine vollkommene Schwingung gemacht, d. h. in welcher es die von der Mitte entfernteſten Punkte erreicht hat und zum erſten zurückgekehrt iſt, ſo iſt zu Anfang der Bewegung $v = o$, $x = a$, $a.\cos\{\sqrt{E}(t+C)\} = a$, $(t+C)\sqrt{E} = o$, und wenn die Hälfte des Zeitraums verfloſſen iſt, oder das Theilchen die größte Entfernung $-a$ auf der andern Seite des Mittelpunkts erreicht hat, ſo wird

$$-a = a.\cos\left\{\sqrt{E}.(t + \tfrac{1}{2}T + C)\right\}$$

$$\sqrt{E}(t + C + \tfrac{1}{2}T) = \pi.$$

wo π die halbe Peripherie eines Kreiſes bedeutet, deſſen Halbmeſſer die Einheit iſt. Hieraus erhalten wir durch Subtraction

$$\tfrac{1}{2}T\ \sqrt{E} = \pi;\ T = \frac{2\pi}{\sqrt{E}} .$$

Vermittelſt dieſer Gleichungen können wir E eliminiren, und an deſſen Stelle T einführen, denn da $\sqrt{E} = \frac{2\pi}{T}$, ſo wird

Digitized by Google

$$x = a \cdot \cos . 2\pi . \frac{t + C}{T}$$

$$v = a \sqrt{E} . \sin 2\pi . \frac{t + C}{T}$$

welche die Gleichungen ſind, die die verlangten Geſetze ausdrücken, und die ſich, wenn wir die Zeit in dem Augenblick anfangen laſſen, wo $v = o$ iſt, oder wenn ſich das Theilchen an einem Ende der Schwingung befindet, auf folgende reduciren:

$$x = a . \cos . 2\pi . \frac{t}{T}; \; v = a . \sqrt{E} . \sin 2\pi . \frac{t}{T} .$$

570. Zuſatz. Die hin und her gehenden Schwingungen des Theilchens beſtehen daher in vier Hauptphaſen, in denen die Bewegung ähnlich iſt, aber in entgegengeſetzter Richtung oder auf entgegengeſetzten Seiten des Mittelpunkts ſtattfindet. In der erſten Phaſe befindet ſich das Theilchen rechts vom Mittelpunkt und nähert ſich demſelben; in der zweiten iſt es links von demſelben, allein in beiden geſchieht die Bewegung von der rechten nach der linken Hand, und wir nennen dieſelben die poſitiven Phaſen. In der dritten Phaſe liegt das Theilchen links vom Centrum und bewegt ſich gegen daſſelbe, von der linken nach der rechten Hand. In der vierten iſt es rechts vom Mittelpunkt und entfernt ſich von demſelben, indem es immer von der linken nach der rechten Seite zu ſich bewegt. Dieſe letztern ſollen die negativen Phaſen der Schwingung heißen.

571. Aufgabe. Die gradlinigen Schwingungen eines Aethertheilchens zu beſtimmen, welche aus einem nach der vorigen Aufgabe ſchwingenden Theilchen eines leuchtenden Körpers fortgepflanzt werden.

Bei der Fortpflanzung der Bewegung durch elaſtiſche gleichförmige Mittel wird jedem Theilchen eine gleiche oder ähnliche Bewegung von dem vorhergehenden mitgetheilt; allein dieſe Mittheilung bedarf einiger Zeit, und die Bewegung eines Theilchens, welches vom Urſprung der Schwingungen entfernt iſt, fängt nicht eher an, als bis eine der Entfernung proportionale Zeit verfloſſen iſt, welche durch denjenigen Zeitraum angegeben wird, in der der fortgepflanzte Stoß, ſowohl bei dem Schall als bei dem Lichte, dieſe Entfernung mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit durchläuft, die der Elaſticität des Mittels angemeſſen iſt. Bei dem Licht beträgt ſie ungefähr 200,000 Meilen in einer Secunde, bei dem

Schall

Digitized by Google

Schall 1100 Fuß. Hat die Schwingung der erſten Urſache der Bewegung aufgehört, ſo hört doch die Bewegung des Aethertheilchens nicht ſogleich auf, ſondern wird noch eine Zeit hindurch fortgeſetzt, welche derjenigen gleich iſt, welche vor dem Anfang der Bewegung verſtrich. Nennen wir daher V die Geſchwindigkeit des Lichts, D den Abſtand des Aethertheilchens vom leuchtenden Punkt, ſo iſt $\frac{D}{V}$ der Zeitraum, welcher zwiſchen dem Anfang der Bewegung des letztern und des erſtern verſtreicht; iſt alſo — t die Zeit, welche in irgend einem Augenblick ſeit dem Anfang der erſten poſitiven Phaſe der Schwingung des leuchtenden Punktes verſtrichen iſt, ſo iſt $t - \frac{D}{V}$ die entſprechende Zeit für das Aethertheilchen. Wir haben daher für die Bewegung des leuchtenden Punkts die Gleichungen

$$x = a \cdot \cos 2\pi \cdot \frac{t}{T}, \; v = b \cdot \sin 2\pi \cdot \frac{t}{T} \quad ,$$

wo $b = a\sqrt{E}$ iſt, und für die Gleichungen der Bewegung des Aethertheilchens, indem wir $\beta = \alpha\sqrt{E}$ ſetzen:

$$x = \alpha \cdot \cos 2\pi \cdot \left\{\frac{t - \frac{D}{V}}{T}\right\} \quad ;$$

$$v = \beta \cdot \sin 2\pi \cdot \left\{\frac{t - \frac{D}{V}}{T}\right\} \quad ;$$

wo α die halbe Amplitude der Schwingung, oder die Größe der Ausweichung des Aethertheilchens vom Ruhepunkte bedeutet.

572. Erſter Zuſatz. Hieraus iſt es einleuchtend, daß die eigentliche Geſchwindigkeit der Aethertheilchen in jedem beliebigen Verhältniß kleiner als die des Lichts ſeyn kann; denn der größere Werth von v hängt rückſichtlich ſeines numeriſchen Ausdruckes nur von α oder der Größe der Ausweichung, und von E ab, aber gar nicht von V oder der Geſchwindigkeit, mit welcher die Welle fortgepflanzt wird.

573. Zweiter Zuſatz. Nehmen wir an, das leuchtende Theilchen habe ſeit dem Anfang der Bewegung eine beliebige Anzahl von Vibrationen und einen aliquoten Theil derſelben in der

Zeit t vollendet, ſo wird ein Aethertheilchen, welches ſich nach irgend einer Richtung zu von demſelben in der Entfernung V.t befindet, von demſelben in Bewegung geſetzt werden (ſo daß alle dieſe Theilchen auf einer Kugeloberfläche liegen, deren Halbmeſſer V.t iſt). Nehmen wir eine andere Kugeloberfläche an, die mit der erſten concentriſch liegt, deren Halbmeſſer aber um die Größe V.T kleiner iſt (die wir in der Folge durch λ bezeichnen werden), ſo hat jedes in dieſer Oberfläche liegende Theilchen ſo eben ſeine erſte Schwingung vollendet und fängt die zweite an. Der Zwiſchenraum zwiſchen dieſen Oberflächen enthält, wenn derſelbe in concentriſche Kugelſchalen getheilt wird, Aethertheilchen, die ſich in jeder Phaſe der Schwingung befinden können, und zwar haben die Theilchen, welche ſich auf derſelben Schale befinden, auch dieſelbe Phaſe. Dieſe Theilchen zuſammengenommen nennt man eine Welle, und da der Stoß immer weiter vorwärts fortgepflanzt wird, ſo iſt einleuchtend, daß der Radius der Welle immer zunimmt, und nach und nach alle Theilchen des Mittels bis ins Unendliche umfaßt.

574. Erklärung. Der Zwiſchenraum zwiſchen der innern und äußern Oberfläche einer Welle heißt eine Undulation, oder ein Wellenſchlag, und ſeine Länge iſt $= V.T = \lambda$, oder der Raum, den das Licht in der Zeit einer vollſtändigen Schwingung des Aethertheilchens durchläuft. Er iſt alſo der Zeit proportional.

575. Die Länge der Undulationen verſchieden gefärbter Strahlen ſind alſo unter einander verſchieden. Denn vermöge des ſechsten Forderungsſatzes beſtimmt die in einer gewiſſen Zeit geſchehene Menge der Schwingungen der Aethertheilchen die Zeit. Je häufiger nun die Schwingungen in einer gegebenen Zeit ſind, deſto kürzer iſt ihre Dauer, folglich iſt T, welches dieſe Dauer ausdrückt, und daher auch λ oder die Länge der Undulation für violette Strahlen kleiner als für rothe. Aus Verſuchen, die ſogleich beſchrieben werden ſollen, hat ſich ergeben, daß die Länge der Wellenſchläge in der Luft, oder die Werthe von λ für die verſchiedenen Strahlen, ſo wie auch die Anzahl, wie oft ſie in einer Secunde wiederholt werden, folgende ſind:

Digitized by Google

Farbe.	Länge einer Undulation in Theilen eines Zolles in Luft, $\lambda =$	Anzahl ſolcher Undulationen in einem Zoll oder $\frac{1}{\lambda}$.	Anzahl der Undulationen in einer Secunde. Die Geſchwindigkeit des Lichts 192000 M.
Aeußerſte	0,0000266	37640	458 Billionen
Roth	256	39180	477 —
Mittlere	246	40720	495 —
Orange	240	41610	506 —
Mittlere	235	42510	517 —
Gelb	227	44000	535 —
Mittlere	219	45600	555 —
Grün	211	47460	577 —
Mittlere	203	49320	600 —
Blau	196	51110	622 —
Mittlere	189	52910	644 —
Dunkelblau	185	54070	658 —
Mittlere	181	55240	672 —
Violett	174	57490	699 —
Aeußerſte	167	59750	727 —

576. Wir ſehen aus dieſer Tabelle, daß die Empfindlichkeit des Auges in viel engere Gränzen als die des Ohres eingeſchloſſen iſt, da das Verhältniß der äußerſten Schwingungen beinahe wie das von 1,58:1 iſt, daher weniger als eine Octave beträgt, und ungefähr der kleinen Sexte gleichkommt. Es iſt nicht wenig zu verwundern, daß man im Stande iſt, ſo kleine Theile des Raumes und der Zeit mit Gewißheit zu meſſen; denn man kann bemerken, daß dieſe Perioden und Zeiträume wirklich exiſtiren, welche Theorie des Lichts wir auch annehmen, und daß bei denſelben nichts weiter hypothetiſch iſt, als die ihnen beigelegten Namen.

577. Die Richtung eines Strahls im Undulationsſyſtem iſt eine Linie, welche auf der Oberfläche der Welle ſenkrecht ſteht. Wird daher die Schwingung im gleichförmigen Aether fortgepflanzt, wo die Welle von Kugeloberflächen begränzt wird, ſo iſt die Richtung des Strahls conſtant, und kommt vom Mittelpunkt her. In die-

Digitized by Google

ſem Syſtem bewegt ſich alſo ein Lichtſtrahl gradlinig in einem gleichförmigen Mittel.

578. Die Intenſität eines Strahls ſteht in einem gewiſſen Verhältniß zu den Stößen, die die Netzhaut in einer beſtimmten Zeit von den Aetherthéilchen erhält, und daher in einem gewiſſen Verhältniß zu den Amplituden ihrer Schwingungen, oder zu ihren abſoluten Geſchwindigkeiten. Das Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte erfordert, daß die Amplitude der Schwingung eines Molleculeś, welches ſich in beliebiger Entfernung vom Mittelpunkte der Vibrationen befindet, ſich umgekehrt, wie die Entfernung verhält. Nehmen wir dann an, daß die auf der Netzhaut hervorgebrachte Empfindung ſich bloß wie die Kraft der Trägheit des Theilchens verhält, welches dieſe Empfindung bewirkt, ſo muß das Licht umgekehrt, wie die Entfernung abnehmen; verhält ſie ſich wie die lebendige Kraft deſſelben (oder wie das Quadrat der Geſchwindigkeit), ſo nimmt das Licht umgekehrt, wie das Quadrat der Entfernung ab. Da wir nicht wiſſen, auf welche Art die Empfindung des Lichts und des Schalles in unſerm Senſorium hervorgebracht wird, ſo haben wir keinen Grund, das eine dieſer Verhältniſſe dem andern a priori vorzuziehen. Bedenken wir aber, daß bei der Trennung eines Lichtſtrahls durch partielle Zurückwerfung, oder durch doppelte Brechung, oder auf irgend eine andere Weiſe, weder Gewinn noch Verluſt an Licht ſtattfindet (vorausgeſetzt daß das Mittel, welches die Trennung bewirkt, vollkommen durchſichtig und polirt iſt), ſo daß die Summe der Intenſitäten conſtant bleibt, obgleich die abſoluten Geſchwindigkeiten der ſchwingenden Theilchen, ſowohl der Größe als dem Zeichen nach (wie bei der Zurückwerfung, wo man annehmen muß, daß ſie mittelbar oder unmittelbar von einander zurückſpringen) verſchieden ſeyn können, ſo läßt uns die Uebereinſtimmung dieſes Geſetzes in allen Fällen mit dem der lebendigen Kräfte, und der Widerſpruch deſſelben in dem andern erwähnten Falle mit dem Geſetz der gleichförmigen Bewegung des Schwerpunkts (wodurch nicht die Summe, ſondern die Differenz der Intenſitäten conſtant würde, wenn man das einfache Verhältniß der Geſchwindigkeiten als Maß annehmen wollte) keine andere Wahl übrig, als das Quadrat der abſoluten Geſchwindigkeit, oder der Amplitude der Schwingungen des Theilchens, für das Maß der Intenſität des fortgepflanzten Strahls anzunehmen;

Digitized by Google

auf dieſe Art iſt das beobachtete Geſetz der Abnahme des Lichts mit dem Undulationsſyſtem in Uebereinſtimmung gebracht.

579. Iſt das Mittel, in welchem die Vibrationen fortgepflanzt werden, nicht gleichförmig elaſtiſch, ſo ſchreiten die Wellen, dem Geſetz der Elaſticität gemäß, in verſchiedenen Richtungen ungleich fort. In dieſem Fall iſt die Geſtalt der Welle nicht kugelförmig. Nehmen wir an, daß die Elaſticität durch unmerkliche Uebergänge ſich ändert, ſo wie wenn das Licht durch die Atmoſphäre geht, deren brechende Kraft veränderlich iſt, ſo wird die Geſtalt der Welle nach der Seite zu, wo die Elaſticität geringer iſt, abgeplattet. Iſt in Fig. 126 AB die Oberfläche der Erde, CD, EF, GH die atmoſphäriſchen Schichten, und S ein leuchtender Punkt, ſo werden die Wellen weniger gekrümmt, ſo wie ſie ſich der ſenkrechten SB nähern, und die krumme Linie S, 1, 2, 3, 4, 5, welche alle unter rechten Winkeln durchſchneidet, iſt nach Unten zu convex, ſo daß der Strahl immer nach der Erde zu gelenkt erſcheint, wie dieß auch wirklich der Fall iſt. Wir wollen nun die Erſcheinungen der Zurückwerfung und der Brechung im Undulationsſyſtem betrachten.

580. Die ſenkrechte Zurückwerfung des Lichts läßt ſich durch die Analogie mit der Bewegung einer elaſtiſchen Kugel, die gradezu auf eine andere ruhende ſtößt, begreifen, und ſie iſt auf dieſe Weiſe von Dr. Young erklärt worden. Sind die Kugeln einander gleich, ſo wird die ganze Bewegung der ſtoßenden Kugel der andern mitgetheilt, und keine Zurückwerfung findet ſtatt; auf dieſe Weiſe kann der Stoß ohne Verringerung durch eine beliebig lange Reihe von Kugeln fortgepflanzt werden. Dieß findet bei dem Licht ſtatt, welches ſich in einem gleichförmigen Mittel bewegt, oder aus einem Mittel in ein anderes von gleicher Elaſticität übergeht. Stößt aber eine kleinere Kugel auf eine größere ruhende, ſo wird ſie mit einer Kraft zurückgeworfen, die im Verhältniß mit dem Unterſchiede der Größe der Kugeln ſtehen muß.

581. Um aber die ſchiefe Zurückwerfung und Brechung, ſo wie andere Erſcheinungen, von denen wir reden werden, zu erklären, müſſen wir folgende Sätze aufſtellen, die entweder an ſich klar ſind, oder doch aus den elementaren Sätzen der Dynamik folgen.

582. Erſtens. Wird den Theilchen eines Mittels zu gleicher Zeit eine beliebige Anzahl ſehr kleiner Stöße mitgetheilt, ſo iſt die Bewegung eines jeden Theilchens in einem beliebigen Augenblick gleich

Digitized by Google

der Summe aller Bewegungen, die daſſelbe haben würde, wenn jeder Stoß dem Syſtem von Theilchen einzeln mitgetheilt worden wäre (das Wort Summe muß hierbei in ſeinem algebraiſchen Sinn genommen werden).

583. Zweitens. Jedes ſchwingende Theilchen eines Mittels, es mag durch einen urſprünglichen, oder durch einen fortgepflanzten Stoß in Schwingung gerathen ſeyn, kann als ein Mittelpunkt der Schwingungen betrachtet werden, aus welchem ein Syſtem von ſecundären Wellen nach allen Richtungen, den Geſetzen der Fortpflanzung der Wellen gemäß, ausgeht.

584. Satz. Bei der Zurückwerfung des Lichts in der Undulationstheorie iſt der Einfallswinkel dem Zurückwerfungswinkel gleich.

Es ſey AB eine Ebene, die die beiden Mittel trennt, und S der leuchtende Punkt, der eine Reihe ſphäriſcher Wellen hervorbringt, von denen Aa eine iſt. Sobald dieſe die Oberfläche in A erreicht, findet eine partielle Zurückwerfung ſtatt, und ſieht man A als einen neuen Mittelpunkt der Schwingungen an, ſo pflanzen ſich aus demſelben Wellen fort, von denen eine mit größerer oder kleinerer Geſchwindigkeit, als die einfallende beſitzt, in das Mittel tritt; die andere geht mit derſelben Geſchwindigkeit in das erſte Mittel zurück. Wir haben jetzt nur die letztere zu berückſichtigen. Die Welle Aa bewege ſich nach Bb, ſo wird während der Zeit, daß ſie den Raum PB durchlaufen hat, die von A fortgepflanzte Welle durch eine Entfernung $Ad = PB$ zurückgegangen ſeyn, und die Halbkugel, deren Halbmeſſer Ad iſt, wird dieſe Welle vorſtellen. Zwiſchen A und B nehme man irgend einen Punkt X an und beſchreibe die Halbkugel Xc. Sieht man nun X als einen Mittelpunkt der Schwingung an, ſo wird er nicht eher zu ſchwingen anfangen, als bis ihn die Welle erreicht hat. Er ſchwingt daher um die ganze Zeit ſpäter, welche die Welle Aa gebraucht, um durch PQ zu laufen; allein wenn er einmal in Schwingung geſetzt iſt, ſo pflanzt er rückwärts eine Welle mit gleicher Geſchwindigkeit fort, ſo daß wenn die urſprüngliche Welle nach Bb gelangt iſt, die von X ausgehende eine Halbkugel bildet, deren Radius $Xc = PB = PQ = AB$ iſt. Da dieſes nun von jedem Punkt X gilt, und wir eine Oberfläche annehmen, die alle dieſe Halbkugeln in d, c, B berührt, ſo giebt dieſe Oberfläche die Punkte an, in denen der zurückgeworfene Stoß ſo eben angelangt iſt, und die ſich in dem Zeitpunkt zu bewegen anfangen,

wo die urſprüngliche Welle den Punkt B erreicht hat. Sie iſt daher die Oberfläche der zurückgeworfenen Welle. Man nehme nun an, daß die Kugelfläche bB unterhalb der Ebene AB fortgeſetzt ſey, wie durch die punktirte Linie DCB dargeſtellt wird; daſſelbe geſchehe mit den aus A und X beſchriebenen Kugeln. Da die Kugeloberflächen DCB und Cc beide ſenkrecht auf SXC ſtehen, ſo müſſen ſie ſich in C berühren, folglich iſt die Oberfläche, welche alle um A, X u. ſ. w. beſchriebenen Kugeln berührt, unterhalb AB ein Kugelſtück, deſſen Mittelpunkt S iſt; die Oberfläche Bcd oder die zurückgeworfene Welle iſt daher ein Kugelſtück, deſſen Mittelpunkt s eben ſo tief unter der Linie AB liegt, als ſich S über derſelben befindet.

Einem in X befindlichen Auge erſcheint nun der leuchtende Punkt S in einer Richtung, die ſenkrecht auf der einfallenden Welle ſteht, und das in c ſtehende Auge ſieht das zurückgeworfene Bild von S in s nach der Richtung cs ſenkrecht auf der zurückgeworfenen Welle; cs geht aber durch X, weil die Kugeln cC und Bb ſich in c berühren. Folglich geht der Strahl, vermittelſt deſſen s geſehen wird, durch X. Die Oberflächen BD, Bd ſind einander aber ähnlich und gleich, folglich wird auch Winkel BXc = BXC = AXS, d. h. der Einfallswinkel iſt dem Zurückwerfungswinkel gleich.

585. Zuſatz. Iſt die zurückwerfende Fläche nicht eben, ſo iſt die zurückgeworfene Welle nicht ſphäriſch; ihre Geſtalt läßt ſich aber folgendermaßen leicht beſtimmen. Die directe Welle habe die Lage Bb (Fig. 128) angenommen. Man nehme irgend einen Punkt X in der zurückwerfenden Oberfläche, und beſchreibe die Kugel XQ; aus dem Mittelpunkt X und dem Halbmeſſer BQ beſchreibe man eine andere Kugel. Daſſelbe thue man mit jedem andern Punkt der Oberfläche AB, und die Oberfläche Bcd, welche alle dieſe Kugeln berührt, wird die Oberfläche der zurückgeworfenen Welle, weil ſie die größte Entfernung angiebt, welche der reflectirte Stoß in allen Richtungen zu derſelben Zeit erreicht hat, in welcher der directe Stoß nach B gekommen iſt. Man nehme nun Y unendlich nahe an X, und indem man dieſelbe Conſtruction an Y vornimmt, ſeyen c, e die Punkte der zurückgeworfenen Welle, auf welcher Xc und Ye ſenkrecht ſtehen. Man ziehe Xr ſenkrecht auf Ye, Xq auf SYq; da nun Ye = SB — SY, Xc = SB — SX, ſo wird Ye — Xc oder Yr = SX — SY = Yq, und da XY den rechtwinklichen Dreiecken XYr, XYq gemeinſchaftlich iſt, ſo wird der Winkel

r Y X = X Y q = S Y A, ſo daß daſſelbe Geſetz der Zurückwerfung ſowohl bei krummen als bei ebenen Oberflächen ſtattfindet.

586. **Aufgabe.** Das Geſetz der Brechung in der Undulationstheorie zu erklären.

Es ſey (Fig. 129) S ein leuchtender Punkt, aus welchem irgend eine fortgepflanzte Welle nach und nach die Punkte Y, X, B irgend einer krummen Oberfläche eines brechenden Mittels erreicht, wo X und Y einander unendlich nahe liegen. So wie die Welle die Punkte Y, X, B trifft, wird jeder derſelben ein Mittelpunkt der Undulationen, die ſich im brechenden Mittel mit einer Geſchwindigkeit fortpflanzen, welche von der des Lichts im erſten Mittel, rückſichtlich der verſchiedenen Elaſticitäten, abweicht. (Dritter Forderungsſatz.) Es ſey V : v = die Geſchwindigkeit im erſten Mittel zu der im zweiten (der Hypotheſe nach ein conſtantes Verhältniß) und indem man die Kugel BQR beſchreibt, nehme man $Xc = \frac{v}{V}.QX$ und $Ye = \frac{v}{V}.YR$, dann ſind Xo und Ye die Räume, welche die gebrochenen ſecundären Wellen, die von X und Y ausgehen, in der Zeit beſchreiben, in welcher die directe Welle B erreicht hat. Beſchreibt man daher aus X und Y mit dieſen Halbmeſſern Kugeln, und nehme an, daß e und o Punkte in der krummen Oberfläche ſind, die alle dieſe Kugeln berührt, ſo iſt einleuchtend, daß Xc, Ye auf dieſer Oberfläche, d. h. auf der Oberfläche der gebrochenen Welle ſenkrecht ſtehen; alſo ſind Xc, Ye die Richtungen der in X und Y gebrochenen Strahlen. Man ziehe Xq, Xr ſenkrecht auf YR, Ye, ſo iſt $Yq = SX - SY$, $Yr = Ye - Xc = \frac{v}{V}$ $(YR - XQ) = \frac{v}{V}\left\{(SR - SY) - (SQ - SX)\right\} = \frac{v}{V}(SX - SY)$ $= \frac{v}{V}.Yq$. Wir erhalten daher $Yq : Yr = V : v$. Da aber SX, SY directe Strahlen und Yc, Ye die zugehörigen gebrochenen Strahlen ſind, ſo iſt SXY das Complement des Einfallswinkels von SX, folglich iſt YXq dem Einfallswinkel ſelbſt gleich, und XYr iſt das Complement des Brechungswinkels; alſo auch $YXr = 90^{\circ} - XYr =$ dem Brechungswinkel von SY, oder von

SX, da die Punkte X und Y einander unendlich nahe liegen. Wir haben daher

$$Yq : XY = \text{Sin . Einſ. W.} : 1$$
$$XY : Yr = 1 : \text{Sin . Brech. W.}$$

Vereinigt man beide Proportionen, ſo kommt

$$Yq : Yr = \text{Sin . Einſ. W.} : \text{Sin . Brech. W.}$$

Wir haben aber oben bewieſen, daß Yq zu Yr in dem conſtanten Verhältniß von V:v ſteht, alſo hat der Sinus des Einfallswinkels zu dem des Brechungswinkels ein und daſſelbe conſtante Verhältniß.

587. Erſter Zuſatz. Bei der Zurückwerfung ſowohl, als bei der Brechung wird die Undulation vom leuchtenden Punkte aus nach jedem andern hin in der kürzeſten Zeit fortgepflanzt. Denn die Oberflächen der zurückgeworfenen Wellen ſowohl, als die der gebrochenen geben die äußerſte Entfernung an, bis zu welcher der Stoß durch Zurückwerfung, oder durch Brechung in einer gewiſſen Zeit fortgepflanzt wird. Die von X nach einer andern Richtung als Xc, z. B. nach $X\gamma$ fortgepflanzte Undulation fällt nicht auf die Oberfläche Bcd, und der Punkt γ wird daher erreicht und von der reflectirten oder gebrochenen primären Welle in der Lage $\beta\gamma\delta$ getroffen worden ſeyn, ehe die ſecundäre aus X in der Richtung $X\gamma$ fortgepflanzte Welle daſelbſt anlangt.

588. Zweiter Zuſatz. Im Undulationsſyſtem entſpricht dieſe Eigenſchaft dem Grundſatz der kleinſten Wirkung in der Corpusculartheorie, und ſie kann folgendermaßen allgemein aufgeſtellt werden:

Ein zurückgeworfener oder ein gebrochener Strahl wird immer den Weg nehmen, der in oer möglich kürzeſten Zeit von einem Punkt beſchrieben wird, welcher ſich vom Anfangspunkte zum Endpunkte mit ſolchen Geſchwindigkeiten bewegt, die den Mitteln, in welchen er ſich bewegt, und den Richtungen ſeiner Bewegung entſprechen.

589. Es iſt einleuchtend, daß dieſe Eigenſchaft allgemein iſt, und ſich auch in den Fällen anwenden läßt, wo das Mittel entweder veränderliche Elaſticität beſitzt, oder nach verſchiedenen Richtungen verſchieden elaſtiſch iſt; denn der Erklärung gemäß iſt der Strahl eine auf der Oberfläche der Welle errichtete ſenkrechte Linie, oder die Normale auf einer Oberfläche, die der geometriſche Ort aller Theilchen eines Mittels iſt, welche ſo eben von dem Wellenſchlag erreicht

werden, und ihre Schwingung anfangen, ſo daß die Schlußfolge des erſten Zuſatzes ſich auf alle Fälle anwenden läßt.

590. Die Eigenſchaften der Brennpunkte und der Brennlinien ergeben ſich aus dieſer Theorie mit einer ſolchen Eleganz und Einfachheit, daß es unverzeihlich wäre, wenn wir nicht ein Beiſpiel ihrer Anwendung auf dieſen Theil der Optik geben wollten.

Ein Brennpunkt iſt derjenige Punkt, in welchem dieſelbe Welle in einerlei Zeitpunkt von mehr als einem Punkte der Oberfläche eintrifft.

Es iſt einleuchtend, daß wenn dieſes ſtattfindet, ſo werden die Aethertheilchen im Brennpunkt durch die vereinigte Kraft aller Undulationen bewegt, die ſie in derſelben Phaſe in einerlei Augenblick erreichen, und dieſe Bewegung wird um ſo ſtärker ſeyn, je mehreren Punkten der Brennpunkt gemeinſchaftlich iſt, und das Licht im Brennpunkt wird daher auch verhältnißmäßig deſto ſtärker.

591. Aufgabe. Man ſoll die Natur der Oberfläche beſtimmen, welche alle Strahlen, die aus einem Punkt ausgehen, genau in einem einzigen Brennpunkt bricht.

Es ſey F (Fig. 129) der Brennpunkt, ſo wird jeder Theil einer Welle, die aus S ausgeht, und an der Oberfläche AB gebrochen wird, den Punkt F in einerlei Zeitpunkt erreichen, folglich iſt die Zeit, in welcher SX mit der Geſchwindigkeit V durchlaufen wird, + der Zeit, in welcher XF mit der Geſchwindigkeit v durchlaufen wird, für jeden Punkt der Oberfläche eine conſtante Größe. Es wird daher

$$\frac{SX}{V} + \frac{FX}{v} = \text{Constans}$$

oder wenn man durch μ das relative Brechungsverhältniß bezeichnet

$$SX + \mu . FX = \text{Constans}.$$

Dieſe Gleichung beſtimmt die Natur der geſuchten Curve, und man bemerkt leicht, daß ſie mit der Gleichung (n) §. 232 identiſch iſt, die wir durch eine directe Betrachtung des Brechungsgeſetzes, aber auf eine verwickeltere Art erhielten.

592. Die Intenſität des zurückgeworfenen oder gebrochenen Strahls kann bei dem ſehr unvollkommnen Zuſtand unſerer Kenntniß über die Theorie der Wellen nicht allgemein berechnet werden. Bei ſenkrechtem Einfall, und unter der beſondern Annahme, daß die Schwingungen des Lichts in der Richtung des Strahls ſelbſt ge-

Digitized by Google

ſchehen, hat Poiſſon die Intenſitäten des einfallenden, zurückgeworfenen und durchgelaſſenen Strahls unterſucht. Seine Reſultate ſind folgende: Setzt man die abſoluten Brechungsverhältniſſe der Mittel μ, μ', ſo findet er unter der Vorausſetzung, daß die Intenſität des Lichts ſich wie das Quadrat der abſoluten Geſchwindigkeit der ſchwingenden Theilchen verhält.

Intenſität des zurückgeworfenen Strahls zu der des einfallenden $= (\mu' - \mu)^2 : (\mu' + \mu)^2$. Intenſität des durchgelaſſenen Strahls zu der des einfallenden $= 4\mu\mu : (\mu' + \mu)^2$. Intenſität eines Strahls, der aus einem Mittel vom Brechungsverhältniß $= \mu$ in ein anderes, aus einer parallelen Platte beſtehendes, übergeht, deſſen Brechungsverhältniß $= \mu'$, das an ſeiner zweiten Oberfläche mit einem dritten Mittel vom Brechungsverhältniß μ'' in Berührung iſt, und welcher an der gemeinſchaftlichen Oberfläche derſelben zurückgeworfen wird, und an der erſten Oberfläche wieder heraustritt, zur Intenſität des urſprünglich auf die erſte Oberfläche fallenden Strahls $= 16\,\mu^2\mu'^2\,(\mu'' - \mu')^2 : (\mu + \mu')^4\,(\mu' + \mu'')^2$. Endlich verhält ſich die Intenſität eines Strahls, der durch die parallele Platte des zweiten Mittels ins dritte übergeht, zu der des urſprünglich einfallenden Strahls $= 16\,\mu^2\mu'^2 : (\mu + \mu')^2 \cdot (\mu' + \mu'')^2$, welches auf das Verhältniß $16\,\mu^2\mu'^2 : (\mu + \mu')^2$ reducirt wird, wenn das dritte Mittel dem erſten gleich iſt.

593. Die von Poiſſon gefundenen Reſultate zeigen, inſofern ſie auf eine genügende Art mit Verſuchen verglichen werden konnten, eine allgemeine Uebereinſtimmung, und die Undulationstheorie giebt auf dieſe Art eine annehmliche Erklärung des Zuſammenhanges der zurückwerfenden Kraft eines Mittels mit ſeinem Brechungsverhältniß und der verminderten Zurückwerfung an der Oberfläche zweier Mittel. Man muß bemerken, daß dieſe Reſultate ſchon früher von Dr. Young in ſeiner Abhandlung über die Farben (Encyclop. Britt.) angegeben worden ſind. Die dabei angewendeten Schlüſſe nennt Poiſſon indirect, allein wir geſtehen, daß es uns nicht ſcheint, als ob dieſelben einen ſolchen Beinamen verdienten.

594. Wenn uns photometriſche Verſuche in den Stand ſetzen, das Verhältniß des zurückgeworfenen Lichts zum einfallenden zu beſtimmen, ſo können wir daraus das Brechungsverhältniß des zurückwerfenden Mittels finden, und zwar grade in ſolchen Fällen, wo ſich keine andere Methode anwenden läßt. So hat z. B. Arago gefun=

Digitized by Google

den, daß das Queckſilber bei ſenkrecht einfallendem Lichte ungefähr die Hälfte zurückwirft, und wir haben in dieſem Fall

$$\left(\frac{\mu' - \mu}{\mu' + \mu}\right)^2 = \frac{1}{2}\,;\ \frac{\mu'}{\mu} = 5{,}829$$

für das Brechungsverhältniß aus Luft in Queckſilber, und dieß ſtimmt im Ganzen mit den optiſch-chemiſchen Verſuchen überein, die allen ſchweren, und vorzüglich den weißen Metallen (wie ſich aus ihren durchſichtigen Verbindungen ergiebt) ſehr ſtark brechende und zerſtreuende Kräfte zuſchreiben. Dieſe merkwürdige und intereſſante Anwendung hat Dr. Young in ſeiner erwähnten Abhandlung nicht überſehen.

595. Um die Theorie der Zurückwerfung und der Brechung in der Vibrationshypotheſe vollſtändig zu machen, müſſen wir zeigen, was aus den ſchiefen Theilen der ſecundären Wellen wird, welche nach allen Richtungen von jedem Punkt der zurückwerfenden oder brechenden Oberflächen ausgehen (wie Xγ, Fig. 127) und die nichts zur Bildung der Hauptwelle beitragen. Um daſſelbe aber zu verſtehen, müſſen wir zur Lehre von den Interferenzen der Lichtſtrahlen übergehen, eine Lehre, die wir faſt ganz dem Scharfſinne des Dr. Young verdanken, obgleich wir einige Andeutungen in Hooke's Schriften (der vielleicht der ſcharfſinnigſte Mann ſeiner Zeit war) finden, und Newton ſelbſt bei Gelegenheit einige Speculationen angeſtellt hat, die hiermit gewiſſermaßen im Zuſammenhang ſtehen. Allein die nicht weiter verfolgten Unterſuchungen von Newton, ſo wie die Andeutungen von Hooke, können mit der eleganten, einfachen und verſtändlichen Theorie von Young gar nicht verglichen, und ſollten kaum neben derſelben erwähnt werden; eine Theorie, welche, wenn ſie auch in der Natur nicht gegründet ſeyn ſollte, gewiß eine der glücklichſten Annahmen iſt, die je ein Genie gemacht hat, um Naturerſcheinungen zu erklären und unter ein Geſetz zu bringen; auch hat dieſelbe ganz unerwartet von ganzen Reihen neuer Erſcheinungen, die anfangs derſelben völlig entgegen zu ſeyn ſchienen, neue Stützen erhalten. In allen ihren Anwendungen und Einzelnheiten finden ſich ſo glückliche Erfolge, daß wir faſt verleitet werden zu ſagen: iſt dieſe Theorie nicht die richtige, ſo verdiente ſie es doch zu ſeyn. Wir fürchten, daß die Gränzen dieſes Werkes uns kaum erlauben, ihr Gerechtigkeit genug widerfahren zu laſſen.

Digitized by Google

§. III. Von den Interferenzen der Lichtſtrahlen.

596. Der Grundſatz, auf welchem dieſer Theil der Theorie des Lichts beruht, iſt eine Folge von dem der Coexiſtenz der kleinen Bewegungen, der in §. 583 angegeben iſt. Treffen zwei Wellen zu gleicher Zeit bei einem Aethertheilchen an, ſo erhält daſſelbe zugleich beide Bewegungen, welche ihm vermöge jeder einzelnen mitgetheilt worden wären, und die daraus hervorgehende Bewegung iſt daher die Diagonale des Parallelogramms, deſſen Seiten die einzelnen Bewegungen ſind. Treffen die beiden Seitenbewegungen in ihren Richtungen völlig oder beinahe zuſammen, ſo wird die mittlere Bewegung beinahe ihrer Summe gleich ſeyn, und dieſelbe Richtung haben. Sind ſie beinahe entgegengeſetzt, ſo iſt die mittlere Bewegung beinahe ihrem Unterſchiede gleich. Nehmen wir nun an, daß zwei vibrirende Bewegungen, die in einer Reihe auf einander folgender Wellenſchläge eines elaſtiſchen Mittels beſtehen, einander ähnlich und gleich ſind, und beliebig oft wiederholt werden, in demſelben Punkt aus einerlei Centrum, aber auf verſchiedenen Wegen (vermöge irgend eines Hinderniſſes) zuſammenkommen, und zwar genau oder beinahe in derſelben Richtung. Wir ſetzen auch voraus, daß entweder wegen der verſchiedenen Länge des Weges, oder wegen der verſchiedenen Geſchwindigkeiten, die Zeit, welche die Welle braucht, um den erſten Weg (A) zu durchlaufen, kleiner als die für den zweiten (B) iſt. Dann wird es einleuchtend, daß ein Aethertheilchen, welches ſich in einem Punkte befindet, der beiden Wegen gemeinſchaftlich iſt, durch den auf dem Wege A geſchehenden Wellenſchlag eher zu ſchwingen anfängt, als es von der auf dem Wege B fortgepflanzten Welle erreicht wird. Bis zu dieſem Augenblick wird ſeine Bewegung ſich ſo verhalten, als ob die Welle B gar nicht vorhanden wäre. Allein noch dieſen Augenblick wird ſeine Bewegung ſehr nahe der Summe oder der Differenz der Bewegungen gleich, die es von jeder Welle einzeln erhalten haben würde, und zwar um ſo näher, je mehr die beiden Wege in ihren Endrichtungen mit einander übereinſtimmen.

597. Nun kann es ſich ereignen, daß der Unterſchied der Länge der Wege, oder der Geſchwindigkeiten ſo beſchaffen iſt, daß die durch B fortgepflanzten Wellen den Durchſchnittspunkt genau eine halbe Undulation nach der erſten erreichen, d. h. um die Hälfte der Zeit

Digitized by Google

ſpäter, in welcher die Welle den Raum einer ganzen Undulation durchläuft. Das Theilchen, welches ſich vermöge der durch A fortgepflanzten Schwingungen in irgend einer Phaſe der Ausweichung vom Ruhepunkt befinden würde, wird vermöge der durch B fortgepflanzten Schwingungen, wenn dieſe allein vorhanden wären, ſich genau in der entgegengeſetzten Phaſe befinden, d. h. es wird ſich mit gleicher Geſchwindigkeit in entgegengeſetzter Richtung bewegen. (Man ſehe §. 570.) Folglich wenn beide Bewegungen zugleich vorhanden ſind, werden ſie einander aufheben, und das Theilchen bleibt in Ruhe. Daſſelbe findet ſtatt, wenn der Unterſchied der Länge der Wege oder der Geſchwindigkeiten ſo beſchaffen iſt, daß die durch B fortgepflanzten Vibrationen den Durchſchnitt beider Wege genau $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$ u. ſ. w. von einer vollſtändigen Undulation, nach der Ankunft der durch A fortgepflanzten Undulationen, erreichen; denn da die ähnlichen Phaſen der Schwingungen periodiſch wiederkehren, und immerwährend wiederholt werden, ſo kommt es nicht darauf an, ob die erſte durch B fortgepflanzte Vibration mit der erſten oder einer der folgenden der durch A fortgepflanzten Vibrationen zuſammentrifft, vorausgeſetzt daß der Unterſchied der Phaſen derſelbe bleibt.

598. Auf der andern Seite kann es ſich auch ereignen, daß die durch B fortgepflanzte Welle den Durchſchnittspunkt erſt dann erreicht, nachdem die durch A fortgepflanzte Welle ſchon eine, zwei oder mehrere vollkommene Schwingungen hervorgebracht hat. In dieſem Fall wird das im Durchſchnittspunkte befindliche Theilchen durch beide Undulationen in derſelben Phaſe getroffen, und daher wird die Geſchwindigkeit, ſo wie die Amplitude der Schwingung verdoppelt, anſtatt aufgehoben zu werden.

599. Endlich kann der Fall eintreten, daß der Unterſchied der Zeiten der Ankunft der correſpondirenden Wellen weder ein grades noch ungrades Vielfache einer halben vollſtändigen Undulation beträgt. In dieſem Fall wird das Theilchen eine Bewegung erhalten, die geringer als die doppelte Bewegung iſt, welche es von jeder Welle beſonders erhalten haben würde.

600. Eine paſſende Erläuterung des hier beſchriebenen Falles der Interferenzen kann man durch die Betrachtung des analogen Falles bei dem Zuſammentreffen der Wellen an der Oberfläche des Waſſers

Digitized by Google

erhalten. Wir wollen z. B. annehmen, daß zwei Canäle von gleicher Breite A und B unter rechten Winkeln in einen Waſſerbehälter gehen, an deren Oeffnungen eine Welle, die in einem ſehr entfernten Punkte entſpringt, zu gleicher Zeit ankommt, und in beiden Canälen mit gleicher und gleichförmiger Bewegung fortgeht. Die Seiten der Canäle ſind ganz platt, und ihre Breite überall völlig gleich. Man führe ſie durch eine mäßige Krümmung ſo, daß ſie ſich in einem Punkt treffen, und nimmt man an, daß die Krümmung von B größer iſt als die von A, und auch zugleich die Entfernung des Durchſchnittspunktes vom Waſſerbehälter durch B gemeſſen, größer als die durch A gemeſſen, ſo iſt einleuchtend, daß die durch A fortgepflanzte Welle den Durchſchnittspunkt zuerſt erreicht, und nachher erſt die durch B fortgepflanzte Welle ankommt, ſo daß das Waſſer in dieſem Punkte durch zwei auf einander folgende Wellen bewegt wird. Man nehme nun an, daß die erſte Urſache der Undulationen immerwährend wiederholt werde, ſo daß ſich eine unbegränzte Reihe gleicher und ähnlicher Wellen bildet. Iſt dann der Unterſchied der Längen der beiden Canäle grade dem halben Zwiſchenraum der höchſten Punkte zweier Wellen gleich, ſo iſt einleuchtend, daß wenn grade der höchſte Punkt einer durch A fortgepflanzten Welle den Durchſchnittspunkt erreicht hat, ſo wird der niedrigſte Punkt einer Welle durch den Weg B ankommen. Das Waſſer wird daher durch die Welle A eben ſo ſehr über ſein Niveau erhöht, als es durch die Welle B erniedrigt wird; folglich bleibt das Niveau ungeändert. So wie nun die durch A fortgepflanzte Welle durch den Durchſchnittspunkt hindurchgeht, nimmt ſie durch eben die Abſtufungen ab, wie ſich die durch B fortgepflanzte Welle erhöht, ſo daß das Niveau ſo lange ungeändert bleibt, als die erſte Urſache der Wellenſchläge regelmäßig wiederholt wird. Hört ſie jedoch auf, ſo hat die letzte durch B kommende halbe Welle keine mit ihr durch A fortgepflanzte entſprechende, welche mit derſelben zuſammentreffen könnte; es entſteht daher im Durchſchnittspunkt zuletzt eine kleine Bewegung.

601. Bei der Theorie der Interferenz des Lichts können wir dieſe zu Anfang und zu Ende ſtattfindenden nicht aufgehobenen Wellenſchläge, oder die Theile derſelben außer Acht laſſen, da ihre Anzahl zu gering iſt, als daß ſie eine Empfindung auf unſerer Netzhaut hervorbringen könnten, und wir dürfen daher die Interferenz ganz unbegränzt annehmen.

Digitized by Google

602. Den vorigen Schlüſſen gemäß ſieht man, daß wenn zwei Strahlen einen gemeinſchaftlichen Urſprung haben, und auf verſchiedenen Wegen nach einem Punkt hin geführt werden, welcher auf einer weißen Tafel, oder auf der Netzhaut des Auges liegen mag, ſo bringen ſie in demſelben eine Empfindung von Licht hervor, wenn der Unterſchied der Länge der Wege ein grades Vielfaches der halben Länge einer Undulation iſt, oder ſie erregen das Gefühl von Dunkelheit, wenn dieſer Unterſchied ein ungrades Vielfaches ausmacht. Das Licht erſcheint ferner ſtärker oder ſchwächer, wenn der Unterſchied der Länge der Wege ſich einer oder der andern der angegebenen Gränzen mehr oder weniger nähert. Es ſcheint zwar ſehr paradox, daß zwei Lichtſtrahlen einander aufheben und Finſterniß hervorbringen ſollten, allein die Verſuche beſtätigen es, und die Sache wurde von Grimaldi beobachtet und weitläufig aus einander geſetzt, ehe man im Stande war irgend eine annehmliche Erklärung von dieſer Erſcheinung anzugeben.

603. Nachdem wir auf dieſe Art einen allgemeinen Begriff von der Beſchaffenheit der Interferenzen gegeben haben, wollen wir uns bemühen, dieſelben einer genauen Rechnung zu unterwerfen. Hierzu iſt es aber nöthig, den Sinn einiger bisher nur nebenbei gebrauchter Ausdrücke genau feſtzuſtellen.

604. Erklärung. Die Phaſe einer Undulation, welche ein gegebenes Aethertheilchen zu einer beſtimmten Zeit beſitzt, wird durch einen Bogen eines Kreiſes ausgedrückt, deſſen Halbmeſſer die Einheit iſt, und der der Zeit proportional wächst. Sie fängt mit Null an, wenn das Theilchen ſich in ſeiner größen poſitiven Entfernung der Ausweichung befindet, und wird der ganzen Peripherie gleich, nachdem daſſelbe die ganze Undulation vollendet hat, und wieder in den vorigen Punkt zurückgekehrt iſt. So iſt in der Gleichung

$$v = a \sqrt{E} \, . \sin \left(2\pi . \frac{t + C}{T} \right)$$

die Größe $2\pi . \frac{t + C}{T}$ die Phaſe der Undulation im Augenblick t.

605. Erklärung. Die Amplitude der Schwingung eines Syſtems von Wellen oder eines Strahls iſt drr Coefficient a, oder die größte Ausweichung eines Aethertheilchens vom Ruhepunkt.

Zu-

Zuſatz. Die Intenſität eines Lichtſtrahls ſteht im Verhältniß des Quadrats der Schwingungen der Wellen, aus denen er beſteht.

606. Erklärung. Aehnliche Strahlen oder ähnliche Syſteme von Wellen ſind ſolche, bei denen die Schwingungen der Aethertheilchen nach denſelben Geſetzen geſchehen, deren Schwingungen in gleichen Zeiten geſchehen, und für welche die graden oder krummen Linien, welche ſie beſchreiben, ähnlich ſind, und eine ähnliche Lage im Raume haben, ſo daß die Bewegungen zweier correſpondirenden Aethertheilchen in denſelben in jedem Augenblick eine parallele Bewegung haben.

Zuſatz. Aehnliche Strahlen haben einerlei Farbe.

607. Erklärung. Der Urſprung eines Strahls oder eines Syſtems von Wellen iſt der ſchwingende materielle Mittelpunkt, aus welchem die Wellen fortgepflanzt werden; oder allgemeiner genommen, ein feſter Punkt in demſelben, in welchem ein Aethertheilchen zu einer angenommenen Zeit ſich in der Phaſe = Null ſeiner Schwingung befand.

608. Zuſatz. Zwei Syſteme zuſammentreffender Wellen, deren Urſprung genau um eine ganze Anzahl Undulationen von einander entfernt iſt, können ſo angeſehen werden, als ob dieſelben einen und denſelben Urſprung beſäßen.

609. Aufgabe. Den Urſprung eines Strahls zu finden, wenn die Geſchwindigkeit eines ſeiner ſchwingenden Theilchen gegeben iſt.

Es ſey $\alpha = a.\sqrt{E}$, und es drücke die Gleichung

$$v = \alpha.\sin\left(2\pi.\frac{t+C}{T}\right)$$

die Geſchwindigkeit irgend eines Theilchens M zur Zeit t aus. Es bezeichne V die Geſchwindigkeit des Lichts, λ die Länge einer Undulation, und δ den vom Licht in der Zeit t durchlaufenen Raum. Dann iſt $\delta = V.t$, $\lambda = V.T$, folglich $\frac{t}{T} = \frac{\delta}{\lambda}$. Es ſey v_0 die Geſchwindigkeit eines ſchwingenden Theilchens im Urſprung des Strahls zur Zeit t, dann iſt

$$v_0 = \alpha.\sin\left(2\pi.\frac{t}{T}\right) = \alpha.\sin\left(2\pi.\frac{\delta}{\lambda}\right)$$

Das Theilchen M bewegt ſich aber bloß vermöge des Stoßes, der ihm vom Urſprung her mitgetheilt iſt, folglich treten alle ſeine

Digitized by Google

Bewegungen um einen conſtanten Zeitunterſchied ſpäter ein, der derjenigen Zeit gleich iſt, welche das Licht bedarf, um die Entfernung vom Urſprung bis M zu durchlaufen. Man nenne D dieſe Entfernung, dann iſt $\frac{D}{V}$ dieſer Zeitraum, und $t - \frac{D}{V}$ iſt die zur Zeit t ſeit dem Anfang der periodiſchen Bewegungen des Theilchens verfloſſene Zeit, folglich iſt ſeine Geſchwindigkeit

$$v = \alpha . \sin . \left\{ 2\pi . \frac{t - \frac{D}{V}}{T} \right\}$$

und daher $C = -\frac{D}{V}$, oder $D = -CV$.

Wir ſehen hieraus, daß die Entfernung des Theilchens M vom Urſprung des Strahls dem vom Licht in der Zeit C beſchriebenen Raum gleich iſt, und ſie iſt daher bekannt, wenn C gegeben iſt, und umgekehrt

610. Zuſatz. Da $VT = \lambda$, ſo wird der Ausdruck für die Geſchwindigkeit

$$v = \alpha . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{D}{\lambda} \right)$$

$$= \alpha . \sin 2\pi \left(\frac{\delta - D}{\lambda} \right)$$

und auf ähnliche Art ebenfalls

$$x = a . \cos 2\pi \left(\frac{\delta - D}{\lambda} \right).$$

611. Aufgabe. Die Farbe, den Urſprung und die Intenſität eines Strahls zu beſtimmen, der aus der Interferenz zweier ähnlichen, aber an Urſprung und Intenſität verſchiedenen Strahlen entſteht.

Es ſeyen a^2, a'^2 die Intenſitäten der Strahlen, oder a, a' die Amplituden ihrer Schwingungen, und man nehme $\alpha = a . \sqrt{E}$, $\alpha' = a' . \sqrt{E}$. Bezeichnen wir dann durch θ die Phaſe, in welcher ſich das Theilchen M zur Zeit t vermöge der Wirkung der erſten Welle (A) befindet, und durch $\theta + k$ die Phaſe, in der es ſich durch die Wirkung der zweiten (B) befinden würde, ſo drückt $\frac{k}{2\pi} . T$ die Zeit

aus, in welcher das Licht die Entfernung der Anfangspunkte beider Wellen durchläuft, und die Geſchwindigkeiten, ſo wie die Abſtände des Aethertheilchens vom Ruhepunkte würden durch die beſondere Wirkung beider Wellen ſeyn:

$$v = \alpha . \sin\theta;\ v' = \alpha' . \sin(\theta + k);$$
$$x = a . \cos\theta;\ x' = a' . \cos(\theta + k);$$

folglich giebt die Zuſammenſetzung beider Bewegungen

$$v + v' = \alpha . \sin\theta + \alpha' . \sin(\theta + k);$$
$$x + x' = a . \cos\theta + a' . \cos(\theta + k).$$

Man ſetze den erſten Ausdruck $= A . \sin(B + \theta)$, welche Annahme immer möglich iſt, da wir die willkürlichen Conſtanten A und B ſo beſtimmen können, daß den vorgelegten Bedingungen Genüge geleiſtet wird. Dann haben wir:

$$(\alpha + \alpha' . \cos k) \sin\theta + \alpha' \sin k . \sin\theta .$$
$$= A . \cos B . \sin\theta + A . \sin B . \cos\theta$$

und indem wir die gleichen Glieder gleich ſetzen

$$A . \cos B = \alpha + \alpha' . \cos k;$$
$$A . \sin B = \alpha' . \sin k.$$

Hieraus erhalten wir

$$\operatorname{tang} B = \frac{\alpha' . \sin k}{\alpha + \alpha' . \cos k.}$$

$$A = \frac{\alpha' . \sin k.}{\sin B} = \sqrt{\alpha^2 - 2\alpha\alpha' . \cos k + \alpha'^2}$$

und da dieſe Werthe beſtimmt ſind, ſo kennt man A und B, und folglich

$$v + v' = A . \sin(\theta + B).$$

Setzen wir auf ähnliche Weiſe noch

$$x + x' = A' . \cos(\theta + B')$$

ſo erhalten wir für A' und B' völlig ähnliche Werthe, indem nur für α, α' die Größen a, a' geſetzt werden.

612. **Erſter Zuſatz.** Hieraus ſchließen wir, daß der mittlere Strahl den Seitenſtrahlen ähnlich iſt, und dieſelbe Periode, d. h. auch dieſelbe Farbe beſitzt.

613. **Zweiter Zuſatz.** Um die Amplitude und den Anfang eines mittlern Strahls zu beſtimmen, hat Fresnel folgende ſchöne Regel gegeben, die ſich ſogleich aus dem Werthe von A und der Gleichung $\sin B = \frac{\alpha'}{A} . \sin k$ ergiebt. Man conſtruire ein Paral-

lelogramm, deſſen anliegende Seiten den Amplituden der Seitenſtrahlen proportional ſind, und wo der von ihnen eingeſchloſſene Winkel dem Unterſchiede ihrer Phaſen gleich iſt, dann giebt die Diagonale dieſes Parallelogramms die Amplitude des mittlern Strahls, und der von ihr und jeder Seite eingeſchloſſene Winkel giebt den Unterſchied zwiſchen ſeiner Phaſe und dem des entſprechenden Seitenſtrahls, oder was daſſelbe iſt, den Unterſchied des Urſprungs derſelben, wenn der Winkel durch eine lineare Größe ausgedrückt wird.

614. Dritter Zuſatz. Im Fall der vollkommenen Entgegenſetzung verſchwindet die Diagonale des Parallelogramms, und der Winkel wird 180°, oder die halbe Peripherie, welches dem Unterſchied des Urſprungs von einer halben Undulation entſpricht. Findet vollkommene Uebereinſtimmung ſtatt, ſo iſt der Winkel 0° oder 360°, und der Urſprung der Strahlen fällt zuſammen, oder iſt um eine Undulation verſchieden, und die Diagonale wird das Doppelte der Seite, ſo daß die Intenſität des zuſammengeſetzten Strahls das Vierfache jedes einzelnen beträgt.

615. Vierter Zuſatz. Iſt der Urſprung zweier gleich ſtarken Strahlen um den vierten Theil einer Undulation verſchieden, ſo verhält ſich die Amplitude des mittlern Strahls zu der der Seitenſtrahlen wie $\sqrt{2} : 1$, und ſeine Intenſität iſt daher doppelt. Der Urſprung des mittlern Strahls iſt dann um den achten Theil einer Undulation von dem der andern verſchieden. In dieſem beſondern Fall iſt daher die Helligkeit des zuſammengeſetzten Strahls der Summe der Helligkeiten der einzelnen gleich, und ſeine Lage iſt die mittlere Richtung zwiſchen den beiden andern.

616. Fünfter Zuſatz. Jeder Strahl kann in zwei andere zerlegt werden, die verſchiedenen Urſprung und Amplitude haben, indem man ganz dieſelben Regeln anwendet, welche in der Mechanik bei der Zerlegung der Kräfte gebraucht werden.

617. Sechster Zuſatz. Die Summe der Intenſitäten der beiden Seitenſtrahlen übertrifft die des mittlern Strahls, wenn ihr Urſprung weniger als $\frac{1}{4}$ Undulation verſchieden iſt; ſie iſt geringer, wenn der Unterſchied zwiſchen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ liegt, und übertrifft

ſie wieder, wenn derſelbe zwiſchen $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ enthalten iſt u. ſ. w. Denn der oben gefundene Werth von A' giebt

$$aa + a'a' - A'A' = 2aa'.\cos k,$$

wo aa, a'a', A'A' die Intenſitäten derjenigen Strahlen bedeuten, deren Amplituden a, a', A' ſind.

Siebenter Zuſatz. Auf dieſelbe Art kann eine beliebige Menge ähnlicher Strahlen zuſammengeſetzt werden, und der mittlere Strahl wird den elementaren Strahlen ähnlich ſeyn, und umgekehrt.

618. Wir wollen nun das Zuſammentreffen von Wellen betrachten, die dieſelbe Periode oder Farbe beſitzen, aber ſonſt in allen übrigen Rückſichten unähnlich ſind.

Die Schwingungsgeſetze der Theilchen der leuchtenden Körper, welche den Aether in Bewegung bringen, ſo lange man dieſe Bewegungen auf Ellipſen, die in einer Ebene liegen, einſchränkt, laſſen ſich auch auf die Bewegung jedes Aetherthheilchens anwenden. Jede elliptiſche Schwingung, oder eigentlich jeder elliptiſche Umlauf, der durch die Wirkung einer Kraft entſteht, welche nach dem Mittelpunkt derſelben gerichtet, und der Entfernung proportional iſt, läßt ſich in drei rechtwinkliche Schwingungen zerlegen, die in drei ſich rechtwinklich durchſchneidenden Ebenen liegen, und jede dieſer einzelnen Schwingungen wird durch die Wirkung derſelben Kraft in einerlei Zeit und nach denſelben Geſetzen rückſichtlich der Geſchwindigkeit, der Zeit und des Raums vollbracht. Man kann daher jede elliptiſche Schwingung dadurch ausdrücken, daß man den Ort des ſchwingenden Theilchens für jede Zeit t als durch drei rechtwinkliche Coordinaten x, y, z beſtimmt anſieht. Iſt dann θ ein der Zeit proportionaler Bogen, ſo haben wir

$$\left.\begin{aligned} x &= a.\cos(\theta + p) \\ y &= b.\cos(\theta + q) \\ z &= c.\cos(\theta + r) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{dx}{dt} &= u = \alpha.\sin(\theta + p) \\ -\frac{dy}{dt} &= v = \beta.\sin(\theta + q) \\ -\frac{dz}{dt} &= w = \gamma.\sin(\theta + r) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Digitized by Google

Dann multipliciren wir die erſte dieſer Gleichungen durch den unbeſtimmten Coefficienten l, die zweite durch m, die dritte durch n, und addiren die Producte, ſo kommt:

$$\left.\begin{array}{r}\cos\theta\,\{la.\cos p + mb.\cos q + nc.\cos r\}\\ -\sin\theta\,\{la.\sin p + mb.\sin q + nc.\sin r\}\\ = lx + my + nz\end{array}\right\} \quad (3)$$

und beſtimmen wir daher l, m, n ſo, daß

$$la.\cos p + mb.\cos q + nc.\cos r = o$$
$$la.\sin p + mb.\sin q + nc.\sin r = o$$

wird, welches immer möglich iſt, da die Gleichungen nur vom erſten Grade ſind, ſo erhalten wir unabhängig von θ

$$lx + my + nz = o \qquad (4)$$

und da dieſe Gleichung für eine Ebene gilt, ſo ſieht man, daß die durch die obigen Gleichungen vorgeſtellte Curve ſich in einer Ebene befindet. Eliminiren wir aus den Gleichungen, die bloß x und y enthalten, θ, ſo kommt

$$\text{arc}.\cos\left(=\frac{x}{a}\right) - \text{arc}.\cos\left(=\frac{y}{b}\right) = p - q$$

oder nimmt man auf beiden Seiten die Coſinus

$$\frac{xy}{ab} - \sqrt{\left(1 - \frac{xx}{aa}\right)}.\sqrt{\left(1 - \frac{yy}{bb}\right)} = \cos(p-q)$$

Reducirt man, ſo kommt die Gleichung

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - 2.\frac{x}{a}.\frac{y}{b}.\cos(p-q) = \sin(p-q)^2\,; \quad (5)$$

welches die Gleichung einer Ellipſe iſt, und daſſelbe findet ſtatt, wenn man die Gleichungen zwiſchen x und z, oder y und z nimmt. Die Projectionen der Curve, welche durch die drei Gleichungen zwiſchen x, y, z, θ ausgedrückt wird, ſind daher Ellipſen, folglich muß die Curve ſelbſt eine Ellipſe ſeyn.

619. Wir wollen nun annehmen, daß zwei Syſteme von Wellen, oder zwei Strahlen, welche gleiche Richtung beſitzen, zuſammentreffen. Accentuiren wir die Buchſtaben der obigen Ausdrücke, um die entſprechenden Größen des zweiten Syſtems zu bezeichnen, ſo erhalten wir

$$\left.\begin{array}{l}X = x + x' = a.\cos(\theta + p) + a'.\cos(\theta + p')\\ Y = y + y' = b.\cos(\theta + q) + b'.\cos(\theta + q')\\ Z = z + z' = c.\cos(\theta + r) + c'.\cos(\theta + r')\end{array}\right\} \quad (6)$$

und ähnliche Ausdrücke ergeben ſich für die Geſchwindigkeiten u + u',

$v + v'$, $w + w'$. Wir wollen nun eben ſo wie im Fall zweier ähnlichen Strahlen annehmen,

$$a.\cos(\theta + p) + a'.\cos(\theta + p') = A.\cos(\theta + P)$$

und indem man entwickelt

$$\begin{aligned}&(a.\cos p + a'.\cos p')\cos\theta.\\ &-(a.\sin p + a'.\sin p')\sin\theta.\\ &= A.\cos P.\cos\theta - A.\sin P.\sin\theta.\end{aligned}$$

wodurch wir folgende Ausdrücke erhalten:

$$\left.\begin{aligned}\text{tang } P &= \frac{a.\sin p + a'.\sin p'}{a.\cos p + a'.\cos p'}\\ A &= \frac{a.\sin p + a'.\sin p'}{\sin P.}\\ A &= \sqrt{aa + 2aa'.\cos(p - p') + a'a'}\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Wir haben daher $X = A.\cos(\theta + P)$, und auf ähnliche Art $Y = B.\cos(\theta + Q)$, $Z = C.\cos(\theta + R)$, und ein ganz ähnliches Verfahren giebt uns die entſprechenden Ausdrücke für die Geſchwindigkeiten.

620. Hieraus ſehen wir, daß dieſelben Regeln ſowohl auf die Zuſammenſetzung und Zerlegung der ähnlichen als der unähnlichen Schwingungen ſich anwenden laſſen. Jede Schwingung muß zuerſt in drei gradlinige Schwingungen nach drei ſich unter rechten Winkeln ſchneidenden Ebenen zerlegt werden. Dieſe müſſen einzeln wieder zuſammengeſetzt werden, um neue gradlinige Schwingungen in den Coordinaten-Ebenen hervorzubringen, welche zuſammen genommen die elliptiſche Schwingung geben, die dieſelbe Periode hält, als die einzelnen. Kehrt man das Verfahren um, ſo läßt ſich eine ſolche Vibration in beliebig viele andere zerlegen, die alle gleiche Perioden haben.

621. Es bietet ſich hierbei eine große Mannichfaltigkeit von Fällen dar, von denen wir die hauptſächlichſten unterſuchen wollen. Zuerſt nehmen wir den Fall, wo beide zuſammentreffende Schwingungen gradlinig ſind.

Da die Wahl unſerer Coordinaten-Ebenen willkürlich iſt, ſo wollen wir annehmen, daß die Coordinaten-Ebene der x und y diejenige iſt, in welcher die Schwingungen ſtattfinden, wir können daher $z = 0$, oder $c = 0$, $c' = 0$ ſetzen, und uns mit der Annahme begnügen, daß

$$\left.\begin{aligned} x &= a.\cos(\theta + p);\\ y &= b.\cos(\theta + p);\\ x' &= a'.\cos(\theta + p');\\ y' &= b'.\cos(\theta + p');\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Haben X, Y, A, B, P, Q dieſelbe Bedeutung als im allgemeinen Fall, ſo erhalten wir, da in unſerm Fall $\frac{x}{y}$, $\frac{x'}{y'}$ conſtant ſind,

$$X = A.\cos(\theta + P);$$
$$Y = B.\cos(\theta + Q);$$

und indem wir θ eliminiren

$$\left(\frac{X}{A}\right)^2 + \left(\frac{Y}{B}\right)^2 - 2\cos(P - Q).\frac{XY}{AB}$$
$$= \sin(P - Q)^2; \qquad (9)$$

wo A, B, P, Q wie in den Gleichungen (7) beſtimmt werden. Im allgemeinen Fall iſt daher die Schwingung elliptiſch.

622. Die Ellipſe verwandelt ſich durch die Abnahme ihrer kleinen Axe in eine grade Linie, wenn $P = Q$ iſt. Dieſes giebt nun $\tang P = \tang Q$, oder

$$\frac{a.\sin p + a'.\sin p'}{a.\cos p + a'.\cos p'} = \frac{b.\sin p + b'.\sin p'}{b.\cos p + b'.\cos p'},$$

welches ſich auf die Gleichung

$$\left(\frac{a'}{a} - \frac{b'}{b}\right).\sin(p - p') = o$$

reducirt. Es giebt daher bloß zwei Fälle, in denen die aus beiden entſtehende Schwingung gradlinig iſt. Erſtens, wenn $p = p'$, oder wenn beide Strahlen einerlei Urſprung haben; zweitens, wenn $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b}$ iſt, d. h. wenn beide Seitenſchwingungen in einer Ebene und in derſelben Richtung geſchehen. Denn nennen wir m und m' ihre Amplituden, und ψ, ψ' die Winkel, welche ſie mit der Axe der x bilden, ſo haben wir

$$a = m.\cos\psi;\ b = m.\sin\psi;$$
$$a' = m'.\cos\psi';\ b' = m'.\sin\psi';$$

ſo daß die obere Gleichung mit dieſer $\tang\psi = \tang\psi'$, oder $\psi = \psi'$ gleichgeltend iſt.

623. Den letztern Fall haben wir ſchon vollkommen betrachtet. Im erſtern haben wir $\cos(p - p') = o$ und daher

$$A = a + a';\ B = b + b';\ P = p;\ Q = p.$$

Digitized by Google

Hieraus ergiebt ſich

$$\frac{Y}{X} = \frac{b + b'}{a + a'} = \text{tang}\,\varphi; \qquad (10)$$

welches die Tangente desjenigen Winkels iſt, welche die mittlere gradlinige Schwingung mit der Axe der x macht.

624. Setzen wir die Länge der Vibration = M, ſo iſt $M.\cos\varphi = A$, $M.\sin\varphi = B$, folglich

$$M.M(\cos\varphi^2 + \sin\varphi^2) = MM = AA + BB.$$

Nun iſt aber

$$AA = (a + a')^2 = (m.\cos\psi + m'.\cos\psi')^2$$
$$BB = (b + b')^2 = (m.\sin\psi + m'.\sin\psi')^2$$

und wenn man dieſe Werthe addirt und reducirt

$$MM = mm + 2mm'.\cos(\psi - \psi') + m'm'; \qquad (11)$$

Nun iſt $\psi - \psi'$ der Winkel zwiſchen den Richtungen der Seitenſchwingungen, ſo daß dieſe Gleichung daher angiebt, daß die Amplitude der mittlern Schwingung in dieſem Fall ebenfalls die Diagonale eines Parallelogramms iſt, deſſen Seiten die Amplituden der Seitenſchwingungen ſind, und es läßt ſich leicht zeigen, indem man die Werthe von $a + a'$, $b + b'$, welche oben angegeben ſind, in die Gleichung $\text{tang}\,\varphi = \frac{b + b'}{a + a'}$, daß auch ihre Lage mit der der mittlern Schwingung übereinſtimmt.

625. Erſter Zuſatz. Jede gradlinige Schwingung kann in zwei andere gradlinige Schwingungen zerlegt werden, deren Amplituden die Seiten irgend eines Parallelogramms ſind, deſſen Diagonale die urſprüngliche Schwingung darſtellt, und die in vollkommener Uebereinſtimmung mit einander ſind, oder einen gemeinſchaftlichen Urſprung haben.

626. Zweiter Zuſatz. Jede gradlinige Schwingung kann daher ſogleich auf die Richtungen zweier rechtwinklichen Coordinaten reducirt werden, oder wenn es nöthig iſt, auch auf drei. Dieß geſchieht vermittelſt der Regeln, nach welchen die Kräfte zerlegt werden, und die Seitenſchwingungen, wie zahlreich ſie auch ſeyn mögen, werden mit der mittlern Schwingung in vollkommener Uebereinſtimmung ſeyn.

627. Die Ellipſe verwandelt ſich in einen Kreis, wenn $(P - Q) = 90°$ oder $\cos(P - Q) = 0$ und zugleich $A = B$ iſt. Die erſte Bedingung giebt nun $\text{tang}\,P + \cos.Q = 0$, d. h.

Digitized by Google

$$\frac{a.\sin p + a'.\sin p'}{a.\cos p + a'.\cos p'} + \frac{b.\cos p + b'.\cos p'}{b.\sin p + b'.\sin p'} = 0$$

oder wenn man reducirt

$$\cos(p - p') = - \frac{ab + a'b'}{ab' + a'b}$$

$$= - \frac{1}{2} \cdot \frac{mm.\sin 2\psi + m'm'.\sin 2\psi'}{mm'.\sin(\psi + \psi')}; \quad (12)$$

Die Bedingung $A = B$ oder $AA = BB$ giebt:

$$aa + 2aa'.\cos(p - p') + a'a'$$
$$= bb + 2bb'.\cos(p - p') + b'b'$$

Aus dieſer erhalten wir die Gleichung

$$\cos(p - p') = - \frac{(aa + a'a')^2 - (bb + b'b')^2}{2aa' - 2bb'}$$

$$= - \frac{1}{2} \cdot \frac{mm.\cos 2\psi + m'm'.\cos 2\psi'}{\cos(\psi - \psi')}; \quad (13)$$

und ſetzen wir dieſe Werthe von $\cos(p - p')$ einander gleich, ſo erhalten wir folgende Relation zwiſchen a, a', b, b', welche ſtattfinden muß, wenn die Schwingungen kreisförmig ſind

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{a'}{b'}\right)\left(a^2 + b^2 - a'^2 - b'^2\right) = 0.$$

Setzt man den erſten Factor Null, ſo erhält man keine kreisförmige Schwingung, da derſelbe durch die negative Wurzel der Gleichung $AA = BB$ eingeführt iſt, die wir nicht zu berückſichtigen haben. Der andere Factor giebt

$$aa + bb = a'a' + b'b', \text{ oder } m = m',$$

wodurch man ſieht, daß die Seitenſchwingungen gleiche Amplituden haben müſſen. Schreiben wir nun für a und b ihre Werthe $m.\cos\psi$, $m.\sin\psi$, und für a', b', $m.\cos\psi'$, $m.\sin\psi'$ in jedem der Ausdrücke für $\cos(p - p')$, ſo werden dieſelben

$$\cos(p - p') = - \cos(\psi - \psi')$$
$$p - p' = 180 - (\psi - \psi').$$

Hieraus ſieht man, daß die Interferenz zweier gleichen gradlinigen Schwingungen eine kreisförmige hervorbringt, vorausgeſetzt daß die Differenz ihrer Phaſen dem Supplement des Winkels gleich iſt, den ihre Richtungen bilden, ſo daß, wenn ein Theilchen ſo eben die Bewegung gegen das Centrum vermöge der einen Schwin-

gung anfängt, daſſelbe vermöge der andern unter einem ſtumpfen Winkel ſich von derſelben entfernt.

Zuſatz. Haben daher zwei rechtwinklich auf einander ſtehende Schwingungen gleiche Amplituden, und ſind in ihren Phaſen um den vierten Theil einer Undulation von einander verſchieden, ſo wird die daraus entſtehende Vibration kreisförmig.

628. Wir ſind jetzt in den Stand geſetzt zu erklären, was aus den Theilen der ſecundären Wellen wird, die von den Theilchen der Hauptwellen ausgehen, wie in §. 595 erwähnt iſt, und die Art auseinanderzuſetzen, auf welche diejenigen Wellen, welche nicht mit der Hauptwelle übereinſtimmen, ſich aufheben. Hierzu nehme man an, daß die Oberfläche einer Welle ABC (Fig. 130) aus lauter ſchwingenden Theilchen beſtehe, die ſich alle in einerlei Phaſe befinden. Dann iſt die Bewegung irgend eines Punktes X dieſelbe, man mag ſie ſo anſehen, als ob ſie durch die urſprüngliche Bewegung von S entſtünde, oder als ob ſie durch alle von der Oberfläche zu dieſem Punkt hin fortgepflanzten Bewegungen hervorgebracht würde. Man theile die Oberfläche ABC in eine unendliche Menge Elemente, ſo daß der Unterſchied des Abſtandes jedes auf einander folgenden Paares derſelben von X eine conſtante Größe iſt, $= df$, indem man den Abſtand irgend eines Elementes von dieſem Punkte durch f bezeichnet; es ſeyen ferner AB, BC, CD u. ſ. w., Ab, bc, cd u. ſ. w. endliche Stücke der Oberfläche, die alle eine gleiche Anzahl ſolcher Elemente enthalten, und in deren jedem die zugehörigen Werthe von f genau um eine halbe Undulation $= \frac{1}{2}\lambda$ größer ſind, als im vorhergehenden, ſo daß z. B.

$$BX = AX + \frac{1}{2}\lambda;$$

$$CX = BX + \frac{1}{2}\lambda; \text{ etc. etc.}$$

Dann iſt es einleuchtend, daß die Schwingungen, welche X gleichzeitig von den correſpondirenden Theilen zweier auf einander folgenden Stücke, z. B. AB, BC erhält, genau in entgegengeſetzten Phaſen ſind, und daß ſie ſich daher aufheben müſſen, wenn ſie gleiche Stärke und dieſelbe Richtung beſitzen. Ihre Intenſität hängt von der Größe der Elemente der Welle AB und vom Geſetz der Seitenfortpflanzung ab. Von dieſem letztern iſt uns a priori

Digitized by Google

wenig bekannt, allein alle Lichterſcheinungen zeigen eine ſehr ſchnelle Abnahme der Intenſität, ſo wie die Richtung, in welcher die ſecundären Undulationen fortgepflanzt werden, von der der primitiven Wellen abweicht. Rückſichtlich des erſtern iſt es einleuchtend, daß die in der unmittelbaren Nähe des Perpendikels AX liegenden Elemente, die einem gegebenen Increment df der Entfernung von X′ entſprechen, viel größer ſind als die entferntern, ſo daß alle Elemente des Stücks AB größer als die in BC ſind, und dieſe größer als die in CD befindlichen u. ſ. w. Es wird daher die von einem in AB liegenden Element nach X fortgepflanzte Bewegung viel größer ſeyn, als die von einem correſpondirenden Elemente des Theils BC, und dieſe wieder größer als die von einem in CD liegenden Element. Es wird daher die in X anlangende Bewegung, die von der ganzen Reihe der entſprechenden Elemente herrührt, durch eine Reihe wie A — B + C — D + E — .... dargeſtellt werden, in welcher jedes vorhergehende Glied größer als das folgende iſt. Nun iſt es einleuchtend, daß die Glieder ſich ſehr ſchnell der Gleichheit nähern; denn betrachten wir zwei correſpondirende Elemente M, N in einer beträchtlichen Entfernung von A, ſo nähern ſich die Winkel, welche XM, XN mit der Oberfläche bilden, ſehr der Gleichheit, ſo daß die Neigung der ſecundären Welle gegen die primitive, und folglich auch ihre Intenſität im Vergleich mit der directen Welle bei beiden faſt gleich iſt, und die Elemente M und N ſelbſt in einiger Entfernung von der ſenkrechten AX nähern ſich ſchnell der Gleichheit, da die Elementar-Dreiecke Mmo, Mnp in dieſem Fall faſt ähnlich ſind, da ihre Seiten mo, np der Vorausſetzung zufolge gleich ſind. Endlich ſtimmt auch die Richtung der Linien MX, NX mehr mit einander überein, ſo daß ſie eine deſto vollſtändigere Interferenz bilden, je größer ihr Abſtand von A iſt.

629. Wir ſehen hieraus, daß die vom Anfang entferntern Glieder der Reihe A — B + C — D + ..., in jeder Rückſicht (nämlich wegen ihrer Kleinheit, ihrer faſt vollkommenen Gleichheit, und ihrer Neigung zum Zuſammentreffen) einen ſehr kleinen Einfluß auf den Werth der Reihe haben, und da daſſelbe von jedem Syſtem der correſpondirenden Elemente, in welche die Stücke AB, BC u. ſ. w. getheilt ſind, wahr iſt, ſo findet daſſelbe auch bei ihrer verbundenen Wirkung ſtatt, ſo daß die Bewegung des Theilchens X bloß durch diejenigen Theile der Welle beſtimmt wird, die unmit-

telbar an A liegen, indem die von entferntern Theilen fortgepflanzten ſecundären Schwingungen zuſammentreffen und ſich aufheben.

§. 630. Es iſt einleuchtend, daß wir im Fall der Brechung und Zurückwerfung für die Welle A M die brechende oder zurückwerfende Oberfläche ſubſtituiren können, und für die ſenkrechte XA den gebrochenen Strahl, wo dann daſſelbe ſtattfinden wird. Man ſehe die Abhandlung von Fresnel, Explication de la Réfraction dans le Système des Ondes, Bulletin de la Société philomathique, Octobre 1821.

631. Auf dieſe Art verhält es ſich, wenn das Stück der Welle ABCD, deſſen Schwingungen nach X fortgepflanzt werden, unbegränzt iſt, oder wenigſtens ſo groß, daß das letzte Glied der Reihe A — B + C — D + ... im Vergleich mit dem erſten ſehr klein iſt. Findet dieſes aber nicht ſtatt, wenn z. B. die ganze Welle, einen kleinen Theil in der Gegend von A ausgenommen, durch ein Hinderniß aufgefangen wird, ſo verhält ſich die Sache anders. Unter dieſer Vorausſetzung kann man die Intenſität der Undulation in X, im Verhältniß zu der, wenn kein Hinderniß ſtattfände, leicht durch ein Integral ausdrücken. Es ſey dds die Größe eines Elements der ſchwingenden Oberfläche, f ſeine Entfernung von X, und $\varphi(\theta)$ bezeichne eine Function des Winkels, der von einer nach der Seite gehenden Schwingung mit der directen gebildet wird, welche ſeine relative Intenſität ausdrückt, und die für $\theta = 0$, der Einheit gleich wird, und mit wachſendem θ ſehr ſchnell abnimmt. Iſt dann t die ſeit einer gegebenen Epoche verfloſſene Zeit, λ die Länge einer Undulation, $SA = a$, ſo iſt die Phaſe einer Schwingung, die in X durch den Weg SMX ankommt,

$$= 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+f}{\lambda}\right)$$

und die dadurch in X hervorgebrachte Schwingung wird vermittelſt des Ausdrucks

$$\alpha . dds . \varphi(\theta) . \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+f}{\lambda}\right)$$

angegeben werden, ſo daß die ganze hervorgebrachte Bewegung durch

$$\int\int \alpha . dds . \varphi(\theta) . \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{a+f}{\lambda}\right)$$

Digitized by Google

ausgedrückt wird, wo das Integral zwiſchen den Gränzen der Oeffnung genommen werden muß.

632. Wenn nur ein ſehr kleiner Theil der Welle durchgehen kann, wie in dem Fall, wo ein Strahl durch eine ſehr kleine Oeffnung geht, der auf einer entfernten Tafel aufgefangen wird, ſo ſind θ und $\varphi\,(\theta)$ beinahe conſtant, ſo daß die in dieſem Falle in X hervorgebrachte Bewegung durch

$$\alpha \cdot \varphi\,(\theta) \int\!\!\int \mathrm{d}\,\mathrm{d}\,\mathrm{s}\,.\,\sin 2\pi \left\{\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{T}} - \frac{\mathrm{a}+\mathrm{f}}{\lambda}\right\}$$

dargeſtellt wird.

Wir werden ſpäterhin Gelegenheit haben, zu dieſen Ausdrücken zurückzukehren.

---

§. IV. Von den Farben dünner Blättchen.

633. Ein jeder kennt die ſchönen Farben, welche an Seifenblaſen erſcheinen, die regenbogenartigen Färbungen, welche durch die Hitze an polirtem Stahl und Kupfer hervorgebracht werden, die glänzenden Franzen, welche in den Sprüngen zerbrochener Gläſer oder zwiſchen den Blättchen von isländiſchem Spath, Glimmer und ſchwefelſaurem Kalk ſich zeigen. Unterſucht man in allen dieſen und einer unendlichen Mannichfaltigkeit ähnlicher Fälle die farbigen Franzen ſorgfältig, ſo zeigen ſie eine regelmäßige Folge von Farben, die immer in derſelben Ordnung liegen, und die nicht durch die Farbe des Mittels beſtimmt werden, ſondern bloß durch die größere oder geringere Dicke deſſelben. So erſcheint eine Seifenblaſe (wenn man ſie unter ein Glas bringt, um ſie vor Luftſtrömen zu ſichern) anfangs weiß, indem man ſie dem Lichte, das von den Wolken zurückgeworfen wird, ausſetzt, aber ſo wie ſie durch das Herabſinken der Theilchen dünner wird, zeigen ſich am oberſten Theil derſelben Farben, wo ſie am dünnſten iſt, welche immer lebhafter werden, und ſich um den höchſten Punkt als Centrum in Ringe ordnen. Dieſer Punkt, wenn er ſeine äußerſte Dünnheit erreicht hat, wird ſchwarz, oder verliert faſt völlig ſeine Eigenſchaft Licht zurückzuwerfen. Hierauf platzt die Blaſe ſehr ſchnell, da ihre Cohäſion im Scheitel den Seitenanziehungen ihrer Theile nicht mehr das Gleichgewicht halten kann.

634. Da es aber große Sorgfalt und Aufmerkſamkeit erfor-

dert, an einem ſo vergänglichen und ſchlecht zu handhabenden Körper als eine Seifenblaſe iſt, regelmäßige Beobachtungen anzuſtellen, ſo iſt folgende Methode, die Erſcheinungen zu beobachten und zu unterſuchen, bei Weitem vorzuziehen. Man lege ein convexes Glas von großer Brennweite und guter Politur auf ein ebenes Glas, oder auf ein concaves Glas, deſſen Krümmung etwas geringer als die des convexen iſt, ſo daß beide Oberflächen einander berühren, und die um den Berührungspunkt herumliegenden Theile beider Oberflächen ſehr wenig von einander entfernt ſind. Reinigt man die Oberflächen ſorgfältig von allem Staube, ehe man dieſelben zuſammenbringt, und legt dieſelben in ihrer Verbindung an ein offenes Fenſter, damit das Tageslicht auf dieſelben fallen könne, ſo erſcheint der Berührungspunkt als ein ſchwarzer Fleck, und iſt mit glänzend gefärbten Ringen umgeben. Ein Glas von 10 bis 12 Fuß Brennweite auf ein ebenes Glas gelegt, zeigt ſie ſehr gut. Gebraucht man eines von kürzerer Brennweite, ſo kann man dem Auge durch ein Vergrößerungsglas zu Hülfe kommen. Die Erſcheinungen ſind nun folgende.

635. Erſte Erſcheinung. Die Farben folgen immer auf einander in derſelben Ordnung, was für Gläſer man auch gebraucht, vorausgeſetzt, daß das einfallende Licht weiß iſt, nämlich wenn man mit dem ſchwarzen Fleck anfängt, folgendermaßen:

Erſter Ring oder erſte Ordnung: Schwarz, ſehr blaſſes Blau, glänzendes Weiß, Gelb, Orange, Roth.

Zweiter Ring oder zweite Ordnung: Dunkles Purpurroth oder Violett, Blau, Grün (ſehr unvollkommen, ein Gelbgrün), lebhaftes Gelb, Carmoiſinroth.

Dritter Ring oder dritte Ordnung: Dunkelblau, Blau, volles Grasgrün, ſchönes Gelb, Blaßroth, Carmoiſin.

Vierter Ring oder vierte Ordnung: Grün (matt und bläulich), blaſſes Gelbroth, Roth.

Fünfter Ring oder fünfte Ordnung: Blaſſes Blaugrün, Weiß, Blaßroth.

Sechster Ring oder ſechste Ordnung: Blaſſes Blaugrün, Blaßroth.

Siebenter Ring oder ſiebente Ordnung: Sehr blaſſes Blaugrün, ſehr blaſſes Roth.

Digitized by Google

Hierauf werden die Farben ſo ſchwach, daß ſie vom Weiß nicht mehr unterſchieden werden können.

636. Wir können hierbei bemerken, daß das Grün der dritten Ordnung die einzige reine und volle Farbe iſt, indem das der zweiten kaum merklich und das der vierten matt und mehr apfelgrün iſt; das Gelb der zweiten und dritten Ordnung iſt eine ſchöne Farbe, vorzüglich das der zweiten; das Gelb der erſten Ordnung iſt feurig und iſt mehr dem Orange ähnlich. Das Blau der erſten Ordnung iſt ſo ſchwach, daß es kaum merklich iſt, das der zweiten iſt voll, aber das der dritten viel ſchlechter; das Roth der erſten Ordnung verdient kaum dieſen Namen, es iſt eine matte ziegelrothe Farbe; das der zweiten ſo wie der dritten Ordnung iſt voll, allein ſie neigen ſich alle zum Carmoiſinroth, und es zeigt ſich in der ganzen Reihe kein reines Scharlach oder prismatiſches Roth.

637. Die Breiten der Ringe ſind ungleich. Sie nehmen ab, und die Farben fallen näher zuſammen, indem man ſich vom Mittelpunkt entfernt. Newton, dem wir die genaue Beſchreibung und Unterſuchung dieſer Erſcheinungen verdanken, fand, indem er die Durchmeſſer der dunkelſten Ringe in dem Zeitpunkte maß, wo durch einen Druck der ſchwarze Fleck ſo eben erſchien, und derſelbe gleichfalls für einen Ring gerechnet wurde, daß ſie ſich wie die Quadratwurzeln aus den graden Zahlen 0, 2, 4, 6... verhalten; die Durchmeſſer der hellſten Theile hingegen verhalten ſich wie die Quadratwurzeln aus den ungraden Zahlen 1, 3, 5, 7.... Da nun die ſich berührenden Oberflächen ſphäriſch ſind, und ihre Krümmungshalbmeſſer im Verhältniß zu den Durchmeſſern der Ringe ſehr groß ausfallen, ſo folgt hieraus, daß die Zwiſchenräume zwiſchen beiden Oberflächen an den abwechſelnd dunkeln und hellen Punkten, das Geſetz der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4... ſelbſt befolgen. Dieſelben Meſſungen geben die abſolute Größe dieſer Zwiſchenräume, ſobald die Krümmungshalbmeſſer der Oberflächen bekannt ſind. Denn es ſeyen r, r' die Krümmungen zweier ſphäriſchen Oberflächen, einer convexen und einer concaven, die ſich berühren, und D der Durchmeſſer irgend eines Ringes, der den Berührungspunkt umgiebt, ſo iſt der Abſtand beider Oberflächen der Unterſchied zwiſchen dem Sinusverſus zweier Kreisbogen, die eine gemeinſchaftliche Chorde D haben. Iſt

Digitized by Google

Iſt nun (Fig. 130) AE der Durchmeſſer der converen ſphäriſchen Oberfläche AD, ſo haben wir $EA : AD = AD : DB = \frac{AD^2}{AE}$ $= \frac{D^2}{8} r$, und auf gleiche Art $BC = \frac{D^2}{8} r'$, ſo daß $\frac{1}{8} D^2 (r - r')$ $= DC$ den Zwiſchenraum der Oberflächen am Punkt D giebt. So fand Newton für den Zwiſchenraum zwiſchen beiden Oberflächen für die hellſte Stelle des erſten Ringes den 178000ſten Theil eines Zolles, und dieſe Entfernung mit den graden Zahlen 0, 2, 4, 6, 8 u. ſ. w. multiplicirt, giebt ihre Abſtände im ſchwarzen Punkt und den dunkelſten Theilen der rothen Ringe; multiplicirt man daſſelbe mit den ungraden Zahlen 1, 3, 5, 7 u. ſ. w., ſo ergeben ſich die gegenſeitigen Abſtände der Oberflächen in den hellſten Theilen der Ringe.

638. Dritte Erſcheinung. Werden die Ringe zwiſchen ſphäriſchen Gläſern von verſchiedenen Krümmungen gebildet, ſo werden ſie größer, wenn die Krümmungen kleiner ſind und umgekehrt, und mißt man ihre Durchmeſſer und vergleicht ſie mit den Halbmeſſern der Gläſer, ſo findet man, vorausgeſetzt das Auge behält eine ähnliche Lage, daß eine jede Farbe ganz unveränderlich an dem Punkt hervorgebracht wird, oder in der Entfernung vom Mittelpunkte, wo der Zwiſchenraum der Oberflächen derſelbe iſt. So entſteht das Weiße der erſten Ordnung unveränderlich bei einer Dicke von $\frac{1}{178000}$ Zoll, das Roth, welches die Gränze der erſten und zweiten Ordnung giebt, bei der doppelten Dicke. Es findet daher eine conſtante Relation zwiſchen der Farbe und dem Zwiſchenraum der Oberflächen an dem Punkt, wo ſie erſcheint, ſtatt. Werden außerdem die Gläſer durch einen ſtarken und ungleichen Druck verbogen (was leicht bei dünnen Gläſern geſchieht), ſo verlieren die Ringe ihre kreisförmige Geſtalt, und dehnen ſich nach der Seite aus, wo der ungleiche Druck angebracht wird, und krumme Linien bilden, welche eine Reihe von Punkten angeben, in denen die Oberflächen gleichweit von einander entfernt ſind. Legt man einen Cylinder auf eine Ebene, ſo verwandeln ſich die Ringe in grade Linien, welche der Berührungslinie parallel ſind, aber daſſelbe Geſetz der Entfernung von dieſer Linie befolgen, welches bei den Ringen rückſichtlich ihres Mittel-

Digitized by Google

punkts ſtattfindet, und beſitzen die Gläſer ungleiche Krümmung, z. B. wenn man Stücke von Fenſterglas anwendet, ſo folgen die gefärbten Streifen allen ihren Ungleichheiten. Läßt man mit dem Druck vorſichtig nach, ſo daß ein Glas vom andern abgehoben wird, ſo zieht ſich der mittlere Fleck zuſammen und verſchwindet, welches nach und nach mit allen Ringen geſchieht, ſo daß alle Farben nach und nach ſich nach dem Mittelpunkt ziehen, wenn die Berührung der Gläſer aufhört. Aus allen dieſen Erſcheinungen iſt es einleuchtend, daß es bloß die Entfernung zwiſchen den beiden Oberflächen iſt, welche die an dem gegebenen Punkte geſehene Farbe beſtimmt.

639. Vierte Erſcheinung. Dieß ſetzt jedoch voraus, daß wir bei den Beobachtungen das Auge in eine ähnliche Lage bringen, oder daß der Neigungswinkel derſelbe bleibt. Denn ändert man die Neigung durch ein Erheben oder Senken des Auges oder der Gläſer, ſo ändern ſich die Durchmeſſer, aber nicht die Farben der Ringe. Senkt man das Auge, ſo werden die Ringe größer, und dieſelbe Farbe, welche vorher einem Zwiſchenraum von $\frac{1}{178000}$ Zoll entſprach, entſpricht jetzt einem größern. Dieſe Entfernung $\left(\frac{1}{178000}\text{ Zoll}\right)$ gilt für ſenkrechtes Einfallen, und iſt durch Meſſungen beſtimmt, die nahe bei dem ſenkrechten Einfall gemacht wurden und vermittelſt der Rechnung völlig darauf reducirt ſind. Bei ſehr großer Schiefe erleiden jedoch die Durchmeſſer der Ringe immer nur eine endliche Ausdehnung, und Newton wurde durch ſeine Meſſungen auf folgende Regel geleitet: Der Zwiſchenraum zwiſchen den Oberflächen, an denen eine gegebene Farbe hervorgebracht wird, iſt der Secante eines Winkels proportional, deſſen Sinus die erſte von 106 mittlern arithmetiſchen Proportionalzahlen zwiſchen dem Sinus des Einfallswinkels und des Brechungswinkels aus Luft in Glas, oder einem andern zwiſchen den Oberflächen enthaltenen brechenden Mittel iſt, indem man mit dem größern anfängt. Algebraiſch läßt ſich dieſes folgendermaßen ausdrücken; es ſey das relative Brechungsverhältniß $= \mu$, θ der Einfallswinkel, ρ der Brechungswinkel des Strahls, indem er aus dem dünnern Mittel ins dichtere übergeht. Iſt dann t der Zwiſchenraum, welcher einer ge-

gebenen Farbe beim Einfallswinkel θ entſpricht, und T der Zwiſchenraum bei dem ſenkrechten Einfallen, ſo haben wir

$$t = T . \sec . u ; \sin u = \sin\theta - \frac{1}{107} (\sin\theta - \sin\varrho) ;$$

es iſt aber $\sin\varrho = \frac{1}{\mu} \sin\theta$, folglich erhalten wir auch

$$t = T . \sec u .$$

$$\sin u = \frac{106 + \frac{1}{\mu}}{107} . \sin\theta .$$

$$= \frac{106\mu + 1}{107\,\mu} . \sin\theta .$$

640. Um die Ringe bei großer Schiefe bequem zu ſehen, kann man ſich eines Prisma bedienen, welches wie in Fig. 132 auf ein convexes Glas gelegt iſt. Befindet ſich das Auge in k, ſo ſieht man die um den Berührungspunkt E gebildeten Ringe in der Richtung KH, und ſenkt man das Auge nach I, wo der von I ausgehende Strahl IG eine vollkommene Zurückwerfung zu erleiden anfängt, ſo ſieht man, daß die Ringe ſich beträchtlich ausdehnen. Erreicht das Auge den Punkt I, ſo verſchwindet die obere Hälfte der Ringe, indem ſie ſcheinbar vom prismatiſchen Regenbogen (§. 555), der in dieſer Lage erſcheint, abgeſchnitten werden, aber der ſchwarze centrale Fleck und die untere Hälfte der Ringe bleibt; wird aber das Auge noch weiter geſenkt, ſo verſchwinden die Ringe und laſſen den centralen Fleck zurück, wie eine Oeffnung in der ſilberartigen Weiße der totalen Zurückwerfung an der Baſis des Prisma, welcher dann im Verhältniß ſeiner Größe, wenn er in der Lage KH geſehen wird, ſehr ausgedehnt erſcheint. Dieß beweist, daß der Mangel an Zurückwerfung des Lichts an dieſer Stelle der Baſis weit jenſeits der Gränzen der abſoluten Berührung der Gläſer erſcheint, und daß daher die Wirkung der untern Oberfläche mit der der obern zuſammentrifft, und ſo die Zurückwerfung aufhält, obgleich noch ein endlicher Abſtand (freilich ein außerordentlich kleiner) derſelben ſtattfindet. Euler hat dieß als einen Einwurf gegen die Undulationstheorie gebraucht, aber der Einwurf iſt nicht begründet, da es ſehr vernünftig iſt anzunehmen, die Aenderung der Dichtigkeit oder Elaſticität des Aethers innerhalb und außerhalb des Mittels geſchehe nicht plötzlich, ſondern ſtufenweiſe.

Iſt dieß der Fall, und findet die Aenderung außerhalb des Mittels ſtatt, ſo wird das Brechungsgeſetz dadurch geändert, daß man zwei Mittel einander innerhalb derjenigen Gränzen nähert, innerhalb welcher die Verdichtung des Aethers ſtattfindet.

641. Um jedoch die von einer dünnen Luftſchicht bei großer Neigung zurückgeworfenen Farben auf die vortheilhafteſte Art zu ſehen, kann man folgende zuerſt von Herſchel angegebene Methode anwenden. Man lege auf einen vollkommen ebenen Spiegel von Glas oder von Metall an ein offenes Fenſter ein gleichſeitiges Prisma, deſſen Seite, mit welcher der Spiegel berührt wird, vollkommen eben iſt, und ſieht man in daſſelbe durch die Seite AC (Fig. 133), ſo erſcheint der prismatiſche Regenbogen abc wie gewöhnlich in der Richtung EF, wo ein Strahl von E ſo eben vollſtändig zurückgeworfen wird. Innerhalb dieſes Regenbogens und parallel mit demſelben ſieht man eine Menge ſchön gefärbter Franzen, deren Anzahl und gegenſeitige Entfernung ſich mit dem Druck ändert, indem ſich ihre Breite ausdehnt, wenn der Druck ſtärker wird, und umgekehrt. Es iſt zu ihrer Bildung nicht nöthig, daß die Oberflächen einander ſehr nahe ſeyen, indem man dieſelben ſehr gut ſieht, wenn das Prisma von der untern Fläche um die Dicke des feinen Seidenpapiers, oder eines dünnen Baumwollenfadens entfernt iſt, aber in dieſem Fall ſind ſie einander ſehr nahe und zahlreich. Iſt der Druck mäßig ſtark, ſo ſind ſie unter einander gleich weit entfernt, ſo verlieren ſie ſich gleichſam im blauen Bogen, ohne merklich breiter zu werden, wenn ſie ſich demſelben nähern. Wird der Abſtand der Oberflächen verringert, ſo dehnen ſie ſich aus und nähern ſich dem Auge, indem es ſcheint, als ob ſie aus dem Regenbogen herauskämen. Die vollkommene Politur der untern Oberfläche iſt zu ihrer Bildung nicht nöthig. Ein mattgeſchliffenes Glas, das ſo rauh iſt, daß es bei einem mäßigen Einfallswinkel kein regelmäßiges Bild giebt, zeigt dieſelben ſehr deutlich. Der Verſuch iſt ſehr leicht und die Erſcheinungen ſo nahe liegend und ſchön, daß man ſich verwundern muß, daß ſie von Newton nicht bemerkt und beſchrieben worden ſind, um ſo mehr, da ſie eine vortreffliche Erläuterung ſeines oben angegebenen Geſetzes abgeben. Um dieß einzuſehen, ſeyen EH, EK, EL Strahlen, die aus E unter Winkeln einfallen, welche etwas kleiner ſind, als der Winkel der vollkommenen Zurückwerfung an der Grundfläche; ſie werden daher gebro-

Digitized by Google

chen, und indem ſie an der Baſis BC hervortreten, werden ſie in MN reflectirt (da die Schiefe der Zurückwerfung ſo groß iſt, daß ſelbſt rauhe Oberflächen hinlänglich ſtark und für dieſen Zweck regelmäßig genug zurückwerfen §. 558) und nehmen die Wege HDPp, KFQq, LGRr u. ſ. w., indem ſie in das Prisma wieder in P, Q, R eintreten. Es werden daher auch umgekehrt die in P, Q u. ſ. w. einfallenden Strahlen pP, qQ u. ſ. w. das in E befindliche Auge treffen, nachdem ſie den Raum BCNM durchlaufen haben, und in MN zurückgeworfen worden ſind, und ſie theilen dem Auge die Empfindung derjenigen Farbe mit, die dieſer Neigung und dieſem Abſtand beider Oberflächen entſpricht. Setzen wir dann wie oben θ für den äußern Einfallswinkel des Strahls DH gegen die Baſis des Prisma, und nehmen

$$\sin u = \frac{106\,\mu + 1}{107\,\mu} \,.\, \sin \theta$$

$$= \frac{106\,\mu + 1}{107} \,.\, \sin \varrho = k \,.\, \sin \varrho \,,$$

ſo wird die in der Richtung EH erſcheinende Farbe (wenn man die Zerſtreuung an der Oberfläche AC nicht berückſichtigt) mit derjenigen einerlei ſeyn, welche unter ſenkrechtem Einfall des Lichts von einer Luftſchicht, deren Dicke

$$T = t \,.\, \cos u = t \sqrt{1 - k^2 \sin \varrho^2}$$

iſt, wo t = der Entfernung zwiſchen den beiden Oberflächen BC, MN. Es erſcheint daher eine Reihe von Farben in den verſchiedenen auf einander folgenden Lagen der Linie EH, die der der gefärbten Ringe analog iſt (ausgenommen, daß die Dispersion an der Fläche AC die Farben ändert, indem ſie die Strahlen trennt).

642. Die ganze Farbenreihe kommt aber hierbei nicht zum Vorſchein, weil diejenigen, welche eine größere Schiefe erfordern, als diejenige iſt, bei der eine vollkommene Zurückwerfung ſtattfindet, nicht ſich bilden können. Denn der Winkel, bei welchem von der Verticale aus gerechnet eine Farbe entſteht, die in den Ringen der Dicke T entſpricht, wird durch die Gleichung

$$\sin \varrho = \frac{1}{k} \sqrt{1 - \frac{TT}{tt}}$$

$$= \frac{214}{320} \sqrt{1 - \frac{TT}{tt}} \,,$$

indem man für Glas $\mu = \frac{3}{2}$ nimmt, welches im Allgemeinen der Fall iſt. Dieſem gemäß erfordert nun die centrale Farbe, oder das Schwarz der erſten Ordnung, welches entſteht, wenn T = o iſt, daß

$$\sin \varrho = \frac{1}{k} = \frac{1}{\mu - \frac{\mu - 1}{107}}$$

Da dieſer Ausdruck größer als $\frac{1}{\mu}$ iſt, ſo ſieht man daraus, daß dieſe Farbe jenſeits des Regenbogens liegt, und daher nicht geſehen werden kann. Die erſte ſichtbare Farbe iſt die ganz nahe am Regenbogen, wo $\sin \varrho = \frac{1}{\mu}$ iſt, dieß giebt

$$T = t\sqrt{1 - \frac{kk}{\mu\mu}}$$

$$= t\sqrt{1 - \left(1 - \frac{\mu - 1}{107\,\mu}\right)^2}$$

$$= t\sqrt{\frac{2(\mu - 1)}{107\,\mu}} = 0{,}079\ t$$

oder $\frac{t}{12{,}25}$. Hieraus ſieht man, daß dieſe Franzen von einem im Prisma befindlichen Auge geſehen werden würden, wenn der Zwiſchenraum zwiſchen ſeiner Grundfläche und dem Glaſe, auf welchem es ruht, mehr als zwölfmal größer iſt als derjenige, bei welchem dieſelben unter ſenkrechtem Einfall des Lichts gebildet werden, d. h. bei $12{,}25 \cdot \frac{13}{178000} = \frac{1}{1100}$ Zoll, welches ungefähr die Dicke des feinen Seidenpapiers iſt. Außerdem ſehen wir vermittelſt dieſes Werthes von T, daß die erſte unmittelbar unter dem Regenbogen ſichtbare Farbe in der Skale der Ringe aufſteigt (d. h. einem dem Mittelpunkt näher liegenden Punkte zugehört), ſo wie der Werth von t abnimmt, oder das Prisma ſtärker an das Glas gedrückt wird, und dieß erklärt, warum durch einen Druck die Farben häufiger werden, und aus dem Regenbogen hervorzutreten ſcheinen. Für ihre ſcheinbare Breite haben wir (für ein im Auge befindliches Prisma), indem wir $e = \frac{1}{89000}$ Zoll, und ϱ_0, ϱ_1 u. ſ. w. für

Digitized by Google

diejenigen Werthe von ϱ ſetzen, die den verſchiedenen Ordnungen der ſichtbaren Farben entſprechen,

$$\sin\varrho_0 = \frac{1}{\mu};\ \sin\varrho_1 = \frac{1}{k}\sqrt{1-\left(\frac{T+e}{t}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\mu}\sqrt{1-\frac{\mu^2}{k^2}\cdot 0{,}079\cdot\frac{2e}{t}}$$

$$= \frac{1}{\mu}\left(1-0{,}079\cdot\frac{e}{t}\right)$$

$$\sin\varrho_2 = \frac{1}{\mu}\left(1-0{,}079\,\frac{ze}{t}\right)$$

u. ſ. w. Die Sinus der Einfallswinkel, bei denen ſich die verſchiedenen Farben entwickeln, indem man vom Regenbogen anfängt, wachſen in arithmetiſcher Progreſſion, ſo daß die Franzen in Kreisbogen parallel mit den Regenbogen ſich befinden, und ihre Breiten müſſen beinahe gleich groß ſeyn, und deſto größer, je größer der Druck oder je kleiner t iſt, welches Alles mit der Beobachtung übereinſtimmt. Die Brechung an der Seite des Prisma, zwiſchen dem Auge und der Baſis, ſtört aber die Folge der Farben, und vervielfältigt beſonders die Anzahl der ſichtbaren Abwechslungen. Wir ſind in der Erklärung des Urſprungs dieſer Franzen und ihrer Beziehung zu den von Newton beobachteten allgemeinen Erſcheinungen beſonders weitläufig geweſen, weil wir nicht glauben, daß bisher eine genaue Zerlegung derſelben und eine Darſtellung der außerordentlichen Schönheit dieſer Erſcheinung gegeben worden iſt. Hält man die angegebene Verbindung des Prisma gegen das Licht, und ſieht durch die Grundfläche des Prisma und die Glasplatte, ſo daß man den durchgelaſſenen Bogen (§. 556) ſieht, ſo erſcheint deſſen concave Seite auf dieſelbe Art mit gefärbten Streifen verſehen, die denſelben Urſprung haben. Wir gehen nun wieder zu den Ringen zurück, die zwiſchen erhabenen Gläſern ſich zeigen.

643. Fünfte Erſcheinung. Gebraucht man homogenes Licht, um die Gläſer zu erleuchten, ſo ſieht man die Ringe in viel größerer Anzahl, und zwar um ſo mehr, je mehr ſich das Licht der vollkommenen Gleichartigkeit nähert. Iſt dieſe ſo vollkommen als möglich, z. B. wenn wir die Flamme einer Weingeiſtlampe mit einem geſalzenen Docht gebrauchen, wie Talbot vorgeſchlagen

Digitized by Google

hat, ſo ſind ſie wirklich unzählig, indem ſie ſich ſo weit ausdehnen, daß ſie einander zu nahe kommen, als daß ſie noch gezählt und mit dem bloßen Auge kaum unterſchieden werden können. Sie ſind jedoch noch durch ein Vergrößerungsglas deutlich zu ſehen, allein dieß muß immer ſtärker genommen werden, je näher ſie einander kommen, bis ſie nicht weiter wegen ihrer gar zu großen gegenſeitigen Nähe verfolgt werden können, ohne daß dieſelben ſich jedoch verwirren und zuſammenlaufen. Außerdem beſtehen dieſelben dann nicht mehr aus Farben, ſondern bloß aus der Art Licht, welches zu ihrer Entſtehung angewendet wird, und ſie zeigen bloße Abwechſelungen von Licht und Dunkelheit, indem die Zwiſchenräume zwiſchen denſelben völlig dunkel ſind.

644. Sechste Erſcheinung. Aendert man das einfallende homogene Licht, indem man z. B. die Farben des prismatiſchen Spectrum nach und nach auf die ſich berührenden Gläſer fallen läßt, ſo daß ſie in das Auge zurückgeworfen werden können, ſo ſieht man während das Auge in Ruhe bleibt, daß die Ringe ſich ausdehnen und zuſammenziehen, während man die Erleuchtung ändert. Im rothen Licht ſind ſie am größten, im violetten am kleinſten, und in den dazwiſchen liegenden Farben von mittlerer Größe. Newton fand, indem er ihre Durchmeſſer maß, daß der Abſtand beider Oberflächen von einander oder die Dicke der Luftſchicht an der Stelle, wo der violette Ring erſchien, ſich zu derjenigen verhielt, wo der rothe Ring derſelben Stelle gebildet wurde, wie 9 : 14, und indem er auf dieſe Art die Dicke der Luftſchicht an derjenigen Stelle beſtimmte, wo ſich der hellſte Theil des erſten Ringes bildete, indem man nach und nach alle Strahlen vom äußerſten Roth bis zum äußerſten Violett anwendete, fand er, daß dieſe Dicken die Hälften der in der zweiten Columne der Tafel §. 575 befindlichen Zahlen in Theilen eines Zolles ausgedrückt ausmachten, und die den Werthen von $\frac{\lambda}{2}$ oder der Länge einer halben Undulation jedes Strahls entſprechen.

645. Dieſe Erſcheinung kann als eine weitere Zerlegung desjenigen Falles betrachtet werden, wenn die Ringe in weißem Licht geſehen werden; denn in dieſem Fall kann man ſie durch das Aufeinanderlegen der verſchiedenen Reihen von Ringen entſtanden betrachten, die einfache Farben beſitzen, und wo jede Reihe der Ringe

Digitized by Google

ihre beſondern Durchmeſſer hat. Die Art und Weiſe, auf welche dieſes Auseinanderlegen, oder die Zuſammenſetzung der verſchiedenen Farbenordnungen ſtattfindet, kann man aus Fig. 134 ſehen, wo die Abſciſſen oder horizontalen Linien die Dicke der Luftſchicht zwiſchen den Gläſern bedeuten, und bei welchen eine gleichförmige Zunahme vorausgeſetzt iſt; RR′, RR″ u. ſ. w. ſtellen die verſchiedenen Dicken vor, bei welchen das Roth bei bloß rothen Ringen verſchwindet, oder bei denen die dunkle Stelle zwiſchen zwei auf einander folgenden rothen Ringen beobachtet wird, während Rr, Rr′, Rr″ u. ſ. w. die Dicken angeben, wo die Helligkeit am größten iſt. Auf ähnliche Art bedeuten OO′, OO″ u. ſ. w. die Dicken, wo das Orange verſchwindet, und ſo weiter fort für die gelben, grünen, blauen, dunkelblauen und violetten Ringe, ſo daß RR′, OO′, YY′ u. ſ. w. zu einander in dem Verhältniß der Zahlen ſtehen, welche in der zweiten Columne der angegebenen Tabelle §. 575 enthalten ſind. Beſchreiben wir dann eine Reihe wellenförmiger Curven wie in der Figur, und ziehen durch irgend einen Punkt C in AE eine Linie mit AV parallel, die alle dieſe Curven ſchneidet, ſo geben ihre verſchiedenen Ordinaten, oder die zwiſchen der Curve und der Abſciſſenlinie enthaltenen Stücke dieſer Linie die Intenſität des Lichts von jeder Farbe, welche dem Auge vermittelſt der Dicke der Luftſchicht zugeſandt wird. Es wird daher die bei dieſer Dicke geſehene Farbe aus der Vereinigung der verſchiedenen einfachen Strahlen in ſolchen Verhältniſſen entſtehen, welche durch ihre Ordinaten angezeigt werden.

646. Hat man die Figur nach irgend einem Maßſtab verzeichnet, ſo kann man ſich derſelben bedienen, um die Identität der Farben an beſondern Punkten auszumitteln. So verſchwinden z. B. bei der Dicke Null oder im Anfangspunkt A der Farben alle Ordinaten, und dieſer Punkt iſt daher ſchwarz. So wie die Dicke der Luftſchicht von Null an wächst, jedoch ſehr klein bleibt, ſieht man, daß die Ordinaten der verſchiedenen Curven mit ungleicher Schnelligkeit wachſen (diejenigen für die brechbarern Strahlen ſchneller), ſo daß das erſte ſchwache Licht, welches bei einer ſehr kleinen Dicke A1 erſcheint, einen Ueberſchuß von blauen Strahlen enthält, und das reine aber ſehr ſchwache Blau der erſten Ordnung ausmacht (§. 635). Bei einer größern Dicke wie A2, geht die gemeinſchaftliche Ordinate beinahe durch die Maxima aller Curven,

Digitized by Google

nämlich etwas dieſſeits des rothen, und etwas jenſeits des violetten. Der Unterſchied iſt jedoch ſo gering, daß die Farben beinahe alle in den Verhältniſſen vorhanden ſind, welche die weiße Farbe hervorbringen, und da ſie alle beinahe in ihrem Maximum ſich befinden, ſo iſt das hervorgehende Weiß äußerſt glänzend. Dieß ſtimmt mit der Beobachtung überein, da das Weiß der erſten Ordnung in der That das hellſte von allen iſt; hierauf ſinkt das Violett ſehr ſchnell, das Roth wächst, und das Gelb befindet ſich beinahe in ſeinem Maximum, ſo daß bei der Dicke A 3, das Weiß in Gelb übergeht, und bei noch größerer Dicke A 4, wo Violett, Dunkelblau, Blau und Grün beinahe verſchwinden, auch das Gelb ſehr abgenommen hat, aber Orange und Roth, vorzüglich letzteres in großem Ueberfluß vorhanden ſind, wird die hervorgehende Farbe ein feuriges Orange, welches nach und nach mehr ins Röthliche übertritt. In B iſt das Minimum der gelben Strahlen, d. h. der am ſtärkſten leuchtenden. Folglich iſt daſelbſt die Färbung ſehr dunkel. Sie beſteht aus etwas Orange, Grün, Blau und Dunkelblau; allein eine mäßige Menge Violett und etwas Roth bringt ein dunkles Purpur hervor, welches bei der Dicke A 5 ſehr ſchnell in ein lebhaftes Blau übergeht, da die ſtärker brechbaren Strahlen an dieſer Stelle alle im Zunehmen begriffen ſind, während die ſchwächer brechbaren abnehmen. Bei 6, wo die Ordinate durch das Maximum von Gelb geht, iſt faſt gar kein Roth vorhanden, wenig Orange, viel Grün, wenig Blau, und faſt gar kein Dunkelblau und Violett. Hier iſt die Farbe grünlichgelb, allein das Grün nimmt ab, und das Orange wächst, ſo daß das Gelb ſchnell ſeine grünliche Färbung verliert, und rein und lebhaft wird. Bei 7 ſind die vorherrſchenden Strahlen Orange und Gelb, und ſo häufig, daß das wenige Roth und Violett, womit ſie vermiſcht ſind, die Reinheit der Farbe nicht ſtört, und ein ſchönes Gelb ſich zeigt. Bei 8 iſt ein ſtarkes Orange und Roth mit viel Dunkelblau und einem Maximum von Violett gemiſcht, wodurch ein herrliches Carmoiſin entſteht. In C findet ein Minimum von Gelb ſtatt; da aber an dieſer Stelle zugleich ein Maximum von Roth und Dunkelblau ſtattfindet, ſo wird ſich dieſer Punkt durch ein ſchönes Purpurroth auszeichnen. Hierdurch wird die zweite Ordnung der Farben vollſtändig und getreu dargeſtellt. Bei 9 und 10 ſehen wir den Anfang des lebhaften Grün der dritten Ordnung in der verhältnißmäßigen

Digitized by Google

großen Menge von Grün, Gelb und Blau im erſtern Punkt, und des häufigen Gelb, Grün und Violett des letztern, während Roth und Orange beinahe gänzlich fehlen, und auf dieſe Art können wir alle Farben, die in §. 635 angegeben ſind, mit vollkommener Genauigkeit in der Zeichnung wieder auffinden.

647. Es iſt jedoch einleuchtend, daß ſo wie die Dicke wächst, die an Brechbarkeit ſehr wenig verſchiedenen Strahlen an Intenſität ſehr verſchieden ſeyn werden, da der kleinſte Unterſchied in der Länge der Grundlinien ihrer Curven, durch die Anzahl ihrer Wiederholungen multiplicirt, endlich eine vollſtändige Entgegenſetzung hervorbringen, ſo daß das Maximum eines Strahls endlich mit dem Minimum eines andern zuſammenfällt, der vom andern in der Brechbarkeit wenig, und der Farbe nach gar nicht verſchieden iſt. So werden bei beträchtlichen Dicken, z. B. der zehnten oder zwanzigſten Ordnung, beider Maxima und Minima jeder Farbe zugleich vorhanden ſeyn, da jede Farbe nicht aus Strahlen von einer beſtimmten Brechbarkeit, ſondern von allen Abſtufungen der Brechbarkeit innerhalb gewiſſer Gränzen beſteht. Folglich werden die Farben mit wachſender Dicke unreiner, und endlich ganz weiß; dieſes Weiß wird aber aus dieſer Urſache nur halb ſo glänzend ſeyn als das Weiß der erſten Ordnung, welches alle Farben in ihrem Maximum enthält.

648. Siebente Erſcheinung. Auf dieſe Art ſind die Erſcheinungen beſchaffen, wenn eine Luftſchicht zwiſchen zwei Glasflächen eingeſchloſſen iſt. Dieſe Schicht wirkt jedoch nicht als Luft, ſondern als bloße Entfernung; denn unter einer Luftpumpe zeigen ſich die Ringe ohne merkliche Aenderung. Bringt man jedoch ein ſtärker brechendes Mittel zwiſchen die Gläſer, z. B. Waſſer oder Oel, ſo ziehen ſich die Durchmeſſer der Ringe zuſammen, indem ſie jedoch dieſelben Farben und daſſelbe Geſetz rückſichtlich ihrer Breite befolgen, und Newton fand durch genaue Meſſungen, daß die Dicken verſchiedener dazwiſchen gebrachter Mittel, bei denen eine gegebene Farbe erſcheint, im umgekehrten Verhältniſſe ihrer Brechungsverhältniſſe ſtehen. So entſteht das Weiß der erſten Ordnung in Luft oder im leeren Raum, bei einer Dicke von $\frac{1}{178000}$ Zoll, während es im Waſſer

Digitized by Google

bei dem $\frac{1}{1{,}336}$ Theil dieſer Dicke hervorgebracht wird. Er fand außerdem, daß das §. 639 für die Ausdehnung der Ringe unter ſchiefem Einfallswinkel angegebene Geſetz immer ſtattfindet, das dazwiſchen gebrachte Mittel mag ſeyn, was für eins es will. Hieraus folgt, daß bei dichten Mitteln die Ausdehnung bei großer Schiefe viel geringer als in dünnern iſt, und daß daher eine gegebene Dicke unter verſchiedenen Winkeln eine viel weniger veränderliche Farbe zurückwirft, ſobald das Mittel eine ſtark brechende Kraft beſitzt. So ändern ſich die Farben einer Seifenblaſe unter verſchiedenen Einfallswinkeln viel weniger als die einer Luftſchicht, allein ſtärker als die regenbogenartigen Farben des polirten Stahls, welche durch eine dünne Schicht von Oxyd auf ſeiner Oberfläche gebildet werden.

649. Achte Erſcheinung. Um dieſe Farben hervorzubringen, iſt es jedoch nicht nöthig, daß man eine dünne Schicht eines Mittels zwiſchen zwei Glasflächen oder andere dichtere Mittel bringt; ſie zeigen ſich ebenfalls, und wirklich noch ſchöner, wenn ein ſehr dünnes Blättchen eines dichtern Mittels in Luft oder im leeren Raum ſich befindet. So geben Seifenblaſen ſehr dünne Glimmerblättchen u. ſ. w. dieſelbe Folge von Farben, welche ſich nach der verſchiedenen Dicke der Schichten in Streifen ordnen. Folgende ſehr ſchöne und genügende Art die Franzen darzuſtellen, welche von einem Glasblättchen von fühlbarer Dicke gebildet werden, iſt von Talbot ausgedacht worden. Wird eine Glasblaſe ſo dünn geblaſen, daß ſie ſpringt, und betrachtet man die dadurch entſtehenden Glasblättchen in einem dunkeln Zimmer, bei der Flamme einer mit einem geſalzenen Docht verſehenen Weingeiſtlampe, ſo erſcheinen dieſelben mit Streifen bedeckt, die abwechſelnd hell und ſchwarz ſind, und in parallelen Lagen nach den verſchiedenen Dicken des Blättchens laufen. Wo die Dicke ziemlich gleichförmig iſt, ſind die Streifen breit; wo ſie ſich ſchnell ändert, kommen die Streifen ſo häufig, daß ſie ſich mit unbewaffnetem Auge nicht mehr unterſcheiden laſſen, und man das Mikroſkop zu Hülfe nehmen muß. Nimmt man an, daß die Dicke dieſes Blättchens $\frac{1}{1000}$ Zoll beträgt, ſo entſprechen die entſtehenden Streifen ungefähr der 89ſten Ordnung der Ringe, und ſie beweiſen den hohen Grad von Homogeneität des Lichts; denn wäre der geringſte Unterſchied von Brechbarkeit

Digitized by Google

vorhanden, ſo würde derſelbe neun und achtzig Mal vermehrt eine Verwirrung und theilweiſe Aufhebung der ſchwarzen Zwiſchenräume hervorbringen. Die Dicke einer Platte, bei welcher die Abwechſelungen von Licht und Finſterniß, oder von Farben nicht mehr unterſchieden werden können, iſt das beſte Kennzeichen des Grades von Homogeneität des Lichts, und kann gleichſam als ein numeriſches Maß derſelben dienen. Dieſer Verſuch iſt noch in anderer Rückſicht belehrend, indem er zeigt, daß die Eigenſchaft des Lichts, von welcher die Franzen abhängen, ſich nicht auf ſehr kleine Dicken beſchränkt, ſondern noch beſteht, während das Licht Räume durchläuft, welche verhältnißmäßig beträchtlich ſind.

650. Neunte Erſcheinung. Hält man die Gläſer, zwiſchen denen ſich die zurückgeworfenen Ringe bilden, gegen das Licht, o zeigt ſich eine Reihe von durchgelaſſenen gefärbten Ringen, welche freilich viel ſchwächer als die zurückgeworfenen ausfallen, allein die Complementärfarben der erſten geben, d. h. die mit den erſten zuſammengenommen Weiß geben. So iſt das Centrum weiß, worauf eine gelbliche Farbe folgt, die in Schwarz übergeht; hierauf kommt Violett und Blau. Dieß ſind die Complementärfarben der erſten Reihe. Die der zweiten ſind Weiß, Gelb, Roth, Violett, Blau; der dritten Grün, Gelb, Roth, Blaugrün, worauf ſchwache Abwechſelungen von Roth und Blaugrün folgen. Die Abnahme der Farben geſchieht bei dieſen viel ſchneller als bei den zurückgeworfenen Ringen.

651. Um dieſe Erſcheinungen zu erklären, ſtellte Newton ſeine Lehre von den Anwandlungen des leichtern Zurückwerfens und des leichtern Durchgehens auf, die in dem neunten Forderungsſatz §. 526 erwähnt iſt. Wir wollen jetzt dieſe Theorie weiter entwickeln und ſie, wie er ſchon gethan hat, auf den vorliegenden Fall anwenden. Außer der dort aufgeſtellten allgemeinen Hypotheſe müſſen wir noch folgende Annahme machen.

652. Die Zeiten, in denen die Anwandlungen wiederkehren, ſind bei Strahlen von verſchiedener Brechbarkeit verſchieden, am längſten für rothe, am kürzeſten für violette Strahlen, und ſie werden für dieſe ſowohl als für die dazwiſchen liegenden Strahlen im leeren Raume, in Theilen eines Zolles durch die Hälften der in der zweiten Columne der Tabelle §. 5;5 gegebenen Zahlen dargeſtellt.

653. Bei andern Mitteln ſind die Zeiten der Wiederkehr

Digitized by Google

kürzer, im Verhältniß des Brechungsverhältniſſes derſelben zur Einheit.

654. Bei dem ſchiefen Einfall des Lichts $= \theta$ ſind die Längen der Anwandlungen größer als bei dem ſenkrechten, in dem Verhältniß des Halbmeſſers zum Product aus dem Coſinus von θ in den Coſinus eines andern Winkels u, der durch die Gleichung

$$\sin u = \frac{106\,\mu + 1}{107\,\mu} \cdot \sin \theta$$

gegeben wird.

655. Wir wollen nun zuſehen, was mit einem Lichttheilchen vorgeht, bei welchem die Länge einer Anwandlung in irgend einem Mittel $\frac{1}{2}\lambda$ beträgt, und das, nachdem es in die erſte Oberfläche des Mittels getreten iſt, und deſſen ganze Dicke durchlaufen hat, die zweite Oberfläche erreicht. Wir ſetzen dieſe Dicke $=$ t. Iſt nun t ein Vielfaches von $\frac{1}{2}\lambda$, ſo iſt einleuchtend, daß das Theilchen an der zweiten Oberfläche genau in derſelben Phaſe der Anwandlung des leichtern Durchgehens ankommt, als an der erſten. Folglich gelangt es in jeder Rückſicht zu denſelben Zuſtänden, und wenn es vorher durchging, muß es nothwendig jetzt wieder durchgehen. Es muß daher jeder Strahl, welcher ſenkrecht in eine ſolche Schicht tritt, hindurchgehen, und er kann an der zweiten Oberfläche nicht zurückgeworfen werden. Iſt im Gegentheil die Dicke der Schicht ein ungrades Vielfaches von $\frac{1}{4}\lambda$, ſo befindet ſich jedes durch die erſte Fläche durchgegangene Theilchen bei ſeiner Ankunft an der zweiten genau in der entgegengeſetzten Phaſe ſeiner Anwandlung, und iſt es vorher in einer Anwandlung zum leichtern Durchgang geweſen, ſo befindet es ſich jetzt in einer Anwandlung zur leichtern Zurückwerfung. Es wird daher nicht grade nothwendigerweiſe durchgelaſſen, ſondern eine mehr oder weniger häufige Zurückwerfung wird an der zweiten Oberfläche in dieſem Fall ſtattfinden, je nachdem das Mittel und ſeine allgemeine Wirkung auf das Licht beſchaffen iſt. Man muß ſich nämlich erinnern, daß ein Theilchen, welches ſich in der Anwandlung zum leichtern Zurückwerfen befindet, nicht nothwendig zurückgeworfen werden muß. Es iſt nur dazu geneigt, allein ob es wirklich geſchieht, hängt vom Mittel ab, in welchem es

ſich bewegt und auf welches es trifft, ſo wie auch von der Phaſe der Anwandlung. Man nehme nun ein Auge an, welches ſich in einer gewiſſen Entfernung von einer ungleich dicken Schicht befindet, ſo daß es Strahlen erhält, die beinahe ſenkrecht von derſelben zurückgeworfen werden. Es iſt einleuchtend, daß vermöge der Zurückwerfung von der erſten Oberfläche, die gleichförmig iſt, daſſelbe von jedem Punkt gleiche Menge Licht erhält. Allein mit dem von der zweiten zurückgeworfenen Licht verhält es ſich anders, denn in allen denjenigen Punkten, wo die Dicke der Schicht ein grades Vielfaches von $\frac{1}{4}\lambda$ iſt, wird keines zurückgeworfen, während in allen denjenigen, wo die Dicke ein ungrades Vielfaches von $\frac{1}{4}\lambda$ ausmacht, eine Zurückwerfung ſtattfindet, und da jedes ſo zurückgeworfene Theilchen auf demſelben Weg zurückkehrt, auf welchem es gekommen iſt, und daher daſſelbe Vielfache von $\frac{\lambda}{4}$ beſchreibt, ſo iſt der ganze innerhalb der Schicht beſchriebene Weg, wenn es die erſte Oberfläche wieder erreicht, ein Vielfaches von $\frac{\lambda}{2}$, und es durchdringt daher dieſe Fläche und kommt in das Auge. Vermöge der Zurückwerfung an der zweiten Oberfläche allein wird die Schicht an allen den Stellen ſchwarz erſcheinen, wo die Dicke 0, $\frac{2\lambda}{4}$, $\frac{4\lambda}{4}$ u. ſ. w. beträgt, und hell, wo die Dicke $\frac{1\lambda}{4}$, $\frac{3\lambda}{4}$, $\frac{5\lambda}{4}$ u. ſ. w. iſt. In den dazwiſchen liegenden Dicken hat die Schicht eine mittlere Helligkeit, ſo daß im Allgemeinen die Schicht mit abwechſelnd hellen und dunkeln Streifen gezeichnet iſt, ſo wie es in dem (§. 649) beſchriebenen Verſuch der Fall iſt. Die gleichförmige Zurückwerfung von der erſten Oberfläche hindert nicht, daß man dieſe ungleichförmige Erleuchtung nicht bemerken könnte.

656. Hieraus iſt es einleuchtend, daß wenn wir die Abſciſſen einer Curve der Dicke der Schicht in irgend einem Punkte gleich, und die Ordinate der Intenſität des von der zweiten Oberfläche zurückgeworfenen Lichts proportional annehmen, ſo iſt dieſe Curve eine wellenförmige Linie, wie Fig. 134, welche die Abſciſſenlinie

Digitized by Google

in gleichen Entfernungen berührt, welche der Länge einer Anwandlung der Farbe gleichkommen. Sind nun dieſe Entfernungen für Strahlen von verſchiedenen Farben ſo beſchaffen, wie wir ſie §. 652 angenommen haben, ſo läßt ſich die Conſtruction §. 645 anwenden, und wenn weißes Licht auf die Schicht fällt, ſo reflectirt ihre zweite Oberfläche eine Reihe von Farben, die auf die angegebene Art zuſammengeſetzt ſind, und auch wirklich ſo beobachtet werden; ſie ſind aber mit dem weißen Licht vermiſcht, welches gleichförmig von jedem Punkt der erſten Oberfläche zurückgeworfen wird.

Beſteht die Schicht anſtatt aus leerem Raume aus irgend einem brechenden Mittel, ſo folgen die Farben einander in ähnlichen Reihen, allein die Dicke, bei der ſie hervorgebracht werden, verhält ſich zu der im leeren Raume, wie die Länge der Anwandlungen in beiden Fällen, d. h. wie 1 : dem Brechungsverhältniß des Mittels. Es müſſen ſich daher die Ringe, welche man dann ſieht, wenn Luft zwiſchen zwei Objectivgläſern enthalten iſt, zuſammenziehen, ſobald man Waſſer, Oel u. ſ. w. zwiſchen dieſelben bringt, welches auch wirklich in dem angegebenen Verhältniß geſchieht.

657. Iſt bei ſchiefem Einfall θ der Einfallswinkel, ſo wird $t . \sec \theta$ der ganze Weg des Strahls zwiſchen beiden Oberflächen, und da $\frac{1}{2} \lambda . \sec \theta . \sec u$ die Länge der Anwandlung eines gegebenen Strahls bei dieſer Schiefe iſt, ſo muß das Lichttheilchen, wenn es an der zweiten Oberfläche in derſelben Anwandlung ankommen und daſelbſt mit gleicher Kraft zurückgeworfen werden ſoll, in dieſem Raum dieſelbe Anzahl von Anwandlungen erlitten haben; wir haben daher

$$\frac{2 t . \sec . \theta}{\lambda . \sec . \theta . \sec . u} = \text{Constans}$$

oder t iſt der sec. u proportional, welches mit der Beobachtung übereinſtimmt.

658. Alles Licht, welches an der zweiten Oberfläche nicht zurückgeworfen wird, geht hindurch und bildet die durchgelaſſenen Farben. Dieſe beſtehen daher aus dem ganzen einfallenden Licht ($= 1$), weniger dem an der erſten Oberfläche zurückgeworfenen (welches immer ein kleiner Bruch iſt, den wir durch a bezeichnen wollen), weniger dem an der zweiten Oberfläche zurückgeworfenen. Dieſer letztere Theil muß eine periodiſche Function ſeyn, deren Minimum Null iſt, und deren Maximum nie a übertreffen kann, weil die Zurückwerfung an

an der zweiten Fläche eines Mittels nie ſtärker als an der erſten, unter ſenkrechtem Einfall ſeyn kann. Wir können dieſelbe daher durch $a . \sin\left(\frac{2t}{\lambda}\right)^2$ ausdrücken, und hierdurch erhalten wir

$$1 - a\left\{1 + \sin\left(\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right\}$$

für die Intenſität dieſes beſondern durchgelaſſenen Strahls, und $a . \sin\left(\frac{2t}{\lambda}\right)^2$ für die des zurückgeworfenen. Hieraus iſt es einleuchtend, daß wegen der Kleinheit von a der Unterſchied zwiſchen dem hellſten und dunkelſten Theil der durchgelaſſenen Strahlen im Vergleich mit dem ganzen Licht nur gering ſeyn wird, und die Abwechſelungen bei homogenem Licht ſind viel weniger merklich als in den reflectirten Ringen; und wenn man weißes Licht anwendet, ſo werden die Farben blaß und verwaſchen.

659. Wir ſehen hierdurch, daß die Newtonianiſche Hypotheſe von den Anwandlungen eine ziemlich genügende Erklärung giebt, und genau alle beſchriebenen Erſcheinungen darſtellt. Man hat ſogar behauptet, daß dieſe Lehre gar keine Hypotheſe ſey, ſondern eine reine Darſtellung der Thatſachen, weil erſtens dieß eine bloße Thatſache iſt, daß die zweite Fläche aus den hellen Stellen der Franzen Licht in das Auge ſchickt, und keines aus den dunkeln Stellen, und zweitens, daß dieſes auf daſſelbe herauskommt, als ob man ſagt, dasjenige Licht, welches eine Dicke $= (2n + 1)\frac{\lambda}{4}$ durchlaufen hat, wird zurückgeworfen, und dasjenige Licht, welches $2n\frac{\lambda}{4}$ durchlaufen hat, kann nicht zurückgeworfen werden. Könnte man bloß einen einzigen Strahl berückſichtigen, und brauchte man das an der erſten Fläche der Schicht zurückgeworfene Licht gar nicht zu beachten, ſo würde dieſe Art die Lehre darzuſtellen ganz richtig ſeyn. Allein wenn es ſich zeigen läßt, daß bei irgend einer andern Hypotheſe über die Natur des Lichts (z. B. der Undulationstheorie) das zweite Glied dieſes Schluſſes nicht gültig iſt, und daß, obgleich die zweite Oberfläche ſo wie die erſte nach jeder Seite ohne Rückſicht der Dicke den ganzen auf ſie fallenden Theil des Lichts zurückwerfen kann, doch vermöge der Interferenz der Strahlen, die von der erſten Oberfläche zurückgeworfen werden, dieſes Licht das Auge von denjenigen Thei-

len, deren Dicke ein grades Multiplum von $\frac{\lambda}{4}$ iſt, nicht erreicht (indem es in jedem Punkt des Weges aufgehoben wird), ſo iſt einleuchtend, daß die Newtonianiſche Theorie etwas mehr als eine bloße Darſtellung der Thatſachen mit andern Worten iſt, und als eine Theorie der weitern Unterſuchung offen ſteht.

660. Wir wollen nun ſehen, wie die Undulationstheorie dieſe Erſcheinungen erklärt. Wir machen aus einer Urſache, die ſich ſogleich zeigen wird, den Anfang mit den durchgelaſſenen Ringen. Man denke ſich einen Strahl, bei welchem die Länge der Undulationen in irgend einem Mittel λ iſt, der auf die Oberfläche einer Schicht dieſes Mittels von der Dicke t ſenkrecht auffällt, und der Einfachheit wegen nehmen wir beide Oberflächen als parallel an; dann theilt er ſich in zwei Theile, von denen der eine ($=$ a) zurückgeworfen, der andere ($1 - a$) durchgelaſſen wird. Es ſey θ die Phaſe des letztern, wenn er die zweite Oberfläche erreicht. Hier wird er wieder in zwei Theile getheilt, wovon der eine ins Mittel zurückgeworfen wird, und gleich $a(1-a)$ oder $= a$ iſt (da a ſehr klein angenommen wird), und der Reſt $(1-a) - a(1-a)$ oder ungefähr $1 - 2a$ geht hindurch. Beide Theile befinden ſich in der Phaſe θ, wenn wir annehmen, daß keine Undulation und kein Theil einer Undulation bei dem Zurückwerfen oder Durchlaſſen gewonnen oder verloren wird. Der zurückgeworfene Theil trifft wieder die erſte Oberfläche in der Phaſe $\theta + 2\pi \cdot \frac{t}{\lambda}$, und wird daſelbſt wieder zum Theil zurückgeworfen, mit einer Intenſität $= a \cdot a = a^2$, und der ſo zurückgeworfene Theil erreicht die zweite Oberfläche in der Phaſe $\theta + 2\pi \frac{2t}{\lambda}$, und wird dort mit einer Intenſität $= (1-a) \cdot aa$ oder beinahe aa durchgelaſſen. Da nun alle Zurückwerfungen ſenkrecht ſind, ſo vermiſcht ſich dieſer Theil mit dem Theil $1 - 2a$, der ohne Zurückwerfung hindurchgeht, und ſetzt man $\alpha = \sqrt{1-2a} = 1 - a$, und $\alpha' = \sqrt{a^2} = a$, ſo geben α, α' die Amplituden der Schwingungen des Aethertheilchens an der hintern Fläche, die durch die Wirkung dieſer Strahlen hervorgebracht werden. Die ganze Ausweichung deſſelben wird daher durch

$$\alpha \cdot \cos\theta + \alpha' \cos\left(\theta + 2\pi \cdot \frac{2t}{\lambda}\right)$$

oder auch durch

$$(1-a)\cos\theta + a.\cos\left(\theta + 2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)$$
$$= \cos\theta + a\cos\left(\theta + 2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right) - a.\cos\theta$$

ausgedrückt. Das erſte Glied iſt von t völlig unabhängig, und ſtellt den einfallenden Strahl in dem Zuſtande vor, wenn keine Zurückwerfung ſtattgefunden hätte. Die andern beiden Glieder ſtellen Strahlen vor, von denen der eine mit den andern in vollkommenem Gegenſatze ſteht, und hebt ihn auf, wenn t ein grades Vielfaches von $\frac{\lambda}{4}$ iſt (oder von der Länge einer halben Anwandlung, da wir oben geſehen haben, daß eine Anwandlung einer halben Undulation gleich iſt), ſo daß der Strahl bei ſeinem Heraustreten dieſelbe Intenſität beſitzt, als ob die Schicht gar nicht vorhanden geweſen wäre; iſt aber t ein ungrades Vielfaches von einer halben Anwandlung, ſo wird

$$\cos\left(\theta + 2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right) = -\cos\theta$$

und der herausfahrende Strahl wird in dieſem Fall durch $(1-2a)\cos\theta$ dargeſtellt; er iſt daher um das Doppelte des an der erſten Oberfläche zurückgeworfenen Lichts geringer.

661. Findet eine verſchiedene Dicke der Schicht ſtatt, ſo iſt das durch dieſelbe ins Auge gelangende Licht nicht gleichförmig, ſondern hat wechſelsweiſe Maxima und Minima, welche den verſchiedenen Dicken o, $\frac{\lambda}{4}$ $\frac{2\lambda}{4}$, $\frac{3\lambda}{4}$ u. ſ. w. entſprechen.

662. Wenden wir auf den oben gegebenen Ausdruck die allgemeine Formel §. 613 für die Zuſammenſetzung der Strahlen in einer Ebene an, ſo erhalten wir für die Intenſität AA des zuletzt heraustretenden Strahls

$$AA = (1-a)^2 + 2a(1-a)\cos 2\pi.\frac{2t}{\lambda} + aa$$
$$= 1 - 4a(1-a)\sin\left(2\pi\frac{t}{\lambda}\right)^2$$
$$= 1 - 4a\sin\left(2\pi\frac{t}{\lambda}\right)^2$$

Dieß zeigt, daß die verſchiedenen Maxima dem einfallenden Strahl, und die Minima dieſem Strahl weniger dem Vierfachen des an der erſten

Digitized by Google

Oberfläche zurückgeworfenen Lichts gleich ſind. Der Unterſchied der Phaſe zwiſchen dem einfachen und zuſammengeſetzten ausfahrenden Strahl, oder der Werth von B in der angeführten Formel wird durch die Gleichung

$$\sin B = \frac{a}{A} \sin \left(2\pi . \frac{2t}{\lambda}\right)$$
$$= a . \sin \left(2\pi . \frac{2t}{\lambda}\right)$$

gegeben, indem man aa vernachläſſigt. Für ſolche Mittel, die keine ſtarke Brechungskraft beſitzen, iſt alſo der Unterſchied ſehr klein, jedoch periodiſch und für verſchiedene Dicken verſchieden.

663. Wir wollen nun annehmen, daß ſtatt des homogenen Lichts weißes Licht auf die Schicht fällt, und wir bezeichnen einen ſolchen Lichtſtrahl wie §. 488 durch $C + C' + C'' + \ldots$, oder durch $S(C')$, wo C, C' u. ſ. w. die Intenſität der verſchiedenen elementaren Strahlen von allen Graden der Brechbarkeit bedeutet, dann wird der durchgelaſſene zuſammengeſetzte Strahl der Farbe und Intenſität nach durch

$$C \left\{1 - 4a . \sin \left(2\pi \frac{t}{\lambda}\right)^2\right\}$$
$$+ C' \left\{1 - 4a . \sin \left(2\pi \frac{t}{\lambda'}\right)^2\right\} + \ldots\ldots$$

oder auch durch den Ausdruck

$$S . C \left\{1 - 4a . \sin \left(2\pi \frac{t}{\lambda}\right)^2\right\}$$

angegeben. Dieß iſt nun daſſelbe als

$$S . \left\{C(1 - 4a) + C(4a - 4a \sin) \left(2\pi . \frac{2t}{\lambda}\right)^2\right\}$$
$$= (1 - 4a) . S(C)$$
$$+ 4a . S \left\{C . \cos \left(2\pi \frac{2t}{\lambda}\right)\right\}$$

Das erſte Glied dieſes Ausdrucks giebt einen weißen Lichtſtrahl von der Intenſität $1 - 4a$. Das zweite Glied giebt eine zuſammengeſetzte Farbe von der Intenſität $4a$, welche, mit dem erwähnten weißen Licht vermiſcht, die blaſſen Farben der durchgehenden Reihen geben. Setzen wir dieſe Vermiſchung bei Seite, und betrachten bloß die Farbe, wie ſie erſcheinen würde, wenn das weiße Licht unterdrückt wäre, ſo zeigt ihr Ausdruck

Digitized by Google

$$4\,a.S\left\{C.\cos\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right\}$$
$$=4\,a\left\{S\,(C)-S\left(C.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right)\right\}$$

daß ſie die Complementärfarbe zu derjenigen iſt, welche durch

$$S\left(C.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2\right)$$

dargeſtellt wird. Stellen wir uns aber eine krumme Linie vor, deren Abſciſſe t und deren Ordinate $C.\sin\left(2\pi.\frac{2t}{\lambda}\right)^2$ iſt, ſo ſieht man, daß dieß grade diejenige wellenförmige Curve iſt, welche in Fig. 134 für jeden prismatiſchen Strahl dargeſtellt wird; und nimmt man die Summe aller ſo gezogenen Ordinaten für jede Farbe des Spectrum, ſo haben wir eine identiſche Conſtruction mit der, aus welcher wir die Farben der reflectirten Ringe §. 645 ableiteten. Nehmen wir dann die auf dieſe Art entſtandene Farbenreihe und leiten aus ihr die Complemente zum weißen Licht ab, und vermiſchen dieſe Complementärfarben mit Weiß, im Verhältniß von 4 a Strahlen der Complementärfarbe zu 1—4 a weißen Strahlen, ſo haben wir die Reihe der durchgelaſſenen Farben, die ſich aus der Undulationstheorie ergiebt, und die auch auf dieſe Art beobachtet worden ſind.

664. Gehen die Strahlen ſchief durch, ſo ſeyen AC, BD Fig. 135 die Oberflächen der Schicht, Aa ihre Dicke, und AE ſey die Oberfläche einer Welle, die ſo eben die erſte Oberfläche der Schicht in A erreicht hat; SA, SC, welche ſenkrecht darauf ſind, mögen Strahlen vorſtellen, welche einerlei Urſprung S haben; dann findet eine partiale Zurückwerfung ſtatt, und die Intenſität wird in einem gewiſſen Verhältniß 1 : 1—a vermindert, welches von dem Einfallswinkel abhängt. Die durchgelaſſene Welle wird ſeitwärts gelenkt, indem ſie die Lage Ab annimmt, und längs dem gebrochenen Strahl AB fortgeht, ſo daß, wenn ſie nach BF kommt, die Welle außerhalb der Schicht die entſprechende Lage FG hat. Hier findet eine andere partiale Zurückwerfung ſtatt, die vom innern Einfallswinkel abhängt, und wir können den durch (1—a) (1—α) den durchgehenden, und durch (1—a).α den zurückgeworfenen Theil bezeichnen. Dieſe Theile gehen von B aus fort, der erſtere mit der Geſchwindigkeit V, die dem äußern Mittel zugehört, in der Linie BH parallel mit SA, wodurch eine Welle gebildet wird, die, wenn S entfernt ge-

Digitized by Google

nug iſt, als eine unbegränzte Ebene betrachtet werden kann, die gleichförmig mit dieſer Geſchwindigkeit nach BH fortgeht. Der letztere Theil geht dem Brechungsgeſetz gemäß nach BC mit der Geſchwindigkeit V′ fort, die dem Mittel angehört, aus welchem die Schicht beſteht, bis er C erreicht, wo er eine neue partiale Zurückwerfung erleidet, und nach der Linie CD mit der verminderten Intenſität $(1-a) \,.\, \alpha^2$ aber mit derſelben Geſchwindigkeit V′ fortgeht, bis er D erreicht, ſo daß er mit dieſer Geſchwindigkeit einen Raum BC + CD = 2AB beſchrieben hat. In D erleidet er eine andere partiale Zurückwerfung, und nur ein Theil $(1-a)(1-\alpha) \,.\, \alpha^2$ wird durchgelaſſen, der von D aus auf der Linie DI parallel mit BH mit der Geſchwindigkeit V fortgeht, d. h. mit derſelben Geſchwindigkeit, welche die nach BH fortgehende Welle hat. Auch dieſe Welle kann als eine Ebene von unbegränzter Ausdehnung betrachtet werden, die ſenkrecht auf DI ſteht, und daher der erſtern parallel iſt. Allein ſie fallen nicht zuſammen, denn die erſtere, welche einen Vorſprung vor der letztern hat, kommt nach IHK, wenn die letztere in DLM anlangt, und beide Wellen, welche ſich jetzt mit derſelben Geſchwindigkeit V vorwärts bewegen, werden immer dieſelbe Entfernung ungeändert beibehalten. Den Raum LH können wir den Verzögerungsraum nennen. Um ihn zu beſtimmen, haben wir zu bedenken, daß der Raum BH von der erſten Welle mit der Geſchwindigkeit V beſchrieben iſt, während der letztere BC + CD mit der Geſchwindigkeit V′ durchläuft, und folglich iſt

$$BH = (BC + CD) \,.\, \frac{V}{V'}$$

$$= 2AB \,.\, \frac{V}{V'} = 2t \,.\, \sec. \varrho \,.\, \mu \,.$$

indem man das relative Brechungsverhältniß der Schicht $= \mu$, den Brechungswinkel $aAB = \varrho$, und die Dicke $Aa = t$ ſetzt, weil

$$V : V' = \mu : 1.$$

Außerdem iſt $BL = BD \,.\, \cos DBL = DB \,.\, \sin \varphi$ (wo φ der Einfallswinkel iſt, der dem Brechungswinkel ϱ entſpricht) $= 2aB \,.\, \sin \varphi = 2t \,.\, \text{tang}\, \varrho \,.\, \sin \varphi$. Folglich iſt der ganze Verzögerungsraum gleich

$$2t(\mu \sec \varrho - \text{tang}\, \varrho \,.\, \sin \varphi)$$

$$= \frac{2t\mu}{\cos \varrho}(1 - \sin \varrho^2) = 2\mu t \,.\, \cos \varrho$$

weil $\sin \varphi = \mu \,.\, \sin \varrho$ iſt.

Digitized by Google

665. Es wird daher jede Welle, welche, ehe ſie in das Mittel trat, einfach war, durch die zwei innern Zurückwerfungen doppelt werden, indem ihr eine andere ſchwächere Welle von der oben angegebenen Intenſität in dem conſtanten Abſtand $2\mu t \cdot \cos\varrho$ folgt. Da daſſelbe von jeder Welle des ganzen Syſtems gilt, aus dem der Strahl beſteht, ſo werden dieſe beiden Syſteme (da ſie unbeſtimmt fortdauernd angenommen werden) den oben angegebenen Grundſätzen gemäß zuſammentreffen.

666. Es ſey λ die Länge einer Undulation in der Schicht, dann iſt $\mu\lambda$ ihre Länge in dem umgebenden Mittel, da die Geſchwindigkeit im letztern ſich zu der im erſtern wie $\mu : 1$ verhält, und da dieſelbe Anzahl von Undulationen in einerlei Zeit durch einen gegebenen Punkt fortgepflanzt wird, ſo müſſen ſie in dem einen Mittel häufiger ſeyn und weniger Platz einnehmen, und zwar in dem Verhältniß der Geſchwindigkeiten.

667. Die Unterſchiede in den Phaſen der zuſammentreffenden Syſteme ſind daher

$$2\pi \cdot \frac{\text{Verzögerungsraum}}{\mu\lambda}$$

$$= 2\pi \cdot \frac{2t \cdot \cos\varrho}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{2t'}{\lambda}$$

indem man $t' = t \cdot \cos\varrho$ ſetzt, alſo wird die zuletzt entſtehende Welle durch dieſe Gleichung ausgedrückt:

$$X = \sqrt{(1-a)(1-\alpha)} \left\{ \cos\theta + a \cdot \cos\left(\theta + 2\pi \cdot \frac{2t'}{\lambda}\right) \right\}$$

und bringt man dieß auf die Grundform $A \cdot \cos(\theta + B)$ wie vorhin, ſo kommt

$$A^2 = (1-a)(1-\alpha) \cdot \left\{ 1 + 2\alpha \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{2t'}{\lambda}\right) + aa \right\}$$

$$\sin B = \frac{\alpha \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{2t'}{\lambda}\right)}{\sqrt{1 + 2\alpha \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{2t'}{\lambda}\right) + \alpha\alpha}}$$

668. Dieß ſind die allgemeinen Ausdrücke für die Intenſität und die Aenderung des Urſprungs eines zuſammengeſetzten durchgehenden Strahls. Es iſt jedoch einleuchtend, daß wenn a und α nur klein ſind, welches immer ſtattfindet, außer bei den größten Einfallswinkeln, dieſer Werth von AA ſich auf

Digitized by Google

$$(1-a+\alpha)-4\alpha . \sin\left(2\pi\frac{t'}{\lambda}\right)^2$$

reducirt, welches ganz dem Ausdruck §. 662 für ſenkrecht einfallendes Licht analog iſt, und aus welchem man ſieht, daß, einen geringen Unterſchied in der Vermiſchung mit weißem Licht ausgenommen, dieſelben Geſetze von Abwechſelungen in der Helligkeit, ſowohl für homogenes Licht als für weißes Licht ſtattfinden müſſen.

669. Ein weſentlicher Unterſchied findet jedoch ſtatt. Dieſelben Farben entſtehen bei ſchief einfallendem Licht bei der Dicke t, welche bei dem ſenkrecht einfallenden Licht bei der Dicke t . cos ρ hervorgebracht werden, weil $t' = t . \cos \rho$ iſt. Dieß iſt immer geringer als t, und daher wird die Farbe, welche von einer gegebenen Dicke unter ſchiefen Einfallswinkeln hervorgebracht wird, in der Skale höher ſtehen (oder einer geringern Dicke entſprechen) als bei dem ſenkrechten Einfallen, und folglich müſſen ſich die Ringe oder Franzen, die man vermittelſt des durchgehenden Lichts ſieht, ausdehnen, indem man die Schicht gegen das Auge neigt. Das Geſetz der Ausdehnung trifft mit Newtons Regel bei mäßigen Winkeln zuſammen; denn dieſes giebt, wenn man reducirt und sin ρ^4 wegläßt,

$$\sec u = \sec \rho \left\{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{106}{107}(\mu - 1) \operatorname{tang} \rho^2\right\}$$

welches bei mäßigen Einfallswinkeln nicht ſehr von sec ρ verſchieden ausfällt.

670. Bei großen Einfallswinkeln iſt der Fall anders, und die nicht mit den Beobachtungen übereinſtimmenden Reſultate der Undulationstheorie könnten als ein Beweis gegen dieſelbe angenommen werden, wenn wir gewiß wären, daß das Brechungsgeſetz bei ſehr großen Einfallswinkeln und ſehr dünnen Schichten nicht von dem der Proportionalität der Sinus verſchieden ſeyn könnte. Dieß iſt aber höchſt unwahrſcheinlich, wie Fresnel bemerkt hat (Mémoire sur la diffraction) und wie wir vorher Gelegenheit hatten anzuzeigen. Die Unterſuchung dieſes Gegenſtandes würde uns jedoch zu den feinſten und ſchwierigſten Theilen der phyſiſchen Optik führen, und der Leſer muß ſich mit dieſer allgemeinen Bemerkung einer möglichen Erklärung einer der vielen Schwierigkeiten begnügen, denen die Undulationstheorie noch immer unterworfen iſt.

671. Der Urſprung der zurückgeworfenen Ringe kann auf ähnliche Art aus dem partialen Durchlaſſen der von der zweiten

Digitized by Google

Oberfläche zurückgeworfenen Wellen und ihrem Zuſammentreffen mit dem von der erſten zurückgeworfenen erklärt werden. Die relativen Intenſitäten dieſer Wellen ſind im Allgemeinen a und $(1-a)(1-\alpha)\alpha$, und wenn a, α ſehr klein ſind wie $a:\alpha$; bei ſenkrecht einfallendem Licht kommen ſie der Gleichheit ſehr nahe. Ihre gegenſeitige Aufhebung wird daher im Fall ihrer Entgegenſetzung viel vollſtändiger ſeyn, als bei den durchgelaſſenen Ringen, und die Farben viel weniger verwaſchen als bei den letztern, welches auch völlig mit den gemachten Beobachtungen übereinſtimmt.

672. Man hat jedoch ſeine Aufmerkſamkeit auf einen wichtigen Punkt bei der Anwendung der Undulationstheorie auf die zurückgeworfenen Ringe zu richten, welcher Anfangs als ein mächtiger Beweisgrund gegen dieſelbe erſcheint; nämlich wenn wir dieſelbe Schlußfolge bei den reflectirten Ringen anwenden wie vorher, ſo kommen wir zu dem Reſultat, daß die Farben in beiden Arten genau dieſelben und in derſelben Ordnung ſeyn müſſen, indem ſie mit einem hellen Weiß in der Mitte anfangen, weil hierbei die von beiden Oberflächen zurückgeworfenen Wellen in vollkommener Uebereinſtimmung ſeyn müſſen, da der innerhalb der Schicht vom Strahl zurückgelegte Weg verſchwindet, während die Beobachtung das Gegentheil zeigt, da der mittlere Fleck nicht weiß, ſondern ſchwarz iſt. Man muß dann annehmen, daß in dieſem Fall eine halbe Undulation von einer der beiden Wellen entweder gewonnen oder verloren wird. Macht man dieſe Annahme, ſo laſſen ſich die Erſcheinungen der zurückgeworfenen Ringe durch das Undulationsſyſtem vollkommen darſtellen, denn die von beiden Oberflächen zurückgeworfene zuſammengeſetzte Welle wird dann durch dieſe Gleichung dargeſtellt:

$$\sqrt{\alpha(1-a)(1-\alpha)}\cos\left\{\theta+2\pi.\frac{2t'-\frac{1}{2}\lambda}{\lambda}\right\}$$

$$+\sqrt{a}.\cos\theta = X$$

und ſetzt man dieß $= A.\cos(\theta+B)$, ſo kommt

$$AA = a+\alpha(1-a)(1-\alpha)$$
$$-2\sqrt{a\alpha(1-a)(1-\alpha)}.\cos\left(2\pi.\frac{2t'}{\lambda}\right)$$

und wenn a, α ſehr klein ſind

$$AA = (\sqrt{a} - \sqrt{\alpha})^2 + 4\sqrt{a\alpha}.\sin\left(2\pi\frac{t'}{\lambda}\right)^2$$

und bei ſenkrecht einfallendem Licht, wo $t' = t$ iſt, und wo $a = \alpha$ genommen werden kann

$$AA = 4a.\sin\left(2\pi\frac{t'}{\lambda}\right)^2.$$

673. Man ſieht hieraus, daß in dieſem Fall die ganze Intenſität der zuſammengeſetzten zurückgeworfenen Welle + der der durchgegangenen (§. 662) zuſammen die Einheit oder die Intenſität der einfallenden Welle geben, und daß daher die Annahme des Verluſtes oder des Gewinnes einer halben Undulation nicht mit dem Geſetz der Erhaltung der lebendigen Kräfte im Widerſpruch ſteht.

674. Betrachten wir die Art, auf welche Undulationen an den Gränzen zweier Mittel ſich fortpflanzen, ſo finden wir nichts, was den dynamiſchen Geſetzen zuwider wäre, indem wir annehmen, daß bei dem Uebergange eine halbe oder ein anderer Theil einer Undulation verloren geht; denn man kann nicht annehmen, daß die Dichtigkeit oder die Elaſticität des Aethers ſich an der Oberfläche der Mittel plötzlich ändert, ſondern daß daſelbſt eine kleine Schicht vorkommt, wo ſie veränderlich iſt. In dieſer Schicht ſtimmt daher die Länge einer Undulation weder mit der im Dichtern noch im Dünnern überein, ſondern hat einen veränderlichen Mittelwerth. Folglich wird die Anzahl von Undulationen, die man zu der Phaſe des Strahls hinzurechnen muß, indem er dieſe Schicht durchläuft, von derjenigen verſchieden ſeyn, welche dann ſtattfindet, wenn das eine Mittel plötzlich anfing, das andere plötzlich aufhörte. Ohne Kenntniß des Geſetzes der Dichtigkeit, der Gränzen, innerhalb deren dieſe Aenderung ſtattfindet, oder der genauen Art, auf welche die partiale Zurückwerfung einer hindurchgehenden Welle geſchieht, iſt es nicht möglich, dieſen Punkt der Rechnung zu unterwerfen, und wir müſſen uns damit begnügen, was uns die Verſuche lehren, und was wir für Schlüſſe daraus ableiten können. In dem vor uns liegenden Fall beſteht alles, was die Erfahrung uns lehrt, darin, daß eine halbe Undulation im Unterſchiede der Phaſen zweier Strahlen, die auf die zuletzt erwähnte Art zurückgeworfen ſind, mehr ſtattfindet, als bei den Phaſen derjenigen Strahlen, welche durchgelaſſen worden. Aus einigen Verſuchen, welche Dr. Young angeſtellt hat, können wir noch ableiten, daß nicht in allen Fällen genau eine halbe

Digitized by Google

Undulation Unterſchied gerechnet werden darf, ſondern ein veränderlicher Bruch, der von der Natur der an einander liegenden Mittel abhängt.

675. Die Formeln §. 672 zeigen, daß bloß bei ſenkrecht einfallendem Licht die Farben rein ſind, und daß bei allen andern Einfallswinkeln, vorzüglich wenn ſie ſehr groß ſind, wo a und α beträchtlich verſchieden ausfallen, eine Vermiſchung von weißem Licht ſtattfindet; dieß ſtimmt mit der Beobachtung überein. Bei ſenkrecht einfallendem Licht ſollten jedoch die Minima jeder Farbe völlig verſchwinden, ſo daß, wenn wir die Zurückwerfung von der obern Fläche eines auf eine Platte gelegten Objectivglaſes aufheben (oder ein Prisma gebrauchen, um zu verhindern, daß das Licht das Auge nicht erreiche), die Zwiſchenräume zwiſchen den Ringen von homogenem Licht völlig ſchwarz erſcheinen müſſen. Bei der Newtonianiſchen Hypotheſe iſt dieß nicht der Fall, weil das von der obern Fläche der eingeſchloſſenen Luftſchicht zurückgeworfene Licht auch noch im Minimum vorhanden bleibt. Dieß giebt daher ein Mittel an die Hand, zwiſchen beiden Theorien zu unterſcheiden. Fresnel beſchreibt einen hierzu angeſtellten Verſuch, und findet, daß derſelbe unwiderruflich für die Undulationstheorie ſpricht. (Diffraction de la Lumière p. II.)

§. V. Von den Farben dicker Platten.

676. Unter gewiſſen Umſtänden bilden ſich farbige Ringe durch Platten von durchſichtigen Mitteln, die eine beträchtliche Schiefe beſitzen. Die Umſtände, unter welchen dieſelben in einem hauptſächlichen Fall erſcheinen, ſind folgendermaßen von Newton beſchrieben, der ſie zuerſt beobachtete, und ſeine Lehre von den Anwandlungen ſehr ſcharfſinnig zu ihrer Erklärung angewendet hat.

Läßt man einen hellen Sonnenſtrahl durch eine kleine Oeffnung von ⅓ Zoll Durchmeſſer in ein dunkles Zimmer gehen, fängt denſelben auf einem concavconvexen Glasſpiegel von einem Zoll Dicke auf, deſſen beide Oberflächen zu Kugeln von ſechs Fuß Halbmeſſer gehören, und deſſen hintere Seite belegt iſt, hält ein Stück weißes Papier in den Mittelpunkt, welches eine Oeffnung beſitzt, damit der Sonnenſtrahl durch dieſelbe hindurchgehen, und nachdem er vom Spiegel zurückgeworfen iſt, auch wieder durch ſie zurückgehen kann, ſo

Digitized by Google

ergiebt ſich, daß die Oeffnung von vier oder fünf gefärbten concentriſchen Ringen oder Regenbogen umgeben iſt, grade ſo, wie die zwiſchen Objectivgläſern geſehenen Ringe den mittlern Fleck umgeben, aber größer und die Farben verwaſchener. Betrug der Abſtand des Papiers vom Spiegel viel mehr oder viel weniger als ſechs Fuß, ſo wurden die Ringe immer verwaſchener und verſchwanden völlig. Die Farben hatten hierbei dieſelbe Ordnung als bei den durchgelaſſenen Ringen zwiſchen zwei Objectivgläſern, nämlich Weiß, ſchmutzig Weiß, Schwarz, Violett, Blau, Grüngelb, Gelb, Roth, Purpur u. ſ. w. Die Durchmeſſer der Ringe hatten daſſelbe Verhältniß, als die bei den Gläſern, indem die Quadrate der Durchmeſſer der abwechſelnd hellen und dunkeln Ringe eine arithmetiſche Reihe bildeten, die mit Null anfing. In dem hier beſchriebenen Fall waren die Durchmeſſer der hellen Ringe 0, $1\frac{11}{26}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{3}{8}$ u. ſ. w. Bei Spiegeln von verſchiedener Dicke verhalten ſich die Durchmeſſer derſelben umgekehrt, wie die Quadratwurzeln der Dicke. Bei einem belegten Spiegel wurden die Ringe bloß lebhafter.

677. Dieſe verſchiedenen Erſcheinungen, ſo wie eine Menge anderer ähnlicher, die mehr oder weniger verwickelt ausfallen, je nachdem die Entfernung oder die Schiefe des Spiegels, oder die Krümmung der Oberflächen geändert wird, hat Newton ſehr glücklich aus den Anwandlungen der geringen Lichtmenge erklärt, die unregelmäßig an der erſten Oberfläche des Spiegels zerſtreut wird und die ſie ſichtbar macht. Allein wir müſſen hierüber auf ſeine Optik verweiſen, da wir hierbei mehr beabſichtigen zu zeigen, welche Erklärung die Undulationstheorie giebt, die bis jetzt nur immer beiläufig erwähnt worden iſt, und eine gewiſſe Dunkelheit zurückgelaſſen hat.

678. Es giebt keine Oberfläche, wie genau ſie auch polirt ſeyn mag, die ſo frei von allen Ritzen und Ungleichheiten iſt, daß ſie nicht außer den Hauptſtrahlen, die den regelmäßigen Geſetzen der Zurückwerfung und Brechung der Oberfläche im Allgemeinen gemäß gehorchen, noch andere ſchwächere Lichtmengen, die nach allen Richtungen zurückgeworfen werden, und die Oberfläche einem in beliebiger Stellung befindlichen Auge ſichtbar machen, vorzüglich in der Gegend der regelmäßig zurückgeworfenen und gebrochenen Strahlen, brechen und reflectiren ſollte. Aus der Interferenz dieſes Lichts werden die erwähnten Ringe in der Undulationstheorie erklärt.

679. Es ſeyen FAD, EBG die parallelen Oberflächen irgend

Digitized by Google

eines Mittels, welches ſenkrecht einem homogenen Strahl, der aus C herkommt (Fig. 136) und in A auffällt, entgegengehalten wird. Der größte Theil geht grade durch A und wird von B wieder nach A zurückgeworfen. Allein in A findet eine unregelmäßige Zerſtreuung ſtatt, und der Strahl AB wird von einem divergenten ſchwachen Strahlenkegel Aa, Ab, Ac u. ſ. w. begleitet, die von A aus alle in einerlei Phaſe ausgehen, die dieſelbe iſt, welche im Urſprung des Lichts ſtattfindet, ſo daß A als ihr gemeinſchaftlicher Urſprung angeſehen werden kann. Es ſey Q der Brennpunkt aller an der zweiten Oberfläche zurückgeworfenen Strahlen, der zu A gehört (ſind die Oberflächen eben, ſo haben A und Q gleiche Entfernungen von B), und der Kegel der zerſtreuten Strahlen, deſſen Axe der regelmäßig zurückgeworfene ausmacht, wird nach der Zurückwerfung von Q herkommen. Gehen die Strahlen wieder in die Luft über, ſo ſey q der zu Q gehörige Brennpunkt der an der Oberfläche FD gebrochenen Strahlen, und ſie werden nach der Brechung von q divergiren, und vermöge der Beſchaffenheit der Brennpunkte in der Undulationshypotheſe werden die Undulationen in der Luft ſo fortgepflanzt, als ob ſie in q einen gemeinſchaftlichen, in der Luft befindlichen Urſprung hätten, weil nach der Brechung die Wellen kugelförmig aus q ausgehen, und daher jedes Stück ihrer Oberfläche gleich weit von q entfernt iſt; wären ſie alſo wirklich als getrennte Strahlen von q ausgegangen, ſo hätten ſie in dieſem Augenblick alle dieſelbe Phaſe gehabt. Erreicht nun der zurückgeworfene Strahl den Punkt A, ſo wird ein Theil deſſelben wieder in einen Kegel zerſtreut, in deſſen Axe ſich der regelmäßig durchgehende Strahl AG befindet, und die Strahlen AG, AM, AN u. ſ. w. dieſes Kegels haben alle ihren Urſprung in A und befinden ſich bei ihrem Abgange von A mit AG in einerlei Phaſe, d. h. in derſelben, welche ſie beſaßen, als ſie von q ausgingen. Betrachten wir daher einen Punkt M außerhalb des Strahls AG, ſo wird derſelbe zu gleicher Zeit von einer Welle erreicht, die jedem Strahlenkegel zugehört, wovon die eine nach qM aus q, die andere nach AM von A ausgeht, und der Unterſchied der Wege iſt $qA + AM - qM$. Fällt daher M beinahe mit G zuſammen, ſo iſt dieſer Unterſchied ſehr klein, und verſchwindet in G, oder die Wellen ſind in genauer Uebereinſtimmung. So wie M von G abweicht, wächst der Unterſchied, und beträgt er eine halbe Undulation, ſo ſind die Wellen in vollkommener Entgegenſetzung und heben einan-

Digitized by Google

der auf; auf dieſe Art geht es wechſelsweiſe fort. Da dieſes nun für alle Strahlen in den kegelförmigen Oberflächen um A G als Axe betrachtet, die gleiche Neigung gegen A M, q M haben, ſtattfindet, ſo wird eine in G aufgeſtellte weiße Tafel abwechſelnd dunkle und helle Ringe um einen halben Mittelpunkt zeigen. Um ihre Durchmeſſer zu beſtimmen, brauchen wir bloß

$$qA + AM - qM = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

zu ſetzen, oder nehmen wir $qA = a$, $AG = r$, $GM = y$,

$$a + \sqrt{rr + yy} - \sqrt{(a + r)^2 + yy} = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Löſen wir dieſe Gleichung auf, indem wir yy vernachläſſigen, ſo kommt

$$y = \sqrt{n} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{a}(n + r) \cdot r}$$

Dieß zeigt, wenn man nach und nach 0, 1, 2, 3 u. ſ. w. für n ſetzt, daß die Durchmeſſer der abwechſelnd dunkeln und hellen Ringe ſich wie die Quadratwurzeln dieſer Zahlen verhalten.

680. Iſt die Dicke der Platte gegen den Abſtand der Tafel klein, ſo iſt auch a klein, und der Werth von y wird

$$y = r\sqrt{n} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{a}}$$

woraus man ſieht, daß für Strahlen von beſtimmter Brechbarkeit die Durchmeſſer der Ringe ſich direct wie der Abſtand der Tafel, und umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus der Dicke der Platte verhalten.

681. Endlich verhalten ſich die Durchmeſſer eines Ringes von derſelben Ordnung in verſchiedenem homogenem Licht, wie die Quadratwurzeln der Undulationen. Dieß iſt daſſelbe Geſetz, als bei den zwiſchen Objectivgläſern gebildeten Ringen. Betrachten wir daher ſtatt des homogenen Lichts weißes, ſo müſſen wir eine Reihe von Ringen erhalten, deren Ordnung der der durchgelaſſenen Ringe in dem vorhergehenden Verſuch gleich iſt.

682. Die von einem einzelnen Punkt A zerſtreuten Strahlen ſind aber zu ſchwach, als daß ſie ſichtbar ſeyn könnten. Nehmen wir jedoch an, daß die Oberflächen concentriſche Kugeln ſind, die G zu ihrem gemeinſchaftlichen Mittelpunkt haben, wie Fig. 137, ſo werden alle Strahlen GA, GA′, welche auf einen beliebigen Punkt der Ober-

Digitized by Google

fläche fallen, auf den Tafeln GM, GM′ gleiche Syſteme von Ringen zeigen, die G in ihrem gemeinſchaftlichen Mittelpunkt haben, und iſt der Bogen AA′ nicht ſehr groß, ſo kann man die Tafeln als zuſammenfallend betrachten (denn in dieſem Fall iſt BM — MA = BM′—MA′), und die Ringe, welche genau auf einander fallen, und ſo im Verhältniß der Oberfläche an Intenſität zunehmen, werden ſichtbar.

683. Dieß findet nun grade bei dem Fall ſtatt, den Newton betrachtete, denn da die Sonne ein leuchtender Körper von bedeutender Größe iſt, ſo kann die Oeffnung im Mittelpunkt der Kugeln als ein Stück der Sonne von dieſer Größe an dieſem Orte befindlich betrachtet werden. Hiervon kann man jeden untheilbaren Punkt als einen Urſprung eines Syſtems von Wellen anſehen, von denen jedes ſeine eigene Reihe von Ringen auf der Tafel hervorbringt. Wäre die Oeffnung unendlich klein, ſo würden dieſe Ringe unendlich reiner in ihren Farben erſcheinen, als die durch Objectivgläſer durchgelaſſenen Ringe, weil ſie nicht mit der großen Menge von weißem Licht vermiſcht ſind, die der Interferenz entgeht. Allein wegen der Größe der Oeffnung fallen ihre Mittelpunkte nicht genau auf einander, und daher vermiſchen ſich ihre Farben mit einander, und dieß um ſo mehr, je größer die Oeffnung iſt.

684. Iſt c die Dicke des Glaſes, ſo haben wir, da Q der zu A gehörige Brennpunkt iſt, wenn wir den Halbmeſſer der Oberfläche B, r + c ſetzen, aus §. 249

$$BQ = \frac{r+c}{r-c}.c; \quad AQ = \frac{2rc}{r-c}$$

und aus §. 248, wenn μ das Brechungsverhältniß bedeutet

$$Aq = a = \frac{2cr}{2c-\mu(r+c)}$$

und wenn c im Verhältniß zu r ſehr klein iſt, ſo erhalten wir

$$a = \frac{2c}{\mu}; \quad y = r\sqrt{n}.\sqrt{\frac{\mu}{2}.\frac{\lambda}{c}},$$

welches zeigt, daß die Durchmeſſer der Ringe ſich in dieſem Fall direct wie die Wurzel aus dem Brechungsverhältniß und umgekehrt wie die Wurzel der Dicke des Glaſes verhalten.

685. Reduciren wir dieſen Werth auf Zahlen, indem wir $\mu = \frac{3}{2}$, $n = 4$, $r = 6$ Fuß $= 72$ Zoll und $\lambda = \frac{2}{89000}$ = der Länge

Digitized by Google

einer Undulation des gelben Lichts ungefähr $= \frac{2}{90000}$ nehmen, ſo finden wir für den Durchmeſſer des zweiten hellen Ringes im gelben Licht (welches dem hellſten Theil deſſelben Ringes in Weiß entſpricht),

$$2y = 72\sqrt{4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{90000} \cdot 4} = 2{,}35$$

welches faſt genau mit Newtons Meſſung $2^5/_8 = 2{,}375$ übereinſtimmt.

686. Iſt der Spiegel gegen den einfallenden Strahl geneigt, ſo werden die Erſcheinungen verwickelter, und ſie ſind von Newton ſehr ſchön beſchrieben worden (Optics, Buch II. IV Theil. X Beob.). In dieſem Fall liegen die Axen der beiden zuſammentreffenden Strahlenkegel nicht mehr auf einander, da dieſe Axen immer die einfallenden und zurückgeworfenen Strahlen ſind; allein dieſelben Grundſätze laſſen ſich in jeder Hinſicht auf dieſen Fall anwenden, und der Leſer kann ſich darin üben, die Schlüſſe ſelbſt hierbei zu ziehen.

687. Der Herzog de Chaulnes fand ähnliche Ringe, wenn die Oberfläche des Spiegels mit einer dünnen Schicht vertrockneter Milch belegt war, wodurch ſich ein feiner halbdurchſichtiger Ueberzug bildete, und auch dann, wenn feine Gaze oder Muſſelin über denſelben gebreitet wurde; man ſehe die Nachrichten über ſeine Verſuche in den Mémoires de l'academie, Paris 1705. Herſchel beſchreibt einen intereſſanten Verſuch (Philosophical transactions), wo die Ringe dadurch hervorgebracht wurden, daß man Puder in die Luft vor einem Metallſpiegel ſtreute, auf welchen ein Lichtſtrahl fiel, und das zurückgeworfene Licht auf einer Tafel auffing. Die Erklärung dieſer Erſcheinungen ſcheint jedoch von einer andern Anwendung der allgemeinen Grundſätze abzuhängen, und man wird dieſelbe beſſer dann verſtehen können, wenn wir von den Farben reden werden, die durch die Beugung hervorgebracht werden.

688. Dr. Brewſter hat in den Transactions of the Royal Society of Edinburgh eine Reihe von gefärbten Streifen beſchrieben, die durch dicke parallele Glasplatten hervorgebracht wurden, und die eine ausgezeichnete Erläuterung des Geſetzes der periodiſchen Wiederkehr darbieten, welche die Lichtſtrahlen beobachten, man mag ſie nun als Anwandlungen wie in der Newtonianiſchen Hypotheſe, oder als Phaſen von vorwärts und rückwärts gehenden Bewegungen der Aethertheilchen, wie in der Undulationshypotheſe an=

Digitized by Google

anſehen. Wir können hier ein für allemal bemerken, daß die Erklärungen, welche die Undulationstheorie bei Erſcheinungen von dieſer Art giebt, meiſtens in die Sprache der andern Theorie mit einigen zufälligen Abänderungen überſetzt werden können, ſo daß man ein mit den Beobachtungen übereinſtimmendes Reſultat erhält, und wir dürfen daher in den Erſcheinungen dieſer Art nicht diejenigen Mittel aufſuchen, durch deren Hülfe zwiſchen beiden Theorien entſchieden werden kann. Wir werden daher in der Folge das Undulationsſyſtem annehmen, nicht als ob daſſelbe wirklich in der Natur ſtattfände, ſondern weil es unter allen das einfachſte Mittel iſt, Claſſen von Erſcheinungen zu ordnen, und nicht bloß alle nach der Newtonianiſchen Theorie erklärbaren Erſcheinungen darzuſtellen, ſondern auch noch eine große Mannichfaltigkeit anderer zu umfaſſen, die ſich nur gewaltſam und mit der Beihülfe mancher Annahmen von ſehr willkürlicher Art aus der erſtern erklären laſſen.

689. Die beſagten Streifen erſcheinen, wenn zwei Glasplatten mit parallelen Seiten und genau gleicher Dicke etwas gegen einander geneigt werden, und durch beide unter faſt ſenkrechten Einfallswinkeln ein kreisrunder leuchtender Körper von 1° bis 2° Durchmeſſer (z. B. ein Stück des Himmels) betrachtet wird. Man ſieht dann außer dem directen Bilde noch eine Reihe von Seitenbildern, die zwiſchen den Gläſern reflectirt, und nach und nach ſchwächer werden, je nachdem ſie durch 2, 4, 6, oder mehr innere Zurückwerfungen entſtehen; ſie ſind alle, die erſte ausgenommen, ſo ſchwach, daß ſie kaum ſichtbar ſind, außer wenn man ſehr ſtarkes Licht anwendet. Das directe Bild iſt farblos, allein das zurückgeworfene wird von funfzehn oder ſechszehn ſchön gefärbten Streifen durchkreuzt, die mit dem gemeinſchaftlichen Durchſchnitt der Oberfläche der Glasplatten parallel laufen. Ihre Breite nimmt ſchnell ab, ſo wie die Neigung der Platten wächst. Hatten die gebrauchten Platten 0,121 Zoll Dicke, und betrug der Neigungswinkel 1° 11′, ſo betrug die Breite des Streifen 26′ 50″, und bei allen andern Neigungen verhielt ſich die Breite umgekehrt wie die Neigung. Bei ſchiefen Einfallswinkeln ſieht man die Streifen, wenn die Einfallsebene mit der Hauptdurchſchnittsebene der Glasplatten einen rechten Winkel macht, allein ſie ſind am deutlichſten, wenn beide Ebenen parallel laufen.

690. Um ihre Entſtehung zu begreifen, wollen wir die Oberflächen der Platten der Reihe nach durch A, a, B, b bezeichnen,

indem wir bei derjenigen anfangen, auf welche das einfallende Licht zuerſt kommt, und einen Strahl oder ein Syſtem von Wellen betrachten, das von einem gemeinſchaftlichen Urſprung in unendlicher Entfernung ausgeht. Fällt dann dieſer Strahl auf die Platten, ſo erleidet er an jeder Oberfläche eine partiale Zurückwerfung, und der übrige Theil geht durch; jeder der verſchiedenen Theile wird wieder in Unterabtheilungen zerlegt, ſobald er irgend eine Oberfläche antrifft. Jedes Bild beſteht daher aus verſchiedenen Strahlen, deren letzte Richtungen parallel ſind, die aber das Glas auf verſchiedenen Wegen durchlaufen haben. So beſteht das directe oder Hauptbild aus

1) dem ganzen Theil des einfallenden Lichts, welches in A, a, B, b gebrochen wird, und dem einfallenden Strahl parallel heraustritt; dieß bezeichnen wir durch A a B b.

2) Einem in A gebrochenen, in a zurückgeworfenen, wieder in A zurückgeworfenen, und in a, B, b gebrochenen Theil, den wir durch A a′ A′ a B b bezeichnen, wo die Buchſtaben die Oberflächen, die Accente Zurückwerfung, und die nicht accentuirten Brechung bedeuten.

3) Einem Theil, der zwei ähnliche Zurückwerfungen im Innern der zweiten Platte erlitten hat, und der auf ähnliche Art durch A a B b′ B′ b bezeichnet werden kann.

4) Andern Theilen, die vier, ſechs und mehr Zurückwerfungen in jeder Platte erlitten haben, und die durch ſolche Combinationen wie A a′ A′ a′ A′ a B b, A a B b′ B′ b′ B′ b oder der Kürze wegen durch A (a′ A′)² a B b, A a B (b′ B′)² b u. ſ. w. bezeichnet werden können; allein dieſe letztern Theile ſind zu ſchwach, als daß ſie einen merklichen Einfluß auf das Licht des directen Bildes, mit dem ſie ſich vermiſchen, haben könnten.

691. Das erſte reflectirte Seitenbild beſteht aus vier Haupttheilen, von denen jeder zwei Zurückwerfungen erlitten hat, nämlich:

A a B′ a′ B b;
A a B′ a A′ a B b;
A a B b′ B a′ B b;
A a B b′ a A′ a B b;

welche alle parallel ausfahren. Außer dieſen giebt es eine unendliche Menge anderer, die durch eine größere Anzahl Zurückwerfun-

gen, und die Theile Aa′A′a des innerhalb des erſten Glaſes reflectirten Lichts des einfallenden Strahls gebildet werden; dieſe ſind aber alle zu ſchwach, um auf das Bild zu wirken, welches wir daher bloß aus den vier angegebenen Strahlen beſtehend anſehen können. Wenden wir nun unſern Blick auf die Figur (138), ſo ſehen wir den Weg, den jeder dieſer Theile 1, 2, 3, 4 beſchreibt, und es iſt einleuchtend, daß der erſte Theil die Dicke zweimal, den Zwiſchenraum zwiſchen den Gläſern dreimal durchlaufen hat, oder beinahe 2 t + 3 i (indem wir jetzt alle Rückſicht auf die Neigung der Platten bei Seite ſetzen). Der zweite Theil hat 4 t + 3 i, der dritte 4 t + 3 i, der vierte 6 t + 3 i durchlaufen. Hieraus ſieht man, daß die Theile 1 und 4 in ihren Wegen beinahe um viermal die Dicke des Glaſes verſchieden ſind, und ſie können daher keine Farben hervorbringen; allein die beiden andern Theile haben bei ſenkrechtem Einfallen gar keinen Unterſchied und werden bei kleinen Neigungen der Glasplatten und der Strahlen nur wegen der kleinen Unterſchiede der Neigungen, unter denen ſie die Dicke des Glaſes und den Zwiſchenraum durchlaufen, von einander verſchieden ſeyn. Sie werden alſo zuſammentreffen und Farben hervorbringen, welches bloß aus dem Verzögerungsraum beider Strahlen hinter einander, vermöge der veränderlichen Schiefe der Strahlen, die das Auge treffen, entſteht.

692. Betrachten wir nun einen leuchtenden Körper von merklicher Größe, ſo fallen die Strahlen, durch welche wir ſeine verſchiedenen Punkte ſehen, unter allen möglichen Ebenen und Neigungen ein; folglich erſcheint das Bild in ſeinen verſchiedenen Punkten auch verſchieden gefärbt, und die Anordnung dieſer Farben befolgt daſſelbe Geſetz, welches die Verzögerungsräume beſtimmt. Die Farben ſind daher in Streifen, Kreiſen oder andern Formen geordnet, der Geſtalt der krummen Linien zufolge, welche geometriſch aus der Betrachtung der in jedem Punkte ihres Weges ſtattfindenden gleich großen Verzögerungsräumen entſtehen. Solche Curven wollen wir i ſ o ch r o m a t i ſ ch e Linien, oder Linien von gleicher Farbe nennen, und in allen Fällen die Farbe numeriſch durch die Anzahl der Undulationen oder in Theilen derſelben des gelben Lichts ausdrücken, denen der Verzögerungsraum gleich iſt.

693. Wir wollen zuerſt den Fall betrachten, wo der Strahl in einer Ebene einfällt, die ſenkrecht auf dem gemeinſchaftlichen

Digitized by Google

Durchſchnitt ſteht. In dieſem Fall (Fig. 139) ſey KLMN ein Strahl, der durch die Vereinigung der beiden Strahlen SAaBbIKL und SCEFGHKL entſtanden iſt, deren Weg durch das Syſtem dem von 2 und 3 Fig. 138 ähnlich iſt. Man ziehe AD ſenkrecht auf DC, ſo iſt der Verzögerungsraum gleich

$$\{DC + CE + EF + FG + GH + HK\}$$
$$- \{Aa + aB + Bb + bI + IK\}$$
$$= DC + (EF - aB) + (FG - IK)$$
$$+ 2(KH - Bb).$$

Die drei erſten Theile liegen in Luft, der letztere in Glas. Ohne nun erſt eine trigonometriſche Rechnung anzuſtellen, iſt es einleuchtend, daß dieß bei ſenkrechtem Einfall ſehr klein iſt und ſchnell wächst, ſo wie der Einfallswinkel ſich ändert, und daß dieſe Größe faſt um gleiche Incremente wächst, ſo wie ſich der Einfallswinkel von Null an auf beiden Seiten gleich viel ändert (während die gegenſeitige Neigung der Platten conſtant bleibt). In einer Richtung, die ſenkrecht auf dem Durchſchnitt der Flächen ſteht, werden ſich daher die Farben ſchnell ändern, und bei mäßiger Schiefe wird der Verzögerungsraum zu groß ſeyn, als daß er Farben hervorbringen könnte. Nehmen wir im Gegentheil an, daß die Strahlen SA, SC in einer Ebene einfallen, die dem Hauptdurchſchnitt beinahe parallel liegt, ſo liegen die Punkte K und G nicht wie in der Figur in verſchiedenen Abſtänden von P, ſondern faſt in gleichem Abſtande, ſo daß (der Einfallswinkel mag ſeyn, welcher er will) KI beinahe gleich GF iſt, und aus derſelben Urſache iſt FE beinahe gleich aB. Außerdem iſt in dieſem Fall FI beinahe gleich GK, ſo wie auch die innern Einfallswinkel einander faſt gleich ſind, ſo daß GH + GK ſehr wenig von Bb + bI verſchieden iſt, und IB iſt ſehr nahe gleich GK, alſo auch gleich IF, ſo daß F beinahe mit B zuſammenfällt; die Strahlen SAaB, SCEF werden auch faſt zuſammenfallen, wo DC = o wird, und dieſe genäherte Gleichheit, ſo wie das Zuſammenfallen, wird für große Aenderungen im Einfallswinkel ſtattfinden, vorausgeſetzt, daß die Einfallsebene ungeändert bleibt, ſo daß in einer mit dem Durchſchnitt parallelen Richtung die Farben ſich nur wenig ändern. Hieraus ſieht man, daß ſie auf die von Dr. Brewſter angegebene Art geordnet ſeyn werden, nämlich in Streifen, die mit dieſer Linie parallel ſind. Ihr analytiſcher Ausdruck iſt jedoch zu ver-

Digitized by Google

wickelt, als daß er hier angegeben werden könnte, obgleich er aus dem Geſagten ſehr leicht gefunden wird.

694. Dr. Brewſter machte dadurch, daß er den im directen Bilde durchgelaſſenen Hauptſtrahl auffing, und im Auge bloß die Strahlen erhielt, welche die farbigen Streifen bilden, wie die Stücke Aa′A′aBb, AaBb′B′b, eine Reihe Streifen ſichtbar, die ſonſt von dem zu ſtarken Licht des directen Strahls verborgen werden. Sie entſtehen aus der Interferenz der beiden Strahlen, deren Weg durch $4t+i$ ausgedrückt wird, und dieſe würden daher genau gleich ſeyn, wenn die Platten ganz parallel wären. Ihre Theorie, ſo wie auch die aller übrigen Syſteme von Streifen, die Dr. Brewſter in der angeführten Abhandlung angegeben hat, wird aus der Anſicht der Figur deutlich.

695. Talbot hat bei der Betrachtung dünner Glashäutchen in homogenem gelbem Licht und ſogar im bloßen Tageslicht bemerkt, daß wenn zwei ſolcher dünnen Blättchen auf einander gelegt werden, ſich helle und dunkle Streifen, oder gefärbte Franzen von unregelmäßiger Form zeigen, obgleich man ſie bei ihnen einzeln genommen nicht ſieht. Dieſe laſſen ſich nach demſelben Princip erklären, indem die Interferenz hier bei denjenigen Strahlen ſtattfindet, die zweimal innerhalb des obern Blättchens, und einmal an der obern Fläche des untern Blättchens zurückgeworfen werden, oder ſonſt zwiſchen dreimal zurückgeworfenen Strahlen, die durch AaB′a′B′aA und AaB′aA′a′A vorgeſtellt werden, indem man annimmt, daß der Zwiſchenraum zwiſchen dem Blättchen genau der Dicke des obern gleich ſey, eine Bedingung, welcher immer Genüge geleiſtet werden kann, wenn die Blättchen krumm ſind. Daſſelbe kann von den Farben geſagt werden, welche Nicholſon bei den Verbindungen von Glasplatten von ungleicher Dicke bemerkt hat. Geſetzt z. B. die Dicken derſelben t, t′ ſeyen um eine ſehr geringe Größe von einander verſchieden, ſo iſt der Weg der Strahlen Aa′A′aBb, AaBb′B′b, bei ſenkrechtem Einfallen $3t+i+t'$, $t+i+3t'$ (wenn die Platten genau parallel ſind), und der Unterſchied ihrer Wege $=2t-2t'$; iſt dieß ſehr klein, ſo entſtehen Farben, oder wenn dieſes nicht der Fall iſt, ſo kann man dieſelben durch eine kleine Neigung der Platten gegen einander hervorbringen. Etwas Aehnliches findet in unendlich vielen andern Fällen ſtatt.

Digitized by Google

§. VI. Von den Farben der vermiſchten Blättchen.

696. Die bisher beſchriebenen Farben ſind auf die Interferenzen der Strahlen bezogen worden, die in ihrem ganzen Lauf von dem Punkt an, wo ſie anfangen zuſammenzutreffen, genau zuſammenfallen. Werden ſolche zuſammentreffende Strahlen oder Syſteme von Wellen in einem Punkt der Netzhaut vereinigt, ſo wird dieſer Punkt durch die Summe oder den Unterſchied ihrer Wirkungen bewegt, und die hervorgebrachte Wirkung verhält ſich hiernach. Iſt aber dieſes Zuſammenfallen nur ein genähertes, wenn z. B. zwei Syſteme von Wellen von ſolchen Punkten ausgehen, die einander ſcheinbar ſo nahe liegen, daß die auf der Netzhaut entſtandenen Bilder einander zu nahe kommen, als daß ſie von dem Bilde eines einzelnen Punktes unterſchieden werden könnten, ſo vermiſchen ſich die hervorgebrachten Eindrücke, oder, wie man ſich eigentlich ausdrücken müßte, die mechaniſche Wirkung auf einen Punkt wird durch die Subſtanz der Netzhaut zum andern fortgepflanzt, und eine mittlere Empfindung geht daraus hervor. Sind dann die Strahlen, welche in anliegenden Punkten der Netzhaut concentrirt werden, in genauer Entgegenſetzung und von gleicher Intenſität, ſo findet eine gegenſeitige Aufhebung eben ſo ſtatt, als ob ſie auf einem mathematiſchen Punkt zuſammenfielen; ſind ſie in genauer Uebereinſtimmung, ſo vergrößern ſie ihre gegenſeitigen Wirkungen; ein Gleiches findet auch für die mittlern Zuſtände derſelben ſtatt.

697. Um dieß beſſer einzuſehen, müſſen wir bedenken, daß der Eindruck auf die Netzhaut ſich auf eine ſehr kleine Entfernung um den mathematiſchen Brennpunkt, der durch die Beſtandtheile des Auges gebildet wird, verbreitet. So erſcheint das Bild eines Sterns nie als ein Punkt, ſondern als eine Scheibe von merklicher Größe, und zwar um ſo größer, je ſtärker das Licht iſt. So ſieht man auch den hellen Theil des Neumonds größer als den übrigen ſchwach erleuchteten Theil, indem erſterer ſich über den letztern wie die Schale einer Eichel um die Frucht ſelbſt erſtreckt. Dieſe Erſcheinung nennt man die Irradiation, und ſie iſt ganz deutlich die Folge einer organiſchen Wirkung.

698. Es folgt hieraus, daß wenn Wellen von Punkten ausgehen, die ſo nahe an einander liegen, daß ihre Entfernung nicht unterſchieden werden kann, ſo kann man dieſelben rückſichtlich ihrer

Digitized by Google

Wirkung auf das Auge ſo anſehen, als ob ſie von Punkten ausgingen, die genau in derſelben graden Linie liegen, die die Richtung des verbundenen Strahls angiebt, und die Geſetze ihrer Interferenzen werden rückſichtlich ihrer Wirkung auf das Geſicht dieſelben ſeyn, als ob die brechenden Beſtandtheile des Auges entfernt wären, und die Netzhaut eine bloße weiße Tafel darſtellte, auf deren einen phyſiſchen Punkt die aus beiden Punkten zugleich fortgepflanzten zuſammentreffenden Undulationen fallen, und denſelben mit einer Kraft bewegten, die ihrer Reſultante gleichkommt.

699. Nachdem dieſes vorausgeſchickt iſt, ſind wir im Stande die Erklärung der Erſcheinungen der vermiſchten Blättchen aufzuſtellen, die uns die Undulationstheorie giebt. Dieſelben wurden zuerſt von Dr. Young bemerkt, indem er ein Licht durch zwei Stücke Glas mit etwas Feuchtigkeit zwiſchen denſelben betrachtete. Er beobachtete auf dieſe Art eine Erſcheinung von Franzen, die den gewöhnlichen Farben dünner Blättchen ähnlich waren, und indem er die durch Zurückwerfung entſtandenen Franzen unterſuchte, fand er, daß ſie mit den erſtern immer gleiche Richtung hatten, aber viel größer waren. Als er die Glasplatten mit einem Vergrößerungsglas betrachtete, fand er, daß wo die Franzen ſich zeigten, die Feuchtigkeit mit Luft vermiſcht war, wodurch eine dem Thau ähnliche Erſcheinung hervorgebracht wurde. Man konnte leicht zwei Theile Licht auffinden, welche dieſe Franzen hervorzubringen im Stande waren; denn da das Licht im Waſſer ſich mit einer andern Geſchwindigkeit bewegt, als in den mit Luft angefüllten Zwiſchenräumen, ſo konnten beide Theile zuſammentreffen und nach dem gewöhnlichen Geſetz Farben hervorbringen. Das Verhältniß der Geſchwindigkeiten in Waſſer und Luft iſt wie das von drei zu vier, folglich ſollen die Franzen an den Stellen erſcheinen, wo die Dicke ſechsmal ſo groß iſt als die, welche derſelben Farbe in dem gewöhnlichen Fall der dünnen Blättchen entſprechen, und als der Verſuch mit einem ebenen und einem ſehr wenig convexen Glaſe angeſtellt wurde, fand er den ſechsten dunkeln Kreis genau von demſelben Durchmeſſer, als den erſten der neuen Franzen. Die Farben werden auch leicht dann hervorgebracht, wenn man Butter oder Talg an die Stelle des Waſſers bringt, und die Ringe werden dann wegen der größern Brechungskraft der Oele kleiner; allein wenn Waſſer hinzugefügt wird, um die Zwiſchen=

Digitized by Google

räume zwiſchen dem Oel anzufüllen, ſo werden die Ringe ſehr vergrößert; denn man muß hierbei den Unterſchied der Geſchwindigkeiten des Lichts in Oel und Waſſer berückſichtigen, der viel geringer iſt als der Unterſchied in Waſſer und Luft. Alle dieſe Umſtände ſind hinreichend, um uns von der Richtigkeit dieſer Erklärung zu überzeugen, und ſie wird noch mehr von der Wirkung beſtätigt, welche entſteht, indem man die Platten gegen die Richtung des Lichts neigt, denn dann verengern ſich dieſe Ringe, ſtatt ſich, wie bei dünnen Blättchen geſchieht, zu erweitern, und dieſes iſt die nothwendige Folge einer Verlängerung des Weges des Lichts, das jetzt beide Mittel ſchief durchläuft, und die Wirkung iſt überall dieſelbe, als die eines dickern Blättchens. Man muß jedoch bemerken, daß die Farben nicht bei dem ganzen Licht, welches durch die Mittel hindurchgeht, hervorgebracht werden; ein kleiner Theil jedes Strahls, der durch das an das Theilchen anſtoßende Waſſer hindurchgeht, fällt hinreichend mit dem durch die benachbarten Lufttheilchen gehenden Licht zuſammen, um die Interferenzen hervorzubringen; und es läßt ſich leicht zeigen, daß ein beträchtlicher Theil desjenigen Lichts, welches durch das Waſſer hindurchzugehen anfängt, ſeitwärts durch Zurückwerfung zerſtreut wird, da jede an den beiden Oberflächen hängende Flüſſigkeit von Natur eine concave Oberfläche bildet, und daß viel von dem durch die Luft gehenden Lichte durch die Brechung an der zweiten Oberfläche zerſtreut wird. Aus dieſen Urſachen werden die Franzen ſichtbar, wenn die Blättchen nicht direct zwiſchen dem Auge und dem leuchtenden Körper liegen. (Young, Philosophical Transactions 1802, Account of some Cases of the Production of Colours.) Um dieſe Erſcheinungen vortheilhaft zu ſehen, braucht man nur etwas Seifenſchaum zwiſchen zwei ebenen Glasplatten faſt trocken zu reiben, und ſie in einiger Entfernung zwiſchen das Auge und ein Licht, oder irgend einen andern von der Sonne erleuchteten polirten Gegenſtand zu halten. Gebraucht man zwei wenig convexe Gläſer, oder ein ebenes und ein convexes, ſo erſcheinen die Farben in Ringen geordnet.

Digitized by Google

§. VII. Von den Farben feiner Faſern und geſtreifter Flächen.

700. Wenn zwei Punkte, welche Licht nach allen Richtungen reflectiren können, einander ſo nahe liegen, daß ſie dem Auge als ein einziger Punkt erſcheinen, und erreichen ſolche Strahlen die einerlei Urſprung haben, und von dieſen Punkten zurückgeworfen werden, das Auge, ſo treffen dieſelben zuſammen; iſt das Licht homogen, ſo ändert ſich die Intenſität periodiſch, mit einem Verzögerungsraum, der dem Unterſchied der Wege gleich iſt; iſt daſſelbe weiß, ſo iſt die Farbe des vermiſchten zurückgeworfenen Strahls dieſelbe, als ob er durch eine Luftſchicht von der Dicke dieſes Unterſchiedes hindurchgegangen wäre; ſie beſitzt aber die Vermiſchung mit Weiß nicht. Nimmt man an, daß zwei ſehr freie cylindriſche polirte Faſern rechtwinklich gegen die Geſichtslinie, und unter einander ſelbſt parallel geſtellt ſeyen, wie in Fig. 141, ABC, abc, und iſt S ein leuchtender Punkt, der im Verhältniß zum gegenſeitigen Abſtande der Faſern ſehr entfernt iſt, und das Auge ſo in E geſtellt, daß es die beinahe zuſammentreffenden Strahlen BE, bE erhält, ſo iſt die Differenz der Phaſen in den Strahlen, ſo wie ſie die Netzhaut treffen, gleich

$$2\pi \cdot \frac{(Sb + bE) - (SB + BE)}{\lambda}$$

$$= 2\pi \cdot \frac{bx + by}{\lambda}$$

indem man Bx und By ſenkrecht auf SB und bE annimmt. Sind dann I und i die Einfallswinkel der Strahlen SB, EB auf die Ebene, in welcher die Axen der beiden Cylinder AC und ac liegen, und nennt man ihre Entfernung Bb = a, ſo hat man für den Unterſchied der Phaſen

$$2\pi \cdot \frac{a}{\lambda} \cdot (\sin I + \sin i) \ .$$

Bleibt a conſtant, ſo ändert ſich dieſer Ausdruck zugleich mit der Schiefe des einfallenden und zurückgeworfenen Strahls gegen die Ebene der Axe der Faſern, und wird daher dieſe Ebene um eine Axe gedreht, die den Faſern parallel liegt, ſo erſcheint eine Reihe von Farben, die denen der durch dünne Blättchen gehenden Strahlen analog, aber viel lebhafter ſind, und die gleichſam von den Faſern zurückgeworfen werden.

Digitized by Google

701. Jeder feine Ritz auf einer gut polirten Fläche kann ſo angeſehen werden, als ob er eine concave, cylindriſche oder andere krumme Oberfläche beſäße, die im Stande iſt, das Licht nach allen Richtungen zu reflectiren; dieß iſt einleuchtend, denn der Ritz iſt nach allen Richtungen ſichtbar. Zwei ſolcher parallelen Ritze, die man im Sonnenlicht dreht, ſollten daher dem Auge eine Reihe von Farben zeigen, die denen der dünnen Blättchen analog ſind. Dieß iſt wirklich der Fall. Dr. Young fand, indem er die von Coventry auf Glas gezeichneten mikrometriſchen Maßſtäbe unterſuchte, daß jede der Linien aus zwei und mehr feiner genau parallelen Linien beſtand, und in der Entfernung von $\frac{1}{10000}$ Zoll von einander lagen. Legte er den Maßſtab ſo, daß derſelbe das Sonnenlicht unter einem conſtanten Winkel reflectirte, und änderte er die Neigung des Auges, ſo fand ſich, daß das hellſte Roth unter Winkeln hervorgebracht wurde, deren Sinus in der arithmetiſchen Progreſſion 1, 2, 3, 4 ſtanden.

702. Bei den ſchönen Theilungen auf Glas und Diamant, welche Wollaſton, Barton und Fraunhofer verfertigt haben, ſind einzelne Linien einander genau parallel mit Diamant gezogen, die in vielen Fällen nicht mehr als $\frac{1}{10000}$ Zoll von einander entfernt ſind, und deren Abſtände ganz gleich ausfallen. Bringt man das Auge ſehr nahe an eine ſolche zurückwerfende oder brechende geſtreifte Oberfläche, ſo daß man von irgend einem kleinen glänzenden und entfernten Objecte ein Bild erhält, ſo ſieht man daſſelbe in Begleitung einiger glänzenden Farbenbilder, die natürlich auf die angegebene Weiſe entſtehen. Sie liegen alle in einer graden Linie, die durch das zurückgeworfene farbenloſe Bild geht, und in einer auf die Streifen ſenkrechten Lage. Ihre Winkelentfernungen von einander, ihre Farbenfolge und alle ihre andern Erſcheinungen ſtimmen ganz mit der obigen Erklärung überein. Ihre Lebhaftigkeit hängt von der genauen Gleichheit der Entfernung zwiſchen den parallelen Linien ab, indem hierdurch die von jedem Paar hervorgebrachten Seitenbilder genau in einerlei Entfernung vom Hauptbilde zuſammenfallen, und ſo eine vervielfältigte Wirkung hervorbringen. Iſt die Entfernung der Linien von einander ungleich, ſo verwirren ſich die von jedem Paar entſtehenden Farben und bringen

weiße Lichtſtreifen hervor. Dieß iſt der Urſprung der Strahlen, welche gleichſam von den durch irregulär polirte Flächen zurückgeworfenen leuchtenden Gegenſtänden ausſchießen. Man kann dieſe Farben durch den Eindruck der urſprünglichen geſtreiften Flächen auf Siegellack oder einen andern weichen Körper gleichſam übertragen. Auf dieſe Art werden die ſchön geſtreiften Knöpfe und andere Zierrathen verfertigt, die eine Nachahmung des Diamants an Glanz und Farbenſpiel ſind.

703. Dr. Young hat die auf dieſe Art entſtandenen Farben mit dem Ton verglichen, welchen man hört, wenn irgend ein plötzlich entſtandener Ton durch das Echo von einer Reihe gleich weit von einander entfernter Stäbe wiederholt wird, die ſenkrecht auf der Linie ſtehen, in welcher ſie geordnet ſind, wie z. B. ein eiſernes Geländer. Es iſt einleuchtend, daß ſolches Echo das Ohr nach und nach erreicht, welches in gleichen Zeiträumen geſchieht, von denen jeder der Zeit gleich iſt, die der Schall braucht, um den Zwiſchenraum zwiſchen zwei auf einander folgenden Stäben zu durchlaufen, und ſo, wenn die Stäbe in großer Menge vorhanden ſind, einen muſikaliſchen Ton hervorbringt. (Philosophical Transactions 1801, on the Theory of Light and Colours.) Dieſe Erklärung ſcheint uns jedoch mehr Scharfſinn zu enthalten, als daß ſie der Sache eigentlich Genüge leiſtete. Der Klang des muſikaliſchen Tons iſt unabhängig von dem durch das Echo zurückgeworfenen urſprünglichen Schall, der in einem einzelnen Schlag oder bloßem Lärm (d. h. einem Schall, der durch nicht periodiſche Schwingungen entſteht) beſtehen kann, und er verlangt zu ſeiner Entſtehung eine hinreichende Anzahl ſolcher Stäbe. Das Licht hingegen, welches von parallelen Streifen zurückgeworfen wird, hängt rückſichtlich ſeiner Farbe völlig von dem des einfallenden Lichts ab, indem es Roth in rothem Licht, Gelb in gelbem Licht u. ſ. w. iſt, und wird eben ſo gut von zwei als von zwanzig oder einer Million ſolcher Linien hervorgebracht. Die Intenſität und nicht die Farbe, die Größe, aber nicht die Menge der Eindrücke, die auf der Netzhaut von den zurückgeworfenen Strahlen hervorgebracht werden, ändern ſich durch die Interferenz. Wir halten es für nöthig dieſen Mangel in der erwähnten Erläuterung zu zeigen, da dieſelbe ſehr gewöhnlich angegeben wird, indem ſie auf den erſten Anblick ſehr annehmlich ſcheint, während dieſelbe

Digitized by Google

doch in der Wirklichkeit ſehr irrige Begriffe über die Analogie des Lichts und des Schalles erregen kann.

704. Ein einzelner Riß auf einer Oberfläche kann, wie dieſer ausgezeichnete Phyſiker ſelbſt bemerkt hat, Farben durch die Interferenz der Strahlen hervorbringen, die von den entgegengeſetzten Seiten derſelben zurückgeworfen werden. Ein Spinnengewebe glänzt im Sonnenſchein oft mit den lebhafteſten Farben. Dieſe können entweder aus einer ähnlichen Urſache entſtehen, oder vom Faden des Gewebes ſelbſt, der von der Spinne ſo verfertigt wird, daß er aus mehreren zuſammengeklebten Fäden beſteht, und ſo keine cylindriſche, ſondern eine gefurchte Oberfläche darbietet.

705. Die Erſcheinungen, welche das an der polirten Oberfläche von Perlenmutter zurückgeworfene oder gebrochene Licht zeigt, laſſen ſich größtentheils auf daſſelbe Princip zurückführen, in ſo fern ſie von der Structur der Oberfläche abhängen. Dr. Brewſter hat dieſelben in einer ſehr intereſſanten Abhandlung beſchrieben (Philosophical Transactions 1814. p. 397), und ein Anderer hat im Edinburgh Philosophical Journal vol II. p. 117 einige erläuternde Bemerkungen über den künſtlichen Bau dieſes ſonderbaren Körpers hinzugefügt. Man weiß, daß die Perlenmutter der innere Ueberzug einer Art von Auſterſchale iſt. Sie beſteht aus ſehr dünnen Schichten einer zähen und elaſtiſchen Subſtanz, die zu gleicher Zeit hart und ſchalig iſt; dieſe Schichten liegen der innern unregelmäßigen Höhlung der Schale parallel. Wird daher irgend ein Stück derſelben auf einer ebenen Drehſcheibe geſchliffen und polirt, ſo durchſchneidet die auf dieſe Art hervorgebrachte künſtliche Oberfläche die natürlichen Flächen der Schichten in einer Reihe wellenförmiger Curven, die einander näher oder entfernter liegen, je nachdem die Neigung der künſtlichen Oberfläche gegen die natürliche beſchaffen iſt. Da dieſe Blättchen nur einen unvollkommenen Zuſammenhang haben, ſo werden ihre Kanten durch das bei dem Schleifen angewendete Pulver zerbrochen, und ſie zeigen daher eine Reihe von Streifen, die einander beinahe parallel ſind und gleiche Entfernungen haben (in ſo fern wir nur ein ſehr kleines Stück der Oberfläche berückſichtigen), welche man durch ein Mikroſkop deutlich ſieht, und die ſich durch keine Politur wegbringen laſſen. Das an ihren Kanten zerſtreute und zurückgeworfene Licht trifft daher zuſammen und bringt in einer auf ihrer Richtung ſenkrechten Lage farbige Erſcheinungen hervor.

Digitized by Google

Dieß iſt in der That ihre Lage, allein die Erſcheinungen werden auf eine ſonderbare Art durch die Erhöhungen und Vertiefungen geändert, die wahrſcheinlich von der kryſtalliniſchen Structur der Perlenmutter herrühren. Daß ſie bloß von der Geſtalt der Oberflächen abhängen, zeigt ſich aus dem merkwürdigen Verſuch, daß dieſe Farben, wie die §. 702 beſchriebenen, ſich faſt ohne Veränderung ihres Glanzes auf Siegellack, Gummi, Harz und ſogar auf Metalle übertragen laſſen; der ſo übertragene Eindruck zeigt durch ein Mikroſkop betrachtet, eine genaue Nachahmung der urſprünglichen Streifen, die einander jedoch ſo nahe ſind, daß ihre Entfernung kaum den dreitauſendſten Theil eines Zolles beträgt. Wegen der genauen Beſchreibung dieſer ſonderbaren und ſchönen Erſcheinungen ſehen wir uns genöthigt, den Leſer auf die angeführten Originalabhandlungen zurückzuweiſen, um ſo mehr, da ihre Theorie noch mit einiger Dunkelheit verknüpft iſt.

---

§. VIII. Von der Beugung des Lichts.

706. Bringt man einen Gegenſtand in einen ſehr dünnen Lichtſtrahl, oder in einen Lichtkegel, der von einem außerordentlich kleinen Punkte ausgeht, wie z. B. ein Sonnenſtrahl, der durch eine mit einer Nadel gemachte Oeffnung in ein dunkles Zimmer geht, oder noch beſſer durch eine größere Oeffnung, hinter welcher eine Glaslinſe mit kurzer Brennweite ſich befindet, ſo daß ſich ein außerordentlich kleines und glänzendes Bild der Sonne erzeugt, von welchem Strahlen nach allen Richtungen ausgehen, ſo ſieht man, daß der Schatten dieſes Gegenſtandes außen von einer Reihe farbiger Franzen begränzt wird, die deſto deutlicher ſind, je kleiner der Durchmeſſer des leuchtenden Punktes vom Gegenſtand aus erſcheint. Iſt dieſer Durchmeſſer groß, ſo fallen die Schatten und Franzen, die dann von den verſchiedenen Punkten der leuchtenden Scheibe gebildet werden, auf einander, verwirren ſich und verwiſchen die Farben, wodurch der Halbſchatten des Gegenſtandes entſteht; iſt aber der leuchtende Punkt ſehr klein, ſo iſt der Schatten verhältnißmäßig ſcharf abgeſchnitten, und die Franzen gut begränzt.

707. Dieſe Franzen (welche zuerſt von Grimaldi in einem Werke **Physico-Mathesis de Lumine, Bologna 1665**, und ſpä-

Digitized by Google

terhin genauer von Newton im dritten Buch ſeiner Optics beſchrieben wurden) umgeben die Schatten aller Körper, indem ſie überall gleiche Entfernung von denſelben beibehalten, wie die Linien längs der Seeküſte auf einer Karte; wo das Object einen ſcharfen hervorſtehenden Winkel bildet, krümmen ſich die Franzen, und wo der Winkel nach Innen geht, durchkreuzen ſie ſich, ohne einander zu verdecken. Im weißen Licht ſieht man nur drei, deren Farben vom Schatten aus gerechnet, ſchwarz, violett, dunkelblau, hellblau, grün, gelb, roth; blau, gelb, roth; blaßblau, blaßgelb, blaßroth ſind. In homogenem Licht ſind ſie jedoch zahlreicher und von verſchiedener Breite, je nachdem das Licht verſchiedene Farben hat, indem ſie in rothem Licht am breiteſten und in violettem Licht am ſchmälſten ſind, ſo wie bei den farbigen Ringen zwiſchen Gläſern; und durch das gegenſeitige Decken der verſchiedenen Reihen von Franzen aller farbigen Strahlen werden die verſchiedenen Färbungen, ſo wie ihr ſchon nach den erſten Ordnungen ſtattfindendes Aufhören, hervorgebracht.

708. Die erwähnten Franzen ſind von der Natur des Körpers, deſſen Schatten ſie umgeben, und der Geſtalt ſeiner Gränze ganz unabhängig. Weder die Dichtigkeit auf der einen, noch die Schärfe oder Krümmung deſſelben auf der andern Seite haben den geringſten Einfluß auf ihre Breite, Farbe oder ihre Entfernung vom Schatten; es iſt gleichgültig, ob ſie durch die Schneide oder den Rücken eines Barbiermeſſers, durch ein Stück Platina, oder durch eine Blaſe in einer Glasplatte hervorgebracht werden (denn obgleich eine ſolche Blaſe durchſichtig iſt, ſo wirft ſie doch einen Schatten, indem ſie das auffallende Licht zerſtreut); dieſe Umſtände zeigen deutlich, daß ihr Urſprung keine Verbindung mit der gewöhnlichen Brechungskraft der Körper hat; denn ſolche Kräfte können nicht als von der Dichtigkeit der Körper unabhängig angeſehen werden, wie klein wir auch ihre Wirkungsſphäre annehmen wollen.

709. Um die beſagten Franzen zu ſehen, kann man dieſelben auf einer glatten weißen Fläche auffangen, und daſelbſt meſſen, wie es Newton machte. Fresnel hingegen (um die Unbequemlichkeit zu vermeiden, daß der Beobachter das Licht ſelbſt aufhält) fing dieſelben auf einer mattgeſchliffenen Glasplatte auf, wodurch er in den Stand geſetzt wurde, indem er ſich hinter dieſelbe ſtellte, ſich

Digitized by Google

genug zu nähern, um dieſelben mit einem Vergrößerungsglaſe zu unterſuchen. Er fand aber hierbei, daß ſie ſich noch beſſer zeigten, wenn er die Glasplatte völlig wegnahm, und dieſe glückliche Bemerkung ſetzte ihn in den Stand, daß er alle Beobachtungen über dieſelben vermittelſt eines Mikrometers mit der größten Genauigkeit ausführen konnte, eine Genauigkeit, die ſich auf keinem andern Weg erhalten ließ, und die doch der Kleinheit der Gegenſtände ganz angemeſſen war. Es iſt nämlich leicht einzuſehen, daß man die in dem Brennpunkt einer Linſe vereinigten Franzen, wie jedes andere optiſche Bild, das im Brennpunkt eines Fernrohrs entſteht, mit einem Vergrößerungsglaſe betrachten kann.

710. Was man nun auch für eine Beobachtungsmethode anwenden mag, ſo ergeben ſich immer folgende Thatſachen.

Erſte Erſcheinung. Unter übrigens gleichen Umſtänden nimmt die Entfernung der Franzen unter einander und vom Rande des Schattens ab, ſo wie die Tafel, auf welcher ſie aufgefangen werden, oder die Ebene im Brennpunkt der Linſe, in der ſie gebildet werden, ſich dem dunkeln Körper nähert, und ſie fallen zuletzt mit dem Rande zuſammen, ſo daß ſie ihren Urſprung ganz nahe am Rande deſſelben zu haben ſcheinen.

711. Zweite Erſcheinung. Sie werden von dieſem Rande aus nicht in graden Linien, ſondern in hyperboliſchen Curven, die ihre Scheitel im Rande haben; es iſt alſo nicht daſſelbe Licht, welches eine und dieſelbe Franze in allen Entfernungen vom Körper bildet. Um dieſes zu erklären, nehme man an, daß die Abſtände der Franzen unter einander und vom Schatten des Körpers in einer großen Menge von Abſtänden vom Körper genau gemeſſen ſind; würden ſie dann in graden Linien vom Rand des Körpers fortgepflanzt und wäre jede Franze wirklich die Axe eines von einem Punkt dieſer Kante fortgehenden Strahlenkegels, ſo würden ihre Abſtände vom Schatten und unter einander den Entfernungen vom Körper proportional ſeyn; allein dieſes findet nicht ſtatt, indem anfangs bei kleinerer Nähe die Abſtände ſtärker und dann ſchwächer zunehmen, als nach dem Geſetz der Proportionalität. Verzeichnet man nach dieſen Meſſungen die Curven, ſo findet man, daß ſie hyperboliſcher Art ſind und ihre Convexität vom Schatten abgewendet iſt. Stellt z. B. Fig. 142 O den leuchtenden Punkt vor, A die Kante eines Körpers, und GH eine auf der Linie OA

ſenkrechte Tafel, ſo iſt C der Rand des Schattens, D, E und F die auf einander folgenden Minima der Franzen, in einer Linie ſenkrecht auf dem Rande des Schattens. Bringt man die Tafel dem Körper A näher, nach gh, und ſind c, d, e, f die den vorigen C, D, E, F entſprechenden Punkte, ſo ſind ihre geometriſchen Oerter die Hyperbeln AcC, AdD u. ſ. w.

712. Man kann auch bemerken, daß der Rand C des ſichtbaren Schattens nicht mit dem des geometriſchen Schattens B zuſammenfällt, welcher letztere in der graden Linie OA liegt, die den Rand des Gegenſtandes ſtreift. Die Abweichung iſt bei dem Schatten eines großen Körpers ſchwer zu bemerken, da man keinen feſten Punkt zur Meſſung hat; allein unterſuchen wir den Schatten vor ſehr ſchmalen Körpern, z. B. eines Haares, der in einem wie vorhin beſchriebenen Sonnenſtrahl entſteht, ſo werden wir durch Meſſung der Breite des Schattens einen vollſtändigen Beweis hiervon finden. Dieſe Erſcheinung wurde von Grimaldi beobachtet. Die Gränzen des ſichtbaren Schattens befolgen daſſelbe Geſetz der krummlinigen Fortpflanzung als die Franzen. So fand Newton den Durchmeſſer des Schattens eines Haares, das $\frac{1}{280}$ Zoll Durchmeſſer beſaß und in zwölf Fuß Entfernung vom leuchtenden Punkte aufgeſtellt war, in 4 Zoll Abſtand vom Haar $= \frac{1}{60}$ Zoll, oder gegen vier Durchmeſſer des Haares, in zwei Fuß Abſtand, $\frac{1}{28}$ Zoll oder 10 Durchmeſſer, während in zehn Fuß Abſtand derſelbe nur $\frac{1}{8}$ Zoll oder 35 Durchmeſſer ſtatt 120 betrug, wenn die den Schatten begränzenden Strahlen in grader Linie fortgegangen wären, oder um uns richtiger auszudrücken, wenn der Schatten von graden Linien begränzt wäre.

713. Um dieſe merkwürdigen Erſcheinungen zu erklären, nimmt Newton an, daß die in verſchiedenen Entfernungen am Rande der Körper vorbeigehenden Strahlen ſeitwärts gelenkt werden, als ob eine abſtoßende Kraft vorhanden wäre, und daß die nähern ſtärker abgelenkt werden als die entferntern, wie in Fig. 143, wo X der Durchſchnitt des Haares iſt, und AD, BE, CF Strahlen bedeuten, die in verſchiedenen Entfernungen bei denſelben vorbeigehen, und

Digitized by Google

und welche unter Winkeln abgelenkt werden, die ſchnell abnehmen, während die Entfernungen zunehmen, ſo daß ſie die Richtungen DG, EH, FI u. ſ. w. befolgen. Es iſt einleuchtend, daß die krumme Linie WYZ, an welcher alle dieſe abgelenkten Strahlen Berührungslinien ſind, und innerhalb welcher keiner hineintreten kann, außen convex iſt; ihre Krümmung iſt am ſtärkſten im Scheitel W, und nimmt fortwährend ab, ſo wie ſie ſich von X entfernt, und ſie bildet die Brennlinie aller abgelenkten Strahlen.

714. Dieß würde die Gränze des ſichtbaren Schattens ſeyn. Um die Franzen zu erklären, nimmt er an (Optics, Buch III. Aufgabe III), daß jeder Strahl, während er bei dem Körper vorbeigeht, mehrere Biegungen erleidet, wie in Fig. 144 in a, b, c, und daß die Lichttheilchen, aus welchen der Strahl beſteht, in einem oder dem andern Wendungspunkte, oder in andern beſtimmten Punkten der ſchlangenförmigen Curve, die ſie vermöge der verſchiedenen Anwandlungen oder anderer Umſtände, in denen ſie ſich befinden, beſchreiben, fortgeworfen werden, einige nach Außen, wie aA, bB, cC, dD, andere nach Innen, wie $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$ u. ſ. w. Die letztern haben wir hier nicht zu berückſichtigen. Die erſtern geben ſo viel ſolcher erwähnten Brennlinien, als abgelenkte Strahlen vorhanden ſind, und jede Brennlinie, wenn ſie auf einer Tafel aufgefangen wird, giebt das Maximum einer Franze. Die Zwiſchenräume zwiſchen dieſen Brennlinien, oder die Minima der Franzen, ſind jedoch nicht völlig ſchwarz, weil die Strahlen von den andern Brennlinien, nachdem ſie ſich an den Gränzen des Schattens oder der innern Franzen durchkreuzt haben, ihren Lauf fortſetzen, und den ganzen jenſeits liegenden Raum erleuchten. Die Franzen ſind daher weniger zahlreich, und die Abnahme der Farbe ſchneller als bei den farbigen Ringen.

715. Dieſe Theorie erklärt alſo vollkommen, warum die Franzen in krummen Linien fortgehen, warum ſie ſo ſchnell abnehmen, warum ſie vom Rande des Körpers auszugehen ſcheinen, und warum die Franzen ſo glänzend ſind, vorzüglich die erſte, die wirklich alles Licht enthält, welches in der Gegend BC zwiſchen dem ſichtbaren und geometriſchen Schatten hindurchgegangen wäre. Es ſcheint daher, daß Fresnel in den Einwürfen, die er gegen dieſe Gegenſtände der Newtonianiſchen Theorie aufgeſtellt hat (Sur la Diffraction de la Lumière §. 1. p. 15, 17, 19), ſelbſt keinen

deutlichen Begriff von der Lehre, deren Gegner er iſt, gehabt habe, da dieſelbe, wenn man ſie in dem Licht betrachtet, in welchem ſie daſelbſt aufgeſtellt iſt, wirklich kindiſch genannt, und ganz ihres berühmten Urhebers unwürdig ſeyn würde; und wären dieſe die einzigen Schwierigkeiten, ſo würde es höchſt ungerecht ſeyn, ein ſo ſchnelles Urtheil über ſelbige zu fällen. Es ſind jedoch noch andere Einwürfe von demſelben Phyſiker aufgeſtellt worden, die mehr Gewicht haben, und welche ſich auf eine Erſcheinung beziehen, von der die Theorie der abſtoßenden Kräfte keine Erklärung geben kann, die aber Newton wahrſcheinlich nicht beobachtet hat, da er ſonſt gewiß ihre Wichtigkeit bemerkt hätte.

716. Dritte Erſcheinung. Bleibt Alles wie vorher, und bringt man den dunkeln Körper A näher an den leuchtenden Punkt O (Fig. 142), ſo nimmt die Breite der Franzen, in derſelben Entfernung als vorher hinter A, beträchtlich zu, während ſie jedoch unter einander und vom Schatten ſelbſt einerlei Abſtand beibehalten. Dieſe Erſcheinung iſt mit der Annahme unvereinbar, daß dieſelben durch eine im Körper befindliche abſtoßende Kraft hervorgebracht werden, da man nicht einſieht, wie die Stärke der Kraft von der Entfernung abhängen kann, die das Licht von einem andern Punkt aus, der mit dem Körper in keinem Zuſammenhang ſteht, durchlaufen hat.

717. Um dieſe Franzen in der Undulationstheorie zu erklären, nimmt Young an, daß die an der Kante des dunkeln Körpers vorbeigehenden Strahlen mit denjenigen, die ſehr ſchief an ſeiner Kante zurückgeworfen werden, zuſammentreffen, wovon die letztern, wie bei den zurückgeworfenen Ringen eine halbe Undulation verloren haben. Dieſe Annahme würde uns wirklich auf das Daſeyn einer Reihe von hyperboliſch fortgepflanzten Franzen führen, die denen in der Natur vorhandenen völlig ähnlich ſind. Fresnel hat jedoch gezeigt, daß zwiſchen beiden ein kleiner, jedoch entſchiedener Unterſchied ſtattfindet, indem er ihre Lage durch die Theorie und durch directe Meſſung beſtimmte, und er hat außerdem bemerkt, daß wenn dieſes die wahre Erklärung wäre, ſo könnten dieſelben nicht ganz unabhängig von der Geſtalt der Kante des Körpers ſeyn, wie es doch die Erfahrung ausweiſt, und daß in denjenigen Fällen, wo dieſe Kante ſehr ſcharf iſt, die kleine von derſelben zurückgeworfene Lichtmenge nicht im Stande ſeyn würde die Interferen-

Digitized by Google

zen, die zur Bildung der Franzen nothwendig ſind, hervorzubringen. Dieſe Schlüſſe ſcheinen entſcheidend zu ſeyn, vorzüglich da die Annahme einer Zurückwerfung an den Kanten nicht nothwendig iſt, indem die gehörige Anwendung der Undulationstheorie mit Beihülfe des Grundſatzes der Interferenzen eine genaue und vollſtändige Erklärung aller Erſcheinungen giebt, wenn man den dunkeln Körper als ein Hinderniß betrachtet, das ſich den vom leuchtenden Punkt fortgepflanzten Wellen auf der einen Seite in den Weg ſtellt.

718. Um dieß zu zeigen, wollen wir eine Welle betrachten, die von O ausgeht, und deren rechts von A liegender Theil (Fig. 145) vom dunkeln Körper AG aufgefangen wird; wir ſehen den auf der Tafel in der Entfernung AB hinter A liegenden Punkt P, als von denjenigen Undulationen erleuchtet an, die zu gleicher Zeit, von jedem Punkt des Stückes AMF, nach der §. 628 ff. angegebenen Theorie ausgehen. Der Einfachheit wegen wollen wir bloß die in einer Ebene liegenden Undulationen betrachten. Man ſetze $AO = a$, $AB = b$, und die Länge einer Undulation $= \lambda$; zieht man dann die Linie PN von P aus nach einem nahe bei M liegenden Punkte, ſetzt $PF = f$, $NM = s$, $PB = x$, nimmt B ſehr nahe bei P, beſchreibt dann aus P mit dem Halbmeſſer PM den Kreis QM, ſo hat man $f = PQ + QN = \sqrt{(a+b)^2 + x^2} - a + QN = b + \frac{xx}{2(a+b)} + QN$. Nun iſt QN die Summe der Sinusverſus des Bogens s für die Halbmeſſer OM und PM, und daher

$$= \frac{ss}{2OM} + \frac{ss}{2PM}$$

$$= \frac{ss}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{a+b}{2ab} \cdot ss\,,$$

ſo daß wir endlich die Gleichung erhalten:

$$f = b + \frac{xx}{2(a+b)} + \frac{(a+b)\,ss}{2ab}\,.$$

Gehen wir nun zu dem allgemeinen Ausdruck §. 632 zurück, der für die Bewegung eines von P aus fortgepflanzten begränzten Theils der Welle gilt, ſo haben wir in dieſem Fall $a \cdot \varphi(\theta) = 1$, da wir die Neigung der Undulationen gegen den ganzen wirkenden Theil der Oberfläche AMN als ſehr gering betrachten können, wenn P von A im Verhältniß der Länge einer Undulation ſehr entfernt liegt.

Da wir jetzt bloß die in einer Ebene fortgepflanzten Undulationen betrachten, ſo wird dieſer Ausdruck

$$V = \int ds \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{f}{\lambda}\right),$$

und der entſprechende Ausdruck für die Ausweichungen eines in P ſchwingenden Theilchens wird

$$X = \int ds \,.\, \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{f}{\lambda}\right).$$

Setzen wir dann für f ſeinen Werth, und nehmen

$$2\pi \left\{\frac{t}{T} - \frac{b}{\lambda} - \frac{xx}{2\lambda(a+b)}\right\} = \theta;$$

$$s \,.\, \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}} = \nu,$$

und bedenken, daß in dieſen Formeln t und x conſtant bleiben, während s allein ſich ändert, ſo nimmt der letzte Ausdruck die Form an:

$$X = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} \,.\, \left\{ \begin{matrix} \cos\theta \,.\, \int d\nu \,.\, \cos\left(\frac{\pi}{2} \,.\, \nu^2\right) \\ + \sin\theta \,.\, \int d\nu \,.\, \sin\left(\frac{\pi}{2} \,.\, \nu^2\right) \end{matrix} \right\}$$

Hieraus ſieht man, daß die ganze in P ankommende Welle als die Reſultante zweier Wellen $X' . \cos\theta$, $X'' . \sin\theta$ angeſehen werden kann, deren Urſprung um den vierten Theil einer Undulation verſchieden iſt, und deren Amplituden X′ und X″ durch die Ausdrücke

$$X' = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} \,.\, \int d\nu \,.\, \cos\left(\frac{\pi}{2} \,.\, \nu^2\right)$$

$$X'' = \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} \,.\, \int d\nu \,.\, \sin\left(\frac{\pi}{2} \,.\, \nu^2\right)$$

gegeben ſind, wo die Integrale zwiſchen den Gränzen von ν genommen werden müſſen, die den Werthen $s = -AM$ und $s = +\infty$ entſprechen. Da nun

$$s = AM = PB = \frac{a}{a+b} = \frac{ax}{a+b}$$

$$\nu = s \,.\, \sqrt{\frac{2(a+b)}{ab\lambda}},$$

ſo müſſen die Gränzen von ν folgende ſeyn:

$$\nu = -x\sqrt{\frac{2a}{(a+b)b\lambda}}$$

$$\nu = +\infty.$$

Digitized by Google

719. Um daher die Intenſität des Lichts in irgend einem Punkt der Tafel zu beſtimmen, müſſen wir zuerſt den Werth dieſer Integrale berechnen, und nachdem auf dieſe Art X′ und X″ beſtimmt ſind, ſo giebt die Wurzel aus der Summe ihrer Quadrate $\sqrt{X'^2 + X''^2}$ die Amplitude einer einzelnen Schwingung, und die Summe der Quadrate ſelbſt $(X'^2 + X''^2)$ giebt die Intenſität des Lichts, oder die im Auge hervorgebrachte Empfindung.

720. Fresnel hat in dem erwähnten Werke eine Tabelle der Werthe dieſer Integrale zwiſchen Gränzen gegeben, die nach und nach von Null bis Unendlich wachſen (an welcher letztern Gränze jedes gleich $\frac{1}{2}$ iſt, wie ſich leicht beweiſen läßt), und indem er nach dieſen rechnet, findet er, daß die Intenſität des Lichts außerhalb des geometriſchen Schattens durch eine Reihe von Maxima und Minima hindurchgeht, wie folgende Tafel zeigt.

Tafel der Maxima und Minima für die äußern Franzen und den zugehörigen Intenſitäten des Lichts.

	Werth von ν	Intenſität.
Erſtes Maximum	1,2172	2,7413
Erſtes Minimum	1,8726	1,5570
Zweites Maximum	2,3449	2,3990
Zweites Minimum	2,7392	1,6867
Drittes Maximum	3,0820	2,3022
Drittes Minimum	3,3913	1,7440
Viertes Maximum	3,6742	2,2523
Viertes Minimum	3,9372	1,7783
Fünftes Maximum	4,1832	2,2206
Fünftes Minimum	4,4160	1,8014
Sechstes Maximum	4,6069	2,1985
Sechstes Minimum	4,8479	1,8185
Siebentes Maximum	5,0500	2,1818
Siebentes Minimum	5,2442	1,8317

Es iſt zu bemerken, daß kein Minimum Null iſt, und daß der Unterſchied zwiſchen den auf einander folgenden Maxima und Minima ſchnell abnimmt, während ν wächst, woraus ſich die ſchnelle Abnahme der Farben erklärt.

721. Läge der Punkt P auf dem Rande des geometriſchen

Schattens, ſo würde nach dieſer Theorie ſeine Erleuchtung $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $+\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ ſeyn. Um dieß mit der Erleuchtung deſſelben Punktes zu vergleichen, wenn der dunkle Körper weggenommen wäre, brauchen wir nur zu bedenken, daß in einer großen Entfernung vom Schatten die Erleuchtung dieſelbe ſeyn muß, der Körper mag vorhanden ſeyn oder nicht. Die Gränze, welcher ſich die Maxima und Minima nähern, iſt 2, die daher die gleichförmige Beleuchtung jenſeits der Gränzen darſtellt, ſo daß das Licht am Rande des geometriſchen Schattens ein Viertel der vollen Beleuchtung beträgt.

722. Innerhalb des Schattens brauchen wir nur s oder ν negativ zu nehmen. Dieß ändert die Werthe der Integrale nicht, allein ihre Gränzen, die in dieſem Fall nicht von

$$\nu = -x\sqrt{\frac{2a}{(a+b)b\lambda}} \text{ bis } \infty$$

ſondern von

$$\nu = +x\sqrt{\frac{2a}{(a+b)b\lambda}} \text{ bis } \infty$$

genommen werden müſſen. Die Rechnungen ſind von Fresnel ausgeführt worden, und er findet, daß hier keine periodiſche Zunahme und Abnahme ſtattfindet, ſondern daß das Licht immerwährend ſchnell bis zu der vollſtändigen Dunkelheit im Schatten abnimmt.

723. Der wirkliche ſichtbare Schatten iſt daher durch keinen plötzlichen Lichtabfall bezeichnet, und es hängt vom Urtheil des Auges ab, wo man ſeine Gränze annehmen will. Sehen wir den ganzen Theil als Schatten an, der weniger hell iſt als das allgemeine Licht jenſeits des Schattens, ſo dehnt ſich der ſichtbare Schatten beträchtlich über den geometriſchen aus, und dieß erklärt, warum die Schatten kleiner Körper ſo ausgebreitet ſind.

724. Wollten wir die Breite der verſchiedenen Franzen haben, ſo brauchten wir nur die Werthe von x aus der Gleichung

$$x = \nu . \sqrt{\frac{(a+b)b\lambda}{2a}}$$

zu ſuchen, wo ν die in der vorigen Tabelle angegebenen Werthe beſitzt. Betrachten wir die Veränderung von x für die verſchiedenen Werthe von a und b, ſo bemerken wir ſowohl den Urſprung der hyperboliſchen Fortpflanzung der Franzen und ihrer Ausbreitung,

Digitized by Google

indem man ſich dem leuchtenden Punkt nähert. Denn betrachten wir zuerſt die Relation zwiſchen b und x, oder den geometriſchen Ort einer Franze als Curve betrachtet, deren Abſciſſe AB und die Ordinate BP iſt, ſo haben wir

$$xx = \nu\nu \cdot \frac{\lambda}{2}\left(b + \frac{bb}{a}\right);$$

welches die Gleichung einer Hyperbel iſt, deren Convexität nach Außen zu gewendet iſt, und welche durch A geht. Sehen wir im Gegentheil a als veränderlich und b als conſtant an, ſo wird für eine und dieſelbe Entfernung von der Tafel die Breite der Franzen wachſen, ſo wie a abnimmt. Drittens iſt für gleiche Werthe von λ, a, b die Größe x der Größe ν proportional, ſo daß die Breiten der verſchiedenen Franzen immer zu einander daſſelbe Verhältniß haben, und eine Progreſſion bilden, die mit der der Werthe von ν in voriger Tafel gleich iſt. Endlich verhalten ſich die Breiten der Franzen für verſchiedene Farben wie die Quadratwurzeln aus den Längen ihrer Undulationen.

725. Die Uebereinſtimmung dieſer Theorie mit den Verſuchen, in ſo fern ſie die Entfernungen der Franzen vom Schatten und unter einander betrifft, iſt von Fresnel auf eine ſtrenge Art unterſucht worden, und für vollkommen gefunden. Es wäre jedoch zu wünſchen geweſen, daß er etwas genauer die Methode angegeben hätte, durch welche er den Rand des geometriſchen Schattens beſtimmt hat, von welchem aus alle ſeine Meſſungen genommen ſind, und welcher, da er durch keine Erſcheinung eines Maximum oder Minimum beſtimmt wird, einiger Ungewißheit unterworfen ſeyn muß, wenn man dem Urtheil des bloßen Auges folgt. Dieß ſchwächt jedoch nicht die Genauigkeit der Entſchlüſſe, da die Zwiſchenräume zwiſchen den Franzen deutlich bezeichnet und einer genauen Meſſung fähig ſind. Die Ausbreitung der Franzen, indem man ſich dem leuchtenden Punkte nähert, iſt vielleicht einer der ſtärkſten Beweisgründe für die Undulationstheorie. Man kann es nicht mit unſern Begriffen von Kräften zuſammenreimen, daß die Kraft der Beugung, welche der Rand eines Körpers auf den vorbeigehenden Strahl ausübt, von der Entfernung abhängen ſollte, welche der Strahl durchlaufen hat, ehe er an dieſen Rand gelangte. Fresnel hat dieſen Beweisgrund in ſeinem ſchon angeführten Werke in ein helles Licht geſetzt.

726. Außer den oben beſchriebenen äußern Franzen bilden ſich

Digitized by Google

unter gewiſſen Umſtänden auch noch einige innerhalb des Schattens, die eine beſonders paſſende Anwendung des Princips der Interferenzen gewähren. Die erſte Claſſe dieſer Erſcheinungen wurde zuerſt von Grimaldi bemerkt, welcher fand, daß wenn ein dünner langer Körper in einem ſchmalen Lichtſtrahl gehalten wird, ſo wird der in einiger Entfernung auf einer Tafel aufgefangene Schatten in der Richtung ſeiner Länge mit abwechſelnd hellen und dunkeln Streifen durchſchnitten. Dieſe ſind mehr oder weniger zahlreich, je nachdem die Entfernung des Schattens vom Körper im Verhältniß gegen ſeine Größe kleiner oder größer iſt. Um dieſe Erſcheinungen mehr im Einzelnen zu unterſuchen, ließ Dr. Young einen Sonnenſtrahl durch eine kleine Oeffnung gehen, die er mit einer dünnen Nadel in dickes Papier gemacht hatte, und brachte in den divergenten Lichtſtrahl einen Kartenſtreifen von $\frac{1}{30}$ Zoll Dicke, indem er ſeinen Schatten auf einer weißen Tafel in verſchiedenen Abſtänden beobachtete. Dieſer Schatten war durch parallele Streifen getheilt, in der Mitte befand ſich aber immer eine weiße Linie. Daß die Strahlen aus der Interferenz der Lichtſtrahlen entſtehen, die auf beiden Seiten der Karte vorbeigehen, zeigte Young, indem er bloß das Licht auf der einen Seite dadurch auffing, daß er zwiſchen das Kartenblatt und den Schatten eine Tafel ſtellte, welche die Strahlen auf der einen Seite frei vorbeigehen ließ, wie Fig. 146 vorgeſtellt iſt, wo O die Oeffnung, AB die Karte, EF ihr Schatten und CD der das Licht aufhaltende Körper iſt, der an ſeinem Rande den Rand des Schattens der Kante B des Körpers auffängt. Bei dieſer Anordnung verſchwinden alle Franzen, die vorher in dem Schatten EF vorhanden waren, ſogleich, obgleich das an der Kante A gebeugte Licht ſeinen Lauf fortſetzen konnte. Daſſelbe Reſultat fand ſtatt, wenn die das Licht aufhaltende Tafel in cd vor dem Rande B des Körpers aufgeſtellt wurde, ſo daß ihr eigener Schatten auf die Karte zu fallen kam.

727. Ohne in das Theoretiſche dieſer Erſcheinung einzugehen, wozu uns jedoch die Formeln der vorigen Paragraphe in den Stand ſetzen, indem wir die Erleuchtung eines Punktes X zwiſchen E und F ſo anſehen, als ob ſie von der ganzen Welle a AB b, weniger dem Theil AB herkommt, und was Fresnel vollſtändig und mit gutem Erfolg in ſeiner ſchon oft erwähnten Abhandlung gethan hat, wollen wir uns damit begnügen, zu zeigen, wie die Franzen oder die Abwechſelungen von Farben unter ſolchen Umſtänden entſtehen müſſen; in

Digitized by Google

der That, wenn wir AX, BX ziehen, ſo iſt der Unterſchied der Wege der Wellen, die in X durch die Bahnen OAX, OBX ankommen, gleich BX — AX. Derſelbe wird alſo in der Mitte des Schattens Null, die daher von dem doppelten Licht, welches in den Schatten von beiden Seiten eingebeugt wird, erleuchtet wird (§. 722), und dieſes Licht wird um ſo weniger betragen, je größer das Object und je breiter der Schatten iſt. Allein auf beiden Seiten wächst BX — AX, und wenn dieſer Unterſchied einen Werth erhält, der der Länge einer halben Undulation gleich iſt, ſo ſind die Wellen im vollkommenen Gegenſatze, und daher werden dem mittlern hellen Streifen auf beiden Seiten abwechſelnd ein dunkler folgen, dieſem wieder ein heller u. ſ. w. fort.

728. Eine ſchöne Veränderung dieſes von Dr. Young angeſtellten Verſuchs ergiebt ſich aus einem von Grimaldi beſchriebenen Phänomen. Wird ein Schatten von einem Gegenſtand gebildet, der eine rechtwinkliche Begränzung hat, ſo giebt es außer den gewöhnlichen äußern Franzen zwei oder drei Abwechſelungen von Farben, die von der den Winkel halbirenden Linie anfangen, und innerhalb auf jeder Seite in Curven liegen, die gegen die Halbirungslinie convex ſind, und welche gegen dieſelbe convergiren, ſo wie ſie ſich vom Winkelpunkt entfernen. Dieſe Franzen entſtehen aus der vereinigten Wirkung alles Lichts, welche ſich von jeder Gränzlinie aus in den Schatten verbreiten und daſelbſt zuſammentreffen; daß dieß wirklich der Fall iſt, läßt ſich dadurch beweiſen, daß man eine Tafel in der Entfernung einiger Zolle vom Object aufſtellt, ſo daß man nur eine Kante des Schattens erhält, wo dann alle Franzen verſchwinden. Steht hingegen die Tafel ſo, daß man den Winkel des Schattens auffängt, ſo bleiben die Franzen unverändert. (Young, Experiments and Calculations relating to physical Optics. Philosophical Transactions 1803.)

729. Dieß ſind einige der merkwürdigſten Erſcheinungen, die innerhalb und außerhalb des Schattens ſchmaler Körper hervorgebracht werden. Wir wollen nun die Wirkung eines durch eine enge Oeffnung gehenden Strahls betrachten. Setzen wir z. B. eine Bleitafel, in welcher ſich eine kleine mit einer Nadel gemachte Oeffnung befindet, in den vom Sonnenbilde, das durch eine Linſe mit kurzer Brennweite hervorgebracht wird, ausgehenden Strahlenkegel, und in die Verlängerung der Linie, welche die Mittelpunkte der Oeffnung

Digitized by Google

und des Brennpunkts verbindet, ein Ocularglas, hinter welchem ſich das Auge befindet, ſo ſieht man das Bild der Oeffnung als einen glänzenden Fleck, der von ſehr lebhaften farbigen Ringen umgeben wird, die ſich zuſammenziehen und ausdehnen, und ſchöne Abwechſelungen der Farben geben, wenn die Entfernung der Oeffnung vom leuchtenden Punkt, oder vom Ocularglas geändert wird. Iſt die letztere Entfernung beträchtlich, ſo iſt der im Mittelpunkt ſich befindende Fleck weiß, und die Ringe folgen einander beinahe in der Ordnung der Farben dünner Blättchen. Betrug z. B. der Durchmeſſer der Oeffnung ungefähr 1/30 Zoll, ihre Entfernung vom leuchtenden Punkte 6 Fuß 6 Zoll, und ihre Entfernung vom Ocularglaſe 24 Zoll, ſo war die beobachtete Farbenreihe folgende:

Erſte Ordnung. Weiß, Blaßgelb, Gelb, Orange, mattes Roth.

Zweite Ordnung. Violett, Blau (breit und rein), weißlich, grünliches Gelb, ſchönes Gelb, Orangeroth, ſehr voll und glänzend.

Dritte Ordnung. Purpurroth, Dunkelblau, grünliches Blau, reines und glänzendes Grün, Gelbgrün, Roth.

Vierte Ordnung. Schönes Grün, aber etwas dunkel und bläulich, bläuliches Weiß, Roth.

Fünfte Ordnung. Mattes Grün, ſchwaches Blauweiß, Roth.

Sechste Ordnung. Sehr ſchwaches Grün, ſehr ſchwaches Roth.

Siebente Ordnung. Eine Spur von Grün und Roth.

730. Bringt man das Augenglas der Oeffnung näher, ſo zieht ſich der centrale weiße Fleck in einem Punkt zuſammen und verſchwindet, und die Ringe nähern ſich dem Mittelpunkt allmählich, ſo daß das Centrum nach und nach die ſchönſten und glänzendſten Farben annimmt. Zu gleicher Zeit erleiden die umgebenden Ringe große und plötzliche Aenderungen in ihren Farben. Folgende Farben fanden in einem Verſuche ſtatt, der vor einigen Jahren angeſtellt wurde (am 12. Juli 1819), indem die Entfernung zwiſchen dem Ocularglas und dem leuchtenden Punkt (a + b) conſtant blieb, und die Oeffnung dem erſtern näher gebracht wurde.

Digitized by Google

b =	Centraler Fleck.	Umgebende Ringe.
24,00	Weiß	Die Ringe wie im vorhergehenden Paragraph.
18,00	Weiß	Die beiden erſten Ringe verwirrt, das Roth der dritten und das Grün der vierten Ordnung glänzend.
13,50	Gelb	Die innern Ringe ſehr verwaſchen, das vierte und fünfte Grün, das dritte, vierte und fünfte Roth die reinſten Farben.
10,00	Sehr ſtarkes Orange	Alle Ringe ſehr verwaſchen.
9,25	Dunkel Orangeroth	Daſſelbe.
9,10	Glänzendes Blutroth	Daſſelbe.
8,75	Dunkles Carmoiſin	Daſſelbe.
8,36	Dunkles Purpurroth	Daſſelbe.
8,00	Dunkles Violett	Ein breiter gelber Ring.
7,75	Starkes Dunkelblau	Ein blaßgelber Ring.
7,00	Reines Dunkelblau	Ein ſchönes Gelb.
6,63	Himmelblau	Ein oranger Ring, der vom Centrum durch einen ſchmalen dunkeln Raum getrennt iſt.
6,00	Bläulich weiß	Orangeroth, dann ein breiter Raum Blaßgelb, nach welchem die Ringe kaum ſichtbar ſind.
5,85	Sehr blaſſes Blau	Ein carmoiſinrother Ring.
5,50	Grünliches Weiß	Purpurroth, jenſeits deſſen ſich Gelb befindet, das in Orange übergeht.
5,00	Gelb	Blau, Orange.
4,75	Orange Gelb	Glänzendes Blau, Orangeroth, Blaßgelb, Weiß.
4,50	Scharlach	Blaßgelb, Violett, Blaßgelb, Weiß.
4,00	Roth	Weiß, Dunkelblau, mattes Orange, Weiß.
3,85	Blau	Weiß, Gelb, Blau, mattes Roth.
3,50	Dunkles Blau	Orange, Hellblau, Violett, mattes Orange.

Digitized by Google

731. Die Reihe der Farben, welche der centrale Fleck zeigt, iſt deutlich, ſo weit ſie geht, die der zurückgeworfenen Ringe in den Farben dünner Blättchen. Die Farben der umgebenden Ringe ſind ſehr wunderlich, und ſcheinen keinem Geſetz unterworfen zu ſeyn. Sie hängen jedoch von ſehr verwickelten analytiſchen Ausdrücken ab, mit denen wir aber den Leſer verſchonen, und uns damit begnügen wollen, die Erklärung auseinanderzuſetzen, welche Fresnel von den Veränderungen der Farben des centralen Flecks in weißem Licht, ſo wie von der abwechſelnden Helligkeit und totalen Dunkelheit im homogenen Licht gegeben hat. Es ſeyen a und b die Entfernungen einer kleinen Oeffnung vom Halbmeſſer r vom leuchtenden Punkte, und einer Tafel, die hinter der Oeffnung ſenkrecht auf dem durch ſie hindurchgehenden Strahl ſteht. Betrachten wir dann einen unendlich ſchmalen Ring der Oeffnung, deſſen Radius z und die Breite dz iſt, ſo ſchickt dieſer Ring in den Mittelpunkt der Tafel Wellen, deren Intenſität der Fläche des Ringes $2\pi z\,dz$ proportional iſt, deren Phaſen der Undulationen aber wegen des Unterſchieds der Wege von dem des centralen Strahls verſchieden ſind. Nennt man nun f die Entfernung jedes Punktes im Ringe vom Mittelpunkte der Tafel, ſo iſt

$$ff = bb + zz,$$

und nennt man f′ die Entfernung deſſelben Punktes vom leuchtenden Punkte, ſo hat man ebenfalls

$$f'f' = aa + zz,$$

ſo daß der Unterſchied der Wege $(f + f') - (a + b)$ oder der Verzögerungsraum

$$= \frac{zz}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = \frac{zz\,(a + b)}{2ab}$$

wird. Der allgemeine Ausdruck §. 632 für die Amplitude der ganzen Welle, die auf den Mittelpunkt der Tafel in dieſem beſondern Falle fällt, iſt daher mit

$$X = \int 2\pi\, z\,dz\,.\sin 2\pi \left\{\frac{t}{T} - \frac{zz\,(a + b)}{2ab\lambda}\right\}$$

gleichgeltend, oder wenn man integrirt

$$X = \frac{ab\lambda}{a + b}\left\{\text{const.} + \cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{zz\,(a + b)}{2ab\lambda}\right)\right\}.$$

Digitized by Google

Dehnt man das Integral von $Z = o$ bis $z = r$ aus, ſo erhält man

$$X = \frac{ab\lambda}{a+b}\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{(a+b)rr}{2ab\lambda}\right) - \cos 2\pi\frac{t}{T}\right]$$

$$= \frac{ab\lambda}{a+b}\cdot\left\{\begin{array}{l}\sin\frac{\pi(a+b)rr}{ab\lambda}\cdot\sin 2\pi\frac{t}{T}\\ +\left(\cos\frac{\pi(a+b)rr}{ab\lambda} - 1\right)\cos 2\pi\frac{t}{T}\end{array}\right\}$$

Dieß drückt, wie wir ſchon früher in einem ähnlichen Falle bemerkt haben (§. 718), zwei partiale Wellen aus, die um den vierten Theil einer Undulation verſchieden ſind, und drückt man dieſelben wie in jenem Fall durch

$$X = X'.\cos\theta + X''.\sin\theta$$

aus, wo $\theta = \frac{t}{T}$ iſt, ſo finden wir für die Intenſität AA der ganzen Welle

$$AA = X'X' + X''X''$$
$$= 4.\left(\frac{ab\lambda}{a+b}\right)^2\left(\sin .\frac{\pi(a+b)rr}{2ab\lambda}\right)^2.$$

732. Um dieſen Ausdruck aber gebrauchen zu können, müſſen wir ihn mit der directen Erleuchtung des Mittelpunktes vergleichen, welche dann ſtattfinden würde, wenn die Oeffnung unendlich groß wäre. Auf dieſen Fall läßt ſich jedoch weder unſere Formel noch unſere Schlußfolge anwenden; denn ſetzen wir r unendlich, ſo hat dieſer Ausdruck keinen Sinn, und in unſern Schlüſſen haben wir die Abnahme der Intenſität der ſchiefen Wellen vernachläſſigt, oder φ (θ) in §. 632 als unveränderlich angeſehen, welches ſich in dieſem Fall ſehr weit von der Wahrheit entfernt. Wir müſſen daher zu einer andern Methode unſere Zuflucht nehmen. Nun hat Fresnel bewieſen (des beſchränkten Raums wegen müſſen wir dieſen Beweis als zugegeben annehmen), daß dieſe vollſtändige Erleuchtung ein Viertel von derjenigen beträgt, welche der Mittelpunkt der Tafel durch eine Oeffnung von einem ſolchen Halbmeſſer erhalten würde; daß der Unterſchied der Wege eines Strahls, der durch das Centrum geht, und eines andern, der am Rande gebeugt wird, genau einer halben Undulation gleich iſt, d. h. in welcher

$$\frac{rr(a+b)}{2ab} = \frac{\lambda}{2}$$

$$r = \sqrt{\frac{ab\lambda}{a+b}}$$

wird. Subſtituiren wir dieß für r in der obigen Formel, und ſetzen C für die ganze Erleuchtung, ſo erhalten wir nach demſelben Maße

$$C = \left(\frac{ab\lambda}{a+b}\right)^2 \sin\frac{\pi^2}{2} = \left(\frac{ab\lambda}{a+b}\right)^2$$

und daher auch

$$AA = 4C\left(\sin\frac{\pi(a+b)rr}{2ab\lambda}\right)^2.$$

733. In dieſem Ausdruck ſind r, a, b von λ unabhängig, und daher iſt der Werth von A A von der Form $4C.\sin\left(2\pi.\frac{\beta}{\lambda}\right)^2$, wo $\beta = \frac{a+b}{4ab}rr$. Nehmen wir daher an, daß Licht von allen Farben vom leuchtenden Punkt ausgeht, ſo wird die zuſammengeſetzte Farbe im Mittelpunkt der Tafel durch

$$S\left\{4C.\left(\sin 2\pi\frac{\beta}{\lambda}\right)^2\right\}$$

ausgedrückt, und ſie iſt daher nach §. 673 dieſelbe, als diejenige, welche von einer Luftſchicht von der Dicke

$$\beta = \frac{a+b}{4ab}rr$$

zurückgeworfen wird, welches zunimmt, ſobald b abnimmt, während a+b conſtant bleibt. Auf dieſe Art ſehen wir den Urſprung der Farbenfolge des in der Mitte befindlichen Flecks in der erwähnten Tabelle, welches um ſo befriedigender iſt, da dieſer Verſuch ganz ohne Beziehung auf dieſe ſchöne Anwendung von Fresnels allgemeinen Grundſätzen gemacht wurde, wovon das Verdienſt Poiſſon zuzuſchreiben iſt. *)

734. Ein anderes merkwürdiges Reſultat von Poiſſons Unterſuchungen beſteht darin, daß der Mittelpunkt des Schattens einer

*) Die Uebereinſtimmung bei den höhern Ordnungen der Farben war jedoch in unſern Verſuchen weniger vollſtändig, vorzüglich in Hinſicht auf das Grün der dritten Ordnung, welches in einigen Fällen völlig mangelte.

Digitized by Google

ſehr kleinen kreisförmigen dunkeln Scheibe, welche dem von einem Punkt ausgehenden Licht ausgeſetzt wird, genau ſo ſtark von den gebeugten Wellen, als vom directen Licht erleuchtet wird. Wir haben hier keinen Platz für den Beweis dieſes ſonderbaren Lehrſatzes. Der Verſuch iſt von Arago mit dem größten Erfolg vermittelſt einer kleinen auf reines Glas gekitteten Metallſcheibe angeſtellt worden.

735. Geht das Licht durch zwei gleiche Oeffnungen, die einander ſehr nahe liegen, ſo bilden ſich die Ringe wie bei einer einzigen; allein außerdem entſteht eine Reihe ſchmaler grader paralleler Franzen, die den Raum zwiſchen ihren Mittelpunkten halbirt, und ſenkrecht auf der ihre Mittelpunkte verbindenden Linie ſteht. Sind die Oeffnungen ungleich, ſo nehmen dieſe Franzen die Geſtalt von Hyperbeln an, in deren gemeinſchaftlichem Brennpunkt ſich die Oeffnung befindet. Außer dieſen finden ſich noch zwei Reihen paralleler gradliniger Franzen, die in Form eines Andreaskreuzes aus dem Mittelpunkte unter gleichen Winkeln mit den erſten ausgehen. Man ſehe Fig. 147 und 148. Sind die Oeffnungen zahlreich, und ändert man ihre Geſtalt, ſo findet eine außerordentliche Mannichfaltigkeit und Schönheit in den Erſcheinungen ſtatt; hierüber wird ſogleich mehr geſagt werden.

736. Fresnel hat gezeigt, daß wenn das Licht von einem einzelnen leuchtenden Punkte auf zwei ebenen Spiegeln, die ſehr wenig gegen einander geneigt ſind, aufgefangen wird, ſo daß ſie zwei faſt auf einander fallende Bilder hervorbringen, ſo ſieht man, indem dieſelben mit einem Vergrößerungsglaſe betrachtet werden, eine Reihe von Franzen, die auf der Linie, welche ſie verbindet, ſenkrecht ſtehen. Dieſe ſind, wie man leicht ſieht, denjenigen analog, die durch die beiden Oeffnungen in dem vorigen Verſuch hervorgebracht werden. Der Verſuch muß äußerſt fein angeſtellt werden; denn wenn die Oberflächen der Spiegel an dem Punkte, wo ſie ſich treffen, nur wenig von einander abweichen, ſo daß die Differenz zwiſchen den beiden Wegen der Lichtſtrahlen nur einige Undulationen übertrifft, ſo ſieht man keine Franzen. Der Verſuch hat aber an ſich viel Werth, da er deutlich beweiſt, daß die Ränder der Oeffnungen in dem vorhergehenden Verſuch nichts mit der Erzeugung der Franzen zu thun haben, da die Strahlen in dieſem Fall, nachdem ſie den leuchtenden Punkt verlaſſen haben, bloß ihrer eignen Wirkungskraft unterworfen ſind. Eine ähnliche Reihe von Franzen wird hervor-

Digitized by Google

gebracht, wenn wir ſtatt zweier Spiegel ein Glas nehmen, das auf der einen Seite eben und auf der andern aus zwei unter einem ſehr ſtumpfen Winkel gegen einander geneigten Flächen beſteht, wie Fig. 149. Bringt man dieſes Glas zwiſchen das Ocular E und den leuchtenden Punkt S, ſo entſtehen zwei Bilder deſſelben, und die Interferenz der Strahlen ES, ES′ aus dieſen Bildern bringt dieſe Franzen hervor.

737. Da die Erzeugung der Franzen und ihrer Lage rückſichtlich der Bilder des leuchtenden Punkts von dem Unterſchiede der Wege der zuſammentreffenden Strahlen entſteht, ſo iſt einleuchtend, daß wenn wir ohne Veränderung ihrer Wege die Geſchwindigkeit des einen ändern, dieſelbe Wirkung ſich äußern muß. Die Geſchwindigkeit des Strahls ändert ſich durch die Aenderung des Mittels, in welchem er ſich bewegt. Bei dem Undulationsſyſtem iſt die Geſchwindigkeit des Strahls in einem dünnern Mittel größer als in einem dichtern. Bringen wir daher in den Weg des einen Strahls ein durchſichtiges Mittel, das dichter als Luft iſt (rechtwinklich gegen den Weg des Strahls), ſo vergrößern wir ſeinen Verzögerungsraum, oder bringen dieſelbe Wirkung hervor, als ob wir ſeinen Weg verlängert hätten. Bringt man daher eine dicke Platte eines dichten Mittels, z. B. Glas, in den Weg eines Strahls, welcher ſichtbare Strahlen bildet, ſo verſchwinden dieſelben, weil der Verzögerungsraum auf dieſe Art plötzlich einer großen Menge von Undulationen gleich wird, während die Erzeugung der Franzen verlangt, daß der Unterſchied der Wege nur klein ſey. Wird jedoch nur ein ſehr dünnes Blättchen dazwiſchengebracht, ſo bleiben ſie ſichtbar, ändern aber ihre Lage. Es ſeyen z. B. Fig. 150 SA, SB Strahlen, die durch die kleinen Oeffnungen A, B vom leuchtenden Punkt S ausgehen, und auf der Tafel DCE aufgefangen werden, wo ſie eine Reihe Franzen bilden werden, von denen die mittelſte C weiß iſt. Es ſeyen D und E die daran liegenden dunkeln Streifen, und man bringe ein dünnes Glas oder Glimmerblättchen G in den einen Strahl SA, wo die Dicke ſo beſchaffen ſeyn muß, daß der Strahl genau um eine halbe Undulation verzögert wird. Dann werden die Strahlen AE, BE, die vorher im vollkommenen Gegenſatz waren, mit einander in Uebereinſtimmung ſeyn, und es entſteht in E ſtatt einer dunklen eine helle Franze. Der Strahl AC hingegen wird um eine halbe Undulation hinter BC zurückſtehen, ſo

Digitized by Google

ſo daß in C eine dunkle Franze entſteht, und ſo fort. Mit andern Worten, das ganze Syſtem erzeugt ſich wie vorher, iſt aber von ſeinem Orte fortgerückt, ſo daß ſeine Mitte in E ſtatt in C liegt, d. h. es hat ſich von der Seite weg bewegt, auf welcher das dichtere Mittel eingeſetzt wurde. Es iſt einleuchtend, daß wenn das Blättchen dicker iſt, daſſelbe in größerm Maße ſtattfinden muß.

738. Um den Verſuch anzuſtellen, muß man jedoch bedenken, daß die Brechungskraft des Glaſes, oder überhaupt jedes andern Mittels, die Gasarten ausgenommen, ſo groß iſt, daß jedes Blättchen deſſelben im Stande ſeyn würde, die Franzen ſo zu verrücken, daß wir ſie ganz aus dem Geſicht verlieren. Allein die Sache wird thunlich, wenn wir ſtatt eines Blättchens, das über eine Oeffnung gedeckt wird, zwei G und g nehmen, die faſt gleiche Dicke beſitzen (indem wir zwei Bruchſtücke eines und deſſelben polirten Glaſes anwenden), und über jede Oeffnung eins legen; oder man kann auch die Länge des Weges des Strahls in dem einen Blättchen ſo lange durch eine kleine Neigung deſſelben ändern, bis man die verlangten Gränzen erhält. Hat man dieß gethan, ſo iſt die Wirkung völlig die beſchriebene, die Franzen ändern ihren Ort von den dickern Blättchen weg, ohne ſonſt eine andere Veränderung zu erleiden. Dieſer ſchöne Verſuch giebt einen kräftigen indirecten Beweis zu Gunſten des Undulationsſyſtems und gegen das Emanationsſyſtem, weil derſelbe beweist, daß die Lichtſtrahlen bei ihrem Durchgange durch dichtere Mittel verzögert werden, wie es das Undulationsſyſtem verlangt. Dieß iſt aber den aus der Emanationstheorie abgeleiteten Folgerungen zuwider.

739. Arago und Fresnel haben dieſe Eigenſchaft benutzt, um die relativen Brechungskräfte verſchiedener Gasarten, oder einer und derſelben Gasart, bei verſchiedenen Zuſtänden der Temperatur, des Drucks, der Feuchtigkeit u. ſ. w. zu meſſen. Es iſt bekannt, daß wenn irgend ein beträchtlicher Theil des Weges des einen der zuſammentreffenden Strahlen durch eine an beiden Enden mit Glasplatten verſchloſſene Röhre, und der des andern bloß durch zwei Glasplatten von derſelben Dicke geführt iſt, ſo bilden ſich die Franzen wie gewöhnlich. Wird aber die Röhre ausgeleert, oder erwärmt oder abgekühlt, oder mit Gas von verſchiedener Brechungskraft gefüllt, ſo findet eine Verrückung der Franzen ſtatt, welche (wenn die Franzen im Brennpunkt eines Mikrometers aufgefangen werden) mit der

größten Genauigkeit gemeſſen werden kann. Kennt man die Größe der Verrückung rückſichtlich der Breite der Franzen, ſo kennt man zugleich die von dem einen Strahl gewonnene oder verlorene Anzahl von Undulationen, und da man die innere Länge der Röhre weiß, ſo haben wir das Verhältniß der Brechungskraft des in derſelben enthaltenen Mittels zu der der Luft. Dieſe Beſtimmungsart iſt deßwegen merkwürdig, weil ſie der Genauigkeit der Beobachtungen gar keine Gränzen ſetzt, da Röhren von beliebiger Länge, und Mikrometer von der größten Feinheit dabei angewendet werden können.

740. Die Erſcheinungen der Beugung des Lichts, ſo wie diejenigen, die von der gegenſeitigen Interferenz verſchiedener ſehr dünner Strahlen entſtehen, welche von einerlei Urſprung ausgehen, ſind von Fraunhofer mit großer Sorgfalt und außerordentlicher Genauigkeit vermittelſt eines von ihm ſelbſt erfundenen und verfertigten Apparats gemeſſen worden.

Dieſer Apparat beſteht in einem zwölfzölligen Repetitionskreiſe, deſſen Ableſung 4″ giebt, und welcher an ſeinem Horizontalkreiſe eine ebene kreisförmige Scheibe von ſechs Zoll Durchmeſſer trägt, deren Axe genau mit der des Theodoliten zuſammenfällt, und ihre eigene beſondere Theilung, unabhängig von der des Theodoliten beſitzt. Im Mittelpunkt dieſer Scheibe ſteht eine Metalltafel vertical, in welcher ſich eine oder mehrere ſchmale rechtwinkliche vertical ſtehende Oeffnungen befinden, und die ſo befeſtigt iſt, daß die Mitte der Oeffnung oder des Syſtems von Oeffnungen genau mit der Axe des Inſtruments zuſammenfällt. Am großen Kreiſe des Theodoliten befindet ſich horizontal ein Fernrohr, deſſen Objectivglas drei und einen halben Zoll vom Mittelpunkt entfernt, und deſſen Axe genau nach dem Mittelpunkt parallel mit der Ebene des Limbus gerichtet iſt. Es enthält ein feines Mikrometer, deſſen parallele Fäden genau ſenkrecht ſtehen. Nachdem dieſes Inſtrument auf einer ſteinernen Unterlage feſt geſtellt war, wurde vermittelſt eines Helioſtaten, durch eine enge verticale Oeffnung von $\frac{1}{100}$ Zoll Breite und 463½ Zoll Entfernung vom Mittelpunkt des Theodoliten, ein Sonnenſtrahl geworfen, ſo daß er auf die Tafel fiel, und nachdem er durch ihre Oeffnungen gegangen war, vom Fernrohr aufgefangen wurde. Es iſt einleuchtend, daß man durch das Ocular die Franzen ſehen kann, da ſie in ſeinem

Digitized by Google

Brennpunkt gebildet werden. Die Vergrößerung des von Fraunhofer angewandten Fernrohrs war dreißig- bis funfzigfach.

741. Fraunhofer unterſuchte zuerſt die Beugung des Lichts durch eine einzige Oeffnung, deren Breite er vorher mit einem mikroſkopiſchen Mikrometer auf das genaueſte beſtimmte, ſo daß die Meſſung keinem Fehler von $\frac{1}{50000}$ Zoll unterworfen war. Nachdem dieſe Oeffnung genau vor das Objectivglas des Fernrohrs gebracht war, deſſen Axe die Richtung nach dem Helioſtat hin hatte, entſtand ein Bild in deſſen Brennpunkt, welches an der Seite von Franzen begleitet war, die durch die Vergrößerung des Fernrohrs als ſchöne und breite priſmatiſche Farbenbilder erſchienen. Die Entfernungen der rothen Enden dieſer Farbenbilder von der Mitte oder dem centralen weißen Bilde wurden dann genau durch ein Mikrometer gemeſſen. Die Reſultate einer großen Menge von Verſuchen, die mit Oeffnungen von $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{1000}$ Zoll Breite angeſtellt wurden, ſtimmten äußerſt genau unter einander und mit folgenden Geſetzen:

1. Die Ablenkungswinkel der gebeugten Strahlen, die ähnliche Punkte in den Syſtemen von Franzen bilden, die durch verſchiedene Oeffnungen hervorgebracht werden, verhalten ſich umgekehrt wie die Breite der Oeffnungen.

2. Die Entfernungen der ähnlichen Strahlen (z. B. des äußerſten Roths) von der Mitte der verſchiedenen Farbenbilder bilden in jedem Fall eine arithmetiſche Progreſſion, deren Differenz dem erſten Gliede gleich iſt.

3. Nennt man γ die Breite der Oeffnung in Theilen eines Pariſer Zolles, die Winkelentfernungen in Theilen eines Kreisbogens, deſſen Halbmeſſer die Einheit iſt, der äußerſten rothen Strahlen in jeder Franze von der mittlern Linie L', L'', L''' u. ſ. w., ſo hat man $L' = \frac{L}{\gamma}$, $L'' = \frac{2L}{\gamma}$, $L''' = \frac{3L}{\gamma}$ u. ſ. w., wo $L = 0{,}0000211$, und ein ähnliches Geſetz findet für alle andern gefärbten Strahlen ſtatt, wenn man nur L verſchiedene Werthe beilegt.

Digitized by Google

742. Dieß ſtimmt genau mit dem Reſultat eines Verſuchs überein, den Newton im dritten Buch ſeiner Optik beſchreibt. Er ſchliff die Schneiden zweier Meſſer ganz grade, und ſtellte ſie einander ſo gegen über, daß ſie an dem einen Ende in Berührung, an dem andern aber etwas Weniges von einander abſtanden, indem der von ihnen eingeſchloſſene Winkel 1° 54′ betrug. Sie bildeten hierdurch eine Oeffnung, deren Breite am Durchſchnittspunkte Null war, und in vier Zoll Entfernung von demſelben ungefähr ⅛ Zoll betrug. Indem er dieſe Vorrichtung in einen Sonnenſtrahl ſtellte, der aus einer ſehr kleinen funfzehn Fuß entfernten Oeffnung ausfloß, fing er den Schatten auf einer weißen Tafel auf, und fand, daß wenn man denſelben ſehr nahe an den Meſſern auffing (in der Entfernung von einem halben Zoll), ſo waren die äußerſten Franzen dem Schatten ohne merkliche Ausdehnung parallel, bis ſie einander, ohne ſich zu durchkreuzen, unter einem Winkel trafen, der dem der Meſſerklingen gleich war. Wurden aber die Schatten in großer Entfernung von den Meſſern aufgefangen, ſo hatten ſie die Geſtalt von Hyperbeln, deren eine Aſymptote die Meſſerklinge ausmachte, und die andere durch eine Linie gebildet wurde, die auf der den Winkel der Meſſerklingen halbirenden ſenkrecht ſtand. Jede Franze wurde deutlicher und vom angränzenden Schatten mehr unterſchieden, ſo wie ſie ſich dem Winkel näherte. Dieſe Hyperbeln durchkreuzten einander, ohne ſich aufzuheben, wie Fig. 151. Newton fand jedoch, daß ihre Durchſchnittspunkte ſich nicht in einer conſtanten Entfernung von dem zwiſchen den Projectionen der Meſſer enthaltenen Winkel befanden, ſondern ihre Lage mit der Entfernung des Schattens vom Meſſer änderten, und er ſagt: „Ich ſchließe hieraus, daß das Licht, welches die Franzen auf dem Papier bildet, nicht daſſelbe in allen Entfernungen von dem Meſſer iſt, ſondern wenn das Papier ſehr nahe an die Meſſer gehalten wird, ſo entſtehen die Franzen aus dem Licht, welches in einer geringern Entfernung an ihren Schneiden vorübergeht, und es wird ſtärker gebeugt, als wenn das Papier in einer größern Entfernung von den Meſſern gehalten wird." Newton ließ jedoch dieſe ſchönen Unterſuchungen unbeendigt liegen, indem er ſagt, daß er bei denſelben unterbrochen worden wäre, und keine Luſt hätte ſie wieder aufzunehmen, wahrſcheinlich des Verdruſſes wegen, den ihm mehrere Gegner ſeiner optiſchen Entdeckungen verurſachten.

Digitized by Google

Solcher unverdienten Behandlungen ſtellt uns leider die Geſchichte der Wiſſenſchaften nur zu viele auf.

743. Die oben von Fraunhofer angegebenen Reſultate fanden dann ſtatt, wenn die Ränder der Oeffnung beide in einer Ebene ſenkrecht auf den einfallenden Strahlen lagen; allein wenn eine breitere Oeffnung dadurch verkleinert wurde, daß man ihre Ebene gegen den einfallenden Strahl neigte, oder wenn man den einfallenden Strahl durch zwei dunkle Ränder in verſchiedenen Entfernungen vom Fernrohr begränzte, ſo fanden ſehr verſchiedene Erſcheinungen ſtatt. Um dieſen Verſuch anzuſtellen, wurden zwei Metallplatten aufrecht auf der Horizontalplatte des Theodoliten befeſtigt, ſo daß ihre Kanten genau aufrecht ſtanden. Indem man nun die Platte um ihre Axe drehte, konnte man den Durchgang für das Licht nach Belieben vergrößern und verkleinern. Die Erſcheinungen waren dann folgende. War die Oeffnung beträchtlich, z. B. 0,02, oder 0,04 Zoll, ſo waren die Franzen denjenigen genau ähnlich, welche dann entſtanden, wenn die Kanten vom Objectivglas gleichen Abſtand hatten; allein ſo wie ſich die Oeffnung verminderte, ſo hörten ſie auf an beiden Seiten der Mittellinie ſymmetriſch zu ſeyn, indem ſie an der Seite, welche dem Fernrohr am nächſten lag, breiter wurden, während die andern keine merkliche Veränderung erlitten. So wie ſich die Oeffnung zuſammenzieht, wird die Ungleichheit größer, bis endlich die ausgedehnten Franzen zu verſchwinden anfangen, die äußerſte zuerſt, welches dadurch geſchieht, daß ſie plötzlich eine außerordentliche Größe erhalten, ſo daß ſie das ganze Feld des Fernrohrs ausfüllen, und ſich gleichſam verlieren. Während dieſe ſo verſchwinden, bleiben die Franzen auf der andern Seite ganz ungeändert, bis die letzte verſchwunden iſt, worauf ſie plötzlich alle unſichtbar werden. Dieß geſchieht in dem Augenblick, in welchem die Oeffnung ſich ſchließt, indem die beiden Kanten ſich gegenſeitig bedecken.

744. Beſtanden die Oeffnungen vor dem Objectivglas, ſo wie die des Helioſtaten, ſtatt aus einer graden Linie, aus kleinen Kreiſen, ſo wurden die Erſcheinungen der Ringe beobachtet, und ihre Durchmeſſer konnten genau mit dem Mikrometer gemeſſen werden. Die Reſultate dieſer Meſſungen leiteten Fraunhofer zu folgenden Geſetzen. Erſtens, daß für Oeffnungen von verſchiedenen Durchmeſſern die Durchmeſſer der Ringe denen der Oeffnungen umgekehrt proportional ſind; zweitens, daß die Entfernungen der äußerſten rothen

Digitized by Google

Strahlen (oder aller andern Strahlen von beſtimmter Brechbarkeit) vom Mittelpunkte in den verſchiedenen Ringen eines und deſſelben Syſtems eine arithmetiſche Progreſſion bilden, deren erſtes Glied etwas größer als die Differenz iſt. Nennt man γ den Durchmeſſer der Oeffnung, und ſetzt man $L = \frac{0{,}0000214}{\gamma}$, $l = \frac{0{,}0000257}{\gamma}$, ſo fand er $L' = l$, $L'' = l + L$, $L''' = l + 2L$ u. ſ. w., wo L', L'' u. ſ. w. die ſcheinbaren Halbmeſſer der verſchiedenen Ringe ausdrücken. Die nahe Uebereinſtimmung des Werthes von L in dieſem Falle mit dem bei einer linearen Oeffnung, ſo wie die kleine, aber entſchiedene Differenz der Werthe des erſten Gliedes der Progreſſion in beiden Fällen iſt ſehr merkwürdig.

745. War die Oeffnung ein ſehr ſchmaler kreisförmiger Ring, z. B. mit einer Stahlſpitze auf ein Stück vergoldetes Glas gezogen, ſo war das Bild ein kreisförmiger Fleck, der auf ähnliche Art von gefärbten Ringen umgeben war, deren Durchmeſſer aber keinesweges von dem Durchmeſſer des Ringes, ſondern bloß von ſeiner Breite abhingen, indem dieſelben mit den Breiten der Franzen übereinſtimmten, die durch eine lineare Oeffnung von gleicher Breite mit dem Ringe hervorgebracht werden, wie man es auch leicht erwarten konnte.

746. Die merkwürdigſten Theile von Fraunhofer's Unterſuchungen ſind aber diejenigen, welche ſich auf die Interferenz derjenigen Strahlen beziehen, die durch eine große Menge kleiner Oeffnungen gehen. Sind dieſe Oeffnungen genau gleich und in gleichen Abſtänden von einander, ſo zeigen ſich Erſcheinungen, die von denen, welche bei einer einzelnen Oeffnung entſtehen, ganz verſchieden ſind. Bei ſeinen erſten Verſuchen machte er ein Drathgitter, wo der Durchmeſſer des Drathes 0,002021 Pariſer Zoll, und der Abſtand derſelben 0,003862 Pariſer Zoll betrug, und das Gitter aus 260 ſolchen Dräthen beſtand. Wurde dieſer Apparat vertical vor das Objectivglas ſeines Fernrohrs geſetzt, und von einer ſchmalen Linie von 0,01 Zoll Breite erleuchtet, die ebenfalls genau vertical war und die Oeffnung des Helioſtaten bildete, ſo war das im Fernrohr geſehene Bild farblos gut begränzt, und genau ſo wie es ohne das Dazwiſchentreten des Gitters geweſen wäre; es nahm die Mitte des Geſichtsfeldes ein, und war nur etwas weniger glänzend. Auf jeder Seite befand ſich ein völlig dunkler Raum, nach welchem eine Reihe

Digitized by Google

prismatiſcher Farbenbilder folgte, die er Farbenbilder der zweiten Claſſe nannte, und die nicht aus in einander übergehenden Farben beſtanden, wie bei den farbigen Ringen, ſondern aus völlig homogenen Farben, ſo daß man die gewöhnlichen ſchwarzen Linien die bei jedem von der Sonne hervorgebrachten Farbenbilde vorkommen, darin bemerkte. Bei dieſer Anordnung iſt das erſte oder nächſte Farbenbild vollkommen iſolirt, indem der Raum zwiſchen demſelben und dem centralen Bilde, ſo wie zwiſchen demſelben und dem zweiten Farbenbilde völlig dunkel iſt. Das violette Ende liegt nach Innen, das rothe nach Außen, aber das violette Ende des dritten Farbenbildes liegt auf dem rothen Ende des zweiten, ſo daß ſtatt eines dunkeln Zwiſchenraumes ein purpurrother entſteht; ſo wie wir uns weiter von der Mitte entfernen, vermiſchen ſich die Farbenbilder immer mehr, allein man kann durch Hülfe eines Prisma, welches die auf einander fallenden wieder trennt, leicht auf jeder Seite dreizehn derſelben zählen.

747. Die Meſſung der Entfernungen der ähnlichen Punkte in verſchiedenen Farbenbildern läßt ſich vermittelſt der dunkeln Linien in denſelben mit der größten Genauigkeit ausführen. Eine merkwürdige Eigenheit dieſer Farbenbilder muß jedoch hier bemerkt werden, nämlich, daß obgleich die dunkeln Linien genau dieſelbe Stelle in der Ordnung der Farben haben, oder mit andern Worten, genau demſelben Grad der Brechbarkeit entſprechen, wie bei den prismatiſchen Farbenbildern, ſo iſt doch das Verhältniß ihrer Zwiſchenräume, oder die Breite der farbigen Räume in beiden Fällen ganz verſchieden. So iſt z. B. in dem durch Beugung entſtandenen Farbenbilde der Raum zwiſchen C und D (Fig. 94) beinahe doppelt ſo groß, als der zwiſchen G und H enthaltene iſt, während in einem Prisma von Flintglas, deſſen brechender Winkel 27° beträgt, das Verhältniß umgekehrt iſt, und bei einem Waſſerprisma von demſelben Winkel ſich $CD : GH = 2 : 3$ verhält.

748. Bei den durch eine einzelne Oeffnung entſtandenen Franzen hängt die Entfernung derſelben von der Axe, wie wir geſehen haben, bloß von der Breite der Oeffnung ab, indem ſie der Breite umgekehrt proportional iſt. Bei den Farbenbildern hingegen, die durch eine große Menge von Oeffnungen entſtehen, hängt die Entfernung vom centralen Bilde weder von der Breite der Oeffnungen noch von den Zwiſchenräumen derſelben, ſondern von der Summe

Digitized by Google

derſelben ab, d. h. von der Entfernung der Mittelpunkte der auf einander folgenden Oeffnungen, oder in dem vor uns liegenden Fall, von den Entfernungen zwiſchen den Axen der Dräthe. Vermittelſt einer Reihe von Beobachtungen, die Fraunhofer mit der größten Genauigkeit bei verſchiedenen Gittern anſtellte, fand derſelbe folgende Geſetze und numeriſche Werthe:

749. 1) Nennen wir die Breite jedes Zwiſchenraums, wodurch das Licht geht, γ, und die Breite des dunkeln Zwiſchenraums δ, ſo verhält ſich die Größe der Farbenbilder von derſelben Ordnung und die Entfernung ähnlicher Punkte derſelben von der Axe umgekehrt wie die Summe $\gamma + \delta$.

750. 2) Die Entfernungen der ähnlichen Punkte (d. h. der ähnlichen Farben, oder ähnlicher feſter Linien) in den verſchiedenen von einem und demſelben Gitter gebildeten Farbenbildern von der Axe bilden eine arithmetiſche Progreſſion, deren Differenz ihrem erſten Gliede gleich iſt.

751. 3) Für die verſchiedenen Brechbarkeiten die den feſten Linien B, C, D, E u. ſ. w. entſprechen, wird das erſte Glied dieſer Progreſſion numeriſch durch folgende Brüche ausgedrückt, welche das Verhältniß der Länge des Bogens, oder ſeines Sinus zu dem als Einheit angenommenen Halbmeſſer angeben:

$$B = \frac{0{,}00002541}{\gamma + \delta}$$

$$C = \frac{0{,}00002422}{\gamma + \delta}$$

$$D = \frac{0{,}00002175}{\gamma + \delta}$$

$$E = \frac{0{,}00001945}{\gamma + \delta}$$

$$F = \frac{0{,}00001794}{\gamma + \delta}$$

$$G = \frac{0{,}00001587}{\gamma + \delta}$$

$$H = \frac{0{,}00001464}{\gamma + \delta}$$

u. ſ. w. u. ſ. w.

752. Dieſe Reſultate wurden jedoch alle von ſo groben Drathgittern abgeleitet, daß wir die Beugungswinkel ihrem Sinus pro-

Digitized by Google

portional annehmen konnten; allein wendet man ſehr feine Gitter an, ſo werden die Farbenbilder in großer Entfernung von der Axe hervorgebracht, und man muß dann, wie ſowohl die Analogie bei ähnlichen Fällen, ſo wie auch die Theorie zeigt, ſtatt der Bogen ihre Sinus nehmen, ſo daß ſtatt B, C, D u. ſ. w. sin B, sin C, sin D u. ſ. w. angewendet werden müſſen. Fraunhofer fand durch Verſuche, daß dieß wirklich ſtattfindet. Die Verfertigung der Gitter zu dieſem Zweck war jedoch keine leichte Sache. Die von ihm angewandten gitterartigen Vorrichtungen beſtanden in nichts Anderm als in einem Syſtem von parallelen äquidiſtanten Linien, die auf einer mit einem Goldblättchen oder einem dünnen Ueberzug von Talg bedeckten Glasplatte gezogen waren. Bei der erſten Methode fand er, daß man tauſend ſolcher Linien auf einen Zoll bringen konnte, allein bei einer größern Menge wurde der ganze Goldüberzug abgekratzt. Wurde die Oberfläche mit einem ſo dünnen Ueberzug von Talg bedeckt, daß derſelbe dem bloßen Auge faſt unſichtbar war (obgleich die Zwiſchenräume in dieſem Fall durchſichtig waren), ſo entſtand bei den optiſchen Erſcheinungen keine Veränderung, in ſo fern man bloß die Farbenbilder berückſichtigt, allein die Helligkeit des mittlern Bilds wurde größer. Er erhielt hierdurch ein Syſtem von Linien, deren gegenſeitige Entfernung nur halb ſo groß war als die bei dem mit Gold bedeckten Glaſe, allein weiter konnte er hierbei die Annäherung nicht treiben. Da dieß aber noch lange nicht ſeinen Wünſchen entſprach, ſo zog er auf die Oberfläche des Glaſes ſelbſt mit einer Diamantſpitze die Linien, und auf dieſe Art konnte er die Linien ziehen, die ſelbſt durch das ſtärkſte Mikroſkop nicht ſichtbar waren, und von denen 30000 auf einen Zoll gingen. Wenn jedoch die Linien einander ſo außerordentlich nahe liegen, ſo iſt die Genauigkeit der Inſtrumente nicht groß genug, daß wir von ihrer vollkommenen Aequidiſtanz verſichert ſeyn können, die doch eine weſentliche Bedingung iſt, die Farbenbilder hervorzubringen, und er fand es unmöglich, ſie mit der gehörigen Genauigkeit näher als 0,0001223 zu bringen (ungefähr 8200 auf einen Zoll), und bedenkt man, daß eine oft vorkommende Abweichung, die hiervon nur den hundertſten Theil ausmacht, im Stande iſt die Farbenbilder aufzuheben, und daß um dieſelben mit der gehörigen Helligkeit hervorzubringen, einige Hundert, ja ſogar Tauſende gezogen werden müſſen, ſo kann man ſich leicht einen Begriff von den Schwierigkeiten

Digitized by Google

machen, mit denen er bei Unterſuchungen von dieſer Art zu kämpfen hatte. Rückſichtlich des Details hierüber und der Methoden die er anwandte, um ſie zu zählen und ihre Entfernung zu meſſen, müſſen wir auf das Original verweiſen. (Denkſchriften der Münchner Akademie der Wiſſenſchaften, vorgeleſen am 14 Junius 1823.)

753. Bei dieſen Unterſuchungen bemerkte Fraunhofer eine ſonderbare und belehrende Eigenheit bei einem der gegrabenen Glasgitter, welches ihm die Farbenbilder auf der einen Seite viel heller als auf der andern gab, obgleich beide gleichweit von der Axe entfernt waren. Indem er dieß der Geſtalt der Vertiefungen zuſchrieb, die auf der einen Seite etwas ſchärfer ſeyn konnten als auf der andern, verſuchte er eine ähnliche Structur bei einem Talgüberzuge hervorzubringen, indem er abſichtlich den Grabſtichel ſchief anlegte, und der Erfolg entſprach ſeiner Erwartung.

754. Fällt der Strahl von der Oeffnung im Helioſtat ſchief auf das Gitter, ſo könnte man glauben, daß die Erſcheinung dieſelbe ſeyn würde, als ob man ein engeres Gitter anwendete, deſſen Zwiſchenräume im Verhältniß des Coſinus des Einfallswinkels zum Halbmeſſer kleiner ſind. Allein die Analogie mit den nicht ſymmetriſchen Franzen, die durch eine einzige Oeffnung hervorgebracht werden, deren Seiten in einer gegen den einfallenden Strahl geneigten Ebene liegen, kann uns verleiten, ein verſchiedenes Reſultat zu erwarten, und der Verſuch beſtätigt dieß. So fand Fraunhofer, daß wenn er das Gitter, deſſen Zwiſchenräume $\gamma + \delta = 0{,}0001223$ Zoll betrugen, ſo neigte, daß der Einfallswinkel $= 55°$ war, ſo betrug die Entfernung der erſten feſten Linie D von der Axe 15° 6′, während ſie auf der andern Seite nicht weniger als 30° 33′ oder das Doppelte ausmachte.

755. Die von Fraunhofer aus den oben erwähnten Verſuchen hergeleiteten Thatſachen ſind gewiß ſehr merkwürdig. Der intereſſanteſte und merkwürdigſte Punkt betrifft die vollkommene Homogeneität der Farben in den Farbenbildern, welche einen Sprung in der Continuität des Geſetzes der Intenſität jedes beſondern gefärbten Strahls im gebeugten Strahlenbüſchel anzeigt. Denn es iſt einleuchtend, daß wenn man irgend eine Brechbarkeit wählt (z. B. die, welche der feſten Linie C entſpricht), ſo muß der Ausdruck ihrer Intenſität als Function des Abſtandes von der Axe ſo beſchaffen ſeyn, daß er für jeden Werth dieſer Entfernung verſchwindet,

Digitized by Google

ausgenommen für eine gewiſſe Reihe von Werthen, die in geometriſcher Progreſſion ſtehen, d. h. er muß eine discontinuirliche Function ſeyn, ſo daß die krumme Linie, welche dieſen Werth vorſtellt, wo die Abſciſſe den Abſtand von der Axe bedeutet, bloß eine Reihe von Punkten ſeyn wird, oder wenigſtens eine ſolche Curve ſeyn muß, wie Fig. 151 dargeſtellt iſt, wo einige ſehr kleine Theile, die gleichweit von einander abſtehen, eine beträchtliche Entfernung von der Axe haben, während alle übrigen Theile ſo nahe an der Axe liegen, daß ſie als mit derſelben zuſammenfallend betrachtet werden können. Die Art, auf welche man eine ſolche Function aus einer Reihe von Werthen der Integrale (§. 718)

$$\int d\nu . \sin \frac{\pi}{2} \nu^2 \; ; \int d\nu . \cos \frac{\pi}{2} \nu^2$$

gebildet anſehen kann, wo die Integrale zwiſchen den Gränzen genommen werden müſſen, die den verſchiedenen Zwiſchenräumen entſpricht, iſt zu verwickelt, als daß ſie hier ihre Stelle finden konnte. Fraunhofer giebt folgenden allgemeinen Ausdruck als das Reſultat ſeiner eigenen Unterſuchungen, gegründet auf das Princip der Interferenzen. Es ſey n die Ordnung irgend eines Farbenbildes von der Axe aus gerechnet; ε die Entfernung der Mitte eines Zwiſchenraumes von der des nächſten $= \gamma + \delta$, λ die Länge einer Undulation eines homogenen Strahls, σ der Einfallswinkel des Strahls vom leuchtenden Punkt gegen das Gitter, und y die Länge eines Perpendikels, das vom Mikrometerfaden des Fernrohrs (oder von dem Punkt im Brennpunkt des Objectivglaſes, wo ſich dieſer beſondere homogene Strahl des Spectrum befindet) auf die Ebene des Gitters herabgefällt wird. Nennt man dann die ſcheinbare Entfernung dieſes Strahls von der Axe $\theta^{(n)}$, ſo haben wir im Allgemeinen

$$\cot . \theta^{(n)} = \frac{\sqrt{\left\{ \begin{array}{l} \{\varepsilon^2 - (\varepsilon . \sin\sigma + n\lambda)^2\} \\ \times \{4y^2 + \varepsilon^2 - (\varepsilon . \sin\sigma + n\lambda)^2\} \end{array} \right\}}}{2y . (\varepsilon . \sin\sigma + n\lambda)}$$

In dieſer Gleichung muß n als poſitiv für diejenigen Farbenbilder betrachtet werden, welche auf der Seite der Axe liegen, auf welcher der einfallende Strahl einen ſtumpfen Winkel mit dem Gitter macht, und negativ für die auf der andern Seite liegenden Farbenbilder. Dieſe Formel iſt völlig genau und von jeder Näherung unabhän-

Digitized by Google

gig. Iſt y gegen ε und λ ſehr groß (was immer ſtattfindet), ſo reducirt ſich der Ausdruck auf

$$\cot \theta^{(n)} = \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - (\varepsilon \,.\, \sin \sigma + n\,\lambda)^2}}{\varepsilon \,.\, \sin \sigma + n\,\lambda}$$

$$\sin \theta^{(n)} = \frac{\varepsilon \,.\, \sin \sigma + n\,\lambda.}{\varepsilon}$$

756. Wendet man dieſe Formel auf Fraunhofer's Meſſungen für die Entfernungen derſelben feſten Linien in den auf einander folgenden Farbenbildern auf jeder Seite der Axe bei geneigten Gittern an, ſo werden dieſelben mit der größten Genauigkeit dargeſtellt. Iſt das Gitter auf den Strahlen ſenkrecht, ſo wird $\sigma = 0$, und die Gleichung wird $\sin \theta^{(n)} = \frac{n\lambda}{\varepsilon}$, welches das vorhin angegebene Geſetz für ſymmetriſche Farbenbilder iſt. Hieraus iſt auch einleuchtend, daß die Werthe von λ, oder die Länge der Undulationen für die durch C, D, E bezeichneten Strahlen nichts Andres als die Nenner der Brüche §. 751 ſind, wenn ſie in Theilen eines Pariſer Zolles ausgedrückt werden, und die hierdurch in der Theorie des Lichts ſehr großen Werth erhalten, da ſie mit ſo großer Sorgfalt und Genauigkeit beſtimmt worden ſind, und es möglich iſt ſie zu jeder Zeit von Neuem zu unterſuchen, um ſich von der Richtigkeit zu überzeugen.

757. Wird diejenige Seite des Glaſes, auf der keine Linien gezogen ſind, mit ſchwarzem Firniß überlegt, und das von der mit Linien bedeckten Oberfläche zurückgeworfene Licht mit einem Fernrohr aufgefangen, ſo zeigen ſich dieſelben Erſcheinungen als bei dem durchgelaſſenen Licht, und derſelbe analytiſche Ausdruck läßt ſich auf beide Fälle anwenden.

758. Eine merkwürdige Folgerung aus dieſem Ausdruck iſt die, daß wenn ε kleiner als λ iſt, und das Licht ſenkrecht auf das Gitter fällt, ſo daß $\sin \sigma = 0$ wird, ſo iſt $\sin \theta^{(n)} > 1$, und daher $\theta^{(n)}$ imaginär. Es ſcheint daher, daß wenn man auf einer Oberfläche Linien zieht, die von einander weniger entfernt ſind, als eine Undulation des Lichts beträgt, keine Farbenbilder entſtehen. Ungleichheiten ſolcher Art auf einer polirten Oberfläche haben daher keinen Einfluß auf die Störung der regelmäßigen Zurückwerfung oder Brechung, und bringen keine Undeutlichkeit des Bildes hervor. Fraunhofer ſcheint geneigt hieraus noch weiter zu folgern, daß

Digitized by Google

ein Gegenſtand, deſſen Größe kleiner als λ iſt, nie durch ein Mikroſkop als aus Theilen beſtehend unterſchieden werden kann; durch welchen Schluß der Vergrößerungskraft eines Mikroſkops eine natürliche Gränze geſetzt werden würde, der uns aber nicht aus den Prämiſſen geradezu zu folgen ſcheint.

759. Sind die Zwiſchenräume zwiſchen den parallelen Linien ungleich und ohne Regelmäßigkeit angeordnet, ſo vermiſcht ſich das Licht der gebeugten Farbenbilder, und es entſteht ein weißer nebeliger Streifen ſenkrecht auf den Linien; ſind dieſelben aber regelmäßig ungleich oder kehren dieſelben Zwiſchenräume nach beſtimmten Perioden wieder, und nennen wir $E = \varepsilon' + \varepsilon'' + \varepsilon''' + \ldots$ den Zwiſchenraum zwiſchen denjenigen, die um eine ganze Periode von einander entfernt ſind, ſo haben wir für das Geſetz der Farbenbilder die Gleichung

$$\sin \theta^{(n)} = \frac{n\lambda}{E}.$$

Die auf dieſe Art erzeugten Farbenbilder beſtehen immer noch aus homogenem Licht, und zeigen die feſten Linien mit großer Deutlichkeit. Eine merkwürdige und für die praktiſche Meſſung der Erſcheinungen ſehr nützliche Bemerkung hat Fraunhofer bei den Farbenbildern gemacht, die durch zuſammengeſetzte Gitter hervorgebracht werden. Obgleich dieſelben nämlich daſſelbe Geſetz rückſichtlich ihrer Entfernung von der Axe befolgen, ſo ſind die auf einander folgenden Farbenbilder doch ſehr an Intenſität verſchieden, indem einige ſo ſchwach ausfallen, daß ſie kaum bemerkbar werden, während die unmittelbar angränzenden oft ſehr hell ſind. Aus dieſer Urſache werden die Farbenbilder von höhern Ordnungen, die in einem einfachen Gitter mit gleichen Zwiſchenräumen durch ihr gegenſeitiges Decken verſchwinden, in zuſammengeſetzten Gittern ſehr deutlich geſehen. So war Fraunhofer nie im Stande durch ein einfaches Gitter die feſten Linien C und F in dem zwölften Farbenbilde zu ſehen (von der Axe aus gerechnet), während bei einem zuſammengeſetzten Gitter, welches aus drei immer wiederholten Syſtemen von Linien beſtand, deren Zwiſchenräume ε', ε'', ε''' das Verhältniß 25:33:42 hatten, dieſe feſten Linien ſowohl als die Linien D und E im zwölften Farbenbilde deutlich erſchienen, da das zehnte und eilfte beinahe völlig verſchwand. Die Linie E konnte

Digitized by Google

man ſogar im 24ſten Farbenbilde noch ſehen, und ihre Entfernung von der Axe meſſen.

760. Dieß ſind die äußerſten Fälle der Erſcheinungen, die durch eine einzelne Oeffnung und durch eine unendlich große oder wenigſtens bedeutende Anzahl derſelben hervorgebracht werden; allein wir müſſen noch die mittlern Abſtufungen, durch welche eine Reihe von Erſcheinungen in die andere übergeht, aufſtellen. Wird in einem Gitter eine einzige Oeffnung gelaſſen, ſo entſtehen die Farbenbilder wie §. 741 beſchrieben worden iſt. Dieſe nennt Fraunhofer Farbenbilder der erſten Claſſe, und ihre Farben ſind nicht homogen, ſondern ſie verlaufen ſich in einander.

761. Werden zwei an einander liegende Zwiſchenräume offen gelaſſen, ſo erſcheinen die Farbenbilder der erſten Claſſe wie vorher, allein zwiſchen der Axe und dem erſten Spectrum an jeder Seite erſcheinen andere Farbenbilder, die Fraunhofer unvollkommene Farbenbilder der zweiten Claſſe nennt. Ihre Farben ſind denen der erſten Claſſe ähnlich, und es erſcheinen keine feſten Linien in denſelben. Läßt man drei an einander liegende Zwiſchenräume offen, ſo bildet ſich eine dritte Reihe von Farbenbildern, oder Farbenbilder der dritten Claſſe, zwiſchen der Axe und den nächſten Farbenbildern der zweiten Claſſe. Außer dieſen entſtehen keine neuen Claſſen von Farbenbildern, wenn man auch die Zahl der Oeffnungen vermehrt; allein dieſe erleiden eine Reihe von Veränderungen, ſo wie die Anzahl der Oeffnungen größer wird, von denen die hauptſächlichſten folgende ſind:

762. Die Farbenbilder der erſten Claſſe werden ſchmäler und nähern ſich der Axe, bis ſie zuletzt zuſammenlaufen, und durch ihre Vereinigung das farbenloſe gut begränzte Bild der Oeffnung des Helioſtaten in der Axe des ganzen Phänomens bilden. Durch genaue Meſſungen fand Fraunhofer, daß ihre Breite umgekehrt wie die Anzahl der Zwiſchenräume und umgekehrt wie die Breite dieſer Zwiſchenräume ſich verhalte, ſo daß wenn $\gamma + \delta = \varepsilon$ dieſen Zwiſchenraum, m die Anzahl der gebrauchten Zwiſchenräume, n die Ordnung des Farbenbildes, $\theta^{(n)}$ die Entfernung der äußerſten rothen Strahlen in dieſem Farbenbilde darſtellt, ſo hat man

$$\theta^{(n)} = \frac{n}{m} \cdot \frac{0,0000208}{\varepsilon} .$$

763. So wie ſich die Farbenbilder der dritten Claſſe in der Axe zuſammenziehen, laſſen ſie einen dunkeln Raum zwiſchen denſelben und dem erſten Farbenbild der zweiten Claſſe. Dieſes ſowohl als auch die andern Farbenbilder derſelben Claſſe werden fortwährend heller und lebhafter, bis endlich, wenn die Anzahl der zuſammentreffenden Strahlen ſehr groß wird, die feſten Linien in ihnen zu erſcheinen anfangen, und ſie den Charakter der vollkommenen Farbenbilder der zweiten Claſſe erhalten.

764. Fraunhofer unterſuchte hierauf die Erſcheinungen, welche entſtehen, wenn man die Gitter in verſchiedene brechende Mittel eintaucht, und er fand, daß alle Erſcheinungen völlig ähnlich blieben; allein die Entfernungen von der Axe, in welchen die verſchiedenen Farbenbilder entſtanden, waren kleiner als in der Luft, und zwar umgekehrt wie die Brechungsverhältniſſe.

765. Fraunhofer hat eine ſehr ſchöne und glänzende Art von optiſchen Erſcheinungen beſchrieben, die dadurch entſtehen, daß man für die Gitter eine Menge kleine Oeffnungen von regelmäßiger Geſtalt, z. B. Kreiſe oder Quadrate wählt, wie bei zwei ſich unter rechten Winkeln durchkreuzenden Drathgittern ſtattfindet. Fig. 151 iſt eine Darſtellung der Erſcheinung, welche ſich zeigt, ſobald das Licht auf dem Objectivglaſe eines Fernrohrs durch zwei kreisförmige Oeffnungen fällt, deren Durchmeſſer 0,02227 Zoll beträgt, und deren Mittelpunkte von einander um 0,03831 Zoll entfernt ſind. Jede Abtheilung iſt ein beſonderes Farbenbild. In den Streifen aa, bb ſehen wir hier ganz deutlich den Urſprung und die Bildung der im §. 735 beſchriebenen verticalen und ſich durchkreuzenden Franzen. Die Erſcheinungen ändern ſich, wenn die Anzahl der Oeffnungen vermehrt wird, indem die Farbenbilder reiner und lebhafter werden. Diejenige, welche entſteht, indem zwei gleiche Drathgitter ſich durchkreuzen, iſt in Fraunhofer's Werk abgebildet, und bildet eine der prächtigſten optiſchen Erſcheinungen.

766. Betrachten wir einen hellen Stern durch ein ſehr gutes Fernrohr mit einer geringen Vergrößerung, ſo erſcheint er als eine verdichtete glänzende Lichtmaſſe, deren Geſtalt ſich des Glanzes wegen nicht unterſcheiden läßt, und die, wie gut auch das Fernrohr iſt, ſelten von Hervorragungen ganz frei iſt. Wenden wir aber eine 200, 300, 400malige Vergrößerung an, ſo erſcheint der Stern (unter günſtigen Umſtänden einer ruhigen Atmoſphäre, einer gleich-

Digitized by Google

förmigen Temperatur) als eine vollkommen runde planetariſche Scheibe, die von zwei oder drei abwechſelnd hellen und dunkeln Ringen umgeben iſt. Beobachtet man dieſelben genau, ſo findet man, daß ſie an den Rändern etwas gefärbt erſcheinen. Sie folgen einander in gleichen Zwiſchenräumen von der centralen Scheibe und man ſieht ſie gewöhnlich beſſer in Fernröhren als in Teleſkopen. Auch iſt bei den erſtern die centrale Scheibe viel größer als bei den letztern.

767. Dieſe Scheiben wurden zuerſt von William Herſchel bemerkt, der der erſte war, welcher ſo ſtarke Vergrößerungen anwendete, daß ſie ſichtbar wurden. Sie ſind keine wirklichen Körper der Sterne, die viel zu entfernt ſind, als daß ſie durch irgend eine Vergrößerung ſichtbar ſeyn könnten, ſondern falſche Bilder, die von optiſchen Urſachen hervorgebracht werden, die in gewiſſem Maße noch in Dunkelheit verborgen liegen. Aus dem, was von dem Geſetz der Interferenzen geſagt worden, und aus der in §. 590 und 591 nach der Undulationstheorie gegebenen Erklärung der Brennpunkte iſt es einleuchtend, daß (wenn man den Spiegel oder das Objectivglas als vollkommen aplanatiſch anſieht) der Brennpunkt in der Axe von den vereinigten in vollkommener Uebereinſtimmung ſtehenden Undulationen, welche von allen Punkten der Oberfläche herkommen, in Bewegung geſetzt wird, und daher äußerſt glänzend erſcheinen muß; allein ſo wie wir uns vom Brennpunkt in einer Ebene entfernen, die ſenkrecht auf der Axe ſteht, ſo findet dieſe Uebereinſtimmung nicht länger ſtatt, ſondern die von der einen Seite des Objectivglaſes herkommenden Strahlen treffen mit denen von der andern Seite zuſammen, und heben einander auf, ſo daß in einer gewiſſen Entfernung eine vollſtändige Entgegenſetzung ſtattfindet, und ein dunkler Ring entſteht, dem aus derſelben Urſache ein heller folgt u. ſ. w. fort. Auf dieſe Art liegt die Entſtehung der centralen Scheibe ſowohl als die der Ringe vor Augen, obgleich es ſchwierig ſeyn dürfte, ihre Größe aus den gegebenen Größen zu berechnen. Allein dieß giebt keine Erklärung von einer der merkwürdigſten Sonderbarkeiten in dieſer Erſcheinung, nämlich daß die ſcheinbare Größe der Scheibe für verſchiedene Sterne verſchieden iſt, indem ſie ganz gleichförmig größer ausfällt, je heller der Stern iſt. Dieß kann keine bloße Täuſchung des Geſichts ſeyn, denn wenn zwei ungleich helle Sterne zu gleicher Zeit geſehen werden, wie bei einem

einem Doppelſtern, ſo daß ſie mit einander direct verglichen werden können, ſo iſt die Ungleichheit ihrer falſchen Durchmeſſer auffallend; auch kann es kein reeller Unterſchied zwiſchen den Sternen ſeyn, da durch das Zwiſchentreten einer Wolke, die ihren Glanz vermindert, ihre ſcheinbaren Scheiben auf bloße Punkte reducirt werden. Auch kann es keiner Irradiation oder der Fortpflanzung des Lichts auf der Netzhaut zugeſchrieben werden, weil in dieſem Fall das Licht der centralen Scheibe ſich zu den Ringen verbreiten und ſie aufheben würde, wenn wir nicht etwa annehmen wollen, daß die Vibrationen der Netzhaut nach denſelben Geſetzen als die des Aethers geſchehen, in welchem Fall die Scheibe ſowohl als die Ringe aus der Interferenz beider Arten von Undulationen hervorgehen würden.

768. Ohne jedoch weiter auf dieſe ſchwierige Aufgabe einzugehen, wollen wir uns begnügen einige Phänomene, die wir durch Diaphragmen, oder verſchieden geformte Oeffnungen, die an Spiegel oder Objectivgläſer angebracht werden, beobachtet haben, anzugeben, da ſie ein paſſendes Supplement zu den ſonderbaren Beobachtungen von Fraunhofer über die Wirkungen ſehr kleiner Oeffnungen geben, von denen ſie in gewiſſer Hinſicht das Umgekehrte ausmachen.

769. Iſt die ganze Oeffnung eines Fernrohrs mit einem kreisförmigen Diaphragma begränzt, es mag ſich ganz nahe an dem Objectivglas oder dem Spiegel, oder auch von demſelben etwas entfernt befinden, ſo vergrößern ſich die Ringe im umgekehrten Verhältniß des Durchmeſſers der Oeffnung. Wurde die Oeffnung ſehr verkleinert (z. B. bis auf einen Zoll für ein Rohr von ſieben Fuß Brennweite), ſo vergrößerte ſich die falſche Scheibe bis zu einem planetariſchen Anſehen, war gut begränzt und nur mit einem Ringe umgeben, der hell genug war, um deutlich geſehen zu werden, und mit ſchwachen Farben gefärbt war, die einander vom Mittelpunkt der Scheibe aus gerechnet in folgender Ordnung folgten. Weiß, ſehr ſchwaches Roth, Schwarz, ſehr ſchwaches Blau, Weiß, außerordentlich ſchwaches Roth, Schwarz. Wurde die Oeffnung noch mehr verringert (auf einen halben Zoll), ſo waren die Ringe zu ſchwach, um geſehen zu werden, und die Scheibe wurde ſehr vergrößert, ſo daß die Abnahme des Lichts vom Mittelpunkte nach der Peripherie zu ſehr ſichtbar wurde, wodurch dieſelbe ein nebeliges und kometenartiges Anſehen erhielt, wie Fig. 152.

Digitized by Google

770. Wurden ringförmige Oeffnungen angewendet, ſo waren die Erſcheinungen höchſt auffallend und von großer Regelmäßigkeit. Betrug der äußere Durchmeſſer des Ringes drei Zoll, der des innern einen und drei Viertel Zoll, ſo war das Anſehen der Capella wie Fig. 153, und das des Doppelſternes Caſtro wie Fig. 154. So wie die Breite des Ringes vermindert wurde, nahm auch die Größe der Scheibe und die Breite der Ringe ab (dem entgegen, was bei Fraunhofers Verſuchen mit äußerſt ſchmalen Ringen ſtattfand, weßwegen auch dieſe Erſcheinungen andern Principien zugehören müſſen), zugleich nahm die Anzahl der ſichtbaren Ringe zu. Die Figuren 155, 156, 157 zeigen die Erſcheinung der Capella bei ringförmigen Oeffnungen von 5,5 bis 5 Zoll, von 0,7 bis 0,5, von 2,2 bis 2,0 Zoll. Im letztern Fall reducirte ſich die Scheibe auf einen kaum bemerkbaren runden Punkt, und die Ringe waren ſo nahe an einander und zahlreich, daß ſie kaum gezählt werden konnten, und für einen unaufmerkſamen Beobachter das Anſehen eines bloßen kreisförmigen Lichtflecks hatten. Wurde die Breite der ringförmigen Oeffnung auf die Hälfte dieſer Größe reducirt, ſo konnten die Zwiſchenräume der Ringe nicht mehr unterſchieden werden. Die Dimenſionen der Scheiben und der Ringe ſcheinen im Allgemeinen genommen, der Größe $\frac{r' - r}{r}$ proportional zu ſeyn.

771. Außer denjenigen Ringen, welche unmittelbar an der centralen Scheibe ſich befinden, werden durch ringförmige Oeffnungen noch viele andere geſehen, die einen größern Durchmeſſer und ein ſchwächeres Licht, wie Höfe um die Sterne und den Mond, beſitzen, und welche nach Fraunhofers Sprachgebrauch zu Farbenbildern einer andern Claſſe gehören. Mit einer einzigen ringförmigen Oeffnung ſind ſie zu ſchwach, um gehörig unterſucht zu werden, allein durch eine aus zwei Ringen beſtehende Oeffnung wie Fig. 158, ſind ſie ſehr deutlich und auffallend, indem ſie das in Fig. 159 dargeſtellte Phänomen zeigen (wo man bemerken muß, daß das Licht im Kupferſtich durch Dunkelheit, und die Dunkelheit durch Licht ausgedrückt iſt).

772. Hatte die Oeffnung die Geſtalt eines gleichſeitigen Dreiecks, ſo war die Erſcheinung ſehr ſchön; ſie beſtand aus einem ſehr ſchönen glänzenden ſechseckigen Stern, der eine gut begränzte kreisförmige Scheibe von großer Helligkeit umgab. Die Strahlen

Digitized by Google

ſind nicht mit der Scheibe vereinigt, ſondern von derſelben durch einen ſchwarzen Ring getrennt. Sie ſind ſehr ſchmal und vollkommen grade, und erſcheinen deßwegen ſo vorzüglich deutlich, weil alles zerſtreute Licht, welches ohne den Gebrauch des Diaphragma, das Geſichtsfeld anfüllt, aufgehoben wird. Fig. 160 iſt eine Darſtellung dieſer ſchönen Erſcheinung. Daſſelbe findet ſtatt, wenn an die Stelle eines gleichſeitigen Dreiecks die Oeffnung aus dem Unterſchiede zweier concentriſcher gleichſeitiger Dreiecke, die ähnliche Lage haben, beſteht.

773. Da ein Dreieck nur drei Seiten und drei Winkel beſitzt, ſo ſcheint es ſonderbar, daß durch daſſelbe ein ſechsſtrahliger Stern hervorgebracht wird. Nehmen wir an, daß drei durch die Winkel und drei durch die Seiten entſtehen, ſo könnte man erwarten, daß einiger merklicher Unterſchied in den abwechſelnden Strahlen ſtattfinden müſſe, der ihren verſchiedenen Urſprung nachwieſe. Iſt das Fernrohr genau in den Brennpunkt geſtellt, ſo ſind alle Strahlen völlig gleich; wird es aber aus dem Brennpunkt verrückt, ſo iſt der Unterſchied ihres Urſprungs merklich. Figur 161 zeigt die dann ſtattfindende Erſcheinung, in welcher die ausgehenden Aeſte der einen Art aus lauter parallelen Franzen, und die der andern Art aus kleinen Bogen, die an den Scheiteln von Hyperbeln liegen, beſtehen, und die daher die Strahlen ſenkrecht durchſchneiden. Wird das Fernrohr beſſer in ſeinen Brennpunkt gebracht, ſo nähern ſich die Hyperbeln ihren Aſymptoten, und nähern ſich ſo, daß ſie kaum zu unterſcheiden ſind; auf dieſe Art entſtehen drei Strahlen aus an einander hängenden Lichtlinien, und die drei dazwiſchen liegenden aus einer unendlichen Menge nicht zuſammenhängender Punkte, die einander unendlich nahe liegen. Der analytiſche Ausdruck der Intenſität des Lichts in einem dieſer discontinuirlichen Strahlen würde die Anwendung ſehr ſonderbarer Functionen erfordern.

774. Das ſo eben beſchriebene Phänomen bietet in vielen Fällen ein einfaches Poſitionsmikrometer für den aſtronomiſchen Gebrauch dar. Wird das Diaphragma gedreht, ſo drehen ſich die Strahlen zugleich mit, und hat ein heller Stern (α Aquilae) einen kleinen nahe bei ſich, ſo kann man das Diaphragma ſo ſtellen, daß der eine Strahl durch den kleinen Stern geht, der auf dieſe Art wie eine kleine Perle an einem Faden erſcheint, und mit

Digitized by Google

aller Muße unterſucht werden kann. Wird dann die Lage des Diaphragma auf einer gehörig eingerichteten Theilung abgeleſen, ſo erfährt man die gegenſeitige Lage der beiden Sterne. Wir haben durch Verſuche gefunden, daß dieſes Verfahren ausführbar iſt, und durch gehörige Einrichtungen kann dieſes Princip in ſolchen Fällen angewendet werden, die anfangs ſehr ſchwierig zu ſeyn ſcheinen.

775. Wurden drei kreisförmige Oeffnungen, deren Mittelpunkte in den Winkelpunkten eines gleichſeitigen Dreiecks ſich befanden, angewendet, ſo beſtand das Bild aus einer hellen centralen Scheibe. Sechs ſchwächere waren damit in Berührung, und das Ganze wurde von einem Syſtem von Ringen wie Fig. 162 umgeben. Wurden jedoch drei gleiche und ringförmige Oeffnungen auf die erwähnte Art geordnet, ſo war die Erſcheinung wie Fig. 153, wenn ſich das Fernrohr im Brennpunkt befand, genau ſo, als ob zwei dieſer Oeffnungen verſchloſſen waren. Wurde das Fernrohr aber etwas aus dem Brennpunkt verrückt, ſo bemerkte man den Unterſchied. Fig. 163 ſtellt die Erſcheinung in dieſem Fall dar, wo jede Oeffnung ihre eigene centrale Scheibe und ein Syſtem von Ringen bildet, deren Durchſchnitte die ſich durchkreuzenden Franzen hervorbringen. So wie das Fernrohr wieder beſſer in den Brennpunkt geſtellt wird, verſchwinden dieſe, und die Erſcheinung iſt wie Fig. 164, indem die Mittelpunkte ſich nach und nach gegenſeitig nähern, und die Ringe ſich in einander verlaufen bis der Punkt des vollſtändigen Zuſammentreffens erlangt iſt.

776. Eine Oeffnung in der Form von zwei concentriſchen Quadraten brachte nicht einen achtſtrahligen, ſondern bloß einen vierſtrahligen Stern hervor. Die Strahlen waren jedoch nicht wie bei der dreieckigen Oeffnung ununterbrochene feine Linien, die nach und nach vom Mittelpunkte nach den Enden zu abnahmen, ſondern ſie beſtanden aus abwechſelnd dunkeln und hellen Theilen, wie Fig. 165. Die Theile, welche der kreisförmigen centralen Scheibe am nächſten lagen, beſtanden aus Streifen, die die Richtung der Strahlen quer durchſchnitten, und prismatiſche Farben beſaßen. Aehnliche Streifen waren ohne Zweifel in den entferntern Theilen auch vorhanden, die ſich bis auf eine große Entfernung ausdehnten.

777. Eine Oeffnung die aus funfzig Quadraten beſtand, deren Seiten ungefähr einen halben Zoll betrugen, und die regelmäßig ſo geſtellt waren, daß ihre Zwiſchenräume der Länge der Seite

Digitized by Google

gleich waren, brachten ein Bild hervor, das von dem, welches Fraunhofer beſchrieben hat, und durch zwei ſich kreuzende Gitter entſtand, völlig verſchieden war, obgleich die Vertheilung und die Geſtalt der Oeffnungen in beiden Fällen dieſelbe war. Die Erſcheinung war wie in Fig. 166, und beſtand aus einer weißen runden centralen Scheibe, die von acht lebhaften Farbenbildern umgeben war, welche in dem Umkreiſe eines Quadrates lagen, jenſeits deſſen dreifache ſehr ſchwach gefärbte Linien in Form eines Kreuzes befindlich waren, die ſich in ſehr große Entfernung ausdehnten.

778. Beſtand die Oeffnung aus regelmäßig geordneten gleichſeitigen Dreiecken, wie Fig. 167, ſo zeigte das Bild die ſehr ſchöne, Fig. 168 dargeſtellte Erſcheinung, die aus einer Reihe kreisförmiger Scheiben beſtand, die in ſechs vom Mittelpunkt ausgehenden Strahlen geordnet waren, und von denen jede mit einem Ring umgeben war. Die centrale Scheibe war farblos und glänzend, die übrigen ſtärker gefärbt und in Farbenbilder verlängert, je entfernter ſie vom Mittelpunkt waren. Dieß ſind nur einige wenige der ſonderbaren und ſchönen Erſcheinungen, welche die verſchiedenen Oeffnungen der Fernröhre darſtellen, und ein weites Feld für tiefere Unterſuchungen darbieten, die dem Künſtler ſowohl als dem Naturforſcher gleich intereſſant ſeyn müſſen.

Digitized by Google

Vierter Abſchnitt.

Von den Eigenſchaften des polariſirten Lichts.

§. 1. Von der doppelten Brechung.

779. Fällt ein Strahl auf die Oberfläche eines durchſichtigen Mittels, ſo wird ein Theil deſſelben zurückgeworfen, ſo daß der Zurückwerfungswinkel dem Einfallswinkel gleich iſt, ein anderer kleiner Theil (der jedoch ſo klein iſt, daß wir ihn nicht berückſichtigen) wird nach allen Richtungen zerſtreut, indem er die Oberfläche ſichtbar macht, und der Reſt dringt in das Mittel ein und wird gebrochen. Das Geſetz der Brechung, nach welchem dieſer Theil innerhalb des Mittels fortgeht, iſt im Vorigen auseinandergeſetzt worden, und wir haben keine Ausnahmen von demſelben angegeben. Dieſes Geſetz iſt jedoch nicht allgemein, und findet in der That nur dann ſtatt, wenn das brechende Mittel zu einer oder der andern der folgenden Claſſen gehört.

Erſte Claſſe. Gasarten und Dämpfe.

Zweite Claſſe. Flüſſigkeiten.

Dritte Claſſe. Körper die aus dem flüſſigen Zuſtande zu ſchnell in den feſten übergegangen ſind, als daß ſie in ihren kleinſten Theilchen eine regelmäßige kryſtalliſche Form erhalten konnten, z. B. Glas, Gallerte u. ſ. w., Gummi, Harz u. ſ. w., welches lauter ſolche Körper ſind, welche bei dem Abkühlen durch den zähen Zuſtand hindurchgehen.

Vierte Claſſe. Kryſtalliſirte Körper, deren primitive Form der Würfel, das regelmäßige Oktaëder, oder das rhomboidiſche Dodekaëder iſt, oder diejenigen, welche zu dem Teſſularſyſtem von Mohs gehören. Nur ſehr wenige Ausnahmen (die wahrſcheinlich nur ſcheinbar ſind, und von unſerer unvoll-

Digitized by Google

kommenen Kenntniß der Kryſtallographie herkommen) haben ſich bei dieſer Claſſe gefunden.

Die feſten Körper, welche zu dieſen Claſſen gehören, kann man nicht mehr zu denſelben rechnen, ſobald ſie ſtark zuſammengepreßt oder ausgedehnt werden, entweder durch mechaniſche Gewalt, oder durch ungleiche Wirkung der Hitze und Kälte, die ihre Theilchen in eine Art von Spannung verſetzt, die zuweilen eine Trennung derſelben hervorbringt, wie man ſehr oft bei dem Glaſe ſieht, welches durch eine plötzliche und theilweiſe angebrachte Hitze zerſpringt. Auch die Flüſſigkeiten laſſen einige Ausnahmen zu, wenigſtens wenn ſie ſehr im Kleinen betrachtet werden; allein die Abweichung von dem Geſetz der gewöhnlichen Brechung iſt in dieſen Fällen von ſo mikroſkopiſcher Art, daß wir ſie jetzt nicht berückſichtigen.

780. Alle andern Körper, die die kryſtalliſirten Mittel umfaſſen, wie z. B. Salze, Edelſteine, kryſtalliſirte Mineralien, welche nicht zu dem oben angegebenen Syſtem gehören; alle animaliſchen und vegetabiliſchen Materien, die eine Neigung zu einer regulären Anordnung ihrer Theilchen haben, z. B. Horn, Perlmutter, Federſpulen u. ſ. w., und im Allgemeinen alle Körper, die ſich in einem ungleichen Zuſtand von Zuſammenpreſſung oder Ausdehnung befinden, wirken auf das einfallende Licht nach ſehr verſchiedenen Geſetzen, indem der gebrochene Strahl in zwei unterſchiedene Theile getheilt wird, deren jeder ſeinen Weg in dem Mittel nach ſeinen beſondern Geſetzen, ohne weitere Theilung fortſetzt. Dieſe Erſcheinung heißt die doppelte Brechung. Sie wird am beſten und am gewöhnlichſten in dem Mineral beobachtet, welches Isländiſcher Spath heißt, der nichts Andres als ein regelmäßig kryſtalliſirter kohlenſaurer Kalk iſt. Man findet ihn gewöhnlich in ſchiefen Parallelepipeden, die ſich durch Spaltung ſehr leicht auf regelmäßige ſtumpfe Rhomboiden bringen laſſen; auch erſcheint er oft in einem Zuſtande von flüſſiger Durchſichtigkeit, weßwegen er, ſo wie auch wegen ſeiner merkwürdigen optiſchen Eigenſchaften, leicht die Aufmerkſamkeit auf ſich ziehen konnte. Bartholinus ſcheint 1669 der erſte geweſen zu ſeyn, der eine Erzählung ſeiner doppelten Brechung gab, die ſpäter von Huygens, dem erſten Aufſteller der Undulationstheorie näher unterſucht wurde, und deſſen Verſuche über dieſe Erſcheinung eine Epoche in der phyſiſchen Optik bilden, die kaum weniger merkwürdig iſt, als die große Entdeckung der verſchiedenen Brechbarkeit der gefärbten

Digitized by Google

Strahlen von Newton. Wir verdanken Huygens die Entdeckung des Geſetzes der doppelten Brechung in dieſer Gattung von Mitteln. Newton, der durch einige falſche Meſſungen verleitet worden war, ſtellte ein anderes Geſetz auf; allein Huygens Schlüſſe, die man ſehr lange unverzeihlicherweiſe aus dem Geſicht verloren hatte, wurden endlich durch unzweideutige Verſuche von Dr. Wollaſton feſtgeſtellt, ſeit welcher Zeit dieſer Abtheilung der Optik ein neuer Impuls gegeben wurde, und die nachfolgenden Arbeiten von Laplace, Malus, Brewſter, Biot, Arago und Fresnel geben eine Reihe von eifrigen und erfolgreichen Unterſuchungen, die ſeit der Entwickelung des wahren Weltſyſtems den Annalen der phyſiſchen Wiſſenſchaften zur größten Zierde gereichen. Es liegt jedoch nicht in unſerm Plan, in die Geſchichte dieſer Entdeckungen einzugehen, und jedem berühmten Arbeiter auf dieſem weiten Felde ſeinen Antheil von Ehre anzuweiſen. Bei dem glänzenden Geſtirn der ſo eben genannten berühmten Namen bewundern wir die Lebenden und ehren die Todten zu ſehr, als daß wir ein Urtheil über die Priorität ihrer Entdeckungen aufſtellen könnten. So lange als ein Stern vom andern an Glanz verſchieden iſt, ſo lange Verſchiedenheiten, ja ſogar mit einander unverträgliche Aeußerungen eines glänzenden Geiſtes vorhanden ſeyn werden, ſo lange wird auch die Bewunderung des Menſchengeſchlechts für diejenigen, welche ſie wirklich verdienen, hinreichend ſeyn. Wir werden daher dem Leſer eine ſo viel als möglich ſyſtematiſche Darſtellung des jetzigen Zuſtandes unſerer Kenntniß der Geſetze und der Theorie der doppelten Strahlenbrechung geben. Da vom Huygenianiſchen Geſetz bewieſen worden iſt, daß es genau für den Fall, für welchen es aufgeſtellt wurde, ſo wie für eine große Anzahl anderer Körper gilt, ſo wollen wir mit dieſer Claſſe den Anfang machen, und dann zur Betrachtung der verwickeltern Fälle übergehen.

781. Man hat gefunden, daß bei allen Körpern, welche die doppelte Brechungskraft beſitzen, derjenige Theil eines Strahls von gewöhnlichem Licht, welcher auf eine durch Kunſt oder Natur polirte Fläche fällt, und in das Mittel eindringt, in zwei gleiche Strahlenbündel zerlegt wird, die in grader Linie fortgehen, aber keinen Winkel von conſtanter Größe mit einander bilden, ſondern derſelbe ändert ſich mit der Lage des einfallenden Strahls gegen die Oberfläche und gegen gewiſſe feſte Linien oder Axen innerhalb des Kryſtalls. Dieſe Linien haben eine beſtimmte Lage gegen die Ebene der Spal-

Digitized by Google

tung, oder gegen andere feſte Ebenen und Linien in der primitiven Form der Kryſtalle. Man hat nun gefunden, daß in jedem Kryſtall wenigſtens eine feſte Axe vorhanden iſt, und geht der eine Strahlenbündel längs derſelben fort, ſo thut der andere daſſelbe, ſo daß in dieſem Fall beide Strahlenbündel zuſammenfallen und ihr Winkel verſchwindet. Außerdem hat man bis jetzt noch keinen Kryſtall entdeckt, in welchem mehr als zwei ſolcher Linien vorhanden wären. Dieſe Linien heißen die optiſchen Axen. Alle doppelt brechenden Kryſtalle können daher für jetzt in zwei Claſſen getheilt werden, in ſolche die Eine Axe, und in ſolche die zwei optiſche Axen beſitzen.

782. Wenn ein Strahl die Oberfläche eines Kryſtalls ſo durchdringt, daß er ungetheilt längs der optiſchen Axe fortgeht, oder wenn er bei ſeiner Bewegung innerhalb des Kryſtalls längs dieſer Linie fortgehend, die Oberfläche des Kryſtalls trifft und aus demſelben heraustritt, ſo geſchieht die Brechung nach dem gewöhnlichen Geſetz im Verhältniß der Sinus. In dieſem beſondern Fall wirkt alſo der Kryſtall eben ſo wie ein nicht kryſtalliſirtes Mittel (einige wenige ſeltene Beiſpiele ausgenommen, von denen ſpäterhin mehr).

783. In allen andern Fällen iſt jedoch das Geſetz weſentlich verſchieden, und (wenigſtens für den einen Theil des getheilten Strahls) von ſehr ſonderbarer und verwickelter Beſchaffenheit. Wir wollen daſſelbe zuerſt in dem einfachern Falle der Kryſtalle mit einer optiſchen Axe erklären. Allein vorher müſſen wir uns erſt etwas deutlicher darüber ausſprechen, was unter Axen und feſten Linien eines Kryſtalls zu verſtehen iſt. Wir wollen uns eine Maſſe von Mauerwerk aus Mauerſteinen vorſtellen, die einander alle parallel liegen. Ihre äußere Form mag ſeyn, welche ſie will, ein Würfel, eine Pyramide, oder irgend eine andere Geſtalt. Wir können dieſelbe in jede beliebige Form zerſchneiden, in eine Kugel, Kegel, Cylinder u. ſ. w., allein die Seiten der Steine liegen einander immer noch parallel, und ihre Richtungen ſowohl als die ihrer Diagonalen, können als eben ſo viel Axen oder feſte Linien von beſtimmter Lage betrachtet werden (ſo lange die Maſſe in Ruhe bleibt), die auf keine Art mit den äußern Gränzen der Maſſe, die in beliebiger Richtung gegen die Seiten der Mauerſteine durchſchnitten werden können, in Beziehung ſtehen. Sprechen wir daher von feſten Linien oder Axen eines Kryſtalls oder innerhalb deſſelben, ſo verſtehen wir darunter immer gewiſſe Richtungen im Raume,

Digitized by Google

die einem innerhalb der elementaren Theilchen des Kryſtalls nach gewiſſen geometriſchen Geſetzen rückſichtlich ihrer Seiten und Winkel gezogenen Syſtem von Linien parallel ſind. Wir dürfen daher die Axe einer kryſtalliſirten Maſſe nicht als eine einzelne Linie anſehen, die eine gegebene Stelle einnimmt, ſondern als irgend eine Linie von beſtimmter Richtung im Raume, die der Axe jedes Molleculs parallel läuft, welche letztere eine beſtimmte Stelle und Lage innerhalb deſſelben hat.

784. Sprechen wir in der Folge im Allgemeinen von der Axe oder den Axen einer kryſtalliſirten Maſſe oder Oberfläche, ſo meinen wir damit die Richtung der optiſchen Axe oder der Axen ihrer Theilchen, oder der eines Kryſtalls, der mit dieſen Molleculen eine ähnliche Lage hat.

Von dem Geſetz der doppelten Brechung in Kryſtallen mit einer optiſchen Axe.

785. Dieſe Claſſe von Kryſtallen umfaßt alle diejenigen, die zu dem rhomboëdriſchen Syſtem von Mohs gehören, oder diejenigen, welche für ihre primitive Form das ſpitze oder ſtumpfe Rhomboid, oder das regelmäßige ſechsſeitige Prisma haben, ſo wie auch alle diejenigen, die zu ſeinem pyramidaliſchen Syſtem gerechnet werden; oder deren primitive Form das Oktaëder mit quadratiſcher Grundfläche, oder das grade Prisma mit quadratiſcher Grundfläche, oder das doppelt pyramidaliſche Dodekaëder iſt. Alle ſolche Kryſtalle haben, wie Dr. Brewſter gezeigt hat, nur Eine Axe, welche diejenige iſt, gegen die die primitive Form ſymmetriſch iſt, z. B. im Rhomboid, die Axe der Figur, oder die Linie, welche die körperlichen Winkel verbindet, die durch drei gleiche ebene Winkel gebildet werden; im ſechsſeitigen Prisma, die geometriſche Axe der Figur; bei dem Oktaëder oder dem Prisma mit quadratiſcher Grundfläche eine durch den Mittelpunkt der Grundfläche ſenkrecht gezogene Linie. Die mit der Regel in Uebereinſtimmung ſtehenden Fälle ſind ſo zahlreich, und die früher bemerkten Ausnahmen ſind ſo oft verſchwunden, nachdem man eine genauere Kenntniß der Formen der in den Ausnahmen begriffenen Mineralien erhalten hatte, daß wir bei irgend einer noch vorkommenden Ausnahme berechtigt ſind, dieſelbe eher unſerer unrichtigen Beſtimmung, als dem Mangel an der Allgemeinheit der Regel zuzuſchreiben.

Digitized by Google

786. In allen Kryſtallen dieſer Claſſe befolgt der eine der beiden gleichen Strahlenbündel, in welche der gebrochene Strahl getheilt wird, das gewöhnliche Geſetz von Snellius und Carteſius, indem er ein conſtantes Brechungsverhältniß (μ), oder ein unveränderliches Verhältniß des Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels beibehält, wie auch ſeine Neigung gegen die Oberfläche beſchaffen ſeyn mag, ſo daß ſeine Geſchwindigkeit im Mittel, wenn er einmal eingedrungen iſt, dieſelbe bleibt, in welcher Richtung er auch die Molleculen durchſchneidet, und rückſichtlich dieſes Strahls verhält ſich der Kryſtall wie ein nicht kryſtalliſirtes Mittel. Derſelbe wird der gewöhnliche Strahl genannt.

787. Um das Geſetz zu verſtehen, welchem der ungewöhnliche Theil des getheilten Strahls gehorcht, wollen wir denſelben im Mittel ſelbſt betrachten, und ſeinen Lauf zwiſchen den Melleculen verfolgen. Seine Geſchwindigkeit iſt dann nicht, wie bei dem gewöhnlichen Strahl, in jeder Richtung dieſelbe, ſondern ſie hängt von dem Winkel ab, den er mit der Axe bildet; indem ſie ein Minimum iſt, wenn der Weg innerhalb des Mittels der Axe parallel liegt, und ein Maximum wird, wenn er ſenkrecht darauf ſteht, oder umgekehrt. In allen mittlern Neigungen befolgt er dieſes Geſetz. Man denke ſich ein Revolutionsellipſoid, entweder abgeplattet oder verlängert, je nachdem es der Fall verlangt, deſſen Umdrehungsaxe der Richtung der Axe des Kryſtalls parallel geht, und deſſen Polarhalbmeſſer zum Aequatorialhalbmeſſer in dem oben angegebenen Verhältniß der kleinſten und größten Geſchwindigkeit ſteht, d. h. im Verhältniß der Geſchwindigkeiten parallel und ſenkrecht auf die Axe. Dann giebt in allen dazwiſchen befindlichen Lagen der Halbmeſſer dieſes Sphäroids, welcher dem Strahl parallel iſt, die Geſchwindigkeit deſſelben nach demſelben Maßſtabe, nach welchem die Polar- und Aequatorialhalbmeſſer die Geſchwindigkeiten darſtellen.

788. Dieß iſt das Huygenianiſche Geſetz der Geſchwindigkeiten in ſeiner einfachſten und allgemeinſten Form. Man ſieht freilich auf den erſten Anblick nicht, was dieß mit dem Geſetz der ungewöhnlichen Brechung für Zuſammenhang hat; allein der Leſer, welcher mit der gehörigen Aufmerkſamkeit das in §§. 539, 540 mit Hinweiſung auf dieſen Fall Geſagte betrachtet hat, wird leicht bemerken, daß wenn das Geſetz der Geſchwindigkeiten des Strahls

einmal feſtgeſtellt iſt, es bloß ein Gegenſtand der Mathematik wird, aus demſelben das Geſetz der doppelten Brechung herzuleiten, wir mögen die Corpusculartheorie und das Princip der kleinſten Wirkung, oder die Undulationstheorie und das gleichgeltende Geſetz der ſchnellſten Fortpflanzung zum Grunde legen, wie §. 587 und §. 588. Wir müſſen jedoch bemerken, daß das hier angegebene Huygenianiſche Geſetz für die Undulationstheorie ausgeſprochen iſt, bei welcher die Geſchwindigkeit im dichtern Mittel kleiner iſt. Wollen wir das Geſetz der kleinſten Wirkung anwenden, ſo müſſen wir den Gebrauch der Worte umkehren, oder die Geſchwindigkeit dem Halbmeſſer umgekehrt proportional annehmen. Da die Reſultate in beiden Fällen dieſelben ſind, ſo werden wir uns jetzt der Sprache der Corpusculartheorie bedienen.

789. Behalten wir daher die Bezeichnung des §. 540 bei, ſo wird das Brechungsgeſetz aus der Gleichung $V.S + V'.S' =$ einem Minimum hergeleitet werden, wo V die Geſchwindigkeit außerhalb und V' innerhalb des Mittels iſt, und wo S, S' die entſprechenden durchlaufenen Wege bedeuten. Es ſeyen a und b die Polar- und Aequatorialhalbmeſſer des erwähnten Ellipſoids (welches wir das Ellipſoid der doppelten Brechung nennen wollen), α, β, γ die Coordinaten eines Punktes (A) außerhalb des Kryſtalls, und α', β', γ' die eines andern (B) innerhalb des Kryſtalls, durch welche der Strahl gehen ſoll; x, y, z ſeyen die Coordinaten eines Punktes in der Oberfläche des Kryſtalls, auf welchen der Strahl fallen muß, wenn er vermöge des Geſetzes der außerordentlichen Brechung durch die Punkte A und B gehen ſoll; φ ſey der Winkel, welchen der Weg S' mit der Axe des Kryſtalls macht. Dann wird der dieſen Weg parallele Radius durch

$$r = \frac{ab}{\sqrt{bb\sin\varphi^2 + aa\cos\varphi^2}} = \frac{ab}{W} \qquad (1)$$

ausgedrückt (wie aus der Lehre von den Kegelſchnitten bekannt iſt), wo a der Aequatorialhalbmeſſer und b der Polarhalbmeſſer iſt. Iſt nun μ das gewöhnliche Brechungsverhältniß, ſo wird, da allgemein $V' = \frac{\text{const.}}{r}$, und wenn $r = b$ iſt, beide Strahlen zuſammenfallen, auch $V' = \mu V$, folglich $\mu V = \frac{\text{const.}}{b}$, und $\text{const.} = b\mu V$, ſo daß wir

$$V' = \mu V . \frac{b}{r} ; \frac{V'}{V} = \mu . \frac{b}{r}$$

erhalten werden.

790. Im Allgemeinen giebt uns die Bedingung der kleinſten Wirkung, wie wir ſchon geſehen haben, die Gleichung

$$d(V.S + V'.S') = o ,$$

$$V.dS + V'.dS' + S'.dV' = o \quad (2)$$

Um dieſelbe aber gebrauchen zu können, müſſen wir V', S, S' durch veränderliche Größen ausdrücken, die ſich auf irgend einen Punkt der Oberfläche des Kryſtalls beziehen. Ob dieſer Punkt durch rechtwinkliche oder Polarcoordinaten ausgedrückt wird, iſt ganz einerlei; es iſt jedoch bequemer Polarcoordinaten zu gebrauchen. Es ſey daher C (Fig. 169) der Einfallspunkt des Strahls AC auf die Oberfläche HaOb, und um C als Mittelpunkt werde eine Kugel beſchrieben. Es ſey ZCz das Einfallsloth, und PCp die Lage der Axe des Kryſtalls. Die Ebene ZPHzpOZ, die ſenkrecht auf der Oberfläche ſteht, und durch die Axe geht, heißt der Hauptdurchſchnitt der Oberfläche. Es ſeyen ZAa, zBb Verticalebenen, in denen der gebrochene und der einfallende Strahl liegt, und man verbinde Bp durch den Bogen eines größten Kreiſes, ſo iſt dieſer Bogen $= \varphi$.

791. Wir wollen nun annehmen, die Axe der x ſey parallel mit der Projection HC der Axe des Kryſtalls, und da wir die Ebene der x und y nach Belieben wählen können, ſo mag ſie mit der brechenden Oberfläche zuſammenfallen, ſo daß $z = o$ wird. Fällt man dann die Perpendikel AM, Mm, BN, Nn und ſetzt:

$\lambda = ZP = zp =$ dem Winkel zwiſchen der Axe und den Perpendikeln,

$\varpi = Oa =$ der Neigung der Einfallsebene gegen den Hauptdurchſchnitt,

$\varpi' = Ob =$ der Neigung der Brechungsebene gegen den Hauptdurchſchnitt,

$\theta = ZCA = ZA =$ dem Einfallswinkel,

$\theta' = zCB = zB =$ dem Brechungswinkel,

ſo erhalten wir folgende Ausdrücke:

$$AC = S ; \; AM = \gamma ;$$

$$Cm^2 = (\alpha - x)^2 ; \; Mm^2 = (\beta - y)^2$$

folglich hieraus

Digitized by Google

ſo daß, wenn wir ihre Werthe in die Gleichung (2) ſubſtituiren:

$$o = \left\{ V . \frac{\gamma . \sin\theta}{\cos\theta^2} . \frac{d\theta}{d\theta'} + V' . \frac{\gamma' . \sin\theta'}{\cos\theta'^2} + \frac{\gamma'}{\cos\theta'} . \frac{dV'}{d\theta'} \right\} . d\theta'$$

$$+ \left\{ V . \frac{\gamma . \sin\theta .}{\cos\theta^2} . \frac{d\theta}{d\varpi'} + \frac{\gamma'}{\cos\theta'} . \frac{dV'}{d\varpi'} \right\} d\varpi'; \quad (5)$$

und ſetzt man den Coefficienten jedes der unabhängigen Differentiale beſonders Null, ſo wird

$$\frac{dV'}{d\theta'} = -V . \frac{\gamma}{\gamma'} . \frac{\sin\theta . \cos\theta'}{\cos\theta^2} . \frac{d\theta}{d\theta'} - V' . \tang\theta' \; ;$$

$$\frac{dV'}{d\varpi'} = -V \frac{\gamma}{\gamma'} . \frac{\sin\theta . \cos\theta'}{\cos\theta^2} . \frac{d\theta}{d\varpi'} \quad ; \qquad (6)$$

Subſtituirt man hierin die in den Gleichungen (4) angegebenen Werthe von $\frac{d\theta}{d\theta'}$, $\frac{d\theta}{d\varpi'}$, ſo erhält man:

$$\frac{dV'}{d\theta'} = -V . \frac{\sin\theta}{\cos\theta'} . \cos(\varpi - \varpi') - V' . \tang\theta' \; ;$$

$$\frac{dV'}{d\varpi'} = -V . \sin\theta . \sin\theta' . \sin(\varpi - \varpi') \quad ; \qquad (7).$$

Dieß ſind dieſelben Gleichungen, welche Laplace und Malus durch eine verwickeltere Rechnung aus den erſten dynamiſchen Relationen der Aufgabe abgeleitet haben; aus denſelben läßt ſich leicht das Brechungsgeſetz, welches irgend einem gegebenen Geſetz der Geſchwindigkeiten entſpricht, ableiten; denn wir haben nur nöthig dieſelben unter folgende Form zu bringen:

$$V . \sin\theta . \cos\varpi . \cos\varpi' + V \sin\theta . \sin\varpi . \sin\varpi'$$
$$= -V' . \sin\theta' - \cos\theta' . \frac{dV'}{d\theta'} \; ;$$

$$V . \sin\theta . \cos\varpi . \sin\varpi' - V . \sin\theta . \sin\varpi . \cos\varpi'$$
$$= \frac{1}{\sin\theta'} . \frac{dV'}{d\varpi'} \; ;$$

Multiplicirt man die erſte durch cos ϖ', die zweite durch sin ϖ', und addirt, ſo kommt:

$$\left. \begin{aligned} V \sin\theta . \cos\varpi = \frac{\sin\varpi'}{\sin\theta'} . \frac{dV'}{d\varpi'} \\ - \cos\theta' . \cos\varpi' . \frac{dV'}{d\theta'} - \sin\theta' . \cos\varpi' . V' \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Multiplicirt man wieder die erſte durch $\sin\varpi'$, die zweite durch $-\cos\varpi'$ und addirt, ſo erhält man:

$$\left.\begin{aligned} V.\sin\theta.\sin\varpi = -\frac{\cos\varpi'}{\sin\theta'}.\frac{dV'}{d\varpi'} \\ -\cos\theta'.\sin\varpi'.\frac{dV'}{d\theta'}-\sin\theta'.\sin\varpi'.V'; \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Die zweiten Glieder dieſer beiden Gleichungen ſind nun immer durch θ' und ϖ' gegeben (wenn die Geſchwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls V' irgend eine Function des Winkels φ, den er mit der Axe bildet, iſt), ſo daß wenn wir die Werthe derſelben durch P und Q bezeichnen,

$$\tang\varpi = \frac{Q}{P},\ \cos\varpi = \frac{P}{\sqrt{PP+QQ}};$$
$$\sin\theta = \sqrt{PP+QQ}$$

werden wird. Die Größen θ und ϖ ſind daher direct durch θ' und ϖ' ausgedrückt, und daher iſt auch die Richtung gefunden, in welcher ein ſich im Mittel bewegender Strahl aus demſelben heraustritt, und eben ſo umgekehrt.

793. Wir müſſen nun dieſe Operation im vorliegenden Fall ausführen. Hierzu ſetzen wir der Einfachheit wegen $V = 1$, und nehmen (da die halben Axen des Sphäroids a und b willkürlich ſind) $b = \frac{1}{\mu}$, $\mu = \frac{1}{b}$, ſetzen dann

$$\sqrt{aa\cos\varphi^2 + bb\sin\varphi^2} = W$$

ſo kommt:

$$V' = \frac{W}{ab};\ dV' = \frac{aa-bb}{ab}.\frac{\cos\varphi}{W}.d.\cos\varphi$$

Im ſphäriſchen Dreieck ZBp haben wir $Zp = \lambda$, $ZB = \theta'$, $pZB = \varpi'$, $pB = \varphi$, folglich vermittelſt der ſphäriſchen Trigonometrie

$$\cos\varphi = \cos\lambda.\cos\theta' + \sin\lambda.\sin\theta'.\cos\varpi'; \quad (10)$$

und differentiirt man einzeln nach θ' und ϖ'

$$\frac{d.\cos\varphi}{d\theta'} = -\cos\lambda.\sin\theta' + \sin\lambda.\cos\theta'.\cos\varpi',$$

$$\frac{d.\cos\varphi}{d\varpi'} = -\sin\lambda.\sin\theta'.\sin\varpi'$$

Sub=

Subſtituirt man dann dieſe Werthe in die partiellen Differentiale von V' in die Gleichungen (8) und (9), ſo werden dieſelben folgende Geſtalt annehmen

$$\sin\theta \, . \cos\varpi = - \frac{W^2 . \sin\theta' \cos\varpi'}{a\,b\,W} - \frac{(a^2 - b^2)\cos\varphi \sin\lambda \, (1 - \cos\varpi'^2 \sin\theta'^2)}{a\,b\,W} + \frac{(a^2 - b^2)\cos\varphi \cos\lambda \sin\theta' . \cos\theta' . \cos\varpi'}{a\,b\,W}$$

$$\sin\theta \, . \sin\varpi = - \frac{W^2 . \sin\theta' . \sin\varpi'}{a\,b\,W} + \frac{(a^2 - b^2)\cos\varphi \sin\lambda . \sin\varpi' \cos\varpi' \sin\theta'^2}{a\,b\,W} + \frac{(a^2 - b^2)\cos\varphi . \cos\lambda . \sin\theta' . \cos\theta' \sin\varpi'}{a\,b\,W.}$$

Man ſetze hierin für WW, $bb + (aa - bb)\cos\varphi^2$, und bedenkt man, daß der Werth von $\cos\varphi$ aus der Gleichung (10) gegeben iſt, ſo ſehen wir, daß vorige beide Gleichungen ſich auf

$$\sin\theta \cos\varpi = \frac{-bb \sin\theta' . \cos\varpi' - (aa - bb)\sin\lambda . \cos\varphi}{a\,b\,W}$$

reduciren, d. h. mit Anwendung der Gleichung (10) auf:

$$\left.\begin{aligned} -\sin\theta \cos\varpi &= \frac{a^2 - b^2) . \cos\lambda . \sin\lambda . \cos\theta'}{a\,b\,W} + \frac{(a^2 \sin\lambda^2 + b^2 \cos\lambda^2)\cos\varpi' \sin\theta'}{a\,b\,W} \\ -\sin\theta . \sin\varpi &= \frac{b^2 . \sin\theta' . \sin\varpi'}{a\,b\,W} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

794. Dieſe Gleichungen mit denjenigen verbunden, welche den Werth von W durch $\cos\varphi$, und den von $\cos\varphi$ durch θ', ϖ' ausdrücken, geben eine vollſtändige Aufſlöſung der Aufgabe in dem Fall, wenn ein Lichtſtrahl aus dem Kryſtall in die Luft tritt, und ſind hinreichend, ſowohl die Neigung des gebrochenen Strahls gegen die Oberfläche, als die Neigung der Ebene, in welcher der Hauptdurchſchnitt liegt, zu beſtimmen. Der Kürze wegen wollen wir ſetzen

$$\begin{aligned} aa . \sin\lambda^2 + bb . \cos\lambda^2 &= A \\ aa . \cos\lambda^2 + bb . \sin\lambda^2 &= B \\ (aa - bb) . \sin\lambda . \cos\lambda &= C \qquad (12) \end{aligned}$$

und dividirt man die erſte der Gleichungen (11) durch die zweite, ſo kommt

$$\tang \varpi = \frac{bb.\tang \theta'.\sin \varpi'}{A.\tang \theta'.\cos \varpi' + C} \qquad (13)$$

Dieß giebt ſogleich die Neigung der Ausfallsebene gegen die Ebene des Hauptdurchſchnitts, oder wie man ſich auch zuweilen ausdrückt, das Azimuth des ausfahrenden Strahls.

795. Iſt umgekehrt der Einfallswinkel und das Azimuth eines außen auf den Kryſtall fallenden Strahls gegeben, ſo würden wir den Brechungswinkel und das Azimuth des gebrochenen Strahls erhalten, indem wir θ', ϖ' als Functionen von θ, ϖ vermittelſt der obigen Gleichungen ausdrücken. Dieß kann folgendermaßen geſchehen. Man ſetze

$$x = \tang \theta'.\cos \varpi'$$
$$y = \tang \theta'.\sin \varpi'$$
$$xx + yy = \tang \theta'^2$$
$$\cos \theta'^2 = \frac{1}{1+xx+yy}$$
$$\tang \varpi' = \frac{bby}{Ax + C}.$$

Da nun außerdem

$$WW = bb + (aa - bb).\cos \varphi^2.$$
$$= \cos \theta'^2 \left\{ \frac{bb}{\cos \theta'^2} + (aa-bb)(\cos \lambda + \sin \lambda.\tang \theta'.\cos \varpi')^2 \right\}$$

ſo wird die zweite der Gleichungen (11), indem man quadrirt

$$(\sin \theta.\sin \varpi)^2 \left\{ \frac{bb}{\cos \theta'^2} + (aa-bb)(\cos \lambda + \sin \lambda.\tang \theta'.\cos \varpi')^2 \right\}$$
$$= \frac{bb}{aa}(\tang \theta'.\sin \varpi')^2$$

oder auch

$$aa(\sin \theta.\sin \varpi)^2.\begin{Bmatrix} bb(1 + xx + yy \\ + (aa - bb)(\cos \lambda + x.\sin \lambda)^2 \end{Bmatrix}$$
$$= bbyy,$$

d. h. indem man entwickelt, und die Werthe von A, B, C darin ſubſtituirt

$$aa(\sin \theta.\sin \varpi)^2(Ax^2 + 2Cx + B + b^2y^2)$$
$$= b^2y^2.$$

Digitized by Google

Nun haben wir aber

$$A\,x + C = \frac{b\,b\,y}{\text{tang}\,\varpi},$$

$$x = \frac{b\,b\,y}{A.\,\text{tang}\,\varpi} - \frac{C}{A.}$$

Subſtituirt man, ſo nimmt vorige Gleichung die Form $p\,y\,y + q = o$ an, und wird ſie aufgelöst, ſo kommt

$$y = \text{tang}\,\theta'.\sin\varpi'$$

$$= \frac{a\,a.\sin\theta.\sin\varpi}{\sqrt{A - a^2.\sin\theta^2(A.\sin\varpi^2 + b^2\cos\varpi^2)}} \qquad (14)$$

und ſubſtituirt man dieſen Ausdruck im Werthe von x, ſo erhält man

$$x = \text{tang}\,\theta'.\cos\varpi' \qquad (15)$$

$$= \frac{a^2 b^2}{A}.\frac{\sin\theta.\cos\varpi}{\sqrt{A - a^2\sin\theta^2(A\sin\varpi^2 + b\,b\cos\varpi^2)}} - \frac{C}{A}$$

Dieſe Gleichungen ſind mit denjenigen identiſch, welche Malus in ſeiner Théorie de la double réfraction bewieſen hat, einige leichte Unterſchiede der Bezeichnung ausgenommen, die daher rühren, daß wir ϖ, ϖ' von den entgegengeſetzten Punkten des Kreiſes aus gerechnet haben.

796. Die Werthe von A, B, C hängen bloß von a, b, λ, d. h. von der beſondern Natur des Kryſtalls, die das Verhältniß der Axen des Sphäroids der doppelten Brechung beſtimmt, und von der Neigung der Axe gegen die Oberfläche, auf welche der Strahl einfällt, ab. Die erſtere iſt für einen und denſelben Kryſtall conſtant, welche Lage auch die Oberfläche haben mag; die letztere iſt für jede gegebene Oberfläche conſtant. Hieraus ſieht man, daß das allgemeine Geſetz der doppelten Brechung, wenn wir uns auf die Betrachtung einer der Lage nach gegen die Axe gegebenen Fläche beſchränken, ſich in eine unendliche Menge beſonderer Fälle auflöst, von denen wir einige jetzt betrachten wollen.

797. Erſter Fall. Iſt die Oberfläche ſenkrecht auf der Axe, ſo wird $\lambda = o$, $A = b\,b$, $B = a\,a$, $C = o$ und die Gleichungen **(14)** und **(15)** geben

$$\text{tang}\,\theta'.\sin\varpi' = \frac{a\,a}{b}.\frac{\sin\theta.\sin\varpi}{\sqrt{1 - a^2\sin\theta^2}},$$

$$\text{tang}\,\theta'.\cos\varpi' = \frac{a\,a}{b}.\frac{\sin\theta.\cos\varpi}{\sqrt{1 - a^2\sin\theta^2}}.$$

Digitized by Google

Dieſe Gleichungen, ſo wie auch die Gleichung (13) geben $\varpi' = \varpi$, ſo daß in dieſem Fall die Brechungsebene mit der Einfallsebene dieſelbe iſt, und der ungewöhnliche Strahl nicht aus der Verticalebene heraustritt. Hierdurch erhalten wir

$$\text{tang}\,\theta' = \frac{aa}{b} \cdot \frac{\sin\theta}{\sqrt{1 - aa \cdot \sin\theta^2}}, \quad (16)$$

welches das Geſetz der ungewöhnlichen Brechung in dieſem Fall angiebt. Iſt $\theta = o$, ſo wird $\theta' = o$, oder der ſenkrecht einfallende Strahl geht ungebrochen längs der Axe fort. Iſt $\theta = 90°$, ſo wird

$$\text{tang}\,\theta' = \frac{aa}{b\sqrt{1 - aa}}.$$

Setzen wir nun $b = \frac{1}{\mu'}$, $a = \frac{1}{\mu}$, ſo wird dieſes

$$\text{tang}\,\theta' = \frac{\mu}{\mu'\sqrt{\mu'\mu' - 1}}; \quad (17)$$

Dieß giebt immer einen reellen Werth, da μ, μ' größer als die Einheit ſind, ſo daß der Strahl in den Kryſtall eindringen kann, wie groß auch ſeine Schieſe ſeyn mag.

798. Zweiter Fall. Liegt die Axe in der Oberfläche, oder iſt $\lambda = 90°$, ſo hat man $A = aa$, $B = bb$, $C = o$, und die Gleichungen werden

$$\text{tang}\,\theta' \cdot \sin\varpi' = \frac{a \sin\theta \cdot \sin\varpi}{\sqrt{1 - \sin\theta^2 (a^2 \sin\varpi^2 + b^2 \cos\varpi^2)}} \quad (18)$$

$$\text{tang}\,\theta' \cdot \cos\varpi' = \frac{bb}{a} \cdot \frac{\sin\theta \cdot \cos\varpi}{\sqrt{1 - \sin\theta^2 (aa \sin\varpi^2 + b^2 \cos\varpi^2)}} \quad (19)$$

$$\text{tang}\,\varpi' = \frac{aa}{bb}\,\text{tang}\,\varpi = \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 \text{tang}\,\varpi \quad (20)$$

Die letzte dieſer Gleichungen zeigt, daß der ungewöhnliche Strahl von der Einfallsebene abweicht. Der Betrag dieſer Abweichung verſchwindet, wenn die Einfallsebene mit dem Hauptdurchſchnitt zuſammenfällt, er nimmt aber auf jeder Seite zu, bis er eine gewiſſe Größe erreicht hat, indem die Ablenkung von der Axe abwärts geſchieht, oder die Brechungsebene macht einen größern Winkel mit der Axe als die Einfallsebene. Beide Ebenen nähern ſich dann einander wieder, und iſt $\varpi = 90°$, tang $\varpi = \infty$, tang $\varpi' = \infty$, folglich $\varpi' = 90°$, d. h. die Brechungsebene fällt dann mit der Einfallsebene wieder zuſammen.

Digitized by Google

799. Die Gleichungen (18) und (19) zeigen, daß der gebrochene Strahl in dieſem Fall um das Einfallsloth keinen Kegelſchnitt beſchreibt, wenn der einfallende Strahl dieſes thut, und daher ändert ſich das Brechungsgeſetz in jedem Azimuth. Zwei Fälle verdienen beſonders bemerkt zu werden, nämlich diejenigen, in welchen die Einfallsebene mit dem Hauptdurchſchnitt zuſammenfällt, und wenn ſie ſenkrecht auf demſelben ſteht. Im erſten Fall iſt $\varpi = o$, $\varpi' = o$, ſo daß

$$\text{tang } \theta' = \frac{bb}{a} \cdot \frac{\sin\theta}{\sqrt{1 - bb\sin\theta^2}} \qquad (21)$$

Eine merkwürdige Relation findet in dieſem Fall zwiſchen den Brechungswinkeln des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls ſtatt, indem ihre Tangenten ein gegebenes Verhältniß zu einander haben. Iſt (θ') der Brechungswinkel für den gewöhnlichen Strahl, ſo haben wir

$$\sin(\theta') = \frac{1}{\mu}\text{sn} = b \cdot \sin\theta,$$

und daher auch

$$\text{tang}\,\theta' = \frac{b}{a} \cdot \frac{\sin(\theta')}{\sqrt{1 - \sin(\theta')^2}}$$

$$= \frac{b}{a} \cdot \text{tang}\,(\theta') \qquad (22)$$

Im letztern Fall, wo die Brechungsebene ſenkrecht auf der Axe ſteht, iſt $\varpi = \varpi' = 90°$, und wir erhalten

$$\text{tang } \theta' = \frac{a\sin\theta}{\sqrt{1 - aa\sin\theta^2}}$$

$$\sin\theta' = a \cdot \sin\theta. \qquad (23)$$

800. In dieſem Fall ſteht daher der Sinus des Einfallswinkels zu dem des Brechungswinkels in einem beſtimmten Verhältniß, und die ungewöhnliche Brechung geſchieht nach demſelben Geſetz als die gewöhnliche, nur mit einem andern Brechungsverhältniß, nämlich μ' oder $\frac{1}{a}$ ſtatt μ oder $\frac{1}{b}$. Betrachten wir daher nur dieſen beſondern Fall, ſo ſcheint das Mittel zwei Brechungsverhältniſſe zu haben, ein gewöhnliches und ein ungewöhnliches.

801. Durch ſorgfältige Unterſuchung dieſer Fälle wurde Dr. Wollaſton in den Stand geſetzt, ſich von der Richtigkeit des Huygenianiſchen Geſetzes zu überzeugen. Der zuletzt erwähnte Umſtand

Digitized by Google

giebt uns die Hülfsmittel an die Hand, bei jedem beſondern Kryſtall die beiden Axen des Sphäroids der doppelten Brechung zu beſtimmen. Wir brauchen aus demſelben nur ein Prisma zu ſchneiden, deſſen brechender Winkel mit der Axe parallel liegt, und ſeine Brechungsverhältniſſe nach den früher angegebenen Grundſätzen zu beſtimmen; nennt man dieſelbe μ, μ', ſo ſind die halben Axen des Sphäroids $\frac{1}{\mu}$, $\frac{1}{\mu'}$. Bei dem kohlenſauren Kalk, den Malus mit der größten Genauigkeit unterſuchte, fand er die beiden Werthe a und b gleich 0,67417 und 0,60449, nachdem er $\mu' = 1{,}4833$, $\mu = 1{,}6543$ beſtimmt hatte. (Théorie de la double réfraction. p. 199.)

802. Es iſt jedoch hierbei nicht möglich aus der bloßen Brechung zu beſtimmen, welches der gewöhnliche und welches der ungewöhnliche Strahl ſey. Es giebt jedoch unfehlbare und leichte Kennzeichen, wie wir ſogleich zeigen werden. Unterdeſſen können wir uns mit der Bemerkung begnügen, daß, da eine mäßige Abweichung vom genauen Azimuth $\varpi = 90°$ dem ungewöhnlichen Strahl eine Abweichung von der Einfallsebene mittheilt, die bei dem gewöhnlichen Strahl nicht ſtattfindet, ſo kann dieſe Erſcheinung als ein Kennzeichen derſelben in verſchiedenen Fällen dienen.

803. Das Quadrat der Geſchwindigkeit des gewöhnlichen Strahls innerhalb des Mittels iſt $\mu^2 V^2$ oder μ^2, d. h. $\frac{1}{b^2}$ und iſt conſtant. Das Quadrat der Geſchwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls iſt V'^2 oder $\frac{W^2}{a^2 b^2}$, d. h.

$$\frac{\cos\varphi^2}{b^2} + \frac{\sin\ \varphi^2}{a^2}$$

welches auch ſo ausgedrückt werden kann:

$$V'^2 = \frac{1}{b^2} - \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right) . \sin\varphi^2.$$

Das Quadrat der Geſchwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls iſt daher (in der Corpusculartheorie) um eine Größe vermindert, die dem Quadrat des Sinus der Neigung des Strahls innerhalb des Kryſtalls gegen die Axe proportional iſt. Wir ſagen vermindert im algebraiſchen Sinne des Worts; iſt a > b, ſo ſtimmt dieß mit dem gewöhnlichen Sprachgebrauch überein; iſt aber a < b, ſo wird das Quadrat vermehrt. Dieß giebt uns eine Unterabtheilung der Kry-

Digitized by Google

ſtalle in zwei Claſſen, die von einigen anziehend und abſtoßend, von andern poſitiv und negativ genannt werden; letztere Benennungsart iſt vorzuziehen, da die erſte andere theoretiſche Betrachtungen voraus= ſetzt. **Poſitive** Kryſtalle ſind daher ſolche, wo $a < b$ iſt, oder in denen das Sphäroid der doppelten Brechung verlängert ausfällt. Bei dieſen iſt der Coefficient

$$-\left(\frac{1}{bb} - \frac{1}{aa}\right) = k$$

poſitiv, und das Quadrat der Geſchwindigkeit $vv + k \cdot \sin\theta^2$ (wo $v = \frac{1}{b} =$ der Geſchwindigkeit des gewöhnlichen Strahls innerhalb des Mittels) wird durch die Wirkung des Mittels vermehrt, und iſt in der Axe ein Minimum. Bei der negativen Claſſe iſt der Coefficient k negativ, $a > b$, oder das Sphäroid der doppelten Brechung ab= geplattet, und die Geſchwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls iſt in der Axe ein Maximum. Bei poſitiven Kryſtallen iſt daher das ge= wöhnliche Brechungsverhältniß (μ) kleiner als das ungewöhnliche, bei negativen größer. Zu der erſten Claſſe gehören Quarz, Eis, Zirkon, Apophyllit (wenn er nur Eine Axe hat); zur letztern isländiſcher Spath, Beryll, Smaragd, Apatit u. ſ. w. Die negative Claſſe übertrifft an Anzahl der natürlichen und künſtlichen Kryſtalle die po= ſitive bei Weitem. Biot war der erſte, der beide Claſſen unterſchied.

805. Im Undulationsſyſtem iſt die Geſchwindigkeit das Umge= kehrte von der in der Corpusculartheorie, und ſie verhält ſich daher direct wie der Halbmeſſer des Sphäroids der doppelten Brechung. Eine von irgend einem Punkt innerhalb des Kryſtalls fortgepflanzte Welle durchläuft alſo in verſchiedenen Richtungen in derſelben Zeit Räume, welche den Halbmeſſern des Sphäroids, die mit dieſen Rich= tungen parallel laufen, proportional ſind, und daher iſt in jedem Augenblick die Welle ſelbſt ein Sphäroid, welches dem der doppelten Brechung ähnlich iſt. Dieß ſind Huygens Gedanken über dieſen Gegenſtand. Es wird hierdurch nöthig, daß wir den Kryſtall, oder den Aether innerhalb des Kryſtalls, durch welchen die Welle fortge= pflanzt wird, ſo anſehen, als ob er nach verſchiedenen Richtungen verſchiedene Elaſticität beſäße. Rückſichtlich der Theilchen des feſten Körpers iſt hierin keine Unmöglichkeit vorhanden; allein findet die Fortpflanzung des Lichts innerhalb des Körpers bloß vermittelſt der Elaſticität des Aethers ſtatt, ſo müſſen wir annehmen, daß ſeine

Digitized by Google

Theilchen in kryſtalliſirten Körpern ſich in einem von dem im freien Raume ſehr verſchiedenen phyſiſchen Zuſtand befinden, und entweder auf irgend eine Art mit den feſten Theilchen verbunden (z. B. um dieſelben Atmoſphären bilden), oder Geſetzen einer gegenſeitigen Wirkung unterworfen ſind, die ſich denjenigen nähern, welche die Theilchen feſter Körper auf einander ausüben, und hierdurch ſelbſt an einer kryſtalliniſchen Zuſammenfügung und einer gegenſeitigen Abhängigkeit Theil nehmen.

805. Es würde unſere vorgeſteckten Gränzen zu weit überſchreiten, wenn wir die beſondern Anwendungen der allgemeinen Formeln (13), (14), (15) weiter verfolgen wollten. Der Leſer, welcher noch weitere Unterſuchungen verlangt, kann das oft angeführte Werk von Malus Théorie de la double réfraction benutzen, dem im Jahr 1810 von dem Franzöſiſchen Inſtitut der Preis zuerkannt wurde. Rückſichtlich der Theorie der innern Zurückwerfung des ungewöhnlichen Strahls, die viele merkwürdige Sonderbarkeiten enthält, ſo wie über die Brennpunkte von Linſen, die aus doppelt brechenden Kryſtallen beſtehen, müſſen wir auf daſſelbe Werk verweiſen. Von letzterm Fall wollen wir nur die Reſultate ausziehen, wenn die Linſe doppelt convex iſt, und die Axe der doppelten Brechung mit der Richtung der Axe zuſammenfällt. Es ſeyen zu dieſem Zweck

r, r' die Halbmeſſer der vordern und der hintern Fläche der Linſe, beide als convex betrachtet.

$d =$ der Entfernung des ſtrahlenden Punkts in der Axe.

$a, b =$ dem Aequatorial- und Polarhalbmeſſer des Sphäroids der doppelten Brechung.

$D =$ der Entfernung des conjugirten Brennpunkts hinter der Linſe für ungewöhnliche Strahlen.

$\Delta =$ der ungewöhnlichen Brennweite für parallele Strahlen.

$F =$ der gewöhnlichen Brennweite für parallele Strahlen.

Dann haben wir folgende Ausdrücke

$$D = -\frac{a^2 b d r r'}{d(r+r')(2b^2 - a^2 - a^2 b) - a^2 b r r'};$$

$$F \quad = \frac{b r r'}{(r+r')(1-b)}$$

Iſt die Linſe auf beiden Seiten gleich convex, oder $r = r'$, o wird

$$D = -\frac{a^2 b r d}{2(2bb - aa - a^2 b)d - a^2 b r}$$

Digitized by Google

$$\Delta = -\frac{a^2 b r}{2(2bb - aa - a^2 b)}$$

$$F = -\frac{b r}{2(1-b)}$$

$$\Delta - F = -2F \cdot \frac{a^2 - b^2}{2b^2 - a^2 - a^2 b}$$

Bei dem isländiſchen Kalkſpath geben dieſe letzten Gleichungen

$$D = -r \cdot 88{,}2286, \quad F = -r \cdot 0{,}7642$$

$$D - F = -F \cdot 114{,}4546,$$

und bei dem Bergkryſtall (Quarz)

$$D = -r \cdot 0{,}9628, \quad F = -r \cdot 0{,}8958$$

$$D - F = -F \cdot 0{,}0748.$$

806. Um im Allgemeinen den Weg eines ungewöhnlich gebrochenen Strahls darzuſtellen, hat Huygens folgende Conſtruction (Fig. 170) angegeben. Es ſey HED der elliptiſche Durchſchnitt des Sphäroids der doppelten Brechung durch die Oberfläche, RC der auf deſſen Mittelpunkt C fallende Strahl, und BCK die orthographiſche Projection des Strahls RC auf die Oberfläche. Es ſey HME das Stück des Sphäroids innerhalb des Kryſtalls, deſſen Axe durch C geht, und ſie kann eine beliebige Neigung gegen die Oberfläche haben. Dann iſt nach Verlauf einer gewiſſen Zeit die Oberfläche dieſes Sphäroids die Gränze der von C als Mittelpunkt fortgepflanzten Welle. Man ziehe CO in der Ebene RCK ſenkrecht auf RC, und mache OK (welches ſenkrecht auf CK oder parallel mit RC iſt) dem Raume gleich, welchen das Licht außerhalb des Kryſtalls in derſelben Zeit beſchrieben hat. Dieß beſtimmt den Punkt K in der Linie BCK. Durch K ziehe man KT ſenkrecht auf BK, und um KT als Axe laſſe man ſich eine Ebene drehen, die durch KT geht, bis ſie die Oberfläche des Sphäroids in I berührt. Man ziehe CI, ſo iſt CI der ungewöhnlich gebrochene Strahl.

807. Der Beweis dieſer Conſtruction iſt, wenn man das Princip der ſphäroidiſchen Undulationen zugiebt, an ſich klar, wenn wir die Art betrachten, in welcher die allgemeine Welle aus der Vereinigung aller elementaren Wellen, die aus allen Theilen der Oberfläche fortgepflanzt werden, entſteht. (§. 586.) Nehmen wir bei dieſer Conſtruction an, daß eine von einem unendlich entfernten leuchtenden Körper herkommende ſenkrecht auf RC ſtehende Welle ſich längs RC fortbewegt, ſo wird jeder Punkt in der Linie CK nach und nach,

Digitized by Google

und jeder Punkt in der Linie CD, die ſenkrecht auf CK oder mit KT parallel iſt, zu gleicher Zeit ein Mittelpunkt der Vibrationen werden. Die allgemeine Welle iſt daher eine Oberfläche, welche alle Ellipſoiden berührt, die um jeden Punkt der Oberfläche beſchrieben ſind, deren Axen parallel, ihre erzeugenden Ellipſen ähnlich, und ihre linearen Dimenſionen dem Abſtand ihres Mittelpunkts von der Linie KT proportional ſind. Folglich kann dieſelbe keine andere ſeyn, als die oben erwähnte Berührungsebene IKT.

808. Dieß iſt alſo die Geſtalt und die Lage der allgemeinen Welle innerhalb des Kryſtalls. Betrachten wir nur den ſehr kleinen Theil derſelben, welcher von C aus geht, ſo iſt es einleuchtend, daß I der entſprechende Punkt in derſelben iſt, und daß folglich CI die Richtung des Strahls ausmacht, weil I denjenigen Punkt angiebt, auf welchen dieſer Theil der allgemeinen Welle, wenn er durch eine ſehr kleine Oeffnung in C hindurchgelaſſen würde, fallen wird.

809. Wir ſehen hieraus, daß wir einen ungewöhnlichen Strahl nicht mehr als die Normale auf der Oberfläche der Welle betrachten können. Er wird gegen dieſe Oberfläche in ſchiefer Richtung fortgepflanzt. Sobald jedoch wieder die Welle in das umgebende Mittel übertritt, findet das gewöhnliche Geſetz der ſenkrechten Fortpflanzung wieder ſtatt.

810. Um die Identität des aus dieſer Conſtruction hervorgehenden Geſetzes der ungewöhnlichen Brechung mit dem, welches durch die allgemeinen Gleichungen (13), (14), (15) ausgedrückt wird, zu zeigen, brauchen wir daſſelbe nur in die analytiſche Sprache zu überſetzen. Dieß iſt von Malus in ſeinem oben erwähnten Werk geſchehen; auch kann der Leſer eine mehr elementare Darſtellung des Verfahrens in Biot, Traité de Physique finden; da es ſehr verwickelt ausfällt, wollen wir uns hier nicht mit demſelben befaſſen.

811. Es ergeben ſich aus dieſer Art den Gegenſtand zu betrachten, einige merkwürdige und wichtige Folgerungen. Man ſieht, daß wenn eine ebene Welle auf eine doppelt brechende Oberfläche fällt, ſo iſt die durchgelaſſene ungewöhnliche Welle ebenfalls eine Ebene, und bewegt ſich in ſchiefer Richtung mit gleichförmiger Geſchwindigkeit fort. Folglich iſt auch die ſenkrechte Geſchwindigkeit gleichförmig. Außerdem iſt der Durchſchnitt derſelben mit KT, oder mit dem Durchſchnitt derſelben Oberfläche mit der einfallenden Welle parallel. Hieraus iſt einleuchtend, daß ſie ſich eben ſo bewegt, wie

Digitized by Google

eine gewöhnliche Welle, und in jedem Augenblick eine gleiche Lage mit derſelben haben würde, vorausgeſetzt, daß man das Brechungsverhältniß gehörig annimmt. Der einzige Unterſchied beſteht darin, daß die Bewegung der ſchwingenden Theilchen, aus denen ſie beſteht, in verſchiedenen Ebenen geſchehe. Tritt dieſe Welle aus dem Mittel heraus, ſo gehorcht ſie denſelben Geſetzen als bei dem Eintritt, ſo daß ſie eine ebene Welle bleibt, und ihr Durchſchnitt mit der Oberfläche, an der ſie austritt, ſich nicht ändert.

812. Hieraus folgt, daß wenn wir aus irgend einem doppelt brechenden Kryſtall mit einer Axe ein Prisma ſchneiden, und auf daſſelbe einen Strahl in einer Ebene fallen laſſen, die ſenkrecht auf der Kante des Prisma ſteht, ſo tritt ſowohl der gewöhnliche als der ungewöhnliche Strahl in derſelben Ebene heraus, und ihre Trennung findet in einer Ebene ſtatt, welche den einfallenden und den gewöhnlich gebrochenen Strahl enthält, und wird daher ſcheinbar ſo beſchaffen ſeyn, als ob das Mittel zwei verſchiedene Brechungskräfte beſäße. Bloß dann, wenn die Kante des Prisma ſchief gegen die Einfallsebene liegt, kann der ungewöhnliche Strahl aus der Ebene, die den einfallenden und gewöhnlich gebrochenen Strahl enthält, heraustreten.

813. Wir ſehen hierdurch, daß wir in der Theorie der ungewöhnlichen Brechung zwei Dinge, welche in der gewöhnlichen einerlei ſind, als weſentlich von einander verſchieden betrachten müſſen, nämlich die Geſchwindigkeit der Lichtwellen und die Geſchwindigkeit der Lichtſtrahlen. Dieſe Unterſcheidung muß ſpäterhin ſorgfältig im Auge behalten werden, wenn wir das Geſetz der Brechung in Kryſtallen mit zwei Axen behandeln. Hierzu ſind wir jedoch noch nicht hinlänglich vorbereitet, da die Kenntniß dieſes Geſetzes eine Bekanntſchaft mit einer Menge Erſcheinungen, die von der Polariſation des Lichts abhängen, wovon noch nichts geſagt worden iſt, vorausſetzt. Es wird hinreichend ſeyn, hier zu erwähnen, daß die ganze Lehre von der doppelten Brechung neulich durch die Unterſuchungen von Fresnel eine völlige Revolution erlitten hat, durch welche die ganze Anſicht der phyſiſchen Optik geändert worden iſt. Man hat es lange als gewiß angenommen, daß bei den doppelt brechenden Kryſtallen der eine Strahl immer die Geſetze der gewöhnlichen Brechung befolgte. Außerdem hatte man durch Verſuche, die hernach erzählt werden ſollen, ausgemacht, daß der Unterſchied der Quadrate der Geſchwin-

digkeiten beider Strahlen in allen Fällen dem Product der Sinus der Winkel, zwiſchen dem außerordentlichen Strahl und den beiden Axen proportional iſt. Hieraus ſchloß man, daß die Geſchwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls in allen Fällen durch

$$\sqrt{vv + k \cdot \sin\varphi \cdot \sin\varphi'}$$

dargeſtellt würde, wo v die des gewöhnlichen Strahls, k ein von der Natur des Kryſtalls abhängender conſtanter Coefficient iſt, und φ, φ' die erwähnten Winkel ſind. Giebt man dieſes zu, ſo findet keine Schwierigkeit ſtatt, die doppelt gekrümmte Oberfläche zu beſtimmen, die man an die Stelle des Sphäroids ſetzen muß, damit man die in §. 806 beſchriebene Conſtruction, oder die allgemeine Formel §. 792 auf dieſen Fall anwenden könne. Nennen wir α den halben Winkel zwiſchen beiden Axen, und nehmen drei Coordinatenaxen an, von denen die eine x den Winkel halbirt, und die Axe der y in derſelben Ebene liegt, ſo hat man vermittelſt der ſphäriſchen Trigonometrie

$$\cos\varphi = \frac{x \cdot \cos\alpha + y \cdot \sin\alpha}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

$$\cos\varphi' = \frac{x \cdot \cos\alpha - y \cdot \sin\alpha}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

Da nun der Halbmeſſer der Oberfläche der Welle r oder $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, immer gleich

$$\frac{1}{V'}, \text{ oder } \frac{1}{\sqrt{vv + k \cdot \sin\varphi \cdot \sin\varphi'}}$$

iſt, ſo giebt eine einfache Subſtitution auf einmal die Gleichung der Oberfläche rückſichtlich der drei Coordinaten x, y, z; nämlich

$$\begin{aligned} o = {} & (k^2 - v^4)(x^2 + y^2 + z^2)^2 \\ & + 2v^2(x^2 + y^2 + z^2) \\ & - 2k^2(x^2 \cos\alpha^2 + y^2 \sin\alpha^2)(x^2 + y^2 + z^2) \\ & + k^2(x^2 \cdot \cos\alpha^2 + y^2 \cdot \sin\alpha^2)^2 - 1, \end{aligned}$$

die ſich leicht in eine Function von r, ϖ, θ umformen läßt, wie es die Anwendung der allgemeinen analytiſchen Formel verlangt, vermittelſt der gewöhnlichen Subſtitutionen

$$x = r \cdot \sin\theta \cdot \cos\varpi$$
$$y = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varpi$$
$$z = r \cdot \cos\theta.$$

Die Unterſuchungen von Fresnel haben jedoch, wie ſchon er-

wähnt iſt, die Baſis, auf welcher dieſe Theorie ruhte, zerſtört, indem ſie die Nichtexiſtenz eines gewöhnlich gebrochenen Strahls in Kryſtallen mit zwei Axen bewieſen. Die Theorie, welche er an ihre Stelle geſetzt hat, und die man als eine der feinſten Theorien der neuern Wiſſenſchaften anſehen muß, müſſen wir jedoch für eine ſpätere Stelle aufſparen. Wir behandeln jetzt

Die Polariſation des Lichts.

814. Die Erſcheinungen, welche zu dieſer Abtheilung unſeres Gegenſtandes gehören, ſind ſo ſonderbar und mannichfaltig, daß Jemand, der die phyſiſche Optik nur unter der bis jetzt dargeſtellten Beziehung ſtudirt hat, gleichſam in eine neue Welt tritt, die ſo glänzend iſt, daß ſie die angenehmſten Zweige der experimentalen Forſchungen ausmacht, und die ſo fruchtbare Ausſichten über die Beſchaffenheit der Körper und des tiefern Mechanismus des Univerſums eröffnet, daß man ſie in den erſten Rang der phyſiſch-mathematiſchen Wiſſenſchaften ſtellen kann, den ſie auch vermöge der geometriſchen Schärfe, der ihre Beſchaffenheit fähig iſt, und welche ſie auch verlangt, behauptet. Die Verwickelung ſowohl als die Mannichfaltigkeit ihrer Erſcheinungen, und die beiſpielloſe Schnelligkeit, mit welcher die Entdeckungen auf einander folgten, haben bisher verhindert, dieſelben in ein ſyſtematiſches Gewand einzukleiden, aber nachdem die zahlloſen unvollkommenen Theorien verworfen worden ſind, ſcheint dieſer Theil diejenige Feſtigkeit erlangt zu haben, die uns freilich nicht in den Stand ſetzt, durch deutliche Schritte aus einer allgemeinen Urſache die Erſcheinungen abzuleiten, aber uns ſie doch in einer regelmäßigen Ordnung darſtellen läßt, einen gegenſeitigen Zuſammenhang zwiſchen den verſchiedenen Claſſen der Erſcheinungen zeigt, was ein weſentlicher Schritt zu einer vollkommenen Theorie iſt, und uns des verirrenden Details einer Menge einzelner Facta überheben, die nachdem ſie zur Induction gedient haben, auf das allgemeine Geſetz, aus welchem ſie entſprungen ſind, zurückgeführt werden müſſen.

---

§. II. Allgemeine Begriffe über den Unterſchied zwiſchen dem polariſirten und nichtpolariſirten Licht.

815. Bei allen Eigenſchaften des Lichts, die wir bisher aufgeſtellt haben, betrachteten wir daſſelbe immer ſo, als ob dieſelben

Digitized by Google

Erſcheinungen der Zurückwerfung und Brechung rückſichtlich der Richtung und Intenſität des zurückgeworfenen oder gebrochenen Strahls gäben, wie es auch auf die zurückwerfende oder brechende Oberfläche fallen mag, vorausgeſetzt, daß der Einfallswinkel und die Ebene, in welcher derſelbe liegt, ſich nicht ändert. Dieß iſt von dem Lichte wahr, welches ſich in einem ſolchen Zuſtande befindet, wie es unmittelbar aus der Sonne oder einem andern ſelbſtleuchtenden Körper ausfließt. Man kann annehmen, daß ein ſolcher Lichtſtrahl, der unter einem gegebenen Winkel auf eine gegebene Oberfläche fällt, ſich um eine Axe drehe, die mit ſeiner eigenen Richtung zuſammenfällt, oder, was auf daſſelbe hinauskommt, die zurückwerfende oder brechende Oberfläche kann um den Strahl als Axe gedreht werden, indem ſie ſonſt in allen andern Rückſichten dieſelbe relative Lage gegen denſelben beibehält, und man wird keine Aenderung in den Erſcheinungen bemerken. Befeſtigen wir z. B. in einer langen cylindriſchen Röhre eine Glasplatte, oder ein anderes Mittel in einer beliebigen Neigung gegen die Axe, und drehen dann das Ganze, nachdem wir es nach der Sonne gerichtet haben, um ſeine Axe, ſo wird die Intenſität des zurückgeworfenen oder gebrochenen Strahls keine Aenderung erleiden, und ſeine Richtung (wenn er abgelenkt wird) dreht ſich zugleich mit dem ganzen Apparat gleichmäßig herum, ſo daß wenn er auf einer Tafel aufgefangen wird, die mit der Röhre feſt verbunden iſt, ſo fällt er während der Drehung immer auf denſelben Punkt. Wir können auch das von einem Stück weißglühenden Eiſens herkommende Licht auffangen, und die Erſcheinungen werden dieſelben bleiben, das Eiſen mag ſich in Ruhe befinden, oder um eine Axe gedreht werden, die mit der Richtung des Strahls zuſammenfällt.

816. Wenn wir aber ſtatt eines unmittelbar aus einem ſelbſtleuchtenden Körper ausfließenden Strahls einen andern Strahl, der ſchon einige Zurückwerfungen oder Brechungen erlitten hat, oder ſonſt auf irgend eine Weiſe lange der Einwirkung materieller Körper unterworfen geweſen iſt, unterſuchen, ſo finden wir, daß dieſe vollkommene Gleichförmigkeit nicht mehr ſtattfindet. Es bleibt nicht länger gleichgültig, in welcher Ebene in Hinſicht auf den Strahl ſelbſt die zurückwerfende oder brechende Oberfläche demſelben vorgehalten wird. Der Strahl ſcheint gleichſam eine linke und rechte, eine vordere und eine hintere Seite erlangt zu haben, und die Intenſität, wenn auch nicht die Richtung des zurückgeworfenen oder durchgelaſſenen Theils hängt

Digitized by Google

weſentlich von der Richtung gegen die Seiten ab, in welcher die Einfalls-ebene liegt, obgleich alles Uebrige ungeändert bleibt. In dieſem Zu-ſtande ſagt man, es ſey polariſirt. Man kann ſich den Unterſchied zwiſchen einem polariſirten und einem gewöhnlichen Lichtſtrahl dadurch vorſtellen, daß man den letztern als einen cylindriſchen und den erſtern als einen vierſeitigen prismatiſchen Stab annimmt. Es iſt einleuch-tend, daß wenn der Cylinder gegen irgend eine Oberfläche unter einem gegebenen Winkel in einer gegebenen Ebene geneigt wird, ſo kann derſelbe um ſeine eigene Axe gedreht werden, ohne daß er ſein Ver-hältniß gegen die Ebene ändert, während das Prisma weſentliche Abänderungen erleidet. Wir wollen z. B. annehmen (es iſt dieß bloß ein Gleichniß, von dem wir nicht wünſchten, daß es der Leſer als eine Analogie mit dem Folgenden anſehen möchte), wir ſollten einen ſolchen Stab in eine Oberfläche hineintreiben, die aus einzelnen Faſern oder aus parallel liegenden Blättchen beſtünde, ſo würden wir viel leichter in die-ſelbe eindringen, wenn wir die breite Seite des Prisma den Blättchen parallel, als wenn wir denſelben quer durch halten. Man kann eine dünne Scheibe zwiſchen die Stäbe eines Gitters ſchieben, die, wenn ſie kreuzweiſe angebracht würden, ein unüberſteigliches Hinderniß dar-bieten.

817. Wir wollen nun aber mehr ins Einzelne gehen und einen deutlichern Begriff von der ausgezeichneten Verſchiedenheit geben, die zwiſchen einem polariſirten und einem nicht polariſirten Strahl ſtattfindet. Es giebt viele kryſtalliſirte Mittel, welche, wenn ſie in parallele Platten geſchnitten werden, hinreichend durchſichtig ſind und das Licht mit vollkommener Regelmäßigkeit hindurchgehen laſſen, bei dem man jedoch nach ſeinem Heraustreten die hier in Rede ſtehende beſondere Eigenſchaft findet. Eins der merkwürdigſten iſt der Tur-malin. Dieſes Mineral kryſtalliſirt in langen Prismen, deren primi-tive Form das ſtumpfe Rhomboid iſt, deſſen Axe der des Prisma parallel liegt. Die Seitenflächen dieſer Prismen ſind oft ſo zahlreich, daß ſie dadurch eine cylindriſche Geſtalt erhalten. Nehmen wir nun einen dieſer Kryſtalle und ſpalten ihn in Platten, die mit der Axe des Prisma parallel ſind, und eine mäßige und gleichförmige Dicke be-ſitzen, z. B. $\frac{1}{20}$ Zoll, ſo kann man durch dieſelben, nachdem ſie polirt ſind, leuchtende Gegenſtände wie durch gefärbte Gläſer ſehen. Man bringe eine dieſer Platten ſenkrecht zwiſchen das Auge und ein

Licht, ſo ſieht man das letztere mit gleicher Deutlichkeit in jeder Lage der Axe gegen den Horizont (unter der Axe verſteht man hier eine Linie, die der Axe der Kryſtalle oder des Prisma parallel iſt), und wenn man die Platte in ihrer eigenen Ebene herumdreht, ſo bemerkt man keine Aenderung in dem Bilde des Lichts. Hält man dieſe erſte Platte in einer feſten Lage, z. B. die Axe vertical, bringt dann eine zweite zwiſchen dieſelbe und das Auge, und dreht dieſelbe langſam in ihrer eigenen Ebene herum, ſo findet eine merkwürdige Erſcheinung ſtatt. Das Licht erſcheint und verſchwindet abwechſelnd bei jeder Viertelumdrehung der Platte, indem es alle Grade der Helligkeit durchläuft, vom Maximum bis zu einem vollſtändigen oder doch beinahe vollſtändigen Verſchwinden, und dann durch dieſelben Abſtufungen wieder zunimmt. Bemerken wir nun die Lage der zweiten Platte gegen die erſte, ſo finden wir, daß die Maxima der Erleuchtung dann ſtattfinden, wenn die Axen beider Platten einander parallel ſind, ſo daß die beiden Platten entweder eine gleiche oder einander entgegengeſetzte Lage zu der haben, welche ſie im Kryſtall beſaßen, und daß die Minima oder das Verſchwinden der Bilder dann ſtatthat, wenn die Axen einander ſenkrecht durchkreuzen. Bei Turmalinen, welche die gehörige Farbe beſitzen, wird das Licht völlig aufgefangen, und die zuſammengeſetzte Platte ganz undurchſichtig, obgleich ſie einzeln ſehr durchſichtig und von gleicher Farbe ſind. Bei andern wird das Licht nur zum Theil aufgehalten; allein wie man auch die Arten wählen mag, ſo findet eine ſehr merkliche Abnahme des Lichts bei der ſich durchkreuzenden Lage ſtatt. Wir wollen jetzt vorausſetzen, daß die gewählten Stücke dieſe Eigenſchaft im höchſten Grade beſitzen. Es iſt nun einleuchtend, daß das Licht, indem es durch die erſte Platte ging, eine Eigenſchaft erlangt hat, wodurch es ſich von dem urſprünglichen Licht der Flamme unterſcheidet. Das letztere wird durch die zweite Platte in allen ihren Lagen hindurchgegangen ſeyn; das erſtere iſt in einigen Lagen hierzu völlig unfähig, während es in andern Lagen ſogleich hindurchgeht, und dieſe Lagen entſprechen gewiſſen Seiten, die der Strahl erhalten hat, welche der Axe der erſtern Platte parallel und darauf ſenkrecht ſind. Hat außerdem der Strahl dieſe Seiten einmal erhalten, ſo behält er ſie während ſeines ganzen folgenden Weges bei (vorausgeſetzt, daß er nicht wieder durch die Berührung mit andern Körpern modificirt wird), denn es kommt gar nicht darauf an, wie groß der Abſtand beider Platten von einander ſey. Aendert man die

die Lage der erſten Platte, ſo wendet ſich die Seite des durchgegangenen Strahls um denſelben Winkel, und die zweite verſchluckt denſelben nicht mehr in der erſten Lage, ſondern ſie muß um denſelben Winkel als die erſte Platte gedreht werden.

818. Außer dem Turmalin beſitzen noch viele andere kryſtalliſirte Körper dieſe ſonderbare Eigenſchaft, und verſchiedene in ſehr hohem Grade. Den Turmalin kann man ſich jedoch ſehr leicht verſchaffen, und da er außerdem bei optiſchen Verſuchen ſehr nützlich iſt, ſo rathen wir einem jeden Leſer, der ſich mit dem Praktiſchen dieſes Theils der optiſchen Wiſſenſchaften bekannt machen will, ſich ein Paar ſolcher correſpondirender Platten anzuſchaffen. Die Farbe kommt dabei ſehr in Betracht. Die blauen oder grünen beſitzen dieſe Eigenſchaft nur unvollkommen, eben ſo auch die gelben, ausgenommen wenn die Farbe ins Grünlichbraune fällt; die beſte Farbe iſt ein Haarbraun oder Rothbraun, und ſie können von jedem Steinſchneider geſpalten und polirt werden.

819. Dieſes iſt aber nicht das einzige Mittel, durch welches eine Polariſation des Strahls hervorgebracht werden kann, auch iſt dieſes nicht das einzige Kennzeichen, durch welches ſich das polariſirte Licht vom gewöhnlichen unterſcheidet. Wir wollen daher der Ordnung nach die hauptſächlichſten Mittel beſchreiben, durch welche die Polariſation des Lichts bewirkt wird, ſo wie die Kennzeichen, welche zugleich in einem Strahl vorhanden ſind, wenn er polariſirt wird. Die Polariſation wird hervorgebracht:

1. Indem der Strahl unter einem gewiſſen Winkel von durchſichtigen Mitteln zurückgeworfen wird.
2. Indem derſelbe durch ein regelmäßig kryſtalliſirtes Mittel hindurchgeht, das die Eigenſchaft der doppelten Brechung beſitzt.
3. Indem derſelbe durch eine hinreichende Menge durchſichtiger nicht kryſtalliſirter Platten unter einem gehörigen Winkel hindurchgeht.
4. Indem er durch vielerlei andere Körper geht, z. B. Achat, Perlmutter u. ſ. w., die alle einen ſchichtenartigen Bau haben, und ſich im unvollkommenen Zuſtande der Kryſtalliſation befinden.

820. Die Kennzeichen, welche unveränderlich zu gleicher Zeit in einem polariſirten Strahl vorhanden ſind, und durch welche er leicht als polariſirt erkannt werden kann, ſind folgende:

Digitized by Google

1. Die Unfähigkeit durch eine oben beſchriebene Turmalinplatte zu gehen, wenn er in gewiſſen Stellungen der Platte ſenkrecht auf dieſelbe fällt, und der leichte Durchgang deſſelben in andern Lagen, die auf der erſten ſenkrecht ſtehen.
2. In gewiſſen Lagen der Einfallsebene und gewiſſer Größe des Einfallswinkels kann derſelbe von einem durchſichtigen polirten Mittel nicht zurückgeworfen werden.
3. Er wird von doppelt brechenden Körpern, in der Lage, in welcher ein gewöhnlicher Strahl ſich in zwei Strahlen theilt, nicht mehr zerlegt.

Außer dieſen Kennzeichen kann man noch eine große Menge anderer aufzählen, die man jedoch beſſer als Eigenſchaften des Lichts und der verſchiedenen Mittel zugleich anſehen kann. Man bemerkt leicht, daß alle dieſe Kennzeichen negativer Art ſind, indem ſie dem polariſirten Licht Eigenſchaften abſprechen, die das gewöhnliche Licht beſitzt, und daß ſie bloß die Intenſität des Lichts, aber nicht ſeine Richtung betreffen. Die Richtung, welche ein polariſirter Lichtſtrahl unter jeden Umſtänden annimmt, iſt von der, welche das gewöhnliche Licht annehmen würde, und die ein Theil deſſelben immer befolgt, nicht verſchieden. Wird z. B. ein nicht polariſirter Strahl durch die doppelte Brechung in zwei gleiche Strahlenbündel zerlegt, ſo theilt ſich der polariſirte in zwei ungleiche, von denen der eine zuweilen ganz verſchwindet; allein ihre Richtungen ſind völlig dieſelben, als die eines nichtpolariſirten Strahls. Wir können daher als allgemeines Geſetz aufſtellen, daß die Richtung, welche ein polariſirter Strahl oder deſſen Theile annimmt, ſich immer durch dieſelben Regeln, als die des nichtpolariſirten Lichts beſtimmen läßt, allein die relative Intenſität dieſer Theile weicht von der des gewöhnlichen Strahls nach gewiſſen Geſetzen ab.

---

§. III. Von der Polariſation des Lichts durch Zurückwerfung.

821. Wird ein grade von der Sonne herkommender Lichtſtrahl auf einer polirten Glasplatte oder einem andern Mittel aufgefangen, ſo wird immer ein größerer oder geringerer Theil deſſelben zurückgeworfen. Die Intenſität dieſes Theils hängt von der Beſchaffenheit des Mittels und des Einfallswinkels ab, indem dieſelbe größer wird, wenn ſeine brechende Kraft größer iſt, und je ſchiefer der Einfallswinkel genommen wird. Allein außerdem hat man gefunden, daß

Digitized by Google

bei einem gewiſſen Einfallswinkel (der deßwegen auch der Polariſationswinkel heißt) der zurückgeworfene Strahl alle oben aufgezählten Eigenſchaften beſitzt, und daher ein polariſirter Lichtſtrahl iſt.

822. Dieſe merkwürdige Erſcheinung wurde von Malus 1808 entdeckt, indem er zufälligerweiſe durch ein doppelt brechendes Prisma das von den Fenſtern des Palaſtes Luxemburg in Paris zurückgeworfene Licht der untergehenden Sonne betrachtete. Indem er das Prisma herumdrehte, war er erſtaunt einen merklichen Unterſchied in der Intenſität der beiden Bilder zu finden, da das am ſtärkſten gebrochene das weniger gebrochene bei jeder Viertelsumdrehung an Helligkeit abwechſelnd übertraf, und von ſelbigem übertroffen wurde. Dieſe Erſcheinung verband ſich in ſeinem Geiſt mit ähnlichen Erſcheinungen, die durch Strahlen hervorgebracht wurden, die eine doppelte Brechung erlitten hatten, und die ihm ſehr geläufig waren, da er ſich zu dieſer Zeit grade mit Unterſuchungen dieſer Art beſchäftigte; er unterſuchte alle Umſtände mit der größten Aufmerkſamkeit, und das Reſultat war die Schöpfung eines neuen Zweiges der phyſikaliſchen Optik. So gehen tauſend Erſcheinungen täglich vor unſern Augen vorüber, die zu den wichtigſten Folgerungen führen würden. Der Same zu großen Entdeckungen umgibt uns überall, allein er fällt vergeblich auf einen unvorbereiteten Geiſt, und keimt nur da, wo vorhergehende Unterſuchungen den Boden zu ſeiner Aufnahme bearbeitet haben, und die Aufmerkſamkeit zur Wahrnehmung ſeines Werthes geweckt worden iſt.

823. Um dieſe neue Eigenſchaft, welche der zurückgeworfene Strahl erhalten hat, durch einen Verſuch augenſcheinlich zu machen, lege man eine große Glasplatte auf ſchwarzes Tuch, auf einen Tiſch an einem offenen Fenſter, und betrachte das vom Himmel oder den Wolken, wenn ſie nicht zu dunkel ſind, von der ganzen Oberfläche ſchief zurückgeworfene Licht, die dann gleichförmig ziemlich hell erſcheint. Man ſchließe das eine Auge und ſetze vor das andere eine Turmalinplatte, die auf die erwähnte Art geſchnitten iſt, mit der Axe vertical. Man ſieht dann auf der Oberfläche des Glaſes eine dunkle Wolke oder einen großen Fleck, deſſen Mitte völlig ſchwarz iſt. Sieht man dieſen nicht ſogleich, ſo wird er doch ſichtbar werden, indem man das Auge erhebt oder ſenkt. Mißt man die Neigung der Linie, welche vom Mittelpunkt des Fleckes nach dem Auge zu gezogen wird, ſo findet man, daß dieſelbe einen Winkel von ungefähr 33° mit der Oberfläche des Glaſes bildet. Dreht man nun die Turmalinplatte

Digitized by Google

herum, die man zu dieſem Zweck in einen Rahmen faſſen muß, indem ſie immer in ihrer eigenen Ebene bleibt, ſo wird der Fleck immer weniger dunkel, und iſt die Axe der Turmalinplatte parallel mit der zurückwerfenden Oberfläche, ſo verſchwindet derſelbe völlig, und die Oberfläche iſt gleichförmig erleuchtet. Fährt man mit dieſer Drehung fort, ſo verſchwindet und erſcheint der Fleck abwechſelnd.

824. Man ſieht aus dieſem Verſuch, daß der Strahl, welcher von der Oberfläche des Glaſes unter einer Neigung von 33° oder unter einem Einfallswinkel von 57° zurückgeworfen iſt, hierdurch die Kraft verloren hat, durch eine Turmalinplatte zu gehen, deren Axe in der Einfallsebene liegt. Er hat alſo dieſelbe Modification erlitten, als wenn er durch eine andere Turmalinplatte gegangen wäre, deren Axe ſenkrecht auf der Einfallsebene ſteht.

825. Außerdem hat er alle andern Eigenſchaften erhalten, die einem polariſirten Lichtſtrahl zugehören. Er iſt unfähig geworden, an der Oberfläche von Glas oder andern durchſichtigen Körpern zurückgeworfen zu werden, wenn er unter gewiſſen Winkeln und gewiſſen Lagen der Einfallsebene auffällt. Um dieſes durch einen Verſuch zu zeigen, mache man ein Stück Glas auf einer Seite rauh und ſchwärze dieſelbe mit einem ſchwarzen Firniß oder geſchmolzenem Pech, um die innere Zurückwerfung aufzuheben, und befeſtige es auf einem Geſtelle ſo, daß man die Neigung der polirten Oberfläche gegen den Horizont nach Belieben ändern und es in jedes Azimuth bringen kann. Ein ſehr bequemes Geſtelle dieſer Art iſt Fig. 171 gezeichnet, welches aus einer cylindriſchen Stütze A beſteht, die in einer verticalen Röhre B ſich verſchieben läßt, welche an einer runden Baſis F wie ein Leuchter befeſtigt iſt, und einen Arm C trägt, der in jede Neigung vermittelſt des Gelenks D gegen den Horizont gebracht werden kann. An dieſen Arm wird das ſchwarze Glas befeſtigt, indem ſeine Ebene der Axe des Gelenkes D parallel liegt. Man ſtelle dieſen Apparat auf einen Tiſch, ſo daß die von einer ziemlich großen Glasplatte G unter einem Winkel von 57° zurückgeworfenen Strahlen vom Glaſe E aufgefangen werden, deſſen polirte Seite nach Unten gekehrt und einen Winkel von 73° mit dem Horizont machen muß (§. 842). Bringt dann der Beobachter ſein Auge nahe ans Glas E, ſo daß er darin das Glas G reflectirt ſieht, dreht das Geſtell F langſam in einer horizontalen Ebene herum, indem er das zurückgeworfene Bild G immer im Auge behält, ſo wird er bemerken, daß in einem

Digitized by Google

gewiſſen Drehungspunkte des Geſtelles die Erleuchtung des Bildes, die in andern Stellungen ſehr glänzend iſt, eine plötzliche Abnahme erleidet, und endlich völlig verſchwindet, und dieſelbe Erſcheinung einer Wolke oder eines großen dunkeln Fleckes ſtattfindet (wenn das Glas G groß genug iſt). Iſt die Neigung des Arms CD ganz richtig, ſo findet man leicht eine ſolche Lage, indem man das Geſtell ſo lange verſchiebt, bis der Mittelpunkt des Flecks ganz ſchwarz erſcheint; iſt die Neigung nicht ganz richtig, ſo bringe man den Fleck durch die horizontale Bewegung zur möglich größten Dunkelheit, und dann ändere man auf die eine oder andere Art die Neigung des Spiegels E, bis man eine vollſtändige Dunkelheit erlangt.

826. Eine andere und zu manchen Zwecken bequemere Methode, dieſelbe Erſcheinung darzuſtellen, beſteht darin, daß man zwei aus Metall oder aus Pappe beſtehende Röhren nimmt, die auf beiden Enden offen ſind und ſo in einander paſſen, daß ſie ſich ſchwer drehen laſſen. In jede dieſer Röhren befeſtige man in dem von ihrer Vereinigung entfernten Ende eine Glasplatte, die auf der einen Seite geſchwärzt iſt und einen Winkel von 33° mit der Axe der Röhre macht, wie Fig. 172. Hat man dann die Röhre, welche die eine Glasplatte (A) enthält, ſo geſtellt, daß das aus irgend einem leuchtenden Körper herkommende Licht, welches von der Platte zurückgeworfen wird, durch die Axe der Röhre geht, ſo befeſtige man ſie in dieſer Lage, und der zurückgeworfene Strahl wird wieder in B zurückgeworfen, und er kann nach ſeinem Heraustreten auf einer Tafel oder mit dem Auge aufgefangen werden. Nun drehe man die Röhre, welche den Spiegel B enthält, in der andern herum, ſo daß ſich der Spiegel um den Strahl AB als Axe bewegt, indem er dieſelbe Neigung behält. Dann wird ſich der zweimal zurückgeworfene Strahl mit gleicher Winkelgeſchwindigkeit bewegen und eine Kegeloberfläche beſchreiben. Man wird aber bemerken, daß er hierbei ſeine Intenſität ändert und in zwei Punkten der Umdrehung der Röhre völlig verſchwindet. Beachten wir nun die gegenſeitige Lage der Spiegel in dieſem Augenblick, ſo werden wir finden, daß die erſte und zweite Zurückwerfungsebene mit einander einen rechten Winkel bilden.

827. Indem dieſe Verſuche mit allen Arten zurückwerfender Mittel wiederholt, und die Winkel, unter welchen der urſprüngliche Strahl einfallen muß, um polariſirt zu werden, durch genaue Meſſungen beſtimmt wurden, fand man, daß folgende Geſetze ſtattfinden,

Digitized by Google

zu deren beſſerer Verſtändlichkeit folgende Erklärung vorausgeſchickt werden muß.

828. Erklärung. Die Polariſationsebene eines polariſirten Strahls iſt diejenige Ebene, in welcher er zurückgeworfen werden muß, um in den Zuſtand der Polariſation zu gelangen, oder diejenige Ebene, welche durch den Weg des Strahls geht, und gegen welche perpendiculär der Strahl von einem durchſichtigen Mittel unter dem Polariſationswinkel nicht mehr zurückgeworfen werden kann, oder auch diejenige Ebene, in welcher, wenn die Axe der Turmalinplatte ſenkrecht darauf ſteht, kein Licht durch den Turmalin hindurchgeht. Man ſagt auch, daß ein polariſirter Strahl in ſeiner Polariſationsebene auf die ſo eben erklärte Art polariſirt werde.

829. Die Polariſationsebene irgend eines polariſirten Strahls muß als eine der Seiten des polariſirten Strahls angeſehen werden, die auf dieſe Art bei ſeinem ganzen künftigen Laufe gewiſſe Beziehungen zu dem ihn umgebenden Raume erlangt hat, die man, ſo lange ſie unverändert bleiben, als dem Strahl angehörig und als auf keine Art von der beſondern Art ihrer Entſtehung abhängig, betrachten muß.

830. Die Geſetze der durch Zurückwerfung hervorgebrachten Polariſation ſind folgende:

Erſtes Geſetz. Alle zurückwerfenden Oberflächen ſind fähig das Licht zu polariſiren, wenn es unter einem gehörigen Winkel einfällt; nur Metalle oder Körper, die eine ſehr große Brechungskraft beſitzen, ſcheinen dieß nur unvollkommen zu thun, indem bei dieſen der zurückgeworfene Strahl unter ſolchen Umſtänden, bei denen ein vollkommen polariſirter Strahl völlig verſchwinden würde, nicht ganz verſchwindet. Hierüber ſoll ſpäterhin mehr geſagt werden.

Zweites Geſetz. Verſchiedene Mittel ſind rückſichtlich des Einfallswinkels verſchieden, unter welchem das Licht polariſirt wird, und man hat gefunden, daß ſich dieſe Winkel immer durch folgende von Brewſter gefundene ſehr einfache Relation beſtimmen laſſen.

Die Tangente des Polariſationswinkels iſt bei jedem Mittel ſeinem Brechungsverhältniß gleich.

Sind z. B. die Brechungsverhältniſſe von Waſſer, Crownglas und Diamant 1,336; 1,535; 2,487; ſo ſind die Polariſationswinkel 53°11′, 56°55′, 68°6′. Bei Diamant und andern ſehr ſtark brechenden Körpern muß man jedoch unter dem Polariſationswinkel denjenigen

Digitized by Google

Einfallswinkel verſtehen, bei welchem ſich der zurückgeworfene Strahl am meiſten den Eigenſchaften des polariſirten Strahls nähert.

832. Aus dieſem Geſetz ergibt ſich, daß ein und daſſelbe Mittel nicht alle gefärbten Strahlen unter demſelben Winkel polariſirt, und daß daher das Verſchwinden des zurückgeworfenen Strahls nie vollkommen ſeyn kann, ausgenommen wenn der einfallende Strahl homogen iſt. Dieß erklärt einigermaßen die unvollkommene Polariſation eines weißen Lichtſtrahls vermittelſt ſehr ſtark brechender Mittel, deren Zerſtreuungskraft gewöhnlich ſehr groß iſt. Man kann ſich von der Wirklichkeit der Sache durch einen leichten Verſuch überzeugen, den wir ſelbſt oft angeſtellt haben. Man laſſe einen Sonnenſtrahl auf eine Glasplatte fallen, deren Rückſeite rauh und ſchwarz gemacht iſt, unter einem Einfallswinkel θ, der dem Polariſationswinkel a faſt gleich iſt, und laſſe den zurückgeworfenen Strahl in ein finſteres Zimmer gehen, wo er auf ein anderes ähnliches Glas fällt, das man in der Hand halten kann, ſo daß daſſelbe den Strahl in einer Ebene zurückwirft, die mit der erſten Zurückwerfungsebene einen rechten Winkel bildet, und daß der Einfallswinkel θ' auch dem Polariſationswinkel a′ der zweiten Platte ziemlich gleich iſt. Man findet leicht eine Lage, bei welcher der zurückgeworfene Strahl (der auf einer weißen Tafel aufgefangen werden muß) beinahe verſchwindet, allein durch keine Aenderung der Winkel θ, θ' wird man ihn zum vollkommenen Verſchwinden bringen. Iſt das Verſchwinden am vollkommenſten, ſo hat das zurückgeworfene Licht eine purpurrothe Farbe; die gelben oder die am ſtärkſten leuchtenden Strahlen ſind völlig verſchwunden. Bleibt in dieſer Lage θ conſtant, und ändert man den Winkel θ' etwas auf beiden Seiten des Polariſationswinkels a′, ſo nimmt der zurückgeworfene Strahl auf der einen Seite ein ſchönes ſtarkes Blaugrün, auf der andern Seite eine röthliche Pflaumenfarbe oder Amethyſtfarbe an. Die verſchiedenen Veränderungen der Farbe, die aus den Aenderungen des Einfallswinkels gegen beide Platten entſtanden, wurden folgendermaßen beobachtet:

1. $\theta < a$.

$\theta' < a'$	Der zurückgeworfene St.	Volles Grün.
Mittel	— — — —	Weiß.
$\theta' > a'$	— — — —	Blaßroth.

2. $\theta = a$.

$\theta' < a'$	Der zurückgeworfene St.	Volles Blaugrün.
$\theta' = a'$	— — — —	Purpurroth.
$\theta' > a'$	— — — —	Volle Pflaumenfarbe.

3. $\theta > a$.

$\theta' < a'$	— — — —	Helles Blaugrün.
Mittel	— — — —	Weiß.
$\theta' > a'$	— — — —	Volles Roth.

Die Urſache dieſer Farbenänderungen wird man beſſer begreifen, nachdem wir folgendes Geſetz aufgeſtellt haben, welches eines der allgemeinſten und auszeichnendſten Kennzeichen des polariſirten Lichts giebt.

833. Drittes Geſetz. Fällt ein polariſirter Lichtſtrahl (es kommt hierbei nicht darauf an, auf welche Art er ſeine Polariſation erlangt hat) auf eine zurückwerfende Oberfläche eines durchſichtigen oder andern Mittels, das das Licht vollkommen zu polariſiren im Stande iſt, in einer Ebene, die auf der Polariſationsebene des Strahls ſenkrecht ſteht, und unter einem Winkel, der dem Polariſationswinkel des Mittels gleich iſt, ſo wird gar kein Theil des Strahls zurückgeworfen. Iſt das Mittel ſo beſchaffen, daß es das Licht nur unvollſtändig polariſiren kann, ſo wird ein Theil zurückgeworfen, aber viel ſchwächer, als wenn der einfallende Strahl nicht polariſirt iſt.

Es iſt einleuchtend, daß dieſe Eigenſchaft dazu angewendet werden kann, das polariſirte Licht vom gewöhnlichen Licht zu unterſcheiden, eben ſo wie die Verlöſchung deſſelben durch eine Turmalinplatte. Sie iſt jedoch unbequemer als letztere, obgleich dieſelbe bei feinen Verſuchen paſſender iſt.

834. Der Polariſationswinkel für weißes Licht iſt in der That derjenige, welcher für die hellſten oder mittlern gelben Strahlen gilt, und geſchehen zwei Zurückwerfungen in zwei auf einander ſenkrecht ſtehenden Ebenen unter dieſem Winkel, ſo entgehen bloß die gelben Strahlen völlig der Zurückwerfung; ein kleiner Theil der rothen und blauen Strahlen wird zurückgeworfen und bildet einen purpurrothen Strahl. Da der Polariſationswinkel für rothe Strahlen kleiner als für violette iſt, ſo ſieht man, daß wenn θ oder θ' dem Polariſationswinkel für rothe Strahlen gleich iſt, ſo iſt er kleiner als für gelbe, und noch kleiner als für blaue und violette

Digitized by Google

Strahlen; das Roth verſchwindet daher am vollſtändigſten aus dem zurückgeworfenen Strahl in den Fällen, wo θ oder θ' kleiner als a oder a′ iſt, und läßt einen Ueberſchuß von blauen und grünen Strahlen. Das Umgekehrte findet im entgegengeſetzten Falle ſtatt. Iſt $\theta < a$, und $\theta' < a'$, ſo wird daher die Farbe ein ſtärkeres Grün ſeyn, als wenn die Einfallswinkel im entgegengeſetzten Sinn von den Polariſationswinkeln abweichen, und es iſt einleuchtend, daß aus ſolchen entgegengeſetzten Abweichungen ſich eine Compenſation ergeben kann, die einen weißen Strahl giebt.

835. Aus dem Geſetz, welches Dr. Brewſter zur Beſtimmung des Polariſationswinkels aufgeſtellt hat, ergeben ſich einige merkwürdige Folgerungen, die ſich in der Form von unterſchiedenen Sätzen aufſtellen laſſen.

836. Erſter Satz. Fällt ein Strahl auf eine durchſichtige Oberfläche, ſo daß der zurückgeworfene Theil vollſtändig polariſirt wird, ſo machen die gebrochenen und zurückgeworfenen Theile rechte Winkel.

Denn iſt θ der Einfallswinkel, ſo haben wir $\tang \theta = \mu$, und iſt ϱ der Brechungswinkel, ſo iſt auch $\sin \varrho = \frac{\sin \theta}{\mu} = \frac{\sin \theta}{\tang \theta} = \cos \theta$. Alſo wird $\varrho = 90^\circ - \theta$; da aber θ der Einfallswinkel iſt, ſo iſt er auch der Zurückwerfungswinkel, und $\varrho + \theta$ iſt daher gleich dem Supplement des Winkels zwiſchen dem zurückgeworfenen und gebrochenen Strahl, alſo ein rechter Winkel.

837. Fällt ein gewöhnlicher Lichtſtrahl unter dem Polariſationswinkel auf eine parallele Platte eines durchſichtigen Mittels, ſo wird nicht bloß der von Außen, ſondern auch der von Innen zurückgeworfene Strahl polariſirt ſeyn, ſo wie auch der aus beiden zuſammengeſetzte.

Da $\sin \varrho = \cos \theta$, und ϱ ebenfalls der Einfallswinkel auf der zweiten Oberfläche iſt, ſo heben wir $\tang \varrho = \cotang \theta = \frac{1}{\tang \theta} = \frac{1}{\mu} =$ dem Brechungsverhältniß aus dem Mittel heraus. Folglich iſt ϱ der Polariſationswinkel der innen auffallenden Strahlen, und daher wird der Theil des Strahls, der, nachdem er die erſte Oberfläche durchdrungen hat, auf die zweite unter dem Polariſationswinkel fällt, und da zurückgeworfen wird, ebenfalls polariſirt, und da er wieder in der Polariſationsebene zur erſten Oberfläche zurückkehrt, wo der in

dieſer Ebene durchgelaſſene Theil keine Aenderung erleidet, ſo wird ſowohl dieſer als der zuerſt zurückgeworfene Strahl in derſelben Ebene polariſirt heraustreten.

838. Erſter Zuſatz. Um daher einen ſtärker polariſirten Strahl zu erhalten, können wir das Schwärzen und Rauhmachen der hintern Oberfläche unterlaſſen, vorausgeſetzt, daß die Oberflächen wirklich parallel ſind.

839. Wird eine Menge von parallelen Platten auf einander gelegt, ſo daß ſie eine Säule bilden, ſo werden die von den verſchiedenen Flächen zurückgeworfenen Strahlen alle in einer Ebene polariſirt, und man kann auf dieſe Art einen ſehr kräftig polariſirten Strahl erlangen. Er kann jedoch aus einer Urſache, die wir ſogleich angeben wollen, nicht mehr als die Hälfte des einfallenden Lichts enthalten, wie viel Platten man auch anwenden mag.

840. Eine aus zehn oder zwölf gewöhnlichen Fenſterglasſcheiben beſtehende Säule iſt bei vielen optiſchen Verſuchen ſehr bequem und nützlich. Legt man eine ſolche Säule vor ein offenes Fenſter, ſo erhält man einen zerſtreuten Strahl, in welchem jeder einzelne Strahl unter dem gehörigen Winkel polariſirt iſt, der eine große Intenſität beſitzt, und zu vielen Erſcheinungen, die wir ſpäterhin beſchreiben wollen, angewendet werden kann.

841. Dritter Satz. Ein Strahl wird an der Oberfläche eines Mittels vollſtändig durch Zurückwerfung polariſirt, und der zurückgeworfene Strahl an der Oberfläche eines zweiten Mittels vollſtändig durchgelaſſen oder zurückgeworfen; man verlangt die Neigung beider Oberflächen gegen einander.

Es ſeyen α und α' die Polariſationswinkel beider Mittel; nennen wir dann I die Neigung beider Ebenen gegen einander, ſo hat man, da die Zurückwerfungsebene auf einander ſenkrecht und α, α' die Einfallswinkel ſind aus §. 104

$$\cos I = \cos\alpha \, . \cos\alpha' \, .$$

Sind nun μ, μ' die Brechungsverhältniſſe der Mittel, ſo haben wir $\tang \alpha = \mu$, $\tang \alpha' = \mu'$ und daher auch

$$\tang I = \sqrt{\mu^2 + \mu'^2 + \mu^2 \mu'^2}$$

842. Sind beide Mittel einander gleich, ſo wird

$$\tang I = \mu \sqrt{2 + \mu\mu}$$

$$\cos I = \frac{1}{1 + \mu^2} \, .$$

Man hat daher bei dem Crownglas, wo $\mu = 1,535$ iſt, $I = 72°$ $40'$, wie §. 825 angegeben wurde.

843. Durch Hülfe dieſes Geſetzes, welches den Polariſationswinkel mit dem Brechungsverhältniſſe in Verbindung ſetzt, können wir leicht eins aus dem andern ableiten. Dieß giebt ein ſchätzbares und leichtes Hülfsmittel in ſolchen Fällen ab, wo eine andere Methode ſich kaum anwenden läßt, z. B. bei der Beſtimmung des Brechungsverhältniſſes ſolcher Mittel, die entweder undurchſichtig ſind, oder in ſo kleinen und unregelmäßigen Maſſen ſich befinden, daß ſie nicht als Prismen gebraucht werden können. Um den Polariſationswinkel zu beſtimmen, iſt nur eine ſehr kleine polirte Oberfläche nöthig, und wir brauchen nur den von ihr zurückgeworfenen Strahl auf einem geſchwärzten Glaſe oder einem andern Mittel von bekanntem Brechungsverhältniß aufzufangen, und zwar unter dem Polariſationswinkel, und in einer Ebene, die ſenkrecht auf der ſteht, in welcher der zu unterſuchende Strahl zurückgeworfen wird. Hierzu iſt es bequem eine Glasplatte zu haben (oder was noch beſſer iſt, eine polirte Platte von Obſidian oder dunkelgefärbtem Quarz), die in eine Röhre ſchief eingeſetzt iſt, ſo daß ſie den durch die Axe der Röhre gehenden Strahl ſeitwärts zurückwirft. Am andern Ende muß die zu unterſuchende Subſtanz an eine drehbare Axe befeſtigt werden, die auf der Axe der Röhre ſenkrecht ſteht; die Ebene derſelben muß der erſtern parallel liegen, und dann ſo lange gedreht werden, bis das von den Wolken zurückgeworfene Licht von der Obſidianplatte völlig vernichtet wird, und die Neigung der zurückwerfenden Oberfläche gegen die Axe der Röhre kann in dieſer Lage durch einen getheilten Kreis gemeſſen werden, der mit der Drehungsaxe verbunden iſt. Hierdurch können die Polariſationswinkel, und alſo auch die Brechungswinkel der kleinſten Kryſtalle oder geſchliffenen Steine beſtimmt werden, welche keine andere Unterſuchungsmethode zulaſſen. Um einen feſten Nullpunkt auf dem getheilten Kreiſe zu finden, kann man ſich folgender Methode bedienen. Man befeſtige einen kleinen Spiegel aus Metall oder aus gewöhnlichem Glaſe für immer an die drehbare Axe, ſo daß ſeine Ebene auf der Axe der Röhre ſenkrecht ſteht, wenn der Index des getheilten Kreiſes auf Null zeigt. Hat man dieſe Einrichtung ein für allemal gemacht, ſo befeſtige man die zu unterſuchende Oberfläche mit Wachs nicht an die Axe ſelbſt, ſondern an

einen Ring, der ſich mit Reibung um die Axe drehen läßt. Bringt man dann das Bild der Sonne, oder das von einem hinlänglich hellen und gut begränzten entfernten Gegenſtand, welches vom Spiegel zurückgeworfen wird, mit einem andern entfernten Gegenſtand zur Coincidenz, und thut daſſelbe mit der andern Oberfläche, indem man das Wachs drückt und den Ring dreht, ſo werden die beiden Oberflächen parallel, und wir ſind verſichert, daß die Ableſung auf dem Kreiſe den wahren Winkel zwiſchen der Axe der Röhre und dem Einfallsloth, oder den Einfallswinkel genau angiebt, oder wenigſtens von demſelben nur um eine conſtante Größe abweicht, die man nach Belieben beſtimmen und als Fehler des Index anbringen kann. Dieſe Methode, eine bewegliche Oberfläche in eine feſte Lage gegen die Theilung eines Inſtruments zu bringen, iſt in vielen Fällen anwendbar, und bietet zu gleicher Zeit viel Bequemlichkeit und Genauigkeit dar.

844. Dr. Brewſter hat bemerkt, daß Glasflächen ſehr oft merkwürdige und ſcheinbar unerklärbare Abweichungen vom allgemeinen Geſetz zeigen; allein bei genauerer Unterſuchung fand er, daß dieſe Subſtanz einen oberflächlichen Ueberzug erhält, der aus unendlich dünnen Schichten beſteht, welche von der darunter befindlichen Glasmaſſe eine verſchiedene Brechungskraft beſitzen. Da der polariſirte Strahl nie die Oberfläche durchdringt, ſo wird der Polariſationswinkel bloß durch dieſen Ueberzug beſtimmt, der zu dünn iſt, als daß er eine directe Meſſung des Brechungsverhältniſſes zuließe. Hat ſich dieſer Ueberzug ſehr verbreitet, ſo löſen ſich ganze Stücke los, wie man bei ſehr alten Fenſtern (vorzüglich bei Stallfenſtern) und ſogar bei grünen Glasflaſchen, die lange an feuchten Oertern gelegen haben, ſieht, indem dieſe einen Ueberzug erhalten, den man für eine Vergoldung anſehen könnte.

845. Bei Metallen, welche das Licht nur unvollkommen polariſiren, muß der Winkel, bei welchem ſich der zurückgeworfene Strahl am meiſten den Eigenſchaften des polariſirten Strahls nähert, für den Polariſationswinkel genommen, und aus ihm die brechende Kraft beſtimmt werden. Die Reſultate, die auf dieſe Weiſe für metalliſche Körper gewonnen wurden, ſtimmen mit denjenigen überein, welche man aus der zurückgeworfenen Lichtmenge ableitete, und geben denſelben ſehr große Brechungsverhältniſſe. So fand man den Polariſationswinkel für Stahl über 71° für Queckſilber

Digitized by Google

76½, und ihre Brechungsverhältniſſe ſind daher 2,85 und 4,16. Dieſes letztere Reſultat iſt jedoch von dem §. 594 ſehr verſchieden, allein die Beobachtungen ſind ſo ungewiß und der Winkel der ſtärkſten Polariſation ſo unbeſtimmt (um die Fehler nicht zu erwähnen, denen die Beſtimmung der zurückwerfenden Kraft ſelbſt unterworfen iſt), daß wir keine Uebereinſtimmung in dieſen Reſultaten erwarten können. Man kann vielleicht 5,00 als das wahrſcheinlichſte Brechungsverhältniß annehmen.

846. Das von Dr. Brewſter angegebene Geſetz der Polariſation iſt ganz allgemein, und läßt ſich ſowohl auf die Polariſation des Lichts an den Trennungsoberflächen zweier Mittel als an den innern und äußern Oberflächen deſſelben Mittels anwenden. Er hat aus demſelben mehrere theoretiſche Folgerungen abzuleiten geſucht, die ſich auf die Ausdehnung und die Wirkungsart der zurückwerfenden und brechenden Oberflächen beziehen, worüber wir die Leſer auf ſeine Abhandlung über dieſen Gegenſtand verweiſen müſſen. Philosophical Transactions 1816.

847. Wird ein Strahl unter einen Winkel zurückgeworfen, der größer oder kleiner als der Polariſationswinkel iſt, ſo wird er zum Theil polariſirt, d. h. wenn er unter dem Polariſationswinkel auf einer andern zurückwerfenden Oberfläche aufgefangen wird, die ſich um den zurückgeworfenen Strahl dreht, ohne ihre Neigung gegen denſelben zu ändern, ſo verſchwindet der zweimal zurückgeworfene Strahl nie völlig, ſondern erleidet eine Abwechſelung ſeiner Helligkeit, indem er durch Zuſtände des Maximum und Minimum geht, die um ſo deutlicher ausgezeichnet ſind, je näher der erſte Winkel der Zurückwerfung dem Polariſationswinkel liegt. Daſſelbe bemerkt man, wenn ein zum Theil polariſirter Strahl auf einer Turmalinplatte aufgefangen wird, die ſich auf die oben beſchriebene Art in ihrer eigenen Ebene herumdreht. Er erleidet nie eine vollſtändige Aufhebung, ſondern der durchgelaſſene Theil durchläuft mehrere Maxima und Minima der Intenſität, und er nähert ſich der vollkommenen Verlöſchung um ſo mehr, je mehr der Zurückwerfungswinkel dem Polariſationswinkel ſich näherte. Wir können einen zum Theil polariſirten Strahl ſo anſehen, als ob er aus zwei ungleich ſtarken Theilen beſtünde, von denen der eine vollſtändig, der andere gar nicht polariſirt iſt. Es iſt einleuchtend, daß der erſte Theil bei der Umdrehung der Turmalinplatte oder des

Digitized by Google

Spiegels, indem er die Abwechſelungen von vollkommener Helligkeit und vollkommener Verlöſchung erleidet, während der letztere bei allen Lagen conſtant bleibt, die erwähnte Erſcheinung hervorbringt. Da alle übrigen Eigenſchaften eines zum Theil polariſirten Strahls mit dieſer Erklärung übereinſtimmen, ſo können wir es als Grundſatz annehmen, daß wenn eine Oberfläche einen Strahl nicht vollkommen polariſirt, ſo beſteht ihre Wirkung darin, daß ſie einem Theil eine vollkommene Polariſation mittheilt, den andern aber gar nicht angreift. Wir dürfen daher die Polariſation nicht als eine Eigenſchaft anſehen, die nur zum Theil oder in größerm und geringerm Maße hervorgebracht werden kann. Ein einzelner elementarer Strahl wird entweder vollkommen oder gar nicht polariſirt. Ein aus mehrern zuſammengeſetzter Strahlenbündel kann zum Theil polariſirt werden, in ſo fern einige ſeiner Elementarſtrahlen polariſirt ſind, andere nicht. Wir werden jedoch in Uebereinſtimmung mit dem gewöhnlichen Sprachgebrauch von vollkommen und unvollkommen polariſirten Strahlen reden, und da wir ſogleich klarere Begriffe über das nicht polariſirte Licht erhalten werden, ſo wird man ſehen, daß dieſer Ausdruck eigentlich ganz verbannt werden ſollte.

848. Dr. Brewſter hat gefunden, daß wenn ein Strahl zum Theil durch Zurückwerfung polariſirt wird, ſo macht eine zweite Zurückwerfung in derſelben Ebene dieſe Polariſation vollkommener, oder ſie vermindert das Verhältniß des nichtpolariſirten Lichts zum polariſirten im zurückgeworfenen Strahl. So fand er, daß eine Zurückwerfung von Glas unter 56° 45′, zwei unter 62° 30′ oder 50° 20′, drei unter 65° 33′ oder 46° 30′, vier unter 67° 33′ oder 43° 51′ u. ſ. w. hinreichend waren, eine vollkommene Polariſation des zuletzt zurückgeworfenen Strahls hervorzubringen, vorausgeſetzt, daß alle Zurückwerfungen in eine Ebene geſchahen. Bei Winkeln über 82° oder unter 18° waren mehr als hundert Zurückwerfungen nöthig, um eine vollkommene Polariſation hervorzubringen.

---

§. IV. Von den Geſetzen der Zurückwerfung des polariſirten Lichts.

849. Wird polariſirtes Licht an irgend einer Oberfläche zurückgeworfen, ſie mag durchſichtig ſeyn oder nicht, ſo iſt die Rich-

Digitized by Google

tung des zurückgeworfenen Theils genau dieſelbe als bei gewöhnlichem Licht, indem der Zurückwerfungswinkel dem Einfallswinkel gleich iſt; die Geſetze, die wir jetzt zu betrachten haben, beziehen ſich bloß auf die Intenſität des zurückgeworfenen Lichts, und die Beſchaffenheit ſeiner Polariſation nach der Zurückwerfung.

850. Eine weſentliche Eigenſchaft eines polariſirten Strahls beſteht darin, daß er in eine Ebene, welche ſenkrecht auf ſeiner Polariſationsebene ſteht, und er unter einem gewiſſen Winkel, nämlich dem Polariſationswinkel der zurückwerfenden Oberfläche einfällt, nicht zurückgeworfen werden kann. In dieſem Fall iſt die Intenſität I des zurückgeworfenen Strahls Null. In allen andern Fällen hat ſie einen beſtimmten Werth, den wir näher unterſuchen wollen. Wir wollen daher, um mit dem einfachſten Fall anzufangen, vorausſetzen, daß der polariſirte Strahl auf die zurückwerfende Fläche unter einem conſtanten Winkel, der dem Polariſationswinkel gleich iſt, einfällt, und daß die zurückwerfende Oberfläche um den einfallenden Strahl als Axe gedreht wird, ſo daß die Einfallsebene einen veränderlichen Winkel α mit der Polariſationsebene macht. Man hat dann beobachtet, daß wenn $\alpha = 90^\circ$ oder 270°, $I = o$ wird, und wenn $\alpha = 0^\circ$ oder 180° wird, I ein Maximum iſt. Hieraus iſt klar, daß I eine periodiſche Function von α iſt, und die einfachſte Form wird $I = A . \cos\alpha^2$, da negative Werthe nicht zugelaſſen werden können. Dieſer Werth, welcher von Malus aus keinen andern als den ſo eben angegebenen Gründen angenommen wurde, ſtellte die Aenderung der Intenſität durch den Quadranten mit ſo viel Genauigkeit dar, als die photometriſchen Verſuche fähig ſind, und wir müſſen für jetzt dieſe Formel als ein empiriſches Geſetz betrachten, von welcher eine jede gute Theorie der Polariſation a priori Rechenſchaft ablegen zu können im Stande ſeyn muß.

851. Aus dieſem Geſetz ergiebt ſich eine merkwürdige Folgerung. In ſo fern man nämlich die Intenſität eines Strahls berückſichtigt, kann ein nicht polariſirter Strahl als aus zwei polariſirten beſtehend angeſehen werden, die gleiche Intenſität beſitzen, und deren Polariſationsebenen auf einander ſenkrecht ſtehen. Denn fällt ein ſolcher zuſammengeſetzter Strahl auf eine zurückwerfende Oberfläche, und iſt α die Neigung der Polariſationsebene des einen

Digitized by Google

Strahls gegen die Einfallsebene, ſo iſt $90° - \alpha$ die des andern, und da

$$A . \cos \alpha^2 + A . \cos (90° - \alpha)^2 = A \qquad (a)$$

ſo wird der zurückgeworfene Strahl von α unabhängig. Man bemerkt daher keine Aenderung der Intenſität, indem man die zurückwerfende Oberfläche um den einfallenden Strahl dreht, welches die unterſcheidende Eigenſchaft des nicht polariſirten Lichts iſt. Man ſagt daher von jedem Paar ſolcher Strahlen, daß ſie im entgegengeſetzten Sinn polariſirt ſeyen.

852. Fällt der polariſirte Strahl nicht unter dem Polariſationswinkel ein, ſo iſt das Geſetz der Intenſität des zurückgeworfenen Strahls verwickelter. Fresnel hat dafür folgenden allgemeinen Ausdruck gegeben. Man bezeichne die Intenſität des einfallenden Strahls durch die Einheit, und nenne wie vorher α die Neigung der Einfallsebene gegen die der urſprünglichen Polariſation, i den Einfallswinkel, i′ den entſprechenden Brechungswinkel. Dann wird die Intenſität des zurückgeworfenen Strahls durch

$$I = \frac{\sin (i' - i)^2}{\sin (i' + i)^2} . \cos \alpha^2 + \frac{\text{tang} (i' - i)^2}{\text{tang} (i' + i)^2} . \sin \alpha^2 \qquad (b)$$

dargeſtellt werden.

Dieſe Formel iſt einigermaßen empiriſch und einigermaßen aus theoretiſchen Anſichten entſtanden, von denen nachher mehr geſagt werden ſoll, und nur erſt in einigen Fällen von Arago mit den Beobachtungen verglichen worden, in denen ſie mit denſelben übereinſtimmt.

853. Wir wollen einige von dieſen unterſuchen. Erſtlich wenn $\alpha = 90°$ und i dem Polariſationswinkel der Oberfläche gleich iſt, haben wir aus §. 835 und §. 836 $i + i' = 90°$, folglich tang $(i + i') = \infty$, ſo daß $I = 0$ wird. Unter dieſen Umſtänden iſt der zurückgeworfene Strahl völlig verlöſcht, welches mit der Erfahrung übereinkommt.

854. Geſchieht zweitens der Einfall ſenkrecht, ſo verſchwindet ſowohl i als i′, und jedes Glied des Ausdrucks von I nimmt die Form $\frac{0}{0}$ an. In dieſem Fall haben wir $i = \mu i'$, wo μ das

Brechungs-

Brechungsverhältniß bezeichnet, und da ein ſehr kleiner Bogen ſeinem Sinus oder ſeiner Tangente gleich iſt, ſo haben wir

$$\sin(i - i') = i'(\mu - 1)$$
$$\sin(i + i') = i'(\mu + 1)$$

und auf gleiche Weiſe für die Tangenten. Folglich wird

$$I = \left(\frac{\mu - 1}{\mu + 1}\right)^2 (\cos \alpha^2 + \sin \alpha^2) = \left(\frac{\mu - 1}{\mu + 1}\right)^2$$

welches mit dem Ausdruck übereinſtimmt, den Young und Poiſſon (§. 592) für die Intenſität des zurückgeworfenen Lichts bei nicht polariſirten Strahlen gefunden haben. Betrachten wir den nicht polariſirten Strahl als aus zwei Strahlen zuſammengeſetzt jeden von gleicher Intenſität $= \frac{1}{2}$, die in entgegengeſetzten Ebenen polariſirt ſind, ſo wird die Urſache der Uebereinſtimmung einleuchten.

855. Drittens. Iſt $\alpha = o$, oder fällt die Polariſationsebene mit der Einfallsebene zuſammen, ſo wird

$$I = \frac{\sin(i - i')^2}{\sin(i + i')^2} \qquad (c)$$

856. Viertens. Wird $\alpha = 90°$ oder ſteht die Polariſationsebene auf der Einfallsebene ſenkrecht,

$$I = \frac{\operatorname{tang}(i - i')^2}{\operatorname{tang}(i + i')^2} \qquad (d)$$

857. Fünftens. Wird $\alpha = 45°$, ſo hat man

$$I = {}^1/_2 \left\{ \frac{\sin(i - i')^2}{\sin(i + i')^2} + \frac{\operatorname{tang}(i - i')^2}{\operatorname{tang}(i + i')^2} \right. . \qquad (e)$$

Dieſes letztere iſt daſſelbe Reſultat, welches ſich aus der Annahme zweier gleich polariſirten Strahlen ergiebt, von denen der eine in der Einfallsebene, der andere ſenkrecht darauf polariſirt iſt, und jeder die halbe Intenſität des einfallenden Strahls hat. Es iſt daher der allgemeine Ausdruck für die Intenſität eines nichtpolariſirten Strahls, der unter einem Einfallswinkel i, von der Oberfläche zurückgeworfen wird. Die §. 592 gegebenen Ausdrücke laſſen ſich nur bei ſenkrecht einfallendem Licht anwenden. Wir erhalten auf dieſe Art unerwarteterweiſe die Auflöſung einer der ſchwierigſten Aufgaben der Experimentaloptik. Bouguer iſt der einzige, welcher eine ausgedehnte Reihe photometriſcher Verſuche über die Intenſität des von polirten Oberflächen unter verſchiedenen Winkeln zurückgeworfenen Lichts angeſtellt hat, allein ſeine Reſultate hält Arago für

Digitized by Google

ſehr fehlerhaft, worüber man ſich nicht wundern darf, da ihm die Polariſation des Lichts unbekannt war, die auf verſchiedene Arten bei ſeinen Verſuchen wirken konnte.

858. Man braucht nur Einen Umſtand zu erwähnen, gegen welchen ein jeder, welcher optiſche Verſuche anſtellen will, ſehr auf ſeiner Hut ſeyn muß, nämlich daß das Licht des blauen Himmels immer zum Theil in einer Ebene polariſirt iſt, die durch die Sonne und den Ort geht, von welchem man das Licht empfängt. Die Polariſation iſt in einem kleinen Kreiſe am vollſtändigſten, deſſen Pol die Sonne iſt, und deſſen Halbmeſſer ungefähr 78° beträgt (wie ſich aus einem nicht ſehr ſorgfältig angeſtellten Verſuch ergiebt). Nun iſt das halbe Supplement hiervon (der Polariſationswinkel) 51°, welcher ziemlich mit dem Polariſationswinkel des Waſſers 52° 45′ zuſammenfällt. Hierdurch wird Newtons Theorie der blauen Farbe des Himmels ſehr verſtärkt, indem er annimmt, daß ſie das Blau der erſten Ordnung ſey, welches von den in der Luft hängenden Waſſertheilchen zurückgeworfen wird. Dr. Brewſter iſt der erſte, der dieſe ſonderbare Thatſache bemerkt. Wir kehren zu unſerm Gegenſtand zurück.

859. Wird der zurückgeworfene Strahl nur zum Theil polariſirt, ſo können wir ihn als aus zwei Theilen beſtehend betrachten, von denen der eine a, in einer Ebene, die den Winkel α mit der Einfallsebene macht, vollkommen polariſirt iſt, der andere $1 - a$ ſich im natürlichen Zuſtande befindet, oder wenn wir wollen, aus zwei Theilen $\frac{1-a}{2}$ beſteht, von denen der eine in der Einfallsebene, der andere ſenkrecht darauf polariſirt iſt. Die Intenſität des zurückgeworfenen Theils des erſtern iſt gleich

$$a \cdot \frac{\sin(i-i')^2}{\sin(i+i')^2} \cdot \cos\alpha^2 + a\,\frac{\tan(i-i')^2}{\tan(i+i')^2} \cdot \sin\alpha^2$$

und die des letztern wird durch

$$\frac{1-a}{2}\left\{\frac{\sin(i-i')^2}{\sin(i+i')^2} + \frac{\tan(i-i')^2}{\tan(i+i')^2}\right\}$$

dargeſtellt, folglich iſt ihre Summe oder das ganze zurückgeworfene Licht

$$\frac{\sin(i-i')^2}{\sin(i+i')^2} \cdot \frac{1+a\cdot\cos 2\alpha}{2.}$$
$$+ \frac{\tan(i-i')^2}{\tan(i+i')^2} \cdot \frac{1-a\cdot\cos 2\alpha}{2.}$$

Digitized by Google

Man muß bemerken, daß die obigen Formeln ſich bloß auf die Zurückwerfung von den Oberflächen nichtkryſtalliſirter Körper beziehen. Die Zurückwerfung von kryſtalliſirten Oberflächen kann hier nicht mit beigebracht werden.

860. Fällt die Zurückwerfungsebene mit der der urſprünglichen Polariſation des Strahls zuſammen, ſo wird die Polariſation durch die Zurückwerfung nicht geändert. Folglich findet bei ſenkrecht einfallendem Licht keine Veränderung ſtatt. In andern Lagen aber der beiden erwähnten Ebenen iſt der Fall verſchieden, und es wird nothwendig zu unterſuchen, welche Aenderung die Zurückwerfung in dem Zuſtand und der Polariſationsebene des Strahls ändert. Nun hat man gefunden, wie wir ſchon geſehen haben, daß wenn die Zurückwerfung in der Ebene der urſprünglichen Polariſation ſtattfindet, und der einfallende Strahl nur zum Theil polariſirt war, ſo wird der zurückgeworfene Strahl ſtärker polariſirt. Iſt aber der einfallende Strahl vollkommen polariſirt, ſo behält er dieſe Eigenſchaft nach der Zurückwerfung (einen merkwürdigen Fall ausgenommen), und nur die Polariſationsebene wird geändert. Nach Fresnel's Angabe macht nun die neue Polariſationsebene mit der vorigen einen Winkel β, ſo daß

$$\tang \beta = \frac{\cos(i + i')}{\cos(i - i')} \cdot \tang \alpha.$$

Dieſer Formel zufolge fällt die Polariſationsebene mit der Einfallsebene zuſammen, wenn $i + i' = 90^\circ$. Dieß findet nun grade dann ſtatt, wenn der Strahl unter dem Polariſationswinkel auf die zurückwerfende Oberfläche fällt. Iſt $\alpha = 90^\circ$, oder iſt der Strahl vor ſeinem Einfall in einer Ebene polariſirt, die ſenkrecht auf der Einfallsebene ſteht, ſo wird er auch nach der Zurückwerfung polariſirt bleiben, weil wir in dieſem Fall $\beta = \infty$, $\beta = 90^\circ$ erhalten werden.

861. Dieſe Formel iſt nur in einem mittlern Fall von Arago mit den Verſuchen verglichen worden, nämlich wenn $\alpha = 45^\circ$ iſt, und die Uebereinſtimmung der Reſultate mit den Verſuchen bei einer großen Menge von Einfallswinkeln und bei einer Reihe von Werthen von β von $+ 38^\circ$ bis $- 44$, ſowohl in Glas als in Waſſer, war ſo befriedigend, als man es nur wünſchen konnte. Das Einzelne dieſer Vergleichungen findet ſich in Annales de Chimie XVII. p. 314. Man kann bemerken, daß dieſe von Fresnel ge-

fundenen Reſultate ſich gegenſeitig unterſtützen, indem das letztere aus dem erſtern bloß theoretiſch geſchloſſen worden iſt, ſo daß die Richtigkeit des einen auch zugleich die Richtigkeit des andern beweist.

862. Wird der polariſirte Strahl von einer kryſtalliſirten Oberfläche zurückgeworfen, ſo bleibt die Intenſität des zurückgeworfenen Strahls nicht länger dieſelbe, ſondern hängt von den Geſetzen der doppelten Strahlenbrechung auf eine Art ab, die wir nachher ausführlicher beſchreiben werden. Ob und wie weit die gefundenen Geſetze für metalliſche Körper gelten, muß noch künftig unterſucht werden.

---

§. V. Von der Polariſation des Lichts durch Brechung, und den Geſetzen der Brechung des polariſirten Lichts.

863. Geht ein natürlicher oder nichtpolariſirter Lichtſtrahl durch eine Glasplatte ſenkrecht, ſo zeigt er bei ſeinem Heraustreten keine Polarität; allein wenn er gegen die Platte geneigt iſt, ſo findet man, daß der durchgegangene Strahl zum Theil polariſirt iſt, und zwar in einer Ebene, die ſenkrecht auf der Brechungsebene, und daher auch ſenkrecht auf der Ebene, in der der zurückgeworfene Theil des Strahls die Polariſation erlitten hat, ſteht. Die Verbindung zwiſchen den polariſirten Theilen des zurückgeworfenen und gebrochenen Strahls iſt jedoch noch inniger, ſeitdem Arago durch ein ſchönes und ſcharfſinniges Experiment gezeigt hat, daß dieſe Theile immer gleiche Intenſität beſitzen. Dieſes Geſetz kann folgendermaßen aufgeſtellt werden. Wenn ein nichtpolariſirter Strahl zum Theil an einer durchſichtigen Oberfläche zurückgeworfen, zum Theil gebrochen wird, ſo enthalten die zurückgeworfenen und gebrochenen Strahlen gleiche Quantitäten von polariſirtem Licht, und ihre Polariſationsebenen bilden mit einander rechte Winkel.

864. Hieraus ſieht man, daß der durchgegangene Strahl dann ein Maximum von polariſirtem Licht enthält, wenn das Licht unter dem Polariſationswinkel auffällt, und dieſes Maximum iſt der Lichtmenge gleich, die das Mittel im Stande iſt zu polariſiren.

Digitized by Google

Bei allen uns bekannten Mitteln beträgt dieß nun weniger als die Hälfte des einfallenden Lichts, folglich kann der durchgehende Strahl nie völlig durch einen einzigen Durchgang polariſirt werden.

865. Wird ein Strahl an der innern Oberfläche eines Mittels völlig zurückgeworfen, ſo giebt es keinen durchgegangenen Theil, und es iſt eine merkwürdige Uebereinſtimmung mit dem obigen Geſetz, daß in dieſem Fall der zurückgeworfene Strahl gar kein polariſirtes Licht enthält.

866. Rückſichtlich derjenigen Lichtmenge, welche durch die Oberfläche hindurchgegangen iſt, und keine Polariſation erlitten hat, meint Arago, daß ſie ſich in ihrem natürlichen oder nichtpolariſirten Zuſtande befinde. Dr. Brewſter hingegen ſchließt aus ſeinen Verſuchen, daß, obgleich es nicht polariſirt iſt, es doch eine phyſiſche Aenderung erlitten hat, die es bei dem folgenden Durchgang unter demſelben Winkel zur Polariſation viel fähiger macht. Die Frage iſt in theoretiſcher Rückſicht ſehr wichtig und ſcheinbar leicht entſchieden. Allein die Leichtigkeit der Entſcheidung iſt nur ſcheinbar, und da wir kein Recht haben aus unſerer eigenen Erfahrung hierüber zu entſcheiden, ſo wollen wir die Schlüſſe aufſuchen, die ſich aus beiden Annahmen ergeben. Es ſey das Licht, welches auf die erſte Oberfläche einer Glasplatte unter dem Polariſationswinkel fällt, der Einheit gleich, und nachdem es durch beide Oberflächen hindurchgegangen iſt, ſey die Intenſität des durchgegangenen Strahls $= a + b$ (alſo $1 - a - b$ die des zurückgeworfenen), wo a der polariſirte und b der nichtpolariſirte Theil iſt. Fällt $a + b$ auf eine andere Platte unter demſelben Winkel, ſo wird der Theil a, welcher in einer Ebene polariſirt iſt, die auf der Einfallsebene ſenkrecht ſteht, und unter dem Polariſationswinkel einfällt, völlig durchgehen, und ſeine Polariſationsebene erhält dann keine Veränderung, wie ſich durch directe Verſuche nachweiſen läßt. Folglich geht der Theil a unvermindert durch eine beliebige Anzahl folgender Platten, wenn wir keine Verſchluckung des Lichts annehmen. Iſt der andere Theil b dem natürlichen Licht völlig ähnlich, ſo wird er durch die Zurückwerfung an der zweiten Platte in zwei Theile getheilt, wovon der erſte $b(1 - a - b)$ völlig polariſirt zurückgeworfen wird, und der andere $b(a + b)$ wird durchgelaſſen. Von letztern iſt der Theil ba in einer Ebene polariſirt, die auf der Brechungsebene ſenkrecht ſteht, und daher geht er unvermindert durch alle

Digitized by Google

folgenden Platten. Der Theil bb aber iſt nichtpolariſirtes Licht und wird von der dritten Platte wieder getheilt u. ſ. w. fort. Es wird alſo zuletzt ein Strahl hindurchgelaſſen, der aus dem polariſirten Theil

$$a + ba + b^2 a + \dots + b^{n-1} a$$
$$= a \cdot \frac{1 - b^n}{1 - b},$$

und einem nichtpolariſirten Theil b^n beſteht, ſo daß keine endliche Anzahl von Platten je im Stande ſeyn wird, den ganzen durchgehenden Strahl vollkommen zu polariſiren.

867. Iſt im Gegentheil der nichtpolariſirte Theil b des durchgehenden Strahls a + b mehr zur Polariſation geneigt als vorher, wie Dr. Brewſter annimmt, ſo wird die obige Progreſſion, die im geometriſchen Verhältniß convergirt, dann ſchneller convergiren, ja ſogar unter gewiſſen phyſiſchen Umſtänden plötzlich abbrechen. Nun giebt Dr. Brewſter, als aus ſeinen Beobachtungen abgeleitet, folgendes allgemeine Geſetz an, daß **wenn ein Lichtſtrahl auf eine Anzahl nichtkryſtalliſirter Platten fällt, die gleiche oder verſchiedene Neigung haben, allein deren Oberflächen alle auf der erſten Einfallsebene ſenkrecht ſtehen, die vollkommene Polariſation des durchgegangenen Lichtſtrahls dann anfängt, wenn die Summe der Tangenten der Einfallswinkel auf jeder Platte einer gewiſſen conſtanten Größe gleich iſt, die von der Brechungskraft der Platten und der Intenſität des einfallenden Strahls abhängt.** Dieſer letztere Ausdruck, welcher die Anzahl und Lage der zur vollkommenen Polariſation nothwendigen Platten von der Intenſität des einfallenden Lichts abhängig macht, zeigt deutlich, daß die hier gemeinte **vollkommene Polariſation** nicht mathematiſch, ſondern nur näherungsweiſe vollkommen iſt. Für Platten aus Crownglas und für die Flamme eines Wachslichts, das zehn Fuß entfernt iſt, giebt er dieſe conſtante Größe = 41,84 an. Mit andern Worten ausgedrückt; der Reſt des nichtpolariſirten Lichts wird für dieſe Intenſität der Erleuchtung unmerklich. In dieſer Hinſicht ſind die Verſuche von Dr. Brewſter ſehr wohl mit dem Geſetz der Abnahme zu vereinigen, welches obige Progreſſion angiebt, und der entgegengeſetzte Sinn, welcher dieſem Ausdruck von Arago oder

Digitized by Google

ſeinem Commentator (Encyclop. Britt. Supp. vol. VI. p. 2. Polarization of Light) beigelegt wird, ſcheint uns über die Gränzen ausgedehnt, innerhalb deren eine ſtrenge Kritik ſich halten muß.

Nehmen wir daher an, daß kein beſtimmter Unterſchied zwiſchen den Angaben dieſer ausgezeichneten Naturforſcher ſtattfindet, ſo müſſen wir diejenige Lehre als die einfachſte anſehen, welche keine Veränderung in den phyſiſchen Eigenſchaften des nichtpolariſirten Lichts ſowohl im durchgehenden als im zurückgeworfenen Strahl zuläßt. (§. 848.)

868. Bei dem, was vorhin von der Polariſation des durchgehenden Strahls geſagt worden iſt, haben wir denjenigen Theil des Lichts nicht mit in Betracht gezogen, der an jeder Oberfläche zurückgeworfen wird und dann eine neue Zurückwerfung erleidet, und indem er (zum Theil wenigſtens) durch alle Platten hindurchgeht, ſich mit dem durchgegangenen Strahl vermiſcht, und da er ſich in der entgegengeſetzten Ebene befindet, zum Theil deſſen Polariſation aufhebt.

869. Wird eine Säule paralleler Glasplatten einem polariſirten Strahl ausgeſetzt, ſo daß der Einfallswinkel dem Polariſationswinkel gleich iſt, und wird dieſelbe dann um den Strahl wie um eine Axe gedreht, indem er dieſelbe Neigung behält, ſo finden folgende Erſcheinungen ſtatt.

Erſtens. Steht die Einfallsebene ſenkrecht auf der Polariſationsebene, ſo wird das ganze auffallende Licht durchgelaſſen (dasjenige ausgenommen, was durch das Glas verſchluckt wird, oder wegen der unregelmäßigen Zurückwerfung von den Ungleichheiten der Oberfläche verloren geht), und dieſes findet bei jeder Anzahl der Platten ſtatt. Die Polariſation des durchgegangenen Strahls iſt ungeändert.

Zweitens. Während ſich die Säule um den Strahl als Axe dreht, wird ein Theil des Lichts zurückgeworfen, und dieſer nimmt zu, bis die Einfallsebene mit der Ebene der primitiven Polariſation zuſammenfällt, wo das zurückgeworfene Licht das Maximum erreicht. Nun verſichert Arago, daß die Menge des polariſirten Lichts, die von jeder Platte zurückgeworfen wird, im Verhältniß zur Intenſität des einfallenden Strahls größer iſt, als wenn man natürliches Licht angewendet hätte, und da dieſes Verhältniß bei jeder Platte ſtattfindet, ſo wird der durchgelaſſene Strahl, wie ſtark er auch anfangs geweſen ſeyn mag, in geometriſcher Progreſſion geſchwächt, und

Digitized by Google

zuletzt unmerklich werden, ſo daß in dieſer Lage die Säule undurchſichtig wird. Das zwiſchen den Platten hin und her geworfene Licht iſt hierbei nicht berückſichtigt; da aber alles in derſelben Ebene polariſirt iſt, und in dieſer Lage die Zurückwerfungen, wie oft ſie auch ſtattfinden mögen, keine Veränderung in der Polariſationsebene hervorbringen, ſo befinden ſich alle Strahlen in denſelben Umſtänden; und nimmt man die Anzahl der Platten ſehr groß an, ſo wird endlich ein völliges Verſchwinden des durchgelaſſenen Strahls ſtattfinden.

870. Eine Säule, welche aus einer großen Anzahl Platten beſteht, die unter einem Winkel, der dem Polariſationswinkel gleich iſt, gegen den polariſirten Strahl geneigt ſind, muß dieſelbe Erſcheinung darſtellen, welche eine Turmalinplatte giebt, die parallel mit der Axe ſeines primitiven Rhomboids geſchnitten iſt, indem ſie abwechſelnd das ganze Licht in den auf einander folgenden Quadranten der Drehung durchläßt und aufhebt, und ſo ihrer verſchiedenen Lage gemäß hell und dunkel erſcheint. Man kann jedoch die Analogie nicht weiter treiben, um etwa hieraus eine Erklärung für die Erſcheinungen bei dem Turmalin abzuleiten; denn obgleich eine ſo geſchnittene Turmalinplatte aus Blättchen beſteht, ſo ſind dieſe doch in optiſcher Berührung, und außerdem iſt die Lage derſelben, rückſichtlich der Oberflächen nicht dieſelbe in allen Platten, die rund um die Axe herumgeſchnitten werden, weil, obgleich eine unendliche Menge von Platten aus einem Turmalin geſchnitten werden können, die die Axe des Rhomboids in ihrer Ebene enthalten, ſo haben doch nur drei derſelben dieſelbe Relation zu den verſchiedenen Seiten, denen die Schichten parallel liegen müſſen. Außerdem zeigen ſich die Erſcheinungen nur bei gefärbtem Turmalin. Auch die Analogie zwiſchen Säulen von Glasplatten und Achatblättchen iſt, wie wir glauben, mehr ſcheinbar als reell.

871. Eine ſolche Säule zeigt außerdem rückſichtlich des polariſirten und des nichtpolariſirten Lichts denſelben Unterſchied der Erſcheinungen als eine Turmalinplatte, weil in dem letztern Fall, wenn nur die Anzahl der Platten groß genug iſt, die Hälfte des einfallenden Lichts durchgeht, welches in einer Ebene ſenkrecht auf der Einfallsebene vollſtändig polariſirt iſt.

872. Die Geſetze, welche die Polariſation eines Strahls beſtimmen, der durch eine durchſichtige Oberfläche geht, die unter einem beliebigen Winkel gegen den einfallenden Strahl und gegen ſeine

urſprüngliche Polariſationsebene geneigt iſt (wenn wir denſelben als polariſirt anſehen), ſind noch durch Verſuche auszumachen.

---

§. VI. Von der Polariſation des Lichts durch doppelte Brechung.

873. Wird ein Strahl des natürlichen Lichts in zwei andere durch die doppelte Brechung ſo getheilt, daß die beiden Büſchel bei ihrem endlichen Heraustreten einer beſondern Unterſuchung unterworfen werden können, ſo zeigt ſich, daß beide vollſtändig und zwar in verſchiedenen Ebenen polariſirt ſind, die genau oder beinahe auf einander ſenkrecht ſtehen. Um dieß zu zeigen, nehme man ein ziemlich dickes Stück von isländiſchem Kalkſpath, und indem man die eine Seite mit einer geſchwärzten Karte, oder einer andern undurchſichtigen Subſtanz bedeckt, die eine mit einer Nadel gemachte Oeffnung hat, halte man daſſelbe gegen das directe Licht eines Fenſters oder einer Flamme, ſo daß die bedeckte Seite vom Auge abgewendet iſt. Man ſieht dann zwei Bilder des Nadelſtichs; das eine, welches nicht von der Linie, die das Auge mit dem wirklichen Loch verbindet, abgelenkt iſt, vermittelſt der gewöhnlich gebrochenen Strahlen; das andere, welches von dieſer Linie in einer Ebene parallel mit dem Hauptdurchſchnitt abgelenkt iſt, durch die ungewöhnlich gebrochenen Strahlen. Dieſe Bilder erſcheinen dem bloßen Auge mit gleicher Helligkeit, allein bringen wir eine Turmalinplatte dazwiſchen, und drehen die letztere in ihrer eigenen Ebene herum, ſo wird die Helligkeit ungleich, und bei jeder Viertelsumdrehung des Turmalin abwechſelnd verſchwinden und ſichtbar werden. Das gewöhnliche Bild hat immer ſeine größte Helligkeit, und das ungewöhnliche iſt verlöſcht, wenn die Axe der Turmalinplatte ſenkrecht auf dem Hauptdurchſchnitt der Oberfläche ſteht; das Umgekehrte findet dann ſtatt, wenn ſie mit derſelben parallel liegt.

874. Daſſelbe ereignet ſich, wenn wir anſtatt einer Turmalinplatte eine Glasplatte nehmen, die unter dem Polariſationswinkel geneigt iſt, und dieſe Platte um den gewöhnlichen Strahl als Axe herumdrehen. Die Bilder erſcheinen und verſchwinden abwechſelnd, ſo wie die Platte nach und nach die verſchiedenen Quadranten durchläuft.

Digitized by Google

875. Wir ſehen hieraus, daß die beiden Strahlen vollſtändig und entgegengeſetzt polariſirt ſind; der gewöhnliche Strahl in einer Ebene, die durch die Axe des Rhomboids geht; der ungewöhnliche in einer Ebene, die ſenkrecht auf derſelben ſteht.

876. Dieſelbe Erſcheinung zeigt ſich viel beſſer, wenn man ein Prisma von irgend einem doppelt brechenden Kryſtall anwendet, welches einen ſolchen brechenden Winkel hat, daß es zwei deutlich getrennte Bilder eines entfernten Gegenſtandes giebt (z. B. von einer Lichtflamme). Dieſe erſcheinen und verſchwinden abwechſelnd bei jeder Viertelsumdrehung einer Turmalinplatte oder einer Glasplatte, und in den Octanten ſind ſie von gleicher Helligkeit.

877. Die doppelte Brechung polariſirt daher die beiden Strahlen, in welche ein nichtpolariſirter Strahl zerlegt wird, entgegengeſetzt. Wir wollen nun ſehen, was ſich mit einem polariſirten Strahl ereignet. Hierzu lege man eine Glasplatte an ein offenes Fenſter, ſo daß ſie das zurückgeworfene Licht polariſirt, und halte einen wie vorher eingerichteten isländiſchen Kalkſpath gegen das reflectirte Licht. Dann ſieht man im Allgemeinen zwei Bilder des Nadelſtichs, aber von ungleicher Intenſität, und wenn wir das Rhomboid von Kalkſpath in der Ebene der verdeckten Seite drehen, ſo ändern die Bilder immerwährend ihre relative Helligkeit, indem das eine bis zum Maximum wächst, während das andere völlig verſchwindet, und ſo auch umgekehrt. Befindet ſich der Hauptdurchſchnitt des Rhomboids in der Zurückwerfungsebene des einfallenden Strahls, d. h. in der Polariſationsebene, ſo iſt das gewöhnliche Bild ein Maximum, das ungewöhnliche aber verſchwunden; das Umgekehrte findet ſtatt, wenn beide Ebenen einen rechten Winkel mit einander machen. Der Verſuch kann ſehr vortheilhaft abgeändert werden, indem man ein doppelt brechendes Prisma anwendet, und während man durch das Prisma das polariſirte Bild einer Lichtflamme betrachtet, daſſelbe langſam in einer Ebene herumdreht, die den brechenden Winkel halbirt.

878. Dieſer Verſuch leitet uns auf folgendes merkwürdige Geſetz, nämlich daß wenn ein Strahl, der auf eine doppelt brechende Oberfläche fällt, in einer mit dem Hauptdurchſchnitt parallelen Ebene polariſirt wird, ſo erleidet er keine Theilung, ſondern erzeugt allein das gewöhnliche Bild; wenn im Gegentheil die un-

Digitized by Google

ſprüngliche Polariſationsebene ſenkrecht auf dem Hauptdurchſchnitt ſteht, ſo geht der ganze Strahl ins ungewöhnliche Bild über. In der dazwiſchen befindlichen Lage der Polariſationsebene findet eine Theilung ſtatt, und der Strahl wird in die beiden Theile ungleich zerlegt, ausgenommen dann, wenn die urſprüngliche Polariſationsebene einen Winkel von 45° mit dem Hauptdurchſchnitt macht. Iſt im Allgemeinen α der zuletzt erwähnte Winkel, A das einfallende Licht, ſo wird $A . \cos \alpha^2$ die Intenſität des gewöhnlichen, $A . \sin \alpha^2$ die des ungewöhnlichen angeben, wenn man vorausſetzt, daß kein Licht durch die Zurückwerfung verloren geht.

879. Alle dieſe Veränderungen und Verbindungen ſind in folgendem merkwürdigem Verſuch von Huygens dargeſtellt, wodurch man zuerſt einen Begriff von Polarität oder von Seiten eines Lichtſtrahls erhielt, wenn derſelbe durch gewiſſe Methoden modificirt wird. Man nehme zwei dicke Rhomboide von isländiſchem Kalkſpath (die ſehr durchſichtig ſeyn müſſen, da man ſich dieſelben leicht verſchaffen kann) und lege ſie ſo auf einander, daß ihre homologen Seiten parallel ſind, oder ſo daß die Molleculen derſelben dieſelbe Lage gegen einander haben, als ob beide Stücke Theile eines einzigen größern Kryſtalls wären. Man lege dieſelben auf ein Blatt weißes Papier, auf welchem ſich ein kleiner, ſehr deutlicher und gut begränzter ſchwarzer Fleck befindet. Dieſer Fleck wird dann doppelt geſehen (a Fig. 173) und die Linie, welche beide Bilder verbindet, iſt dem Hauptdurchſchnitt derſelben parallel. Nun drehe man den obern Kryſtall langſam in einer horizontalen Ebene auf dem untern herum, und es entſtehen zwiſchen den beiden vorher geſehenen zwei neue Bilder, die anfangs ſehr ſchwach ſind, wie Fig. 173. b und mit den erſtern einen ſehr verlängerten Rhombus bilden. Sie nehmen jedoch an Intenſität zu, während das andere Paar abnimmt, bis der Drehungswinkel des obern Kryſtalls 45° beträgt, wo die Erſcheinung der Bilder wie in c iſt. Setzt man die Drehung fort, ſo nähert ſich der Rhombus einem Quadrate wie in d, und die beiden urſprünglichen Bilder ſind ſehr ſchwach geworden; beträgt die Drehung grade 90°, ſo verſchwinden ſie völlig und das zweite Paar bleibt diagonal ſtehen, wie in e. Geht die Drehung noch weiter fort, ſo erſcheinen ſie wieder und nehmen an Helligkeit zu, bis der Drehungswinkel $= 90° + 45° = 135°$ beträgt, wo die Bilder alle gleich ſind wie in f; hier-

Digitized by Google

auf wachſen die urſprünglichen Bilder immer fort, und die andern nehmen ab, ſo daß die Erſcheinung g hervorgebracht wird, welche nach Vollendung einer halben Umdrehung durch die Vereinigung der beiden Originalbilder in h übergeht, und das andere Paar verſchwindet. In dieſem Fall iſt ſcheinbar nur eine einzige Brechung vorhanden, oder da die doppelten Brechungen beider Kryſtalle in entgegengeſetztem Sinne geſchehen, ſo heben ſie einander auf. Sind jedoch die Kryſtalle nicht von völlig gleicher Dicke, ſo findet dieſe genaue Compenſation nicht ſtatt, und die Bilder bleiben deutlich, obgleich ſehr wenig von einander entfernt. Wir können die vier Bilder folgendermaßen ausdrücken:

Oo, das Bild, welches von beiden Rhomboiden gewöhnlich gebrochen wird.

Oe, das Bild, welches vom erſten gewöhnlich, vom zweiten ungewöhnlich gebrochen wird.

Eo, das Bild, welches vom erſten ungewöhnlich, vom zweiten gewöhnlich gebrochen wird.

Ee, das Bild, welches von beiden ungewöhnlich gebrochen wird.

Iſt dann A die Intenſität des einfallenden Lichts, und nimmt man an, daß keines durch Zurückwerfung und Verſchluckung verloren geht, ſo wird

$$Oo = \frac{1}{2} . A . \cos \alpha^2 = Ee$$

$$Oe = \frac{1}{2} A . \sin \alpha^2 = Eo .$$

und die Summe aller vier Bilder iſt = A.

880. Dieſelben Erſcheinungen (mit einigen unweſentlichen Veränderungen) finden ſtatt, wenn man zwei doppelt brechende Prismen hinter einander nahe vor das Auge bringt, und ein entferntes Object durch dieſelben betrachtet, indem man eins auf dem andern herumdreht. Die Erklärung dieſer Erſcheinungen ergiebt ſich ſo einfach aus den Geſetzen der §§. 875 und 878, daß wir nicht nöthig haben dabei länger zu verweilen.

881. Diejenige Eigenſchaft der doppelten Brechung, vermöge welcher ein polariſirter Strahl ungleich zwiſchen die beiden Bilder vertheilt wird, verſchafft uns ein ſehr bequemes und nützliches Inſtrument, um die Polariſation in einem Lichtſtrahl zu ent=

Digitized by Google

decken, und iſt auch bei vielen andern optiſchen Unterſuchungen von großem Nutzen. Es beſteht in nichts anderm als in einem doppelt brechenden Prisma, welches durch ein Glasprisma, oder noch beſſer durch eines von demſelben Mittel achromatiſch gemacht wird, indem man die Trennung der Strahlen vergrößert. Die erſtere Methode iſt ſehr einfach, und hat man keinen großen brechenden Winkel nöthig, ſo iſt die in dem einen Bilde übrig bleibende Farbe ſo gering, daß ſie nicht ſtörend einwirkt. Es iſt am bequemſten, den brechenden Winkel ſo einzurichten, daß eine Trennung der Bilder von 2° entſteht. Es ſey Fig. 174 ABCGF ein aus isländiſchem Kalkſpath ſo geſchnittenes Prisma, daß die brechende Kante CG die Axe des Kryſtalls enthält, und durch das Glasprisma CDEFG ſey es ſo viel als möglich achromatiſch gemacht. Iſt dann Q ein kleiner, farbenloſer, leuchtender Kreis von ungefähr einem oder zwei Grad Durchmeſſer von dem in O befindlichen Auge aus geſehen, ſo wird die Dazwiſchenkunft der beiden verbundenen Prismen denſelben in zwei, Q und q, zerlegen. Iſt nun das von Q herkommende Licht nicht polariſirt, ſo bleiben beide während der Drehung des Prisma ABCG in einer auf der Geſichtslinie ſenkrechten Ebene von gleicher Intenſität. Iſt aber irgend einige Polarität in dem urſprünglichen Licht vorhanden, ſo erſcheint das eine Bild abwechſelnd heller als das andere, und da beide einander ſo nahe ſind, ſo entdeckt man leicht die geringſte Ungleichheit oder Beimiſchung von polariſirtem Licht.

882. Gewöhnlich gebraucht man zu dieſen Prismen isländiſchen Kalkſpath wegen ſeiner ſtarken doppelten Brechung; er iſt aber ſo weich und ſeine Structur ſo blättrig, daß er ſich ſchwer poliren, und noch ſchwerer ſich in ſeiner Politur erhalten läßt. Wir haben gefunden, daß Quarz und Topas ſehr paſſend iſt. Folgende ſcharfſinnige Methode, die ſchwache doppelte Brechung des erſtern merklich zu machen, welche von Dr. Wollaſton angegeben wurde, iſt hier ſehr nützlich. Es ſeyen nämlich ABCDabcd, EFGHefgh (Fig. 175) die beiden Hälften eines ſechsſeitigen Prisma von Quarz, das durch einen mit zwei Seiten parallelen Schnitt getheilt iſt. In der verticalen Seite ADda ziehe man irgend eine Linie LK mit den Seitenlinien parallel, die daher der Axe des Prisma, welche zugleich die der doppelten Brechung iſt, parallel läuft, und ziehe CL, ck. Dann ſchneidet die Ebene CLkc ein Prisma CLKdcD

ab, deſſen brechende Kanten Lk, Dd, Cc ſind, welche alle mit der Axe parallel liegen. In der andern Hälfte ziehe man Ef, Hg, und ſchneide dieſelbe durch eine Ebene, welche durch dieſe Linien geht; ſieht man dann jeden Theil als ein doppelt brechendes Prisma an, deſſen brechende Kanten die Linien EH, fg ſind, ſo ſteht die Axe der doppelten Brechung ſenkrecht auf den brechenden Kanten, und außerdem liegt die Axe in den Seiten HEeh, oder FGgf ſenkrecht auf den Linien HE oder fg. Machen wir dann den brechenden Winkel CLD des Prisma CLKdcD dem des Prisma HEefgh an der Kante EH gleich, und wirken die beiden Prismen entgegengeſetzt, kitten dieſelben dann mit Maſtix, oder mit canadiſchem Balſam zuſammen, ſo iſt einleuchtend, daß ihre Hauptdurchſchnitte auf einander ſenkrecht ſtehen, und nur zwei Bilder hervorgebracht werden, indem der ganze ungewöhnliche Strahl des einen Prisma in das gewöhnliche Bild des andern übergeht, und umgekehrt. Um nun zu ſehen, wie hierdurch die Trennung der Bilder verdoppelt wird, betrachte man eine leuchtende Linie mn durch ein Prisma mit der Kante abwärts gekehrt und horizontal liegend. Sie wird in zwei Bilder e und o getrennt, wovon das eine über dem andern liegt. Es ſey das gewöhnliche Bild das am ſtärkſten gebrochene. Bringen wir dann das andere Prisma mit der Kante aufwärts dazwiſchen, ſo werden beide Bilder abwärts gebrochen; allein das gewöhnliche Bild o, welches vorher am meiſten gehoben wurde, wird, da es jetzt eine ungewöhnliche Brechung erleidet, am wenigſten geſenkt, und kommt in die Lage oe, während das ungewöhnliche Bild e, welches vorher am wenigſten gehoben wurde, jetzt am ſtärkſten geſenkt wird, und in die Lage eo gelangt, und es iſt einleuchtend (da die brechenden Winkel, ſo wie die doppelte Brechung beider Prismen dieſelben ſind), daß die Linie oe eben ſo weit als die Linie eo von der urſprünglichen Linie ſich entfernt, nämlich um eine Größe, die der Entfernung der beiden erſten Bilder o und e gleich iſt, ſo daß die Entfernung zwiſchen den zweimal gebrochenen Bildern doppelt ſo viel als zwiſchen den einmal gebrochenen beträgt. Wir haben dieſe Verbindung ſehr vortheilhaft gefunden, da Quarz eine ſehr vollkommene Politur annimmt, und wegen ſeiner Härte nicht leicht durch Reibung Schaden leidet.

883. Kryſtalle, welche keine doppelte Brechung beſitzen, können als die Gränze derjenigen angenommen werden, die dieſe Eigen-

Digitized by Google

ſchaft haben, oder als Kryſtalle, in denen beide Strahlen mit gleicher Geſchwindigkeit fortgepflanzt werden, und daher keine Trennung erleiden; oder mit andern Worten, bei denen die Bilder zuſammenfallen. In dieſem Fall ſollte man erwarten, daß der heraustretende Strahl keine Polarität beſitzt, weil beide Strahlen, die unter rechten Winkeln gegen einander polariſirt werden, einen einfachen Strahl bilden, der die Eigenſchaften des nichtpolariſirten Lichts beſitzt. Dieß wird durch Verſuche beſtätigt. Das durch Flußſpath hindurchgehende Licht hat keine Zeichen von Polarität, wenigſtens ſo weit als die Wirkung der Oberfläche geht. Wir haben keine Verſuche, welche anzeigten, in wie fern die Wirkung der Oberflächen ſchwach brechender Kryſtalle ihre polariſirende Kraft ändert; oder mit andern Worten, wie fern Säulen von kryſtalliſirten Mitteln eine analoge oder verſchiedene Wirkung als die von nichtkryſtalliſirten äußern. Dr. Brewſter hat in der That gefunden, daß Säulen von Glimmerblättchen einen durchgehenden Strahl eben ſo wie Säulen von Glasplatten polariſirt werden, allein das Ganze iſt noch einer weitern Unterſuchung zu unterwerfen.

---

§. VII. Von den Farben, welche kryſtalliſirte Blättchen zeigen, wenn ſie polariſirtem Licht ausgeſetzt werden, und von den polariſirten Ringen, die ihre optiſchen Axen umgeben.

884. Dieſer ſchöne Theil der Optik iſt völlig neuern Urſprungs. Die erſte Nachricht über die Farben kryſtalliſirter Blättchen wurde dem Franzöſiſchen Inſtitut 1811 von Arago mitgetheilt, ſeit welcher Zeit dieſer Theil durch die Unterſuchungen von Brewſter, Biot, Fresnel, Mitſcherlich und Andern eine Ausdehnung erhalten hat, die ihn unter die wichtigſten und zugleich vollſtändigſten und am meiſten ſyſtematiſch behandelten Zweige der Optik verſetzen. Wie man leicht erwarten konnte, mußte unter dieſen Umſtänden, hauptſächlich auch wegen der politiſchen Verhältniſſe, durch die der Verkehr des Continents mit England ſehr beſchränkt wurde, eine Menge von Reſultaten ganz unabhängig von einander gefunden worden, und zwar auf beiden Seiten des Canals ziemlich zu gleicher Zeit. Ein jeder, der die Wiſſenſchaft ihres eigenen Beſtens willen liebt, der Naturforſcher im ſtrengen Sinne des Worts, ſollte ſich bei dieſen Umſtänden Glück wünſchen, allein für diejenigen, welche gern Klagen über

Digitized by Google

Nebenbuhler erheben, und den Gegenſtand des Vorrechts der Erfindung auszumachen ſuchen, mußte eine ſo ſchnelle Folge von intereſſanten Entdeckungen ein willkommenes und weites Feld kritiſcher Unterſuchungen ſeyn, und den Samen zu einer reichen Ernte von Streitigkeiten und Gegenbeſchuldigungen abgeben. Sieht man alle ſolche Streitigkeiten, ſo wie wir, als die Würde der Wiſſenſchaft herabſetzend, ja faſt als eine entheiligende Profanation dieſer Regionen an, die wir immer gewohnt geweſen ſind, als einen angenehmen und ehrenvollen Zufluchtsort aus den elenden Plackereien und Streitigkeiten des Lebens zu betrachten, ſo muß man allen Antheil an denſelben vermeiden, und indem wir den Gegenſtand ſo ergreifen, wie er wirklich iſt, und zugleich alle falſch verſtandenen Thatſachen und übereilten Theorien bei Seite laſſen, die wie in allen andern Theilen der Wiſſenſchaft über einen unvollkommen verſtandenen Gegenſtand Dunkelheit verbreitet haben, wollen wir uns bemühen, ſo kurz als möglich die Thatſachen und allgemeinen Geſetze, welche feſt genug begründet zu ſeyn ſcheinen, um nicht etwa durch fernere Unterſuchungen umgeworfen zu werden, darzuſtellen, obgleich es möglich ſeyn kann, daß auch dieſe nur Abtheilungen von ſpäter zu entdeckenden allgemeineren Geſetzen ſeyen: eine Vollendung, die man von ganzem Herzen wünſchen muß.

885. Das allgemeine Phänomen der Farbenerſcheinungen, denen dieſer Abſchnitt gewidmet iſt, kann ſehr leicht folgendermaßen dargeſtellt werden. Man lege eine polirte Oberfläche von beträchtlicher Ausdehnung (z. B. eine glatte Mahagonitafel, oder was viel beſſer iſt, eine Säule von zehn oder zwölf großen horizontal liegenden Glasplatten) an ein offenes Fenſter, aus welchem man eine ununterbrochene Ausſicht gegen den Himmel hat, und halte ein Glimmerblättchen von mäßiger Dicke (ungefähr $\frac{1}{30}$ Zoll, wie man es leicht erhalten kann, da es in beträchtlicher Menge für Laternenmanufacturen verkauft wird) zwiſchen das Auge und die Tafel oder die Säule, ſo daß daſſelbe das von letzterer zurückgeworfene Licht ſo nahe als möglich unter dem Polariſationswinkel durchläßt. Unter dieſen Umſtänden ſieht man nichts Merkwürdiges, wie man auch das Glimmerblättchen halten mag; allein wenn wir durch eine Turmalinplatte ſehen, deren Axe vertical ſteht, ſo verändert ſich die Sache. Nimmt man das Glimmerblättchen weg, ſo hebt die Turmalinplatte den zurückgeworfenen Strahl auf, und die Oberfläche der Tafel oder der Glasſäule erſcheint dunkel,

Digitized by Google

kel, wenigſtens in einem Punkte, und wir wollen annehmen, daß das Auge feſt auf dieſen Punkt gerichtet ſey. Kaum bringt man jedoch den Glimmer dazwiſchen, ſo wird die zurückwerfende Kraft der Oberfläche wieder hergeſtellt; neigt man das Glimmerblättchen unter verſchiedene Winkel, und dreht es in ſeiner eigenen Ebene herum, ſo findet man bald gewiſſe Lagen, in denen daſſelbe mit den lebhafteſten und ſchönſten Farben erleuchtet erſcheint, die bei der geringſten Aenderung der Lage des Glimmerblättchens wechſeln, indem ſie ſchnell vom ſchönſten Roth zum vollſten Grün, Blau und Violett übergehen. Hält man das Glimmerblättchen ſenkrecht gegen den zurückgeworfenen Strahl, und dreht es in ſeiner eigenen Ebene herum, ſo findet man zwei Lagen, bei denen alle Farbe und alles Licht verſchwindet; der zurückgeworfene Strahl verlöſcht, als ob kein Glimmerblättchen dazwiſchen ſtünde. Ziehen wir nun auf dem Blättchen mit einer Stahlſpitze zwei Linien, die den Durchſchnitten des Glimmers mit einer durch das Auge gelegten verticalen Ebene in dieſer Lage des Glimmerblättchens entſprechen, ſo findet man, daß ſie genau einen rechten Winkel mit einander machen. Wir wollen dieſe Linien A und B nennen, und es heiße eine durch A ſenkrecht auf das Blättchen gelegte Ebene der Durchſchnitt A, und eine auf gleiche Weiſe durch B gelegte Ebene der Durchſchnitt B. Drehen wir dann das Glimmerblättchen von jeder dieſer Lagen um 45° in ſeiner eigenen Ebene herum, ſo daß die Schnitte A und B mit der Zurückwerfungsebene (d. h. mit der Polariſationsebene des einfallenden Strahls) Winkel von 45° machen, ſo wird ſich das durchgehende Licht in ſeinem Maximum befinden.

886. Uebertrifft die Dicke des Blättchens nicht $\frac{1}{30}$ Zoll, ſo wird es in dieſer Lage gefärbt erſcheinen; iſt es bedeutend dicker, ſo wird es farblos ſeyn; iſt es dünner, ſo erſcheinen immer lebhaftere Farben, die die Folge der von dünnen Blättchen zurückgeworfenen Farben zeigen, und eben ſo wie ſie in der Farbenreihe aufſteigen, oder ſich der centralen Farbe (Schwarz) nähern, ſo wie die Dicke geringer wird. Es findet in dieſer Rückſicht eine vollkommene Analogie ſtatt, mit Ausnahme des ungeheuern Unterſchiedes in der Dicke zwiſchen den Glimmerblättchen, die die erwähnten Farben hervorbringt, und derjenigen, welche bei den Newtonianiſchen Ringen erforderlich iſt. Man hat durch Meſſungen gefunden, welche nachher beſchrieben werden ſollen, daß die Farbe, die ein dem zurückgewor-

Digitized by Google

ſenen Strahl ſenkrecht ausgeſetztes Glimmerblättchen giebt, dieſelbe iſt als diejenige, welche eine Luftſchicht zeigt, die 430mal dünner als das Glimmerblättchen iſt.

887. Wenn das Glimmerblättchen, welches immer noch ſenkrecht auf dem Strahl ſteht, in ſeiner eigenen Ebene herumgedreht wird, ſo ändert ſich die Farbe nicht, bloß ihre Intenſität nimmt ab, ſo wie ſich der Durchſchnitt A oder B der Polariſationsebene des einfallenden Strahls nähert. Wird jedoch das Blättchen nicht ſenkrecht gegen den Strahl gehalten, ſo findet dieſe Unveränderlichkeit nicht länger ſtatt; die Farbenänderungen zeigen ſich ſehr verwickelt und laſſen ſich nicht auf regelmäßige Geſetze zurückbringen. In zwei Fällen laſſen jedoch die Erſcheinungen eine einfache Ueberſicht zu. Dieſe finden dann ſtatt, wenn die Durchſchnitte A und B beide 45° von der Polariſationsebene entfernt ſind, und das Glimmerblättchen in der Ebene derſelben auf und nieder geneigt wird. Dieſe Bedingung erreicht man leicht, indem man zuerſt die Platte ſenkrecht gegen den zurückgeworfenen Strahl hält, dann dieſelbe in ihrer Ebene ſo lange dreht, bis jede der Linien A und B um 45° gegen die Verticalebene geneigt iſt, und endlich dieſelbe um eine dieſer Linien als um eine Axe dreht. Man wird dann ſehen, daß wenn man das Blättchen um die eine Linie etwa A, oder in der Ebene des Durchſchnitts B dreht, die Farbe, wenn ſie einmal weiß iſt, immer weiß bleibt; findet aber eine andere Farbe ſtatt, ſo ergiebt ſich ein Niederſteigen in der Skale der gefärbten Ringe, bis endlich nach mehrern Abwechſelungen weißes Licht zum Vorſchein kommt, wonach eine fortgeſetzte Drehung keine Farbenänderung hervorbringt. Dreht man hingegen das Blättchen um B, oder in der Ebene von A, ſo ſteigen die Farben in der Skale der Ringe, und iſt das Blättchen ſo geneigt, daß es einen Einfallswinkel von ungefähr 35° 3′ hervorbringt, ſo hat die Farbe ihr Maximum erreicht, und entſpricht dem Mittelpunkt oder dem ſchwarzen Fleck in den Newtonianiſchen Ringen. Bei dieſer Lage des Blättchens iſt der zurückgeworfene Strahl völlig vom Turmalin aufgehoben, eben ſo, als wenn die Schnitte A und B vertical geweſen wären. Wird aber der Neigungswinkel noch vergrößert, ſo erſcheinen die Farben wieder, und ſteigen in der Skale der Ringe abwärts, indem ſie die Reihe bis zur endlichen Weiße durchlaufen. Wir berückſichtigen hierbei nicht eine kleine Abweichung von der genauen Reihenfolge der Newtonianiſchen Far-

ben, die in den höhern Ordnungen ſtattfindet, da wir ſpäterhin mehr hierüber ſagen werden.

888. Wir ſehen alſo hieraus, daß obgleich die Durchſchnitte A und B bei ſenkrechter Lage von gleicher Beſchaffenheit ſind, dieß doch keineswegees ſtattfindet, wenn das Glimmerblättchen eine ſchiefe Lage hat. Findet der Einfall in der Ebene des Durchſchnitts B ſtatt, ſo ſteigt die Farbe abwärts auf beiden Seiten der ſenkrechten Lage, während dieſelbe, wenn der Einfall des Lichts in dem Durchſchnitt A geſchieht, aufwärts bis zum mittlern Schwarz ſteigt, welches ſie bei gleichen Einfallswinkeln (35° 3′) auf jeder Seite der ſenkrechten Lage erreicht, und dann wieder bis zum zuſammengeſetzten Weiß an dem andern Ende der Skale abwärts ſinkt.

889. Der Durchſchnitt A (den wir den Hauptdurchſchnitt des Glimmerblättchens nennen wollen) iſt durch zwei merkwürdige Linien ausgezeichnet, die unter gleichen Winkeln gegen die Oberfläche des Blättchens geneigt ſind, und geht ein polariſirter Strahl in einer derſelben fort, ſo wird ſeine Polarität durch die Wirkung der Platte nicht geſtört. Um uns hiervon zu überzeugen, brauchen wir nur das Glimmerblättchen an dem Ende einer Röhre zu befeſtigen, ſo daß die Axe der Röhre um 35° 3′ gegen das Einfallsloth, oder um 54° 57′ gegen das Blättchen in der Ebene des Durchſchnitts A geneigt iſt; richtet man dann die Axe der Röhre gegen den Mittelpunkt des dunkeln Flecks, ſo wird man ſehen, daß derſelbe während der Drehung der Röhre dunkel bleibt. Dieß könnte nun nicht der Fall ſeyn, wenn der Glimmer irgend eine Wirkung auf die Polariſationsebene ausübte. Hieraus ſchließen wir, daß die beiden Linien dieſe merkwürdige Eigenſchaft beſitzen, daß wie auch die Polariſationsebene eines längs derſelben einfallenden Strahls beſchaffen ſeyn mag, ſie nach dem Durchgange deſſelben ungeändert bleibt. Denn obgleich in dem vorhin beſchriebenen Verſuch die Polariſationsebene feſt blieb, und die Einfallsebene gedreht wurde, ſo iſt doch einleuchtend, daß das umgekehrte Verfahren auf daſſelbe hinauskommt.

890. Dieſe Eigenſchaft kommt nun keinen andern Linien zu. Befeſtigen wir das Glimmerblättchen an dem Ende der Röhre unter einem andern Winkel, oder in einer andern Ebene rückſichtlich der Axe der Röhre, ſo können wir zwei Stellungen bei der Drehung der Röhre finden, wo das Verſchwinden des durchgelaſſenen Strahls

ſtattfindet, allein in keinem andern Fall, als dem der erwähnten beiden Linien, wird in allen Punkten der Drehung das Verſchwinden vollſtändig oder beinahe vollſtändig ſeyn.

891. Da das Brechungsverhältniß des Glimmers 1,500 iſt, ſo entſpricht ein Einfallswinkel von 35° 3′ einem Brechungswinkel von 22° 31′. Folglich iſt die Lage der Linien innerhalb des Glimmers, welche dieſen außerhalb befindlichen Linien entſprechen, 22½° gegen das Einfallsloth geneigt, und der von beiden eingeſchloſſene Winkel beträgt 45°. Dieß ſind dann die Axen innerhalb des Kryſtalls, und haben eine beſtimmte Lage gegen die Theilchen deſſelben. Dr. Brewſter hat dieſelben nichtpolariſirende Axen genannt, welcher Name etwas lang iſt. Fresnel und Andere haben den Ausdruck optiſche Axen gebraucht, den auch wir beibehalten wollen. Da dieſer Ausdruck ſchon früher für die nicht doppelt brechenden Axen gebraucht iſt, ſo müſſen wir hier den Leſer im Voraus benachrichtigen, daß dieſe und die nicht polariſirenden Axen in allen Fällen identiſch ſind.

892. Hat man vermittelſt der beſchriebenen Kennzeichen den Hauptdurchſchnitt und die Lage der optiſchen Axen des Glimmerblättchens beſtimmt, ſo neige man daſſelbe gegen den polariſirten Strahl, ſo daß derſelbe längs der Axen fortgeht, indem der Hauptdurchſchnitt A einen Winkel von 45° mit der Polariſationsebene macht, und bringe das Auge, welches immer noch mit der Turmalinplatte bewaffnet iſt, deren Axe vertical ſteht, nahe an den Glimmer. Man ſieht dann ein glänzendes Phänomen. Der ſchwarze Punkt, welcher der Richtung der optiſchen Axe entſpricht, erſcheint mit einer Reihe breiter, lebhafter gefärbter Ringe umgeben, die eine elliptiſche, oder wenigſtens ovale Form beſitzen, und durch einen etwas gekrümmten ſchwarzen Streifen, wie Fig. 176 ungleich getheilt werden. Dieſer Streifen geht durch den Pol oder den Winkel der optiſchen Axen, um welchen als Mittelpunkt die Ringe ſich bilden. Seine convexe Seite iſt gegen die andere Axe gerichtet, auf welcher Seite auch die Ringe breiter ſind. Bringt man nun die andere Axe in eine ähnliche Lage, ſo zeigt ſich eine völlig ähnliche Erſcheinung. Iſt das Glimmerblättchen ſehr dick, ſo erſcheinen beide Syſteme von Ringen ganz von einander unabhängig, und die Ringe ſelbſt ſind ſchmal; iſt es aber dünn (z. B. 1/30 oder 1/40 Zoll), ſo ſind die einzelnen Ringe viel breiter, und beſonders in dem Zwiſchenraum zwiſchen den Polen, ſo daß ſie ſich vereinigen und in einan-

Digitized by Google

der laufen, indem ſie völlig ihr elliptiſches Anſehen verlieren, und ſich gegen die Mitte zu (oder in der Richtung eines auf dem Blättchen errichteten Einfallslothes) in einem breiten gefärbten Raum ausdehnen, jenſeits deſſen die Ringe nicht mehr einzeln um jeden Pol ſich erzeugen, ſondern die Geſtalt von in ſich zurückkehrenden krummen Linien annehmen, die beide Pole einſchließen. Ihre Beſchaffenheit ſoll ſogleich genauer angegeben werden.

893. Behält das Glimmerblättchen dieſelbe Neigung gegen den Geſichtsſtrahl, und dreht daſſelbe um denſelben, als um eine Axe herum, ſo ändert der durch den Pol gehende ſchwarze Streifen ſeinen Ort, und dreht ſich um denſelben als Mittelpunkt mit doppelter Winkelgeſchwindigkeit herum, ſo daß nach und nach jeder Theil der Ringe verdunkelt wird. Iſt das Blättchen um 45° gedreht, ſo daß der Hauptdurchſchnitt in die Ebene der Polariſation des einfallenden Strahls gebracht wird, ſo fällt die Richtung dieſes Streifens auch mit dieſer Ebene zuſammen, und iſt ſichtlich verlängert, ſo daß er mit demjenigen zuſammentrifft, der zu der andern Reihe von Ringen gehört, und in der Mitte beider Pole von einem andern ſchwarzen Raum, der auf ihm ſenkrecht ſteht, durchkreuzt wird, welches daher in der Ebene des Durchſchnitts B ſtattfindet. Die Erſcheinung iſt die, welche Fig. 177 angegeben iſt.

894. Hat man keinen Turmalin, ſo kann man dieſe Erſcheinungen (freilich etwas unbequemer, wenn das Glimmerblättchen nicht ſehr groß iſt) durch den Fig. 170 dargeſtellten Spiegel, oder durch eine ſchief zwiſchen dem Auge und dem Glimmer aufgeſtellte Säule von Glasplatten betrachten. Bei dieſer Beobachtungsart ſind die Farben äußerſt lebhaft, da von den rothen und violetten Strahlen nicht mehr als von den übrigen verſchluckt werden, während der Turmalin insgemein auf dieſe Strahlen eine ſtarke Verſchluckungskraft ausübt, und ſo dem Farbencontraſt weſentlicher Eintrag geſchieht. Auf der andern Seite aber ſind wegen der größern Homogeneität des durchgelaſſenen Lichts die Ringe zahlreicher und beſſer begränzt, und in dieſer Hinſicht wird die Erſcheinung durch den Gebrauch des homogenen Lichts ſehr verbeſſert.

895. Wir haben den Glimmer deßwegen gewählt, weil er ein kryſtalliſirter Körper iſt, den man leicht in bedeutender Größe erhalten kann, und ſeine Axen ſogleich zeigt, ohne daß erſt künſtliche Schnitte nöthig ſind. Er iſt daher ſehr geſchickt, um eine allgemeine

Digitized by Google

Ueberſicht der Erſcheinungen zu erhalten, die als Vorbereitung zu einer feineren Unterſuchung dient. Wegen des großen Zwiſchenraums zwiſchen den Axen, und der beträchtlichen Breite der Ringe iſt er jedoch weniger paſſend, einen deutlichen Begriff von den verwickelten Veränderungen zu geben, die die Ringe erleiden, wenn man die Lage verändert. Aus dieſer Urſache wollen wir jetzt eine andere viel bequemere Art die Syſteme von Ringen zu beobachten, welche ſich im Allgemeinen bei Kryſtallen zeigen, angeben, die den Vortheil hat, daß ſie die Geſetze der Erſcheinungen ſo deutlich zeigen, daß dieſelben auf den erſten Anblick erkannt werden.

896. Es iſt einleuchtend, daß wenn wir das Auge nahe hinter ein Glimmerblättchen oder einen andern Körper halten, und eine jenſeits deſſelben befindliche große erleuchtete Fläche betrachten, ſo wird jeder Punkt dieſer Fläche vermittelſt eines Strahls geſehen, der das Blättchen in verſchiedener Richtung gegen die Axen ſeiner Theilchen durchläuft, ſo daß wir das Auge dergeſtalt betrachten können, als ob es ſich im Mittelpunkt einer Kugeloberfläche befände, von deren Punkten Strahlen in daſſelbe gelangen, die ihrer primitiven Polariſation und dem Einfluß der beſondern Wirkung des Mittels gemäß modificirt ſind, welcher Einfluß ſich nach der Lage des Weges in dem Mittel und der Dicke deſſelben richtet.

Jedes Hülfsmittel, durch welches wir in das Auge durch das Blättchen und den Turmalin einen Strahlenkegel bringen können, der beinahe oder vollſtändig in einer allgemeinen Richtung, oder einem regelmäßigen Geſetz gemäß polariſirt iſt, giebt uns daher eine Anſicht der Ringe, und gewährt einen Ueberblick der Aenderungen, welche eine unendliche Menge ſo polariſirter Strahlen bei ihrem Durchgang durch das Blättchen nach allen Richtungen erleiden. Die ſo oft erwähnte Eigenſchaft des Turmalins ſetzt uns in den Stand, dieß auf eine leichte und bequeme Art durch Beihülfe des in Fig. 178 gezeichneten Apparats auszuführen. ABCD iſt ein kurzer Cylinder von einer Meſſingröhre, an deſſen Ende ſich eine Meſſingplatte AC befindet, die eine Oeffnung ab hat, in welcher eine mit der Axe parallel geſchnittene Turmalinplatte eingeſetzt iſt; hgik iſt ein anderer Meſſingcylinder mit einer ähnlichen Oeffnung und Turmalinplatte G, die in die andere ſo paßt, daß ſie in einander frei ſich drehen laſſen. Eine Linſe H von kurzer Brennweite wird vor den Turmalin G ſo eingeſchraubt, daß ihr Brennpunkt etwas hinter die hintere Fläche,

die dem Auge O am nächſten liegt, fällt. Zwiſchen den beiden Oberflächen AC, gi befindet ſich eine andere kurze Röhre cd, die eine Meſſingplatte trägt, in der ſich eine Oeffnung befindet, die etwas ſchmäler iſt, als diejenigen, in welche die Turmalinplatten eingeſetzt ſind, und auf welche der zu unterſuchende Kryſtall mit etwas Wachs befeſtigt wird. Dieſe Platte läßt ſich nebſt dem Cylinder, an welchem ſie befeſtigt iſt, ſanft in dem Cylinder ABCD durch Hülfe einer kleinen Nadel e herumdrehen, die durch einen an der Seite gemachten, 120° der Peripherie einnehmenden Schlitz geſteckt iſt; hierdurch kann man dem Kryſtall F eine Bewegung bis zu dieſer Gränze zwiſchen den Turmalinplatten mittheilen. Die Nadel e muß in den Ring cd eingeſchraubt ſeyn, damit ſie leicht abgenommen werden kann, wenn man den Ring und die Platte, um einen andern Kryſtall zu befeſtigen, herausnehmen will.

897. Die Linſe H ſoll das einfallende Licht zerſtreuen, um dem Geſichtsfeld eine gleichförmige Helligkeit zu geben, und zugleich das deutliche Sehen äußerer Gegenſtände verhindern, wodurch die Aufmerkſamkeit abgelenkt und ſonſt die Erſcheinungen geſtört würden. Die von der Linſe im Brennpunkt im Kryſtall vereinigten Strahlen divergiren hernach und fallen in das Auge O, nachdem ſie durch den Kryſtall in allen Richtungen innerhalb der Gränzen des Kryſtalls gegangen ſind. Da ſie bei dieſer Einrichtung nur durch einen kleinen Theil des Kryſtalls gehen, ſo iſt weniger Wahrſcheinlichkeit vorhanden, daß ſie zufällige Unregelmäßigkeiten in der Structur des Kryſtalls antreffen, wodurch die regelmäßige Bildung der Ringe geſtört werden würde, da es in unſerer Gewalt ſteht, den gleichförmigſten Theil eines großen Kryſtalls auszuwählen. Die Strahlen werden dann vom Turmalin G alle in Ebenen polariſirt, die mit der Axe deſſelben parallel ſind, und kommen ſie in dieſem Zuſtand ins Auge, wenn der Kryſtall F nicht dazwiſchen geſtellt iſt, ſo werden die Strahlen entweder durch den zweiten Turmalin hindurchgehen oder auch nicht, je nachdem ſeine Axe der des erſtern parallel iſt, oder ſenkrecht darauf ſteht. Wird alſo der Cylinder, der den erſten Turmalin trägt, in dem andern herumgedreht, ſo erſcheint das Geſichtsfeld abwechſelnd hell und dunkel.

898. Wird der Kryſtall F dazwiſchen gebracht, vorausgeſetzt, daß er ſo liegt, daß eine ſeiner optiſchen Axen in dem von der Linſe gebrochenen Strahlenkegel liegt, und ein Strahl deſſelben das Auge er=

reicht, nachdem er durch die Axe gegangen iſt, ſo zeigen ſich die polariſirten Ringe. Fallen beide Axen des Kryſtalls (vorausgeſetzt daß er zwei hat) innerhalb des Geſichtsfeldes, ſo entſtehen zwei Reihen von Ringen, die man nach Belieben unterſuchen kann. Um alle Erſcheinungen zur deutlichen Anſicht zu bringen, muß man ſolche Kryſtalle auswählen, bei denen die Axen nicht ſehr gegen einander geneigt ſind, ſo daß man nicht nöthig hat, zu ſchief in den Apparat zu ſehen, um beide Reihen von Ringen zu erblicken. Bei Glimmer ſind dieſe Axen zu weit von einander entfernt. Der beſte Kryſtall, den wir zu dieſem Zweck anwenden können, iſt der Salpeter.

899. Der Salpeter kryſtalliſirt in langen ſechsſeitigen Prismen, deren Durchſchnitt ſenkrecht auf die Seiten ein reguläres Sechseck iſt. Ihre regelmäßige Bauart iſt gewöhnlich ſehr unterbrochen, allein wenn man den gewöhnlichen verkäuflichen Salpeter unterſucht, ſo findet man leicht Stücke, die in ziemlicher Ausdehnung durchſichtig ſind. Man ſchneide aus einem ſolchen mit einem Meſſer eine Platte, die ungefähr ein Viertelzoll dick iſt, grade durch die Axe des Prisma, und ſchleife dieſelbe auf einer breiten naſſen Feile ſo lange ab, bis die Dicke ungefähr ⅕ oder ⅙ Zoll beträgt; man glätte die Oberflächen auf einem naſſen Stück mattgeſchliffenen Glaſes, und polire ſie dann auf einem Stück Seide, welches ſtraff über eine Glasplatte gezogen, und mit Talg oder Todtenkopf gerieben iſt. Dieſe Operation erfordert viel Uebung. Sie läßt ſich nicht ausführen, wenn der Salpeter nicht naß iſt und gerieben wird bis er trocknet, indem man die Stärke der Reibung immer vermehrt, während die Feuchtigkeit verdunſtet. Man muß dabei Handſchuhe anziehen, da die Ausdünſtung der Finger, ſo wie der leichteſte Hauch die Politur augenblicklich blind macht. Unter dieſen Vorſichtsmaßregeln erhält man leicht eine glasartige Politur. Wir können hierbei bemerken, daß kaum zwei Salze ſich auf dieſelbe Art poliren laſſen. So muß das Rocheller Salz naß auf Seide, und dann ſchnell auf weiches Leinen gebracht, und daſelbſt trocken gerieben werden. Bloß die Erfahrung kann dieſe Einzelnheiten, ſo wie die Einrichtungen (die zuweilen ſehr ſonderbar ſind), welche nothwendig ſind, um gut polirte Flächen von weichen Kryſtallen zu erhalten, vorzüglich von ſolchen, die im Waſſer leicht auflöslich ſind, uns lehren.

900. Der ſo auf beiden Seiten polirte Salpeter (die einander ſo nahe als möglich parallel ſeyn müſſen) wird auf die Platte F

Digitized by Google

gelegt, und hat man die Turmalinplatten in eine ſolche Lage gebracht, daß ihre Axen ſenkrecht auf einander ſtehen (man muß dieſe Lage durch einen Index auf den Cylindern bezeichnen), ſo ſtellt man das Auge in O. Hält man das Ganze in ein helles Licht, ſo zeigt ſich ein doppeltes Syſtem von Ringen mit der äußerſten Nettigkeit und Schönheit, wie Fig. 179. Dreht man die kryſtalliſirte Platte in ihrer eigenen Ebene zwiſchen den Turmalinen (die unbeweglich bleiben), ſo durchlaufen die Erſcheinungen eine Reihe periodiſcher Aenderungen, indem ſie bei jedem Quadranten der Umdrehung ihr anfängliches Anſehen erhalten. Fig. 180 ſtellt ihr Anſehen dar, wenn die Drehung ſo eben angefangen hat, Fig. 181, wenn die Drehung 22½° oder 67½°, und Fig. 182, wenn die Drehung 45° beträgt. Drehen ſich die Turmaline auch, ſo entſtehen andere verwickelte Erſcheinungen, von denen wir hernach reden werden. Wir werden jetzt annehmen, daß ſie in der erwähnten Lage bleiben, d. h. ihre Axen rechtwinklich auf einander ſtehend, und folgende Gegenſtände näher unterſuchen.

1. Die Geſtalt und Lage der Ringe.
2. Ihre Größe bei derſelben und bei verſchiedenen Platten.
3. Ihre Farben.
4. Die Intenſität der Erleuchtung in den verſchiedenen Theilen des Umfangs.

901. Die Lage der Ringe beſtimmt ſich durch die Lage des Hauptdurchſchnitts des Kryſtalls oder durch die Lage der optiſchen Axen innerhalb ſeiner Subſtanz. Sie liegen im Salpeter in einer Ebene, die den Axen der Prismen parallel iſt und ſenkrecht auf einer der Seitenflächen deſſelben. Man findet öfters Kryſtalle dieſes Salzes, deren Querſchnitt aus unterſchiedenen Theilen beſteht, in denen die Hauptſchnitte Winkel von 60° mit einander machen, und dadurch eine zuſammengeſetzte fehlerhafte Bauart des Kryſtalls anzeigen. Dieſe Stücke ſind von einander durch dünne Lagen getrennt, die die ſonderbarſten Erſcheinungen durch die innere Zurückwerfung zeigen, bei denen zu verweilen hier nicht der Ort iſt. Bei den nicht unterbrochenen Stücken ſind die Geſtalten der Ringe ſo beſchaffen, wie ſie in den erwähnten Figuren dargeſtellt ſind, und ihre Pole bilden am Auge einen Winkel von 8°. Nun muß man bemerken, daß ſo wie die Platte zwiſchen den Turmalinen gedreht wird, obgleich die ſchwarzen hyperboliſchen Curven ihre Lage verändern und die gefärbten Linien nach und nach

verdunkeln, wie Fig. 179 und 180, doch die Ringe ſelbſt dieſelbe Geſtalt und Lage um die Pole beibehalten, und ihre Intenſität ausgenommen, völlig ungeändert bleiben, indem das ganze Syſtem ſich gleichförmig mit der Platte ſelbſt dreht, ſo daß es dieſelbe Relation zu den Axen des Kryſtalls behält. Hieraus ſchließen wir, daß die farbigen Ringe von den optiſchen Axen nach Geſetzen abhängen, die nur durch die Beſchaffenheit des Kryſtalls beſtimmt werden, und nicht durch äußere Umſtände, wie z. B. die Polariſationsebene des einfallenden Lichts u. ſ. w.

902. Läßt man das ſchwarze Kreuz unberückſichtigt, ſo iſt die Geſtalt der Ringe wie in Fig. 183. Betrachten wir ſie als Varietäten einer und derſelben krummen Linie, die durch die Veränderung des Parameters einer Gleichung entſtehen, ſo iſt einleuchtend, daß dieſe Gleichung in ihrer allgemeinſten Form ein ſymmetriſches in ſich zurückkehrendes Oval ſeyn muß, das zuerſt gleichförmig concav iſt, und beide Pole umgiebt, wie A, dann ſich abplattet und Wendungspunkte erhält wie B, dann einen vielfachen Punkt C bildet und endlich ſich in zwei conjugirte Ovale auflöst DD, welche die Pole umgeben. Dieſe Veränderung der Geſtalt, ſo wie die allgemeine Geſtalt der Curven, hat eine vollkommene Aehnlichkeit mit der, welche in einer Curve ſtattfindet, die den Geometern unter dem Namen der Lemniscate bekannt iſt, und deren allgemeine Gleichung durch

$$(xx + yy + aa)^2 = aa(bb + 4xx)$$

dargeſtellt wird, wo der Parameter b nach und nach vom Unendlichen bis zu Null abnimmt; 2a iſt die conſtante Entfernung der beiden Pole.

903. Der ſo eben beſchriebene Apparat giebt eine leichte und ſehr genaue Methode an die Hand, die wirkliche Geſtalt der Ringe mit dieſer oder irgend einer andern Hypotheſe zu vergleichen. Befeſtigt man ihn an der Oeffnung eines Fenſterladens eines verfinſterten Zimmers, mit der Linſe H nach Außen, und fällt ein Sonnenſtrahl auf dieſelbe parallel mit der Axe des Apparats, ſo erſcheint das ganze Syſtem von Ringen auf einer Tafel projicirt, die in mäßiger Entfernung von E gehalten wird. Beſteht dieſe Tafel aus ſchönem glattem weißem Papier, das in einem Rahmen ausgeſpannt iſt, ſo läßt ſich der Umkreis dieſer Ringe leicht mit einem Bleiſtift überziehen, und werden die Pole auf dieſelbe Art angegeben, ſo hat man eine getreue Darſtellung der Ringe, die

Digitized by Google

mit einem Syſtem von Lemniscaten oder einer andern Curve verglichen werden kann, ſo daß dieſelbe durch die ſo ausgewählten Punkte geht, in denen die Farbe am deutlichſten iſt. Man hat dieß gethan und gefunden, daß die Lemniscate in ihrer ganzen Ausdehnung mit dieſen ſo überzogenen Ringen zuſammenfällt. Die Conſtruction dieſer Curve wird durch die bekannte Eigenſchaft der Lemniscate ſehr erleichtert, daß nämlich das Rechteck aus den beiden Linien $PA \times P'A$, welche aus den Polen nach irgend einem Punkt der Peripherie gezogen werden, eine conſtante Größe iſt. Dieß läßt ſich leicht aus voriger Gleichung darthun, und der Werth dieſer conſtanten Größe wird durch $a . b$ dargeſtellt.

904. Gehen wir von einem Ringe zum andern über, ſo bleibt a conſtant, weil für alle Ringe die Pole dieſelben bleiben. Um die Aenderung von b zu beſtimmen, erleuchte man die Ringe mit homogenem Licht (oder betrachte ſie durch ein rothes Glas) und überziehe ihre Projection wie vorhin. Beſtimmen wir dann den wirklichen Werth von ab dadurch, daß wir die Längen zweier aus P, P' nach irgend einem Punkt der Linie gezogenen Linien PA, $P'A$ meſſen und ihr Product berechnen, das $= ab$ iſt, ſo findet man, daß dieſes Product, folglich auch der Parameter b in der arithmetiſchen Progreſſion 0, 1, 2, 3, 4 ... für die verſchiedenen dunkeln Zwiſchenräume der Ringe vom Pole aus wächst, und in der Progreſſion $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \ldots$ für die hellſten Räume. Um eine größere Genauigkeit zu erhalten, kann man das Mittel aus mehreren Werthen von $PA . P'A$ für verſchiedene Punkte der Peripherie nehmen, und auf dieſe Weiſe auch der Unvollkommenheit in dem Kryſtall ausweichen.

905. Dieß iſt alſo das Geſetz der von einer und derſelben Platte gebildeten Ringe. Beſtimmen wir aber den Werth dieſes Products für verſchiedene Salpeterplatten, indem man entweder mehrere verfertigt, oder eine und dieſelbe nach und nach abſchleift, ſo findet man, daß daſſelbe unter ſonſt gleichen Umſtänden ſich verkehrt wie die Dicke der Platte verhält.

906. Die Farben der polariſirten Ringe haben eine große Analogie mit denjenigen, welche an dünnen Luftſchichten zurückgeworfen werden, und würden in den meiſten Kryſtallen ihnen völlig ähnlich ſeyn, wenn nicht eine Urſache, die wir ſogleich angeben

Digitized by Google

wollen, dieß verhinderte. In der hier angenommenen Lage der Turmalinplatten (die Axen unter rechten Winkeln gekreuzt) ſind es die zurückgeworfenen Ringe, die mit einem ſchwarzen Mittelpunkt im Pol anfangen. Werden ſie in der Lage Fig. 179 unterſucht, ſo befolgen ſie faſt ganz genau die Newtonianiſche Farbenſkale. Für jetzt wollen wir annehmen, daß dieß in allen Richtungen geſchieht. Es iſt dann einleuchtend, daß jede beſondere Farbe (wie z. B. das helle Grün der dritten Ordnung) die Form einer Lemniscate annimmt, und einen beſondern Werth für das Product a b angiebt. Man kann dann ſagen, daß die Farbe durch das Product a b gemeſſen wird. Mit dieſem Sprachgebrauch übereinſtimmend, hat man dieſe gefärbten Linien iſochromatiſche Curven genannt. Bei den dünnen Blättchen befolgten nun die Farben ein gewiſſes periodiſches Geſetz, dem jeder homogene Strahl unterworfen iſt, und die auf einander folgenden Maxima und Minima jedes beſonders gefärbten Strahls entſprechen den Vielfachen $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2} \ldots$ der Periode, die dieſem Strahl zugehört. Bei den Farben dünner Blättchen iſt die Zahl, welche die Anzahl der Perioden beſtimmt, die Dicke der Luftſchicht oder eines andern Mittels, welches der Strahl durchläuft, und die Zahl, welche anzeigt, wie oft eine für jeden Strahl beſtimmte als Maßeinheit dienende Dicke darin enthalten iſt, giebt die Anzahl der verfloſſenen Perioden. Bei dem jetzt betrachteten Fall iſt die Anzahl der Perioden dem Product $\theta \cdot \theta'$ der Entfernungen von den Polen bei einerlei Dicke der Platte proportional, und für verſchiedene Platten der Dicke t, alſo im Allgemeinen dem Product $\theta \cdot \theta' \cdot t$, vorausgeſetzt, daß wir die Neigung des Strahls vernachläſſigen, welche die Länge des Weges der Strahlen innerhalb des Kryſtalls vermehrt, oder daß wir das ganze Syſtem von Ringen als innerhalb geringer Gränzen des Einfallswinkels eingeſchloſſen anſehen.

907. Dieſe Bedingung findet in dem hier betrachteten Fall ſtatt, da die Axen des Salpeters ſowohl gegen einander, als auch gegen das auf der Oberfläche der Platte errichtete Einfallsloth ſehr nahe liegen. Aber bei Kryſtallen wie Glimmer und ſolchen, wo ſie noch weiter aus einander liegen, findet dieſes nicht ſtatt, und die Projection der iſochromatiſchen Curven auf einer ebenen Fläche weicht weſentlich von ihrer wahren Form ab, indem man ſie ſo anſehen

Digitized by Google

muß, als ob ſie auf einer Kugel verzeichnet wären, deren Mittelpunkt das Auge oder ein im Kryſtall befindlicher Punkt iſt. In dieſem Fall kann man erwarten, daß der gewöhnliche Uebergang vom Bogen zum Sinus ſtattfindet, und daß der Werth von ab der Größe $\sin\theta . \sin\theta'$ multiplicirt mit der Länge des Weges innerhalb des Kryſtalls proportional ſeyn muß. Setzen wir nun ρ für den Brechungswinkel, und die Dicke der Platte $= t$, ſo iſt die Länge des Weges des Strahls im Kryſtall $= t . \sec . \rho$. Iſt dann n die Anzahl der Perioden, die der Farbe ab des in Rede ſtehenden Strahls entſprechen, und ſetzen wir $\frac{ab}{n} = h$, welches die Einheit iſt, deren Vielfache die Ordnung der Ringe beſtimmen, ſo kommt

$$n = \frac{ab}{h} = \frac{t}{h} . \sec . \rho . \sin\theta . \sin\theta'. \qquad (a)$$

$$h = \frac{t}{n . \cos . \rho} . \sin\theta . \sin\theta'. \qquad (b)$$

Sind dann die gemachten Vorausſetzungen richtig, ſo muß die Function rechter Hand der zweiten Gleichung unveränderlich ſeyn, in welcher Richtung auch der Strahl durch die Platte geht, und welches die durch n bezeichnete Ordnung der Farben ſeyn mag. Wir wollen hier bloß einen Verſuch angeben, um zu zeigen, wie genau dieſe Annahme mit der Natur übereinſtimmt.

908. Ein Lichtſtrahl wurde durch Zurückwerfung von einer vollkommen ebenen Glasplatte polariſirt, und ging durch ein Glimmerblättchen, deſſen Hauptdurchſchnitt 45° gegen die Ebene der urſprünglichen Polariſation geneigt war, und das in der Ebene des Hauptdurchſchnitts herumgedreht wurde (um die Axe B §. 885). Betrachtete man dann daſſelbe durch einen oben beſchriebenen Turmalin, oder durch ein genaueres ſogleich zu beſchreibendes Mittel, ſo war die Folge der Farben, die der Glimmer zeigte, die des Durchſchnitts der Ringe Fig. 182 mit einer durch beide Pole gezogenen Linie. Um die Beobachtung definitiv zu machen, wurde ein rothes Glas dazwiſchen geſetzt, ſo daß die Ringe in eine Reihe von rothen und ſchwarzen Streifen verwandelt wurden, und die Einfallswinkel, welche den verſchiedenen Maximis und Minimis der Ringe entſprachen, wurden genau gemeſſen. Sie ſind in der zweiten Columne der folgenden Tabelle enthalten. Die erſte enthält die Werthe von n, wo Null dem Pol, ½ dem erſten Maximum, 1 dem erſten Minimum, 1½ dem zweiten Maximum

u. ſ. w. entſpricht. Die dritte Columne enthält die vermittelſt des Brechungsverhältniſſe 1,500 berechneten Brechungswinkel, die vierte und fünfte die Werthe von θ und θ', die ſechste die aus obiger Formel abgeleiteten Werthe von h, die conſtant ſeyn müſſen. Der Ueberſchuß über den mittlern Werth iſt in der letzten Columne angegeben, und zeigt, wie genau dieſe Gleichung die Beobachtungen darſtellt. Die Dicke des Glimmers betrug 0,023078 Zoll = t.

n	Einf. W.	ρ	θ	θ'	h	Ueberſchuß
0,0	35°. 3'. 30''	22°. 31'. 0''	0°. 0'. 0''	45°. 2'. 0''		
0,5	32 .55 .20	21 .14 .40	1 .16 .20	43 .45 .50	0,05 952	− 0,000195
1,0	30 .34 .40	19 .49 .30	2 .41 .30	42 .20 .30	3622	+ 475
1,5	28 .15 .40	18 .24 . 0	4 . 7 . 0	40 .55 . 0	3035	− 112
2,0	25 .34 .20	16 .43 .30	5 .47 .30	39 .14 .30	3527	+ 080
2,5	22 .46 .20	14 .57 .15	7 .33 .45	37 .28 .15	3148	+ 001
3,0	19 .35 .40	12 .55 .10	9 .35 .50	35 .26 .10	3058	− 089
3,5	15 .48 .40	10 .27 .50	12 . 3 .10	32 .58 .50	3026	− 121
4,0	10 .48 .50	7 .11 .10	15 .19 .50	29 .42 .10	3010	− 157

Digitized by Google

909. Geht man auf dieſe Weiſe zu Werke und mißt das Syſtem der Ringe nach allen Richtungen für Platten verſchiedener Kryſtallarten und von verſchiedener Dicke, ſo ergiebt ſich als ein allgemeines Geſetz, daß bei allen Subſtanzen, welche die Eigenſchaft beſitzen, periodiſche Farben zu entwickeln, indem ſie dem polariſirten Licht ausgeſetzt werden, die Farbe n, oder eigentlich die Anzahl von Perioden, welche für einen Strahl von gegebener Brechbarkeit, der Dicke t, dem Brechungswinkel ϱ und einer Richtung innerhalb des Kryſtalls, die mit den optiſchen Axen die Winkel θ, θ' macht, entſprechen, durch die Gleichung

$$n = \frac{t \,.\, \sec \,.\, \varrho}{h} \,.\, \sin \theta \,.\, \sin \theta',$$

wo h eine Conſtante iſt, die nur von der Natur des Kryſtalls und des Strahls abhängt, ausgedrückt wird.

Wäre der Kryſtall ſphäriſch, ſo muß $t \,.\, \sec \varrho$, welches den Weg des Strahls innerhalb des Kryſtalls darſtellt, durch den Durchmeſſer der Kugel erſetzt werden, und in dieſem Fall würde die Farbe bloß dem Product der beiden Sinus von θ, θ' proportional ſeyn. Dieſes ſchöne Geſetz verdanken wir Biot, allein Dr. Brewſter's unermüdeter und weit ausgedehnter Unterſuchung ſind wir die vollkommene Entwicklung der glänzenden Erſcheinungen der polariſirten Ringe in zweiaxigen Kryſtallen ſchuldig. Man ſieht hieraus, daß, wenn man auf einer Kugeloberfläche, die aus einem Kryſtall gebildet iſt, Curven beſchreibt, die der Lemniscate analog ſind, oder bei denen für jede Curve $\sin \theta \,.\, \sin \theta'$ conſtant iſt, und ſich von einer zur andern in arithmetiſcher Progreſſion ändert, ſo wird, wenn die Kugel um ihren Mittelpunkt in einem polariſirten Strahl gedreht wird, die in allen Punkten jeder Curve entſtandene Farbe dieſelbe ſeyn, und indem man von einer Curve zur andern übergeht, ſo wird ſie dem periodiſchen Geſetz entſprechen, welches dieſem Kryſtall eigen iſt.

910. Die Kryſtalle ſind in keiner andern Hinſicht ſo ſehr von einander unterſchieden als rückſichtlich des Winkels, den beide Axen mit einander bilden, wie man in der dieſem Abſchnitt angehängten Tabelle ſehen wird. Dieſe Eigenſchaft, welche dem Mineralogen und Chemiker die ſchätzbarſten Kennzeichen gewährt, indem ſie die Verſchiedenheit der Subſtanzen und Unterſchiede der Bauart und Zuſammenſetzung derſelben anzeigt, die außerdem unbemerkt bleiben könnten, macht die Unterſuchung der Erſcheinungen, die ſie zeigen, ſehr

Digitized by Google

ſchwer, indem es oft unmöglich iſt, beide Axen auf Einmal zur Anſicht zu bringen, und verſchiedene Kunſtgriffe werden nöthig, um die Ringe um beide Axen zugleich zu ſehen. Man kann oft in einigen Richtungen Kryſtalle ſehr leicht ſchneiden und poliren, während es in andern ſehr ſchwierig iſt. Taucht man jedoch Platten derſelben in Oel und dreht dieſelben um verſchiedene Axen, oder kittet auf ihre gegenüberſtehenden Seitenflächen Prismen von gleichen brechenden Winkeln in entgegengeſetzten Richtungen, wie Fig. 184, ſo kann man durch dieſelben unter viel größern Neigungen als ohne dieſe Beihülfe ſehen, und indem man auf dieſe Art das Geſichtsfeld beinahe bis zur Halbkugel vermehrt, kann man in den meiſten Fällen vermeiden, ſie in verſchiedenen Richtungen zu ſchneiden.

911. Fallen beide Axen zuſammen, oder iſt der Kryſtall einaxig, ſo verwandeln ſich die Lemniscaten in Kreiſe, und die durch die Pole gehenden hyperboliſchen Curven in ſchwarze grade Linien, die im Mittelpunkt der Ringe unter rechten Winkeln ein Kreuz bilden, wie in Fig. 185. In dieſem Fall wird die Farbe durch $t . \sin \theta^2$ dargeſtellt, und bei den Platten, wo die Dicke t beträchtlich iſt, oder wo wegen der beſondern Beſchaffenheit der Subſtanz, die Dimenſionen der Ringe klein ſind, iſt θ auch klein, und daher ſeinem Sinus proportional, ſo daß, wenn man von einem Ringe zum andern übergeht, θ^2 in arithmetiſcher Progreſſion wächst. Folglich verhalten ſich die Durchmeſſer der Ringe wie die Quadratwurzeln aus den Zahlen 0, 1, 2, 3 ...., und daher iſt ihr Syſtem mit Ausnahme des ſchwarzen Kreuzes, dem ähnlich, welches man zwiſchen Objectivgläſern ſieht. Schneidet man aus kohlenſaurem Kalk eine Platte, die ſenkrecht auf der Axe des primitiven Rhomboids ſteht, ſo zeigt ſich dieſe Erſcheinung in der größten Schönheit. Das gewöhnlichſte Beiſpiel kann man jedoch bei einer Eisplatte finden, die bei ſtillem Wetter ungefähr einen Zoll dick gefroren iſt. Eine Fenſterſcheibe oder eine polirte Tafel um das Licht zu polariſiren, und eine im Winter friſch genommene Eisplatte bringen die Ringe hervor, und fügt man ein Stück ebenes Glas hinzu, welches nahe am Auge aufgeſtellt als Spiegel dienen ſoll, ſo hat man einen vollſtändigen Apparat, um eine der ſchönſten optiſchen Erſcheinungen hervorzubringen.

912. Iſt θ nicht ſehr klein, ſo iſt das Maß der Farbe ſtatt $t . \sin \theta^2$, $t . \sec \varrho . \sin \theta^2$. Wir haben geſehen, daß bei Kryſtallen mit einer Axe $\sin \theta^2$ dem Unterſchied der Quadrate der Geſchwindigkeiten

keiten

keiten v, v′ des gewöhnlichen und des außergewöhnlichen Strahls proportional iſt, oder der Größe $v'^2 - v^2$. Bezeichnen wir nun durch τ, τ' die Zeiten, welche dieſe Strahlen gebrauchen, um die Platte zu durchlaufen, ſo haben wir

$$v = \frac{t . \sec \varrho}{\tau},\ v' = \frac{t . \sec \varrho}{\tau'}$$

folglich iſt $t . \sec \varrho . \sin \theta^2$ dem Ausdruck

$$(t . \sec \varrho)^3 \left(\frac{1}{\tau' \tau'} - \frac{1}{\tau \tau}\right)$$

oder auch dieſem

$$\frac{(\tau + \tau')(\tau - \tau')}{(\tau \tau')^2} . (t . \sec \varrho)^3$$

oder endlich der Größe

$$(v + v') . v v' (\tau - \tau')$$

proportional. Vernachläſſigt man aber die Quadrate ſehr kleiner Größen, von der Ordnung $v' - v$, $\tau - \tau'$, welches in der Nähe der Axe wirklich ſtattfindet, ſo ſind die Farben $v + v'$, $v v'$ conſtant, ſo daß die Farbe bloß dem Zeitunterſchied $\tau - \tau'$ oder dem Verzögerungsraum des langſamern Strahls gegen den ſchnellern proportional. Dieſe ſehr merkwürdige Analogie zwiſchen den hier betrachteten Farben, und denjenigen, die aus dem Geſetz der Interferenzen entſtehen, wurde zuerſt von Dr. Young bemerkt, und nimmt man eine Eigenſchaft des polariſirten Lichts zu Hülfe, die bald erwähnt werden ſoll, und von Arago und Fresnel entdeckt wurde, ſo gelangt man zu einer einfachen und ſchönen Erklärung aller Erſcheinungen, die den Gegenſtand dieſes Abſchnitts ausmachen, und wovon wir am gehörigen Orte ausführlicher ſprechen werden.

913. Die Geſtalten der Ringe, wie wir ſie beſchrieben haben, finden bloß in regelmäßigen und vollkommenen Kryſtallen ſtatt; jede Urſache, welche dieſe Regelmäßigkeit ſtört, verzerrt ihre Geſtalt. Einige Kryſtalle ſind ſolchen Störungen ſehr unterworfen, die entweder aus einem ungleichen Zuſtand des Gleichgewichts oder aus einer Art von Spannung, in der die Theilchen ſich befinden, entſtehen, oder auch aus wirklichen Unterbrechungen in der Structur hergeleitet werden können. So findet man gelegentlich Stücke von Quarz und Beryll, in denen die einzelne Axe deutlich in zwei getrennt erſcheint, indem die Ringe ſtatt einer kreisförmigen eine ovale Geſtalt haben, und das ſchwarze Kreuz (welches bei gut entwickelten Kry-

Digitized by Google

ſtallen während der Drehung deſſelben in ſeiner eigenen Ebene völlig ungeändert bleibt) bricht ſich in krummen Linien, die gegen einander convex ſind, aber bei jeder Viertelsumdrehung ſich im Scheitel beinahe berühren. Bei kohlenſaurem Kalk kommen Unterbrechungen ſehr häufig vor, und bei ſalzſaurem faſt immer, und die Wirkungen, welche dadurch in den Geſtalten der Ringe hervorgebracht werden, gehören zu den ſonderbarſten und ſchönſten optiſchen Erſcheinungen. Sie ſind zwar noch nirgends beſchrieben worden, allein die Gränzen dieſes Werkes erlauben nicht auf ihre Beſchreibung näher einzugehen.

914. Nachdem wir nun die Geſtalt der Ringe betrachtet haben, wollen wir ihre Farben näher unterſuchen. Da dieſe alle zuſammengeſetzt ſind, und aus der Deckung der einzelnen aus homogenen Strahlen hervorgebrachten Syſtemen von Ringen entſtehen, ſo können wir nur dann zur Kenntniß ihrer Beſchaffenheit gelangen, wenn man die Ringe in homogenem Licht unterſucht. Dieß geht ſehr leicht, denn wir brauchen nur den oben beſchriebenen Apparat nach und nach mit allen homogenen Strahlen von Roth bis Violett zu erleuchten, indem man ein prismatiſches Farbenbild von einem Ende zum andern über die Linſe gehen läßt, und die Veränderungen beobachtet, die in den Ringen ſtattfinden, wenn man von einer Erleuchtung zur andern übergeht, und wenn es nöthig iſt, ihre Dimenſionen mißt. Letzteres läßt ſich ſehr leicht bewerkſtelligen, indem man ſie entweder wie §. 903 in einem dunkeln Zimmer auf eine Tafel projicirt, oder indem man die Linſe H Fig. 178 wegnimmt, und ein von dem prismatiſchen Farbenbilde ſtark erleuchtetes weißes Stück Papier durch den Apparat betrachtet, auf welchem dann die Ringe gleichſam gemalt erſcheinen und ihre Begränzungen leicht bezeichnet, oder ihre Durchmeſſer gemeſſen werden können. Folgendes ſind die allgemeinen Thatſachen, die man auf dieſe Weiſe leicht unterſuchen kann.

915. Bei Kryſtallen mit Einer Axe bleiben die Ringe kreisförmig, und ihre Mittelpunkte fallen für alle gefärbten Strahlen zuſammen, allein ihre Dimenſionen ſind verſchieden. Im Allgemeinen befolgen bei ſolchen Kryſtallen die Durchmeſſer der Ringe für verſchieden brechbares Licht beinahe das Geſetz der Newtonianiſchen Ringe, wenn ſie bei ähnlichen Beleuchtungen betrachtet werden; ihre Quadrate (oder eigentlich die Quadrate der Sinus) ſind beinahe den Anwandlungen oder den Undulationen der Strahlen

Digitized by Google

proportional. Dieſes Geſetz iſt jedoch nicht allgemein, und iſt in manchen Kryſtallen ganz entſtellt. So ſind z. B. bei der gewöhnlichſten Art von Apophyllit die Durchmeſſer der Ringe für alle Farben faſt gleich; die der grünen Ringe ſind etwas kleiner, die an den Gränzen zwiſchen Blau und Dunkelblau genau gleich, und die der violetten Ringe etwas größer als die der rothen. Es iſt einleuchtend, daß wenn die Durchmeſſer aller Ringe genau gleich wären, ſo würde das durch die Deckung entſtehende Syſtem eine bloße Abwechſelung von Schwarz und Weiß geben, die ins Unendliche fortgeht. Bei dem hier betrachteten Fall iſt die Näherung zur Gleichheit ſo groß, daß die Ringe in einem Turmalinapparat bloß ſchwarz und weiß erſcheinen und äußerſt zahlreich ſind, indem man nicht weniger als fünf und dreißig gezählt hat, und noch viel mehr, die für die Zählung zu nahe ſind, ſieht man in einem dicken Stück.

916. Unterſucht man jedoch genauer, ſo werden Farben ſichtbar, und ſie ſtehen in vollkommener Uebereinſtimmung mit dem angegebenen Geſetz, indem ſie für die vier erſten Ordnungen folgende ſind:

Erſte Ordnung.	Schwarz, grünlich Weiß, glänzendes Weiß, röthliches Weiß, dunkles Violett.
Zweite Ordnung.	Beinahe ſchwarzes Violett, blaſſes Gelbgrün, grünliches Weiß, Weiß, röthliches Weiß, dunkle Indigofarbe, die ins Violett übergeht.
Dritte Ordnung.	Dunkles Violett, erträglich gutes Gelbgrün, gelbliches Weiß, Weiß, blaſſes Purpurroth, tiefes Dunkelblau.
Vierte Ordnung.	Dunkles Violett, bräunliches Grau, Gelbgrün, blaſſes gelbliches Weiß, Weiß, Purpurroth, ſehr tiefes Dunkelblau u. ſ. w.

917. Kohlenſaurer Kalk, Beryll, Eis, Turmalin ſind Beiſpiele von einaxigen Kryſtallen, in denen die Ringe faſt genau die Newtonianiſche Farbenreihe nachahmen, und daher ſind die Verzögerungsräume des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls für jede Farbe der Länge ihrer Undulationen proportional. Der überſchwefeligſaure Kalk hingegen giebt uns ein Beiſpiel einer ſchnellern Farbenannahme, und zeigt daher eine ſchnellere Veränderung des ſo eben erwähnten Raumes an. Folgende Farbenreihe wurde in dieſem merkwürdigen Kryſtall bemerkt:

Erſte Ordnung. Schwarz, ſehr ſchwaches Himmelblau, ziemlich ſtarkes Himmelblau, ſehr helles Blauweiß, Weiß, gelbliches Weiß, glänzende Strohfarbe, Gelb, Orange, ſchönes Blaßroth, mattes Blaßroth.

Zweite Ordnung. Purpurroth, Blau, glänzendes Blaugrün, ſchönes Grün, helles Grün, grünliches Weiß, röthliches Weiß, Blaßroth, ſchönes Roſenroth.

Dritte Ordnung. Mattes Purpurroth, Blaßblau, grünliches Blau, Weiß, Blaßroth.

Vierte Ordnung. Sehr blaſſes Purpurroth, ſehr helles Blau, Weiß, faſt unmerkliches Blaßroth.

918. Eine noch ſchnellere Abnahme hat man in gewiſſen ſeltenen Arten von einaxigem Apophyllit bemerkt, die mit merkwürdigen und lehrreichen Erſcheinungen begleitet war. Bei dieſen wachſen die Durchmeſſer der Ringe ſehr ſchnell (ſtatt abzunehmen, ſo wie die Brechbarkeit des Lichts wächst, aus welchem ſie entſtehen), und ſind für Strahlen von mittlerer Brechbarkeit wirklich unendlich groß; hierauf werden ſie wieder endlich und ziehen ſich gegen das violette Ende des Farbenbildes zuſammen, wo ſie jedoch noch beträchtlich größer als im rothen Licht ſind. Vermöge dieſer Eigenheit ſind ihre Ringe, wenn ſie durch weißes Licht entſtehen, der Newtonianiſchen Skale ganz entgegengeſetzt. Zwei Arten dieſes Minerals zeigten folgende Farben, wo bei dem einen der kritiſche Punkt, in welchem die Ringe unendlich groß werden, im Dunkelblau, beim andern im Gelb lag. Bei der erſten Art waren die Farben:

Erſte Ordnung. Schwarz, Dunkelroth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Grün, ſchmutziges Blau.

Zweite Ordnung. Mattes Purpurroth, Blaßroth, bräunliches Blaßroth, Gelbroth, Blaßgelb (faſt Weiß), Blaugrün, mattes Blaßblau.

Dritte Ordnung. Sehr verwaſchenes Purpurroth, Blaßroth, Weiß, ſehr blaſſes Blau.

Bei der letzten Art waren die Farben:

Erſte und einzige Ordnung. Schwarz, tiefes Dunkelblau, Dunkelblau ins Purpurrothe gehend, blaſſes Lila, ſehr blaſſes Purpurroth, blaſſes Roſenroth, Weiß, Weiß mit einem faſt unmerklichen Grün.

Digitized by Google

919. Die doppelt brechende Kraft eines Kryſtalls kann ſehr paſſend durch den Unterſchied der Quadrate der Geſchwindigkeiten des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls, die gegen die Axe eine ähnliche Lage haben, gemeſſen werden; da aber dieſer Unterſchied für Strahlen, die in einem und demſelben Kryſtall verſchiedene Lagen haben, $\sin\theta^2$, oder in zweiaxigen Kryſtallen $\sin\theta^2 . \sin\theta'$ proportional iſt, ſo kann die doppelt brechende Kraft irgend eines Kryſtalls durch

$$e = \frac{v^2 - v'^2}{\sin\theta . \sin\theta'} \qquad (c)$$

dargeſtellt werden; ſieht man daher dieſen Ausdruck als die Definition der Kraft an, ſo haben wir hier einaxige Kryſtalle

$$e = \frac{v^2 - v'^2}{\sin\theta^2};$$

und dieß giebt das Maß der Trennung beider Strahlen an, wenn ſie aus dem Kryſtall heraustreten. Setzen wir für v und v' ihre Werthe $\frac{t . \sec\rho}{\tau}$, $\frac{t . \sec\rho'}{\tau'}$ ſo kommt nach den gehörigen Reductionen

$$v^2 - v'^2 = v v' (v + v') . \frac{\tau' - \tau}{t . \sec\rho} \qquad (d)$$

In einer parallelen Platte kann man ſenkrecht auf die Axe und in ihrer Nähe v' und $\sec\rho$ als conſtant betrachten und $v^2 - v'^2$ iſt der Größe $\tau' - \tau$ oder dem Verzögerungsraum proportional, dem auch die Farbe in weißem Licht, ſo wie die Anzahl der Perioden und Theile einer Periode in homogenem Licht proportional iſt. Wir ſehen daher, daß in ſolchen Fällen die doppelt brechende Kraft ſich direct wie die polariſirte Farbe und umgekehrt wie $\sin\theta^2$ verhält, und daher auch im umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Durchmeſſer der Ringe ſteht. Wachſen die Ringe, ſo nimmt unter ſonſt gleichen Umſtänden die doppelt brechende Kraft ab, und hieraus ergiebt ſich die ſehr ſonderbare Folge, daß nämlich dieſelbe in den beiden zuletzt erwähnten Fällen für diejenigen Farben, wo die Ringe unendlich groß werden, völlig verſchwindet, oder mit andern Worten, daß, obgleich der Kryſtall für alle übrigen gefärbten Strahlen doppelt brechend iſt, ſich ein beſonderer Strahl im Spectrum befindet (Dunkelblau im erſtern und Gelb im letztern Fall), für welchen die Brechung einfach iſt. Bei dem Durchgang durch das Unendliche findet gewöhnlich eine Zeichenänderung ſtatt. Bei den erwähnten Beiſpielen geſchieht dieſe Ver-

Digitized by Google

änderung im Werthe von e oder $v^2 - v'^2$, der vom Negativen ins Poſitive übergeht. Das Sphäroid der doppelten Brechung ändert dem gemäß ſeinen Charakter, indem es aus einem abgeplatteten ein verlängertes wird, und durch die Kugel als den mittlern Zuſtand geht. Die Art, auf welche dieſes erkannt werden kann, ohne wirklich zu meſſen, oder ſelbſt die doppelte Brechung zu bemerken, ſoll weiter aus einander geſetzt werden.

920. Für die Kryſtalle mit zwei Axen haben wir rückſichtlich der Anwendung der obigen Formeln und der Phraſeologie auf ihre Erſcheinungen bloß die Analogie, auf welche wir fußen können. Die allgemeine Thatſache einer innigen Verbindung zwiſchen der brechenden Kraft und den Dimenſionen der Ringe läßt ſich jedoch leicht ausmachen, denn man findet aus den Verſuchen, daß alle Kryſtalle, ſie mögen eine oder zwei Axen haben, bei denen die Ringe und Lemniscaten rückſichtlich der Dicke der Kryſtalle nur klein ſind, eine große doppelt brechende Kraft haben, und umgekehrt, und daß allgemein genommen, die Trennung des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls unter übrigens gleichen Umſtänden in dem Verhältniß größer iſt, als die Ringe den Polen näher liegen. Bei einaxigen Kryſtallen, in denen die Geſetze der doppelten Brechung verhältnißmäßig einfach ſind, findet wenig Schwierigkeit ſtatt, dieſen Punkt directen Verſuchen und genauen Meſſungen zu unterwerfen, und man findet, daß er vollkommen richtig angenommen iſt. Bei zweiaxigen hingegen iſt eine ſolche genaue und directe Vergleichung viel ſchwieriger, und ſie erfordert eine genaue Kenntniß der allgemeinen Geſetze der doppelten Brechung. Die durch die oben erwähnte allgemeine Uebereinſtimmung unterſtützte Analogie iſt jedoch zu ſtark, als daß man ſie zurückweiſen könnte, und indem wir weiter fortgehen, werden wir finden, daß ſie mit jedem Schritt an Stärke zunehmen wird.

921. Bei zweiaxigen Kryſtallen ſind ähnliche Abweichungen von der genauen Proportionalität zwiſchen den Längen der Perioden der verſchieden gefärbten Strahlen und denen ihrer Undulationen oder Anwandlungen vorhanden; allein ihre Wirkung rückſichtlich der Störung der Farben der Ringe wird häufig durch eine andere Urſache aufgehoben und verhüllt, die bei einaxigen Kryſtallen nicht vorhanden iſt, nämlich daß die optiſchen Axen in einem und ebendemſelben Kryſtall für die verſchieden brechbaren Strah-

Digitized by Google

len ihrer Lage nach verſchieden ſind, und daß daher die elementaren Lemniscaten, durch deren Deckung die zuſammengeſetzten Streifen entſtehen, die man bei weißem Licht ſieht, nicht nur in der Größe, ſondern auch in der Lage ihrer Pole und ihrer Zwiſchenräume verſchieden ſind. Um dieß durch die Anſchauung deutlich zu machen, nehme man einen Kryſtall von Rocheller Salz (weinſteinſaure Soda und Potaſche), und nachdem man aus demſelben eine Platte ſenkrecht auf eine ſeiner optiſchen Axen geſchnitten hat und dieſelbe in den Turmalinapparat geſetzt worden iſt, erleuchte man die Linſe H nach und nach mit den Farben eines prismatiſchen Spectrum, indem man mit dem Roth anfängt und zum Violett übergeht. Iſt das Auge während dieſer Zeit feſt auf das Auge gerichtet, ſo erſcheinen dieſelben für jede beſondere Farbe von ganz regelmäßiger Geſtalt, äußerſt gut begränzt und ſchnell ſich zuſammenziehend, ſo wie die Erleuchtung mit ſtärker brechbarem Licht geſchieht; allein außerdem kann man bemerken, daß das ganze Syſtem wirklich ſeine Stellung ändert, und regelmäßig in einer Richtung fortgeht, ſo wie die Erleuchtung geändert wird, und geht man abwechſelnd von Roth zu Violett und umgekehrt, ſo bewegen ſich die Pole rückwärts und vorwärts, und ſchwingen in einem beträchtlichen Raum hin und her. Wirft man homogene Strahlen von zwei Farben zugleich auf die Linſe, ſo erſcheinen zwei Reihen von Ringen, deren Mittelpunkte mehr oder weniger von einander entfernt und in ihren Größen mehr oder weniger verſchieden ſind, je nachdem der Unterſchied in der Brechbarkeit der beiden angewendeten Strahlen größer oder geringer iſt.

922. Da bei dieſem Verſuch angenommen iſt, daß die Oberflächen der Platte ſenkrecht auf der mittlern Lage der optiſchen Axe ſtehen, ſo kann die Urſache dieſer Erſcheinungen nicht in einer bloß ſcheinbaren Verrückung der Ringe durch Brechung an der Oberfläche liegen, die für violette Strahlen größer als für rothe wäre, da außerdem der Winkel, den beide Pole beſchreiben, weder der Größe noch der Richtung nach für alle Kryſtalle derſelbe iſt. Bei einigen nähern ſich die Pole einander in violettem Licht und entfernen ſich in rothem, während bei andern das Umgekehrte ſtattfindet. Bei allen jedoch, ſo weit unſere Beobachtungen reichen, liegen die optiſchen Axen für jeden gefärbten Strahl in einer Ebene, nämlich in dem Hauptdurchſchnitt des Kryſtalls. Dieß läßt ſich dadurch zeigen, daß man einen Kryſtall ſo

ſchneidet, daß beide Axen in derſelben Platte ſichtbar ſind, und dieſelbe in die Ebene der primitiven Polariſation mit dem Hauptdurchſchnitt bringt. In dieſem Zuſtand erſcheint der erſte Ring wie Fig. 179 in zwei Hälften getheilt, und er nimmt die Geſtalt zweier halber Ellipſen an, die auf beiden Seiten des Hauptdurchſchnitts liegen, wenn die Platte ziemlich dick iſt. Dieſe elliptiſchen Flecke haben an den Enden verſchiedene Farben; in einigen Kryſtallen iſt das eine Ende, ſo wie die an ihm liegenden Segmente der Ringe roth, das andre blau; in andern Kryſtallen iſt es umgekehrt. In einigen Kryſtallen iſt dieſe Färbung ſchwach, bei manchen ganz unmerklich, während bei andern dieſelbe ſo ſtark iſt, daß ſich die Flecke in lange Farbenbilder oder Streifen von rothem, grünem und violettem Licht ausdehnen, und die Enden der Ringe ſind ebenfalls verzerrt und ſtark gefärbt, indem ſie das Anſehen von Fig. 186 haben. Dieß findet bei dem oben erwähnten Rocheller Salz ſtatt. Werden dieſe Farbenbilder mit gefärbten Gläſern oder in homogenem Licht unterſucht, ſo erſcheinen ſie wie Fig. 187 aus gut begränzten Flecken der verſchiedenen einfachen Farben zuſammengeſetzt, die in Reihen auf beiden Seiten des Hauptdurchſchnitts geordnet ſind. Bei Rocheller Salz beträgt die ſcheinbare Ausdehnung dieſer Farbenbilder innerhalb des Mittels, oder der Zwiſchenraum der optiſchen Axen für violette und rothe Strahlen nicht weniger als 10 Grad.

923. Dr. Brewſter hat folgende Tabelle der Kryſtalle aufgeſtellt, welche dieſe Erſcheinungen zeigen, und die er nach ſeinen eigenen ſcharfſinnigen Anſichten in zwei Claſſen getheilt hat.

Erſte Claſſe.	Salpeter.
	Schwefelſaurer Baryt.
	Schwefelſaurer Strontian.
	Phosphorſaures Natron.
	Weinſteinſaures Kali und Natron.
	Arragonit.
	Kohlenſaures Blei. (?)
	Schwefligkohlenſaures Blei.
	Ueberweinſteinſaures Kali und Natron.
Zweite Claſſe.	Topas.
	Glimmer.
	Anhydrit.
	Natürlicher Borax.
	Schwefelſaure Magneſia.

Digitized by Google

Nicht claſſificirt. Chromſaures Blei.
Salzſaures Queckſilber.
Salzſaures Kupfer.
Salpeterſaures Silber.
Zucker.
Kryſtalliſirtes Cheltenham Salz.
Salpeterſaures Queckſilber.
Salpeterſaurer Zink.
Salpeterſaurer Kalk.
Ueberoxalſaures Kali.
Oxalſäure.
Schwefelſaures Eiſen.
Kohlenſaures Blei (?)
Cymophan.
Feldſpath.
Benzoeſäure.
Chromſäure.
Nadelſtein.

Zu dieſen kann noch eine Menge anderer hinzugefügt werden. Doppeltkohlenſaures Ammonium iſt jedoch unter allen zweiaxigen Kryſtallen der einzige, in welchem die optiſchen Axen für alle Farben genau zuſammenfallen.

924. Dieſe Trennung der Axen für verſchiedene Farben erklärt eine merkwürdige Erſcheinung, welche die Ringe aller zweiaxigen Kryſtalle zeigen, wenn ihr Hauptdurchſchnitt 45° gegen die Polariſationsebene des einfallenden Lichts geneigt wird. Man hat im Allgemeinen bemerkt, daß wenn man das ganze Ringſyſtem in der Ebene des Hauptdurchſchnitts durchläuft, ſo erhält man die größte Näherung zu Newtons Farbenreihe, wenn man für den Anfang derſelben nicht die Pole ſelbſt, ſondern andere Punkte (die man virtuelle Pole genannt hat) nimmt, die entweder zwiſchen oder jenſeits ihnen liegen, je nachdem der unterſuchte Kryſtall beſchaffen iſt, und ſich in einer für jede Kryſtallart unveränderlichen Entfernung von denſelben befinden, wie auch die Dicke der Platte beſchaffen ſeyn mag. Die Pole ſind daher nicht völlig ſchwarz, ſondern gefärbt, und ihre Färbung ſteigt in der Farbenreihe abwärts, ſo wie die Dicke der Platte größer wird, und daher eine, zwei oder mehrere Ordnungen von Ringen zwiſchen ſie und den Anfangs-

punkt der Skale treten. Dieſe Punkte liegen zwiſchen den Polen bei allen denjenigen Kryſtallen, deren blaue Axen näher liegen als die rothen, wie z. B. Rocheller Salz, Borax, Mica, ſchwefelſaure Magneſia, Topas; ſie liegen jenſeits der Pole bei allen denjenigen Kryſtallen, wo die rothen Axen einen kleinern Winkel bilden, als die blauen, wie z. B. ſchwefelſaurer Baryt, Salpeter, Arragonit, Zucker, überſchwefligſaures Strontian; aus dieſer Thatſache, ſo wie aus der unveränderlichen Entfernung der Pole von denſelben, wenn ſich auch die Dicke der Platte ändert, wird ihre Entſtehung deutlich. Da nämlich die violetten Ringe kleiner als die rothen ſind, wenn der Mittelpunkt, um welchen die erſtern beſchrieben ſind, ſtatt mit dem der letztern zuſammenzufallen, in irgend einer Richtung verrückt wird, indem er die Ringe zugleich verſchiebt, ſo wird einer der violetten Ringe auf einen rothen von derſelben Ordnung fallen, und da daſſelbe für die dazwiſchen liegenden Farben ſtattfindet, vorausgeſetzt, daß das Geſetz, welches die Trennung der verſchieden gefärbten Axen beſtimmt, nicht ſehr verſchieden von demjenigen iſt, welches die Dimenſionen der Ringe correſpondirender Farben beſtimmt, ſo wird der Punkt, in welchem ein rother und violetter Ring zuſammentrifft, auch zugleich beinahe derjenige ſeyn, in welchem ein rother mit einem grünen oder einem andern von mittlerer Farbe zuſammentrifft. Die Färbung dieſes Punktes iſt daher entweder völlig ſchwarz (wenn dunkle Ringe zur Deckung gebracht werden) oder weiß, und von dieſem Punkt aus laſſen ſich die Farben mit mehr oder weniger Genauigkeit eben ſo rechnen, als ob die Punkte der Deckung die Pole ſelbſt wären. Sollten jedoch die beiden erwähnten Geſetze ſehr von einander abweichen, ſo bleibt an der Stelle, wo die genaueſte Compenſation ſtattfindet, eine unverbeſſerte Farbe übrig, grade wie es dann geſchieht, wenn man zwei Prismen mit unähnlicher Zerſtreuungsſkale zur Hervorbringung des Achromatismus anwendet. Wie weit die Störung der Newtonianiſchen Farbenſkale in dieſen und andern ſchon erwähnten Fällen getrieben werden kann, kann man in der Farbentabelle ſehen, die für Rocheller Salz in Philosophical Transactions 1820 gegeben iſt.

925. Wir kommen nun zunächſt zur Betrachtung des Geſetzes der Intenſität der Erleuchtung der Ringe in verſchiedenen Theilen ihrer Peripherie; allein dieſer Theil ihrer Theorie erfordert, daß wir tiefer in ihre Entſtehungsart eindringen und unterſuchen, was

für Modificationen der auf die kryſtalliſirte Platte einfallende Strahl bei ſeinem Durchgang durch dieſelbe erleidet, ſo daß er Erſcheinungen zeigt, die ſo ganz von denjenigen verſchieden ſind, welche ohne ein ſolches Dazwiſchentreten ſtattgefunden hätten. Zuerſt iſt einleuchtend, daß der Strahl, wenn die Platte auf ihn keine Wirkung geäußert hätte, vom zweiten Turmalin völlig aufgehalten worden wäre, und daher muß die kryſtalliſirte Platte entweder die Polariſation völlig aufgehoben haben, wodurch das Licht die Fähigkeit wieder erlangte, durch den zweiten Turmalin hindurchzugehen oder die Polariſationsebene geändert haben, ſo daß ein partieller Durchgang ſtattfindet. Es iſt nicht ſchwer zwiſchen beiden Annahmen zu entſcheiden. Wäre das Licht, welches durch den zweiten Turmalin geht und die Ringe bildet, völlig depolariſirt, oder auf den urſprünglichen Zuſtand des natürlichen Lichts zurückgeführt, während der Reſt, der immer noch vom Turmalin aufgehalten wird, polariſirt bleibt, ſo iſt es einleuchtend, daß jeder Strahl, indem er die Platte verläßt, aus zwei Theilen beſteht, einem nichtpolariſirten $= A$, und einem polariſirten $= 1 - A$. Hiervon würde bloß die Hälfte des erſten Theils $\frac{1}{2} A$ durch den zweiten Turmalin gehen. Nimmt man nun an, daß dieſer in ſeiner Ebene um den Winkel α gedreht wird, ſo geht immer noch die Hälfte des nichtpolariſirten Theils durch, und der polariſirte, der jetzt zum Theil im Verhältniß von $\sin \alpha^2 : 1$ auch durchgeht, vermiſcht ſich mit demſelben, ſo daß der zuſammengeſetzte Strahl durch

$$\frac{1}{2} A + (1 - A) \sin \alpha^2 = \sin \alpha^2 + \frac{A}{2} \cos 2 \alpha$$

dargeſtellt wird. Nehmen wir nun an, daß α nach und nach die Werthe 0°, 45°, 90°, 135°, 180° ꝛc. erhält, ſo wird dieſer Ausdruck nach und nach $\frac{1}{2} A$, $\frac{1}{2}$, $1 - \frac{1}{2} A$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} A$ u. ſ. w. Folglich ſollte ſich bei jeder Viertelsumdrehung die Farbe aus der der zurückgeworfenen Ringe in die der durchgelaſſenen verwandeln, und bei jeder Achtelsumdrehung ſollten gar keine Ringe ſichtbar ſeyn, ſondern bloß ein gleichförmig erleuchtetes Feld, deſſen Intenſität die Hälfte des einfallenden Lichts beträgt.

926. Die Erſcheinungen, welche wirklich ſtattfinden, ſind aber hiervon verſchieden. Bei den Quadranten werden freilich abwech=

ſelnd die complementären Ringe hervorgebracht, und die Erſcheinung iſt wie in Fig. 188. Das ſchwarze Kreuz ändert ſich dann in ein weißes, die dunkeln Theile der Ringe werden hell, das Grün wird Roth, das Roth Grün, ſo daß wenn wir die Unterſuchung nicht weiter treiben wollten, ſo würde die Erſcheinung mit der Hypotheſe übereinſtimmen. In den halben Quadranten findet aber dieſe Uebereinſtimmung nicht mehr ſtatt. Statt eines gleichförmig erleuchteten Feldes ſieht man eine zuſammengeſetzte Reihe von Ringen, die aus acht Theilen beſteht, in welchen wechſelsweiſe die primitiven und die complementären Farben erſcheinen, wie Fig. 191, und welche §. 935 weiter beſchrieben werden ſoll.

927. Die Erſcheinungen laſſen ſich dann nicht mit der Idee der Depolariſation vereinigen. Wir müſſen daher unterſuchen, welche Erklärung man von ihnen geben kann, wenn man eine Aenderung der Polariſation annimmt, und wir können bemerken, daß dieſe Urſache eine ſolche iſt, welche nach Newtons Sprachgebrauch vera causa heißen würde, eine Urſache, welche wirklich vorhanden iſt; denn wir haben ſchon geſehen, daß jeder Strahl, er mag polariſirt ſeyn oder nicht, welcher ein doppelt brechendes Mittel nach irgend einer Richtung, die der optiſchen Axe ausgenommen, durchläuft, in zwei zerlegt wird, die in entgegengeſetzten Ebenen polariſirt ſind. Iſt der einfallende Strahl polariſirt, ſo iſt die Intenſität dieſer Theile im Allgemeinen verſchieden, und jeder derſelben kann durch eine gehörig geſtellte Turmalinplatte aufgehoben werden, während der andere durchgeht. Dieß ſtimmt in ſo weit mit der Beobachtung überein; wird nämlich die dem Auge zunächſt liegende Turmalinplatte weggenommen, ſo ſind die Strahlen, welche die beiden Reihen von Ringen bilden, zu gleicher Zeit in dem Strahlenkegel vorhanden, deſſen Spitze das Auge iſt, und da ſie einander ergänzen, ſo bringen ſie weiße Farben hervor. Man kann dieß deutlich vor Augen legen, indem man ſtatt eines Turmalins, der ein Bild verſchluckt, ein doppelt brechendes achromatiſches Prisma anwendet, deſſen brechender Winkel groß genug iſt, um die beiden Strahlen um einen ſolchen Winkel zu trennen, welcher größer ausfällt als der ſcheinbare Durchmeſſer des Ringſyſtems, wo dann das erſte Syſtem in dem einen Bilde, das andere Syſtem in dem andern Bilde erſcheint. Da nun, um zu unſern Turmalinen zurückzukehren, die beiden Ringreihen, welche in den zwei Lagen des

hintern Turmalins erſcheinen, complementär ſind, ſo folgt, daß alle in der einen Lage unterdrückten Strahlen, in der darauf rechtwinklichen Lage durchgehen, und umgekehrt, und es iſt eine nothwendige Folge, daß jedes Paar correſpondirende Strahlen in der primären und complementären Reihe in entgegengeſetzten Ebenen polariſirt ſind.

928. Das Einzige, was in den unter dieſem Geſichtspunkte betrachteten Erſcheinungen dunkel ſcheint, iſt die Entſtehung der Farbe. Ein doppelt brechender Kryſtall, der einen polariſirten Strahl von irgend einer Farbe erhält, theilt denſelben in zwei Strahlen, nach einem Geſetz, das bloß von der Lage der Polariſationsebene und der Einfallsebene, ſo wie von den Axen des Kryſtalls, aber nicht von ſeiner Brechbarkeit abhängt. Auf welche Weiſe geſchieht es nun, daß unter gewiſſen Einfallswinkeln alle rothen Strahlen in das eine Bild und die grünen und violetten in das andere Bild übergehen, während bei andern Einfallswinkeln das Umgekehrte ſtattfindet; kurz auf welche Weiſe entſteht dieß Geſetz von periodiſcher Wiederkehr. Um dieß zu beantworten, ſtellte Biot ſeine Theorie der abwechſelnden oder wie er es nennt, der beweglichen Polariſation auf, nach welcher, ſobald ein polariſirter Strahl in ein dünnes kryſtalliſirtes Blättchen tritt, die Polariſationsebene eine Reihe von Schwingungen macht, oder eigentlich abwechſelnd ſprungweiſe, zwei verſchiedene Lagen annimmt, die eine in ihrer urſprünglichen Ebene, die andere in einer Ebene, welche mit dieſer einen Winkel macht, der doppelt ſo groß iſt, als derjenige, welchen der Hauptdurchſchnitt des Kryſtalls damit bildet. Dieſe Abwechſelungen ſollen für brechbarere Strahlen häufiger ſeyn, und wie die Newtonianiſchen Anwandlungen, in gleichen Zeiträumen periodiſch wiederkehren, welche Zeiträume kürzer ſind, je mehr der Weg des Strahls gegen die Axe geneigt iſt. Dieſe Theorie iſt im Einzelnen ſehr ſcharfſinnig, und man kann ſie in ihrer Anwendung auf die Erſcheinungen der Ringe als eine treue Darſtellung der meiſten Umſtände anſehen, obgleich ſie, wie ihr Urheber ſelbſt ſagt, mehrern Einwürfen ausgeſetzt iſt. Es giebt jedoch einen Einwurf gegen dieſelbe, der zu gewichtig iſt, als daß man ſie eher annehmen könnte, als dieſer beſeitigt iſt, oder man keine andere Theorie aufſtellen kann, die nicht demſelben oder einem noch ſchwerern Einwurf unterläge. Er beſteht darin, daß wir nach

Digitized by Google

dieſer Theorie die Wirkung von dünnen Kryſtallen auf das Licht nicht bloß der Quantität, ſondern auch der Qualität nach, ganz anders betrachten müſſen, als die eines dicken, während ſie kein Kennzeichen aufſtellt, woran wir erkennen könnten, wo die Wirkung als dünner Kryſtall aufhört, und die als dicker anfängt, noch Abſtufungen angiebt, durch welche eine Wirkungsart in die andere übergeht. Ein dicker Kryſtall polariſirt, ſo viel wir wiſſen, die zuletzt ausfahrenden Strahlen in zwei Ebenen, welche bloß von der Lage des Kryſtalls und der des Strahls abhängen, während Biot's Theorie die Lage der Polariſationsebene des einfallenden Strahls zu einem Element der Beſtimmung ſeiner letzten Polariſation in einem dünnen Kryſtall macht. Nun haben wir in dieſer Theorie bloß ganz dünne Blättchen als dünne Kryſtalle zu betrachten. Eine Platte, deren Dicke $\frac{1}{10}$ Zoll oder mehr beträgt, kann in dem Fall ſchwach polariſirender Körper, z. B. Apophyllit, als ein dünnes Blättchen betrachtet werden.

929. Da der von Biot zur Unterſuchung der Erſcheinungen von dünnen kryſtalliſirten Blättchen angewandte Apparat ſehr große Bequemlichkeit für die Meſſung der Winkel, bei denen verſchiedene Farben hervorgebracht werden, darbietet, und ſie zugleich in ihrer größten Reinheit darſtellt, ſo wollen wir denſelben hier beſchreiben und einige der Hauptreſultate, die er erhalten hat, angeben. A iſt eine ebene an der hintern Seite geſchwärzte Glasplatte (Fig. 189), oder eine Obſidianplatte, die unter dem Polariſationswinkel gegen die Axe der Röhre AB geneigt iſt, ſo daß ſie längs der Axe einen polariſirten Strahl zurückwirft; verlangt man eine größere Intenſität, ſo kann man eine Säule von Glasplatten anwenden, wenn man nur darauf achtet, daß ſie parallele Flächen haben, und einander genau parallel liegen. BC iſt eine Röhre, die ſich um AB als Axe drehen läßt, einen getheilten Ring in B hat, auf dem ſich die Ableſung durch einen an der Röhre AB befeſtigten Vernier anſtellen läßt, und zwei Arme G und H trägt, durch welche die Axe eines beweglichen Rahmens E geht, der hierdurch unter jeden Winkel gegen die gemeinſchaftliche Axe der Röhren geſtellt werden kann; ſeine Neigung oder der Einfallswinkel eines längs der Axe von der Ebene des Rahmens zurückgeworfenen Strahls kann durch einen Index auf dem getheilten Seitenkreiſe abgeleſen wer-

Digitized by Google

den. In dieſem Rahmen befindet ſich eine Oeffnung F, in welcher ſich eine kreisförmige Platte von Meſſing, die in der Mitte ein Loch hat, herumdrehen läßt; über dieſem Loch wird die zu unterſuchende kryſtalliſirte Platte mit Wachs befeſtigt, die ſo in ihrer eigenen Ebene unabhängig von der übrigen Bewegung des Apparats herumgedreht werden kann, daß ihr Hauptdurchſchnitt jedes beliebige Azimuth gegen die Einfallsebene erhält. Wir haben es bequem gefunden, wenn dieſer Theil des Apparats wie in Fig. 190 verfertigt wird, wo a die viereckige Platte des Rahmens iſt, b ein getheilter Kreis, der ſich darin bewegen läßt, und auf welchem die Ableſung durch einen Index genommen werden kann; c, d iſt eine kreisförmige Platte, die innerhalb des getheilten Kreiſes der genauern Einſtellung wegen beweglich iſt, worauf ſie in ihrer Lage mit einer kleinen Klammer befeſtigt iſt, ſo daß ſie ſich mit dem Kreiſe zugleich dreht; dieſe trägt in ihrem Mittelpunkte einen andern beweglichen Kreis, der ſich auf ſeiner Axe drehen läßt, und in der Mitte eine Oeffnung hat, über welcher der Kryſtall befeſtigt wird; auf dieſe Art erhält man einen Raum zu einer genauern Einſtellung der Ebene, auf welche das Licht fällt, wenn ſie nicht genau ſenkrecht auf dem Hauptdurchſchnitt des Kryſtalls ſtehen ſollte, und die dann ſehr nützlich iſt, wenn man künſtliche Oberflächen unterſucht, da es kaum möglich iſt, dieſelben mit der gehörigen Genauigkeit zu ſchneiden und zu poliren. Es iſt auch für einige Verſuche ſehr bequem einen zweiten Rahmen zu haben, der dem erſten ähnlich iſt, und ſich auf der Verlängerung der Arme G und H befindet. M iſt ein doppelt brechendes Prisma, welches entweder durch ein Prisma von Flintglas, oder noch beſſer durch ein aus derſelben doppelt brechenden Materie beſtehendes Prisma achromatiſch gemacht wird. Zwei Prismen aus Quarz, wie ſie §. 882 beſchrieben ſind, ſind hierzu ſehr bequem. Ihre Winkel müſſen ſo beſchaffen ſeyn, daß wenn ſie ſich in M befinden, ſo müſſen die beiden Bilder einer kleinen Oeffnung P beinahe in Berührung ſtehen. Die ſo eingerichteten Prismen werden auf ein Geſtell N gebracht, welches von dem übrigen Apparat unabhängig iſt, und ſich vermittelſt des Arms K drehen läßt, der einen Vernier trägt, durch deſſen Hülfe der Drehungswinkel oder die Lage der Ebene, in welcher die doppelte Brechung ſtattfindet, auf einem getheilten Kreiſe L abgeleſen werden kann. Das Prisma muß ſo

geſtellt werden, daß wenn der Vernier Null zeigt, das ungewöhnliche Bild verlöſcht, und zeigt er 90°, ſo verſchwindet das gewöhnliche. Man kann bei Gelegenheit an die Stelle des Prisma eine Turmalinplatte oder einen Glasſpiegel ſetzen.

930. Um dieſen Apparat zu gebrauchen, muß das kryſtalliſirte Blättchen (von dem wir jetzt annehmen wollen, daß es irgend ein Blättchen eines einaxigen Kryſtalls iſt, deſſen Axe ſenkrecht auf der Ebene der Platte ſteht) auf den beweglichen Rahmen über die Oeffnung geſtellt werden, und hat man es ſo geſtellt, daß ſeine Axe mit der der Röhre zuſammenfällt, welches leicht vermittelſt der verſchiedenen Bewegungen, die der Rahmen hat, geſchehen kann, ſo iſt das Inſtrument zum Gebrauch fertig. Ob man dieſe Bedingung erreicht habe, kann man leicht dadurch erfahren, indem man die Röhre C um die Röhre AB als Axe dreht, wo das ungewöhnliche Bild der Oeffnung P durch ein doppelt brechendes Prisma geſehen, verſchwinden muß, wenn der Vernier K auf Null ſteht, und auch bei der Drehung der Röhre nicht wieder zum Vorſchein kommen darf; denn es iſt bekannt, daß die Axe die einzige Linie iſt, welche dieſer Eigenſchaft zugehört, oder rückſichtlich deren alle Ringe ſymmetriſch ſind. Es iſt dann einleuchtend, daß, wie auch die Theile des Apparats liegen mögen, erſtens die Ableſung des Vernier D den Einfallswinkel auf die Platte, zweitens die des Vernier B den Winkel, den die Einfallsebene mit der Ebene der urſprünglichen Polariſation macht, giebt, drittens die des Vernier c den Winkel anzeigt, der von irgend einem angenommenen Durchſchnitt der kryſtalliſirten Platte ſenkrecht auf ihre Ebene mit der Einfallsebene gebildet wird, und endlich daß die Ableſung des Vernier K den Winkel zwiſchen der Ebene der primitiven Polariſation und den Hauptdurchſchnitt des doppelt brechenden Prisma giebt.

931. Bringen wir nun den Vernier auf Null, ſo wird ſich ergeben, daß wie auch die Platte E liegen, oder wie der Einfallswinkel des Strahls beſchaffen ſeyn mag, bloß das gewöhnliche Bild weiß erſcheint, und das ungewöhnliche verlöſcht oder ſchwarz iſt. In dieſem Fall durchlaufen wir das Syſtem der Ringe in der Richtung des verticalen Arms des ſchwarzen Kreuzes (Fig. 185) der primären Reihe, und des weißen in der complementären Reihe. (Fig. 188.) Die Erſcheinungen ſind dieſelben, wenn wir den Vernier

nier B auf 90° bringen, und dann den Rahmen E um ſeine Axe drehen, indem wir ſo den Einfall in eine Ebene bringen, die auf der der primitiven Polariſation ſenkrecht ſteht, oder was auf daſſelbe hinauskommt, wir durchlaufen die Ringe längs des horizontalen Arms der ſchwarzen und weißen Kreuze. In den dazwiſchen befindlichen Lagen des Vernier B durchlaufen wir die Ringe längs eines Durchmeſſers, der mit dem verticalen Arm einen Winkel macht, welcher der Ableſung des Vernier gleich iſt. In dieſem Fall ſind beide Bilder von P ſichtbar und ſchön gefärbt; das ungewöhnliche Bild zeigt die Farbe der primären Ringe, die dem vom Vernier D angegebenen beſondern Einfallswinkel zugehören; das gewöhnliche Bild hingegen giebt die Farbe, welche dem complementären Syſtem deſſelben Winkels entſpricht. Man ſieht dann die Farben der beiden Bilder unter den günſtigſten Umſtänden, indem ſie gut von einander getrennt und neben einander ſtehen, ſo daß ſie ſehr gut mit einander verglichen werden können. Giebt der Vernier D 45° an, oder iſt die Einfallsebene 45° gegen die Ebene der urſprünglichen Polariſation geneigt, ſo iſt der Gegenſatz beider Bilder in ſeinem Maximum, indem dann die Farben des ungewöhnlichen Bildes am lebhafteſten ſind, und die des gewöhnlichen die geringſte Beimiſchung von Weiß haben. Bedeutet A im Allgemeinen das Licht des ungewöhnlichen Bildes in der erwähnten Lage, und α der vom Vernier B angegebene Winkel, ſo werden bei jeder andern Lage der Einfallsebene, die beiden Bilder in dieſer neuen Lage, für denſelben Einfallswinkel durch

$$A \,.\, \sin 2\alpha^2 \quad ,$$
$$1 - A \,.\, \sin 2\alpha^2 \quad ,$$

dargeſtellt, oder was daſſelbe iſt, durch

$$A \,.\, \sin 2\alpha^2 \quad ,$$
$$\cos 2\alpha^2 + (1 - A) \,.\, \sin 2\alpha^2 \quad .$$

Der erſte dieſer Ausdrücke zeigt einen Strahl an, deſſen Farbe durch A, und deſſen Intenſität durch $\sin 2\alpha^2$ angegeben wird; der zweite eine complementäre Farbe $1 - A$ von derſelben Intenſität, mit einer gewiſſen Quantität von weißem Licht vermiſcht, deſſen Intenſität durch $\cos 2\alpha^2$ dargeſtellt wird.

932. Dieſe Ausdrücke geben mit großer Genauigkeit die Farben beider Bilder, die Intenſität des ungewöhnlichen, und den ſcheinbaren Grad der Vermiſchung des gewöhnlichen weißem mit

Digitized by Google

Licht, und da ein Strahl A, der in einer Ebene polariſirt wird, welche einen Winkel 2α mit dem Hauptdurchſchnitt des doppelt brechenden Prisma macht, zwiſchen das ungewöhnliche und das gewöhnliche Bild im Verhältniß von $\cos 2\alpha^2 : \sin 2\alpha^2$ getheilt wird, ſo folgt, daß wenn wir den Strahl bei ſeinem Heraustreten aus dem kryſtalliſirten Blättchen, als aus zwei Theilen beſtehend anſehen, wovon der eine A in der erwähnten Ebene polariſirt wird, der andere 1 — A ſeine urſprüngliche Polariſation beibehält, ſo werden die beiden vom doppelt brechenden Prisma gebildeten Bilder folgendermaßen zuſammengeſetzt ſeyn:

	Ungewöhnliches Bild
Vom Strahl A	$A . \sin 2\alpha^2$.
Vom Strahl 1 — A	0.
Summe	$A . \sin 2\alpha^2$.

	Gewöhnliches Bild
Vom Strahl A	$A . \cos 2\alpha^2$.
Vom Strahl 1 — A	$1 - A$.
Summe	$1 - A + A \cos 2\alpha^2$
	$= 1 - A . \sin 2\alpha^2$.

welche mit den obern Ausdrücken identiſch ſind. Wir ſehen hierdurch, daß die Beobachtungen in ſo weit mit Biot's Lehre von der beweglichen Polariſation übereinſtimmen, und daß wir ſogar genöthigt ſind, ſie zuzugeben, wenn wir vorausſetzen, daß die Ringe wirklich ſchon in dem aus dem kryſtalliſirten Blättchen herausfahrenden Strahl gebildet ſind, und daß die Wirkung des doppelt brechenden Prisma bloß darin beſteht, den durchgehenden Strahl zu zerlegen, und beide Reihen von einander zu trennen. Iſt aber der oben gegen dieſe Lehre gemachte Einwurf gegründet, ſo kann dieſe Annahme nicht richtig ſeyn, und wir müſſen dann ſchließen, daß das doppelt brechende Prisma, oder der Turmalin, oder der Glasſpiegel eine wichtigere Wirkung leiſtet, als bloß die ſchon erzeugten Farben zu trennen, und daß ſie wirklich erſt durch ſeine Wirkung hervorgebracht werden, indem die kryſtalliſirte Platte die Strahlen bloß zu dieſem Proceß vorbereitet, den ſie zuletzt erleiden ſollen.

933. Die Erklärung der Art, auf welche dieſes geſchieht, macht den Gegenſtand eines andern Abſchnitts aus. Unterdeſſen

Digitized by Google

wollen wir hier bloß bemerken, daß der Uebergang von einaxigen zu zweiaxigen Kryſtallen leicht geſchieht. Wir brauchen nur zu bemerken, daß indem der Einfallswinkel geändert wird (vorausgeſetzt, daß die Linie, welche den Winkel der optiſchen Axen halbirt, ſenkrecht auf der Oberfläche der Platte ſteht), wir die Ringe in einer Linie durchkreuzen, die durch den Mittelpunkt O (Fig. 183) geht, und mit ihrem Hauptdurchmeſſer PP′ einen Winkel macht, der dem durch den Vernier B abgeleſenen gleich iſt, und daß, indem wir die Platte in ihrer eigenen Ebene herumdrehen, oder den durch den Vernier c abgeleſenen Winkel ändern, wir in der That das Syſtem durch die verſchiedenen in Fig. 179, 180, 181, 182 hindurchgehen laſſen, indem die Farbe, aber nicht die Intenſität des ungewöhnlichen Bildes ſich ändert.

934. Dreht man das doppelt brechende Prisma herum, ſo werden die Farben verwaſchener, und bringt man daſſelbe in das Azimuth α, d. h. liegt ſein Hauptdurchſchnitt in der Einfallsebene, ſo ſind beide Bilder farblos, aber von ungleicher Helligkeit. Dieß ſtimmt mit Biot's Lehre von der beweglichen Polariſation überein; denn geben wir zu, daß der Strahl A in einer Ebene polariſirt wird, die einen Winkel 2α mit der der urſprünglichen Polariſation macht, ſo bildet ſie jetzt einen Winkel α mit dem Hauptdurchſchnitt des Prisma, und $A.\sin\alpha^2$ iſt der Theil des ungewöhnlichen Bildes, der aus dem Strahl A entſteht; behält auf der andern Seite der Strahl $1-A$ ſeine urſprüngliche Polariſation bei, ſo iſt $(1-A).\sin\alpha^2$ der Theil des ungewöhnlichen Bildes, der durch denſelben in der neuen Lage des Prisma hervorgebracht wird, und die Summe oder das ganze Bild iſt bloß $\sin\alpha^2$, und da dieß von A oder der Farbe unabhängig iſt, ſo wird es farblos. Auf gleiche Art kann man zeigen, daß das gewöhnliche Bild $\cos\alpha^2$ iſt, und ihre Intenſitäten verhalten ſich daher wie $\sin\alpha^2 : \cos\alpha^2$, und ſind einander im Azimuth von 45° gleich. Alles dieſes ſtimmt völlig mit den Beobachtungen überein.

935. Der Bewegung des Prisma entſpricht eine Drehung des hintern Turmalins in ſeiner eigenen Ebene bei dem Turmalinapparat. Die allgemeine Erſcheinung, welche die Ringe einer einzelnen Axe zeigen, wenn die Rotation nicht ein voller Quadrant iſt, iſt in Fig. 191 dargeſtellt. Die Folge der Veränderungen iſt dieſe: Beim erſten Anfang der Drehung ſcheinen ſich die Arme des ſchwar=

Digitized by Google

zen Kreuzes auszudehnen, ſie werden zugleich ſchwächer, und Abſchnitte der complementären Ringe werden darin ſichtbar, deren helle Zwiſchenräume den dunkeln der primitiven Reihe entſprechen, die rothen den grünen und umgekehrt. Die Vereinigung beider Reihen zeigt ſich durch eine ſchwache weiße und unbeſtimmte Farbe. So wie die Drehung fortgeht, ziehen ſich die primären Abſchnitte zuſammen, und vermiſchen ſich mehr mit Weiß, während die complementären ſich ausdehnen und beſtimmter werden; zu gleicher Zeit wird der Mittelpunkt des Syſtems nach und nach heller, und hat die Drehung 90° erreicht, ſo nimmt das Ganze die Erſcheinung Fig. 188 an. Die Erſcheinungen ſind denen in zweiaxigen Kryſtallen völlig analog. Die geringſte Abweichung von der genauen rechtwinklichen Lage der Turmaline bringt die complementären Abſchnitte in den ſchwarzen hyperboliſchen Curven hervor, die den Armen des ſchwarzen Kreuzes entſprechen; zugleich werden die primären Abſchnitte verwaſchen und ziehen ſich zuſammen; zuletzt verſchwinden ſie in einem Paar weißer Hyperbeln, die den ſchwarzen der primären Ringe in ihrem vollkommenen Zuſtande völlig ähnlich ſind.

936. Bisher haben wir die Ringe, wegen der Dicke der Platte als ſo nahe an einander betrachtet, daß ſie ſich alle in einen kreisförmigen Raum zuſammenziehen, welchen das Auge auf einmal faſſen kann; allein nimmt die Dicke ſehr ab, ſo findet dieß nicht mehr ſtatt, und ſtatt der Ringe, deren Geſtalt ſich unterſcheiden läßt, ſehen wir bloß breite Bänder, die ſich weit von den Polen ausdehnen, und ſogar dann ſichtbar ſind, wenn die Axen ſelbſt ſo ſehr gegen die Oberfläche der Platte geneigt ſind, daß man ſie ganz aus dem Geſicht verliert, und ſelbſt dann, wenn die Axen in der Oberfläche ſelbſt liegen. Dieß iſt der Fall bei denjenigen Blättchen, in welche ſich der ſchwefelſaure Kalk leicht ſpaltet; die Axen liegen in ihrer Ebene, ſo daß wir, um die Ringe zu ſehen, künſtliche Oberflächen ſenkrecht auf die Schichten machen müſſen, eine Operation, welche wegen der weichen und faſerigen Beſchaffenheit der Subſtanz ſchwierig iſt. Die Erſcheinungen der Farben dieſes Kryſtalls wurden ſehr zeitig unterſucht, aber falſch verſtanden, bis Dr. Brewſter zeigte, indem er die wahren Axen fand, daß ſie nur einen beſondern Fall der allgemeinen Erſcheinungen geben.

Digitized by Google

937. Behält man die Benennungen bei, welche §. 885 bis 888 angegeben ſind, ſo mag die Ebene, welche die beiden Axen enthält, der Durchſchnitt A heißen; die darauf ſenkrechte Ebene, welche durch die den von den Axen eingeſchloſſenen kleinern Winkel halbirende Linie geht, der Durchſchnitt B, und die, welche durch die den größern Winkel halbirende Linie geht, und mit den andern beiden rechte Winkel macht, der Durchſchnitt C. Hat der Kryſtall nur Eine Axe, ſo gehen die Schnitte A und B durch dieſelbe, und C steht ſenkrecht darauf. Enthält das Blättchen beide Axen, ſo iſt die Ebene deſſelben der Durchſchnitt A und die andern Durchſchnitte treffen dieſelbe in zwei ſich ſenkrecht ſchneidenden Linien. Wir wollen nun annehmen, daß ein polariſirter Strahl ſenkrecht durch ein ſolches Blättchen geht. Fällt dann die Polariſationsebene mit den Durchſchnitten B und C zuſammen, ſo bleibt die Polariſation ungeſtört, und alles durchgelaſſene Licht geht ins gewöhnliche Bild. Wird aber die Platte in ihrer eigenen Ebene herumgedreht, ſo erſcheint das ungewöhnliche Bild wieder und wird bei jeder Drehung der Platte von 45° ein Maximum. Iſt ſie hinreichend dünn, ſo zeigt ſie einige Farben, welche regelmäßig abwärts in der Farbenſkale gehen, ſo wie die Dicke wächst, indem die Dicke dem Geſetz des §. 907 gemäß, wovon dieſer nur ein beſonderer Fall iſt, ein Maß der Farben abgiebt.

938. Werden zwei ſolche Platten auf einander gelegt, mit den Durchſchnitten B und C übereinſtimmend, ſo iſt einleuchtend, daß ſie ſich in demſelben Verhältniß befinden, als ob ſie Theile eines und deſſelben Kryſtalls wären, und wir können daher leicht diejenige Erſcheinung erwarten, welche wirklich ſtattfindet, nämlich daß eine ſolche zuſammengeſetzte Platte dieſelbe Farbe polariſirt, welche eine einzige Platte, deren Dicke der Summe beider gleich iſt, polariſiren würde. Werden ſie aber kreuzweiſe gelegt, ſo daß der Durchſchnitt B der einen auf den Durchſchnitt C der andern fällt, ſo hat Biot gezeigt, daß die polariſirte Farbe einer Platte zugehört, die dem Unterſchied ihrer Dicken gleich iſt. Iſt daher dieſer Unterſchied Null, ſo neutraliſiren ſich die kreuzweiſe liegenden Platten, wenigſtens bei ſenkrechtem Einfall, wie auch ihre Dicke beſchaffen ſeyn mag. Um zwei gleich dicke Platten zu bekommen, braucht man nur eine reine und wirklich parallele Platte aus einander zu brechen.

Digitized by Google

939. Fällt jedoch das Licht nicht ſenkrecht ein, ſo zeigt eine ſolche zuſammengeſetzte Platte immer noch Farben, die ſich ſcheinbar ſehr unregelmäßig mit dem Einfallswinkel ändern, und zwar in verſchiedenen Ebenen mit ungleicher Geſchwindigkeit. Der Turmalinapparat leiſtet hier große Dienſte, indem er das Geſetz dieſer Farben, welches anfangs ſehr verwickelt erſcheint, vor Augen legt. Wird eine ſolche kreuzweiſe zuſammengeſetzte Platte zwiſchen die Turmaline gebracht, die auf einander ſenkrecht ſtehen, ſo zeigt ſich das ſchöne und auffallende Phänomen, welches Fig. 192 dargeſtellt iſt, in denen die Farben die der zurückgeworfenen Ringe ſind, und das ſchwarze Kreuz den Anfangspunkt ausmacht. Sind die Turmaline parallel, ſo entſtehen die Complementärfarben mit eben derſelben Regelmäßigkeit wie in Fig. 193. Wird der zuſammengeſetzte Kryſtall in ſeiner eigenen Ebene herumgedreht, ſo drehen ſich die Figuren mit, erleiden aber keine weitere Aenderung als rückſichtlich der Intenſität, indem ſie ſich im Maximum der Helligkeit dann befinden, wenn die Arme des Kreuzes parallel und ſenkrecht auf der Ebene der urſprünglichen Polariſation ſind; iſt der Winkel derſelben mit dieſer Ebene aber 45°, ſo verſchwinden die Figuren völlig. Durchkreuzen ſich die Platten nicht genau unter rechten Winkeln, oder ſind ſie nicht völlig von gleicher Dicke, ſo entſtehen andere Erſcheinungen, die der Leſer leichter für ſich hervorbringen kann, als eine weitläufige Beſchreibung derſelben ſtudiren. Daſſelbe findet bei den glänzenden, aber ſehr verwickelten Erſcheinungen ſtatt, die dann entſtehen, wenn man zwei gleich dicke Platten zweiaxiger Kryſtalle kreuzweiſe legt, z. B. Glimmer, Topas u. ſ. w., bei denen der Durchſchnitt A ſenkrecht auf der Oberfläche ſteht.

940. Betrachtet man jedoch nur die bei ſenkrecht einfallendem Licht hervorgebrachte Farbe, ſo hat ſich gefunden, daß wenn irgend eine Anzahl Platten aus einerlei Mittel geſchnitten, und von beliebiger Dicke, mit ihren homologen Durchſchnitten auf einander gelegt werden, ſo iſt die polariſirte Farbe diejenige, welche der Summe der Dicken zugehört; liegen aber einige Platten, ſo daß ihre Durchſchnitte B und C ſenkrecht auf den homologen Durchſchnitten der andern ſtehen, ſo iſt die Farbe diejenige, die dem Unterſchied der Summen der gleichliegenden Platten entſpricht. Nennen wir alſo dieſe Dicken t, t', t''.... und betrachten die als ne-

Digitized by Google

gativ, welche kreuzweiſe liegenden Platten zugehören, ſo entſpricht die polariſirte Farbe T der Dicke $t + t' + t'' + \ldots$

941. Geht der Strahl durch eine Platte von Quarz, Zircon, kohlenſaurem Kalk oder andere einaxige Kryſtalle, die ſo geſchnitten ſind, daß ſie die Axe der doppelten Brechung enthalten, ſo findet daſſelbe Geſetz der Farben ſtatt, indem die Farbe T der Dicke der Platte proportional iſt, und für irgend eine Platte haben wir $T = kt$, wo k eine Conſtante iſt, die von der Natur des Kryſtalls abhängt. Legt man nun verſchiedene Platten aus einaxigen Kryſtallen über einander, deren Dicken $t, t' \ldots$ ſind, und bedeutet ein negativer Werth von t eine querliegende Stellung der Axe der Platte, ſo wird die Farbe durch

$$T = kt + k't' + k''t'' + \ldots$$

dargeſtellt.

942. Beſtehen die Platten alle aus derſelben Subſtanz, ſo ſind in dieſer Gleichung die Größen $k, k' \ldots$ alle gleich, beſtehen ſie aber aus verſchiedenen Subſtanzen, ſo muß k bei allen den Kryſtallen, die Biot zur abſtoßenden Claſſe rechnet, negativ (§. 803 z. B. kohlenſaurer Kalk), und bei den zur anziehenden Claſſe gehörigen (z. B. Quarz) als poſitiv betrachtet werden. Es kann alſo jedes Glied der obigen Gleichung ſein Vorzeichen aus zwei Urſachen ändern, entweder wegen einer Aenderung der Natur des Kryſtalls, oder wegen einer Aenderung von 90° ſeines Azimuths.

943. Obiges iſt nur ein beſonderer Fall eines allgemeinen Geſetzes, welches folgendermaßen ausgeſprochen werden kann: Die zuletzt entſtehende Farbe iſt dem Beſchleunigungsraum oder dem Verzögerungsraum des gewöhnlichen Strahls gegen den ungewöhnlichen, nachdem ſie das ganze Syſtem durchlaufen haben, proportional; die partielle Beſchleunigung oder Verzögerung in jeder Platte iſt proportional der Länge des innerhalb der Platte beſchriebenen Weges, multiplicirt mit dem Quadrat des Sinus des Winkels, den der durchgehende Strahl inwendig mit der optiſchen Axe der Platte macht, wenn ſie nur Eine hat; hat ſie zwei Axen, ſo muß die Länge des Weges mit dem Product aus dem Sinus derjenigen Winkel multiplicirt werden, den der Strahl mit jeder Axe bildet, und dieſes Ge

ſetz findet für jede Lage der Platten und jede Ordnung derſelben ſtatt. So wird bei zwei ähnlichen und gleichen ſich rechtwinklich durchkreuzenden Platten der Strahl, welcher in der erſten Platte gewöhnlich gebrochen wird, in der zweiten ungewöhnlich gebrochen, und umgekehrt; beide Strahlen wechſeln ihre Geſchwindigkeiten, und da beide Platten gleiche Dicke haben, ſo wird der eine Strahl bei ſeinem zweiten Durchgang ſo viel verlieren, als er bei dem erſten verloren hat; der Verzögerungsraum, ſo wie auch die Farbe wird daher Null.

944. Hieraus ſieht man, daß wenn zwei einaxige, ſenkrecht auf die Axe geſchnittene Platten auf einander gelegt werden, und ihre Axen genau zuſammenfallen, ſo werden die Durchmeſſer der Ringe verkleinert, wenn beide Platten anziehen oder abſtoßen, hingegen vergrößert, wenn ſie entgegengeſetzter Beſchaffenheit ſind. Der Verſuch iſt etwas ſchwierig, allein es gelang Dr. Brewſter vollkommen, indem er die Platten mit weichem Wachs an einander befeſtigte, und ihre Oberflächen durch Druck in die gehörige Lage brachte.

945. Dieß giebt ein Mittel an die Hand, ohne Meſſung der Trennung des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls zu erfahren, ob ein einaxiger Kryſtall anziehend oder abſtoßend iſt; denn dehnen ſich die Ringe aus, indem man ihn mit einer dünnen Platte von kohlenſaurem Kalk verbindet, die ſenkrecht auf die Axe geſchnitten iſt, ſo iſt er poſitiv, ziehen ſich die Ringe zuſammen, ſo iſt er negativ. Eine noch einfachere Methode beſteht darin, daß man auf die zu unterſuchende Platte, welche ſo geſchnitten iſt, daß ſie Ringe zeigt, eine Platte von ſchwefelſaurem Kalk befeſtigt, die eine nur mäßige Dicke hat, und ſie dann in ihrer eigenen Ebene zwiſchen den Turmalinen dreht. Man findet dann eine Lage, in welcher die Ringe ungeändert bleiben. In dieſer Lage befindet ſich der Durchſchnitt B oder C des ſchwefelſauren Kalks in der urſprünglichen Polariſationsebene. Wird die zuſammengeſetzte Platte um 45° gedreht, ſo bemerkt man (wenn die Dicke beider Platten die gehörige Proportion hat), daß die Ringe in zwei entgegengeſetzten Quadranten gänzlich verdunkelt werden, und daß ſie in den beiden andern Quadranten weiter vom Mittelpunkt ſich entfernen, indem ſie Kreisbogen von größerm Halbmeſſer bilden, und näher an einander liegen; die Farben fangen bei dieſen Ringen ſtatt vom Mittelpunkt von einem ſchwarzen

Digitized by Google

Zwiſchenraum zwiſchen zwei an einander liegenden weißen Ringen an, und ſteigen in der Farbenſkale ſowohl nach Innen als nach Außen abwärts. Unter dieſen Umſtänden muß man die Lage des ſchwefelſauren Kalks rückſichtlich der Turmaline wohl bemerken, und nachdem man den Kryſtall weggenommen hat, eine Platte von kohlenſaurem Kalk, oder von einem andern bekannten einaxigen Kryſtall an deſſen Stelle ſetzen, und der ſchwefelſaure Kalk wieder in dieſelbe Lage gebracht werden. Findet man dann, daß dieſelben Quadranten der Ringe verdunkelt werden, wie im vorigen Fall, und auch die neue Ringreihe in den andern Quadranten ähnlich liegt, ſo hat der unterſuchte Kryſtall dieſelbe Beſchaffenheit als der kohlenſaure Kalk, oder irgend ein anderer zur Vergleichung angewandter Kryſtall; ſind aber die jetzt verdunkelten Quadranten da, wo früher die neuen Ringreihen lagen, ſo iſt er von entgegengeſetzter Beſchaffenheit. Iſt die kryſtalliſirte Platte zu dünn, oder polariſirt ſie zu ſchwach, um dieſe Erſcheinungen mit der gehörigen Deutlichkeit zu zeigen, ſo muß ſie in ein Azimuth von 45° auf den in §. 929 beſchriebenen Apparat geſtellt werden, und indem man in den polariſirten Strahl eine ſehr dünne Platte auch in ein Azimuth von 45° ſtellt, durch Drehung des Kryſtalls unterſuchen, ob ſeine Farben durch die Wirkung des ſchwefelſauren Kalks aufſteigen oder niederſteigen, dann den Kryſtall wegnehmen, ihn durch einen als Maß gebrauchten erſetzen, und die Beobachtung wiederholen, ohne daß man den ſchwefelſauren Kalk berührt. Steigen oder ſinken die Farben bei beiden Kryſtallen, ſo ſind ihre Charaktere ähnlich, wo nicht, ſo ſind ſie unähnlich. Eine analoge Beobachtungsart läßt ſich bei zweiaxigen Kryſtallen anwenden.

§. VIII. Von den Interferenzen der polariſirten Strahlen.

946. Als Arago die Verſuche von Dr. Young über das Geſetz der Interferenzen wiederholte, fiel ihm ein, daß es der Mühe werth ſeyn würde, zu unterſuchen, ob der Zuſtand der Polariſation der zuſammentreffenden Strahlen einige Veränderungen in den Erſcheinungen hervorbringen würde. Der Verſuch war leicht, wenn beide Strahlen gleich polariſirt waren, indem dann das gewöhnliche Geſetz ſtattfand; allein wenn die zuſammentreffenden Strahlen ſich in verſchiede-

nen Zuſtänden der Polariſation befinden, ſo ſieht man leicht, daß es ſehr ſchwierig iſt, dieſe Bedingung mit den andern, welche die Beſchaffenheit des Gegenſtandes mit ſich bringen, zu verbinden. Es iſt nämlich erforderlich, daß die zuſammentreffenden Strahlen in demſelben Augenblick aus einem gemeinſchaftlichen Urſprung ausfließen, und zwiſchen dieſem Anfangspunkte und demjenigen Punkte, wo ſie zuſammentreffen, dieſelbe Anzahl Undulationen (innerhalb weniger Einheiten) machen. Denn es iſt nicht möglich, den Polariſationszuſtand eines Strahls zu ändern, ohne daß entweder ſein Weg geändert wird, oder daß derſelbe durch ein Mittel geht, in welchem mehr oder weniger Undulationen in derſelben Zeit geſchehen. Jedoch fand er in Verbindung mit Fresnel bald Mittel, die Schwierigkeiten des Gegenſtandes zu überwinden, und die Reſultate ihrer Beobachtungen ſind in folgenden Geſetzen enthalten.

947. Zwei in einerlei Ebene polariſirte Strahlen treffen grade ſo wie natürliches Licht mit einander zuſammen, ſo daß die Erſcheinungen der Interferenzen in beiden Lichtarten völlig dieſelben ſind.

948. Zwei in entgegengeſetzten Ebenen polariſirte Strahlen (d. h. in Ebenen, die ſenkrecht auf einander ſtehen) haben keine merkliche Wirkung auf einander, unter denſelben Umſtänden, unter welchen Strahlen von gewöhnlichem Licht ſo zuſammentreffen, daß ſie ſich völlig aufheben würden.

949. Zwei Strahlen, die anfangs in entgegengeſetzten Ebenen polariſirt wurden, können nachher auf dieſelbe Polariſationsebene zurückgeführt werden, ohne daß ſie dadurch in den Stand geſetzt werden, mit einander Interferenzen hervorzubringen.

950. Zwei in entgegengeſetzten Ebenen polariſirte Strahlen, die dann in gleichen Zuſtand der Polariſation zurückgeführt werden, treffen wie natürliches Licht zuſammen, vorausgeſetzt, daß ſie einem Strahl zugehören, welcher anfangs ganz in derſelben Ebene polariſirt wurde.

951. Bei den Erſcheinungen der Interferenzen ſolcher Strahlen, die die doppelte Brechung erlitten haben, wird der Ort der gefärbten Franzen nicht bloß

Digitized by Google

durch den Unterſchied der Wege oder der Geſchwindigkeiten beſtimmt, ſondern unter gewiſſen Umſtänden muß eine halbe Undulation zugegeben werden.

952. Dieß ſind die Geſetze der Interferenzen polariſirter Strahlen, wie ſie von Arago und Fresnel angegeben worden ſind. Wir gebrauchen zu ihrer Darſtellung, ſo wie in dieſem ganzen Theil der Lehre des Lichts, die Sprache des Undulationsſyſtems, da es wirklich das natürlichſte iſt, und ſich mit der geringſten Gewalt und Dunkelheit den Thatſachen anpaſſen läßt. Der Leſer kann, wenn er will, die Corpusculartheorie und die Newtonianiſchen Anwandlungen an deren Stelle ſetzen, und noch eine Drehung der Lichttheilchen um ihre Axe, wie Biot annimmt, hinzufügen, oder ſich mit der bloßen Darſtellung der Thatſachen und mit allgemeinen Ausdrücken, welche die Bedingungen der periodiſchen Wiederkehr enthalten, begnügen, ſo daß nur eine kleine Umſchreibung hierzu nöthig iſt; allein die Deutlichkeit der Begriffe leidet ſehr darunter. Was die Geſetze ſelbſt betrifft, ſo kann man das erſte leicht unterſuchen; wir brauchen nur irgend einen der Verſuche über die Interferenz ſolcher Strahlen, die aus einem gemeinſchaftlichen Urſprung ausgehen, zu wiederholen, indem an die Stelle des gewöhnlichen Lichts polariſirtes genommen wird. Die Reſultate werden dieſelben ſeyn, wie auch die Polariſationsebene liegen mag. Es werden alſo Strahlen, die in derſelben Ebene polariſirt ſind, wie natürliche Strahlen unter ähnlichen Umſtänden zuſammentreffen.

953. Die Unterſuchung des zweiten Geſetzes iſt ſchwieriger. Die Bedingungen, unter welchen durch die Interferenz Farben hervorgebracht werden, verlangen daß die zuſammentreffenden Strahlen zu gleicher Zeit aus einem gemeinſchaftlichen Urſprung ausfließen, oder Theile einer und derſelben Welle ausmachen, und an dem Punkt, wo man die zuſammentreffenden Strahlen unterſucht, dieſelbe Anzahl Undulationen, innerhalb der Gränzen weniger Einheiten, gemacht haben müſſen. Indem ſie aus dem Anfangspunkt ausgehen, können ſie nur auf gleiche Weiſe polariſirt ſeyn, und da ſie in entgegengeſetzten Zuſtänden an dem Punkt der Interferenz ankommen ſollen, ſo muß die Polariſation des einen Strahls oder beider geändert werden, nachdem ſie ihren Urſprung verlaſſen haben, entweder durch Zurückwerfung, Durchgehen durch durchſichtige Mittel, oder durch doppelte Brechung, und dieß muß geſchehen, ohne daß ſich der Un-

terſchied beider Wege um mehr als einige Undulationen ändert. Bedenkt man nun, wie klein eine ſolche Undulation iſt, ſo begreift man leicht, welche Feinheit bei einem zu dieſem Zweck eingerichteten Apparat erfordert wird, und wie ſchwierig es iſt, ſolche Vorrichtungen zu finden, welche dieſe große und faſt unausführbare Feinheit überflüſſig machen.

954. Die genannten Phyſiker haben verſchiedene ſcharfſinnige und ſchöne Methoden, um den Verſuch anzuſtellen, angegeben, und wir wollen uns damit begnügen, hier eine oder zwei derſelben zu zeigen. Da der Urſprung der zuſammentreffenden Strahlen das Bild der Sonne im Brennpunkt einer kleinen Linſe iſt, wie wir in dieſem ganzen Abſchnitt annehmen werden, wenn das Gegentheil nicht ausdrücklich geſagt wird, ſo iſt einleuchtend, daß wenn wir zwiſchen das Auge und dieſes Bild ein Rhomboid von isländiſchem Kalkſpath bringen, ſo entſtehen zwei Bilder, die deſto mehr von einander getrennt ſind, je dicker das Rhomboid iſt; allein der Zwiſchenraum bleibt verhältnißmäßig immer nur klein. Der einzelne leuchtende Punkt iſt jetzt in zwei andere zerlegt, die einander ſehr nahe liegen, und welche den Geſetzen der Polariſation zufolge in das Auge Strahlen ſchicken, die in entgegengeſetzten Ebenen polariſirt ſind. Bei dieſer Einrichtung der Dinge findet aber die Bedingung der nahen Gleichheit der Wege nicht ſtatt; denn der gewöhnliche und ungewöhnliche Strahl verfolgen verſchiedene Bahnen innerhalb des Kryſtalls mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten, ſo daß ein Unterſchied in der Anzahl der Undulationen entſteht, der hinreichend iſt, allen durch die Erzeugung der gefärbten Franzen entſtehenden Anſchein von Interferenzen aufzuheben. Um dieſe Schwierigkeit zu überwinden, ſägte Fresnel ein Rhomboid von isländiſchem Kalkſpath aus einander, deſſen beide Hälften dann in der Nähe der Trennungslinie nothwendigerweiſe gleiche Dicke haben mußten. Dieſe Hälften legte er auf einander, indem er nur die eine um 90° drehte, ſo daß ihre Hauptdurchſchnitte ſenkrecht auf einander lagen. In dieſem Zuſtande wird ein in der Nähe der Trennungsebene auffallender Strahl bei dem endlichen Heraustreten nicht in vier, ſondern bloß in zwei Strahlen zerlegt (§. 879), indem der in der erſten Hälfte gewöhnlich gebrochene Strahl in der zweiten eine ungewöhnliche Brechung erleidet, und umgekehrt. Die beiden Strahlen haben daher in dem zweiten Durchgang ihre Geſchwindigkeiten und Richtungen vertauſcht, und

Digitized by Google

ſie haben daher bei dem Heraustreten genau gleiche Wege mit gleichen Geſchwindigkeiten beſchrieben, ſo daß ſie nur rückſichtlich ihrer entgegengeſetzten Polariſation von einander verſchieden ſind. Wir haben alſo hier einen Fall, in welchem Strahlen von zwei an einander liegenden Punkten ausgehen, die ſonſt in jeder Rückſicht zur Interferenz fähig ſind. Allein wenn wir die farbigen Franzen ſuchen, die unter ſolchen Umſtänden hervorgebracht werden ſollten (und die in natürlichem Licht geſehen werden, §. 735 und §. 736), ſo finden wir keine. Ihre Abweſenheit muß daher durch den entgegengeſetzten Zuſtand der Polariſation der zuſammentreffenden Strahlen hervorgebracht werden.

955. Arago wendete, um dieſen Verſuch anzuſtellen, eine andere Methode an, die von der doppelten Brechung unabhängig iſt. Zwei feine Oeffnungen wurden in eine dünne Kupferplatte gemacht, durch welche Strahlen aus dem gemeinſchaftlichen Urſprung hindurchgingen, und Franzen bilden, wenn ſie auf die §. 709 angegebene Art mit einem Ocularglaſe betrachtet wurden. Er verfertigte nun zwei Säulen von ſehr dünnen Glimmerblättchen, oder ſehr dünnen Blättchen von geblaſenem Glaſe, an der Zahl funfzehn, und theilte dann dieſe zuſammengeſetzte Platte, ſo daß die Hälften in der Nähe der Theilungslinie nothwendig gleiche Dicke haben mußten. Wurden dieſe Säulen unter einem Winkel von 30° einem Strahl ausgeſetzt, ſo wurde ſein hindurchgegangener Theil faſt vollſtändig polariſirt. Die Säulen wurden dann vor die Oeffnungen ſo geſetzt, daß ſie die Strahlen vom leuchtenden Punkt genau unter dieſem Winkel auffingen und durchließen. Außerdem waren ſie ſo eingerichtet, daß die Einfallsebene und daher auch die Polariſationsebene geändert werden konnte, indem man ſie entweder bloß herumdrehte, ohne ihre Neigung gegen den Strahl zu ändern, oder indem man den Strahl durch eine andere Stelle gehen ließ. Man fand, daß wenn beide Säulen ſo ſtanden, daß ſie die Strahlen in parallelen Ebenen polariſirten, z. B. wenn beide abwärts geneigt, oder wenn die eine aufwärts, die andere abwärts geneigt war, ſo bildeten ſich die Franzen eben ſo, als wenn keine Säulen da waren; wurde aber die eine Säule um den einfallenden Strahl als Axe um 90° gedreht, und ſo geſtellt, daß die durchgehenden Strahlen unter rechten Winkeln gegen einander polariſirt wurden, ſo verſchwanden die Franzen völlig, auch konnten ſie nicht wieder zum Vorſchein gebracht werden, wenn man die Säule etwas

mehr oder weniger gegen den einfallenden Strahl in der Einfallsebene neigte, wodurch man nach und nach die Länge des Weges des Strahls innerhalb der Säule ändern konnte, ohne die Polariſation zu ändern, und auf dieſe Art jede kleine Ungleichheit in der Dicke aufgehoben werden konnte. In den dazwiſchen befindlichen Lagen erſchienen die Franzen, aber immer um ſo lebhafter, je mehr ſich die Polariſationsebenen dem genauern Parallelismus näherten, wo ſie ihr Maximum erhielten, und bei jeder Viertelsumdrehung der einen Platte, während die andere in Ruhe blieb, völlig verſchwanden.

956. Eine ſorgfältig bearbeitete Turmalinplatte mit völlig parallelen Oberflächen, welche man dann theilt, würde eben ſo gut als die durchſichtigen Säulen zur Polariſation dienen; allein der Turmalin muß von ſehr gleichförmiger Textur ſeyn, was man ſelten findet; dann iſt aber der Verſuch ſehr leicht und völlig befriedigend. Die eine Hälfte des Turmalin wird über der Oeffnung befeſtigt, während die andere auf dieſer in ihrer eigenen Ebene beweglich iſt. Dreht man dann den beweglichen Turmalin, ſo zeigen ſich dieſelben Erſcheinungen, als bei der ſchiefen Säule im letztern Verſuch.

957. Ein noch einfacherer und eben ſo entſcheidender Verſuch iſt folgender von Fresnel angeſtellter. Er ſetzte vor die Kupferplatte (die wie die vorige zwei ſchmale Oeffnungen neben einander hatte) ein einzelnes dünnes Blättchen von ſchwefelſaurem Kalk. Da dieſer Körper die doppelt brechende Kraft beſitzt, ſo wird jeder Strahl in zwei getheilt, einen gewöhnlichen und einen ungewöhnlichen, welche, je nachdem ſie von der Oeffnung rechter Hand oder linker Hand ausgehen, wir durch Ro, Re und Lo, Le bezeichnen wollen. Gebraucht man hierzu gewöhnliches Licht, ſo haben dieſe Strahlen gleiche Intenſität, aber die mit e bezeichneten haben eine Polariſation, die der mit o bezeichneten entgegengeſetzt iſt. Wir können dann vier Combinationen machen. 1) Ro kann mit Lo zuſammentreffen; 2) Re mit Le; 3) Ro mit Le; 4) Re mit Lo. Von dieſen ſind Ro und Lo gleichmäßig polariſirt, und ſie haben gleiche Wege mit gleichen Geſchwindigkeiten beſchrieben, folglich wenn man annimmt, daß ſie im Stande ſind Interferenzen hervorzubringen, ſo erzeugen ſie eine Reihe von Franzen, die genau der Mitte beider Oeffnungen, oder der Axe des Apparats entſpricht. Daſſelbe gilt von Re und Le. Dieſe beiden Reihen decken alſo einander und erſcheinen als eine einzige von doppel-

ter Intenſität. Nun kann Ro mit Lo verbunden werden, allein da dieſe beiden Strahlen den Kryſtall in verſchiedenen Richtungen und mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten durchlaufen haben, ſo werden die Theile jedes Strahls, die ſich in der Axe treffen, um zu viel Undulationen verſchieden ſeyn, als daß ſie Farben hervorbringen könnten, und bringen die Strahlen Interferenzen hervor, ſo wird der Ort der Franzen mehr nach der Seite zu verſchoben ſeyn, wo der Strahl die größte Geſchwindigkeit hat (§. 737), und zwar um ſo mehr, je dicker der Kryſtall iſt, ſo daß wenn man denſelben von der gehörigen Dicke nimmt, dieſe Reihe von Franzen ganz aus der Mitte geſchoben, und unabhängig von der andern Reihe geſehen werden kann. Auf ähnliche Weiſe kann der Strahl Re mit Lo zuſammentreffen, und eine andere Reihe Franzen geben; da aber der Strahl, welcher in der vorigen Verbindung der ſchnellere war, jetzt der langſamere iſt, ſo liegt dieſe Reihe auf der andern Seite der mittlern Reihe, und man ſollte daher drei Reihen ſehen, eine hellere in der Mitte, und auf jeder Seite eine ſchwächere. Allein man ſieht nur eine, nämlich die mittlere. Folglich bringt die Verbindung der Strahlen Ro und Le, oder Lo und Re, die entgegengeſetzt polariſirt ſind, keine Franzen hervor, d. h. ſie treffen nicht zuſammen.

958. Allein wenn wir das Blättchen aus einander ſchneiden, und die eine Hälfte um einen Quadranten in ihrer eigenen Ebene herumdrehen, ſo werden dann dieſe Strahlen auf dieſelbe Polariſation reducirt, und die Strahlen Ro und Lo, Re und Le, welche vorher die centralen Franzen hervorbrachten, befinden ſich jetzt in entgegengeſetzter Polariſation; man findet dem gemäß, daß die centralen Franzen verſchwunden ſind, und zwei Seitenreihen von Ro und Le, Re und Lo gebildet werden. Drehen wir dann das Blättchen langſam herum, ſo verſchwinden dieſe nach und nach, während die centralen wieder erſcheinen und heller werden, und ſo wechſelsweiſe. Dieß giebt einen überzeugenden Beweis von der Wahrheit des zweiten der angegebenen Geſetze.

959. Der Verſuch, welchen Arago und Fresnel zur Unterſtützung des dritten Geſetzes angegeben haben, iſt folgender: Man nimmt die Einrichtung der §§. 955 und 956 wieder vor, ſtellt die Säulen oder Turmaline ſo, daß ſie die beiden Strahlen entgegengeſetzt polariſiren, und bringt dann ein doppelt brechendes Prisma zwiſchen das Auge und die Kupferplatte, ſo daß der Hauptdurchſchnitt

Digitized by Google

deſſelben gegen jede Polariſationsebene der zuſammentreffenden Strahlen um 45° geneigt iſt. Jeder Strahl theilt ſich dann in zwei andere von gleicher Intenſität, die in zwei auf einander ſenkrecht ſtehenden Ebenen polariſirt ſind, von denen die eine der Hauptdurchſchnitt ſelbſt iſt. Wir ſollten daher erwarten, daß zwei Syſteme von Franzen ſichtbar würden, von denen das eine durch die Verbindung Ro und Lo, das andere durch die Verbindung Re und Le hervorgebracht wird, man ſieht aber keine Franzen. Der Verſuch kann dadurch abgeändert werden, daß man für das doppelt brechende Prisma einen Turmalin oder eine Säule nimmt, deren Hauptdurchſchnitt ein Azimuth von 45° hat. Dieſe reducirt alle durchgehenden Strahlen auf dieſelbe Polariſation, und doch ſieht man keine Franzen, folglich findet keine Interferenz ſtatt. Rückſichtlich dieſes dritten Geſetzes iſt jedoch zu bemerken, daß es einer genauern Unterſuchung bedarf, indem, wenn es in ſeiner völligen Ausdehnung angenommen wird, durch daſſelbe die Fundamentalſätze der Lehre von den Interferenzen umgeworfen zu werden ſcheinen.

960. In der angeführten Abhandlung iſt folgender Verſuch zum Beweis des vierten und fünften Geſetzes angegeben. Ein Blättchen von ſchwefelſaurem Kalk wird ſenkrecht einem polariſirten Strahl ausgeſetzt, der von einem kleinen Punkt ausgeht, und unmittelbar dahinter ſteht eine Meſſingplatte, die mit zwei ſehr nahe bei einander liegenden kleinen Oeffnungen verſehen iſt. Der Hauptdurchſchnitt des Blättchens muß einen Winkel von 45° mit der urſprünglichen Polariſationsebene bilden. Aus jeder der Oeffnungen (die rechter Hand R, die linker Hand L) wird dann ein Strahl hervortreten, der aus zwei gleichen Strahlen zuſammengeſetzt iſt, Ro und Re, und Lo und Le, welche entgegengeſetzte Polariſation haben, indem ihre Polariſationsebenen Winkel von + 45° und — 45° mit der Ebene der primitiven Polariſation machen, die wir vertical annehmen. Unter dieſen Umſtänden wird ein Rhomboid von isländiſchem Kalkſpath zwiſchen die Oeffnungen geſtellt, und ein Ocularglas angewendet, um die Franzen zu betrachten. Der Hauptdurchſchnitt des Rhomboids muß vertical ſtehen, d. h. mit dem des Blättchens einen Winkel von 45° bilden. Jeder der vier erwähnten Strahlen wird dann in zwei gleiche, einen gewöhnlichen und einen ungewöhnlichen, getrennt, ſo daß im Ganzen die acht Strahlen

Roo,

Roo, Reo; Loo, Leo;

Roe, Ree; Loe, Lee;

Dieſe Strahlen werden mit dem Ocularglaſe aufgefangen und in das Auge gebracht. Wir wollen nun ihre Bahnen und verſchiedenen Polariſationszuſtände unterſuchen.

961. Die Strahlen Ro und Re ſind parallel, nachdem ſie das Blättchen verlaſſen haben, und vermöge der geringen Dicke deſſelben können ſie als ſich gegenſeitig deckend angeſehen werden, indem ſie nicht unterſchieden werden können; allein ſie haben innerhalb des Blättchens verſchiedene Wege mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten beſchrieben, ſo daß ſie bei ihrem Heraustreten um eine Phaſe verſchieden ſeyn werden, die dem der Dicke des Blättchens proportionalen Verzögerungsraum gleich iſt, und die wir d nennen wollen, ſo daß wenn x die Phaſe des Strahls Ro iſt, x + d die des Strahls Re ſeyn wird. Daſſelbe gilt von Lo und Le. Außerdem iſt das eine Paar Strahlen gegen das andere entgegengeſetzt polariſirt, nämlich in Ebenen, die + 45° und — 45° mit der Verticalen machen. Dieß können wir auf einmal folgendermaßen darſtellen.

Strahl.	Phaſe.	Polariſat. Eb.
Ro	x	+ 45°
Re	x + d	— 45°
Lo	x	+ 45°
Le	x + d	— 45°

962. Die Theile, in welchen dieſe Strahlen wieder durch das Rhomboid zerlegt werden, verfolgen bei ihrem Durchgange durch daſſelbe wieder verſchiedene Wege, und haben verſchiedene Geſchwindigkeiten; allein alle, welche gewöhnlich gebrochen werden, haben eine gemeinſchaftliche Richtung und Geſchwindigkeit, ſo wie auch die ungewöhnlich gebrochenen; folglich entſteht zwiſchen den hier hervorgebrachten gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahlen ein Unterſchied der Phaſen, den wir δ nennen wollen, ſo daß wenn x die Phaſe eines gewöhnlichen Strahls iſt, ſo wird x + δ die des entſprechenden ungewöhnlichen. Ihre Polariſationsebenen ſind entgegengeſetzt und machen die Winkel 0° und 90° mit der Verticalen. Die Zuſtände laſſen ſich ſo darſtellen:

A.

Strahl.	Phaſe.	Polariſat. Eb.
Roo	x	0°

Reo	$x + d$	0°
Loo	x	0°
Leo	$x + d$	0°

B.

Roe	$x + d$	90°
Ree	$x + d + \delta$	90°
Loe	$x + \delta$	90°
Lee	$x + d + \delta$	90°

963. Dieſe acht Strahlen haben gleiche Intenſität, und alle die in der erſten Reihe (A) enthaltenen treffen das Geſichtsfeld an einer Stelle, während die mit B bezeichneten (wegen der Dicke des Rhomboids, die wir als bedeutend anſehen, ſo daß eine merkliche und ſogar ſtarke Trennung des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls entſteht) eine andere treffen, die von der der erſtern um einen Raum entfernt iſt, der in einem gewiſſen Verhältniß zur Dicke des Rhomboids ſteht, und den wir ſo beträchtlich annehmen wollen, daß ſich die etwa durch B hervorgebrachten Franzen nicht mit den durch A erzeugten vermiſchen. Wir wollen daher die Strahlen A beſonders betrachten, und zuſehen, was für Interferenzen ſtattfinden können. Roo mag ſich mit Loo verbinden, und da der Unterſchied der Phaſen Null iſt, ſo treffen ſie in der Axe des Apparats zuſammen, und da ihre Polariſationsebenen zuſammenfallen, ſo iſt keine Urſache vorhanden, aus welcher in demjenigen Punkte, wo ſie ſich treffen, keine Franzen entſtehen ſollten. Daſſelbe gilt von der Verbindung Reo und Leo, folglich decken ſich in der Axe zwei Reihen von Franzen, die eine einzige von doppelter Helligkeit bilden.

964. Ferner kann Roo mit Leo zuſammentreffen; da aber eine conſtante Differenz d der Phaſen zu Gunſten des letztern vorhanden iſt, ſo liegen die durch das Zuſammentreffen hervorgebrachten Franzen von der Axe links um einen Raum entfernt, der der Dicke des ſchwefelſauren Kalks proportional iſt, und ſie laſſen ſich beſonders ſehen. Eben ſo beſtimmt das Zuſammentreffen der Strahlen Reo, Loo die Erzeugung einer andern Reihe von Seitenfranzen; da aber die Differenz der Phaſen d zu Gunſten des rechts liegenden Strahls iſt, ſo wird dieſes Syſtem eben ſo weit rechts von der Axe liegen, als das erſtere ſich links befand.

965. Es ſollten daher in dem gewöhnlichen Bilde drei Franzenreihen erſcheinen, und in dem ungewöhnlichen eben ſo viel. Dieß

Digitized by Google

iſt auch wirklich der Fall, und die Erſcheinungen zeigen ſich völlig auf die hier beſchriebene Art. Es iſt aber einleuchtend, daß die Strahlen, welche die Seitenfranzen bilden, grade diejenigen ſind, welche, indem ſie den ſchwefelſauren Kalk verließen, entgegengeſetzte Polariſation beſaßen, allein nachher durch die Wirkung des Rhomboids auf gleiche Polariſation gebracht wurden.

966. Nehmen wir ſtatt eines Rhomboids von merklicher doppelter Brechung ein Blättchen ſchwefelſauren Kalk oder Bergkryſtall, welches ſo dünn iſt, daß es keine ſichtbare Trennung der Strahlen hervorbringt, ſo decken die aus den Strahlen B entſtehenden Franzen diejenigen, welche aus den Strahlen A erzeugt werden, und wir ſollten daher erwarten, ſtatt ſechs Reihen nur drei zu ſehen, von denen die mittlere die hellſte iſt. Allein man ſieht nur eine, indem die an der Seite liegenden völlig verſchwinden. Dieſes merkwürdige Reſultat beweist, daß die Farben, welche aus dem Zuſammentreffen der durch das Rhomboid gewöhnlich gebrochenen Strahlen entſtehen, zu denjenigen, welche aus den ungewöhnlich gebrochenen entſtehen, complementär ſind, und daß wir annehmen müſſen, es werde eine halbe Undulation verloren oder gewonnen, indem wir von einer Franzenreihe zur andern übergehen, grade wie bei den Erſcheinungen der von dünnen Blättchen zurückgeworfenen oder durchgelaſſenen Farben.

967. Eine der wichtigſten Folgen dieſer Geſetze beſteht darin, daß ſie das mangelnde Glied in der Kette, welche die Undulationstheorie mit den Farben der kryſtalliſirten Blättchen, wie ſie in dem letzten Abſchnitt beſchrieben ſind, verbindet, erſetzt. Es wurde ſchon von Dr. Young bemerkt, daß der Durchgang des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten durch das kryſtalliſirte Blättchen denjenigen Unterſchied der phyſiſchen Beſchaffenheit der heraustretenden Strahlen hervorzubringen, der ſie in den Stand ſetzt, Farben zu erzeugen; allein es blieb eine Schwierigkeit zu beſeitigen übrig, nicht etwa zu erklären, warum unter gewiſſen Umſtänden Farben entſtehen, ſondern warum nicht unter allen Umſtänden Farben erzeugt werden, kurz, welchen Antheil die Polariſation des einfallenden und die Zerlegung des heraustretenden Lichts an der Hervorbringung der Erſcheinungen hat.

968. Um die Natur dieſer Schwierigkeit deutlicher einzuſehen, denke man ſich, daß eine von einem entfernten ſtrahlenden Punkte

Digitized by Google

ausgehende Welle auf ein ſehr dünnes kryſtalliſirtes Blättchen falle. Sie trennt ſich in zwei, von denen jede das Blättchen in verſchiedener Richtung und mit beſonderer Geſchwindigkeit durchläuft, und die zuletzt der anfänglichen Richtung parallel wieder austreten. Die einfallende Welle iſt daher nach ihrem Heraustreten in zwei parallele zerlegt, allein ſie ſind von einander um den Verzögerungsraum getrennt. Die hinterſte derſelben ſollte nun dem Geſetz der Interferenzen gemäß mit einer Welle desjenigen Syſtems, zu welchem die vorderſte gehört, zuſammentreffen, und man ſollte daher periodiſche Farben erblicken, wenn man nur den Himmel durch ein ſolches Blättchen ohne weitern Apparat anſehe. Warum ſieht man keine? Hierauf giebt das von Arago und Fresnel entdeckte Geſetz eine genügende Antwort; die beiden Wellenſyſteme, in welche die urſprünglich einfallende Welle zerlegt wird, ſind entgegengeſetzt polariſirt, und ſind daher unfähig mit einander zuſammenzutreffen, obgleich alle übrigen Bedingungen erfüllt werden.

969. Um einzuſehen, wie die Farben der polariſirten Ringe durch die Interferenz hervorgebracht werden, wollen wir den einfachſten Fall nehmen, wo ein polariſirter Strahl AB (Fig. 194) auf irgend ein dünnes kryſtalliſirtes Blättchen B fällt, deſſen Hauptdurchſchnitt gegen die urſprüngliche Polariſationsebene um 45° geneigt iſt. Es ſey A das Syſtem der Wellen, welches den einfallenden Strahl ausmacht, dann trennt ſich daſſelbe bei ſeinem Durchgange durch das kryſtalliſirte Blättchen in zwei Syſteme O und E von gleichen Intenſitäten, welche in Ebenen polariſirt werden, die mit der urſprünglichen Polariſationsebene Winkel von + 45° und — 45° machen, und von denen das eine um einige wenige Undulationen hinter dem andern hergeht, ſo daß ſie zuſammentreffen, wie in der Figur dargeſtellt iſt, und die parallelen Strahlen CF und DG ausmachen. Man fange dieſelben mit einem doppelt brechenden Prisma FGHL auf, deſſen Hauptdurchſchnitt in der Ebene der urſprünglichen Polariſation liegt, oder 45° gegen den Hauptdurchſchnitt des Blättchens geneigt iſt. Dann wird jeder der einfallenden Strahlen wieder getheilt; CF in HM und IP, DG in KN und LQ, alle von gleicher Intenſität. Von dieſen ſind HM und KN, IP und LQ einander nach dem Heraustreten parallel. Nun werden die Wellenſyſteme O und E, die einander in einem beſtimmten Raum d folgen, in den gebrochenen Strahlen dieſelbe Entfernung

beibehalten, ſo daß jeder der Strahlen HMKN, IPLQ aus einem doppelten Wellenſyſtem Oe und Ee, Oo und Eo beſteht. Das erſte Paar folgt einander in der Entfernung d, und das letztere in der Entfernung d + einer halben Undulation (wegen der bewieſenen Thatſache, daß beim Uebergange vom gewöhnlichen zum ungewöhnlichen Syſtem eine halbe Undulation zugegeben werden muß, §. 966). Da nun jedes Paar von Strahlen ähnliche Polariſation beſitzt, nämlich die gewöhnlich gebrochenen Oo und Eo in der Ebene des Hauptdurchſchnitts des Priſma, und die ungewöhnlich gebrochenen Oe und Ee in einer darauf ſenkrecht ſtehenden Ebene, ſo iſt keine Urſache vorhanden, warum die Interferenz nicht ſtattfinden ſollte, und es müſſen daher complementäre Farben in den herausfahrenden Strahlen entſtehen, die den Verzögerungsräumen d und $d + \frac{\lambda}{2}$ entſprechen, welches auch wirklich geſchieht.

970. Man nehme nun einen andern Strahl AB an, der auf B fällt, aber in einer Ebene polariſirt iſt, welche auf der bei letztern angenommenen ſenkrecht ſteht. Dieſer erleidet dieſelben Trennungen als der vorige. Allein die Verzögerungsräume ſind verſchieden; denn da ſich ſeine Polariſationsebene, wenn er auf B fällt, jetzt auf die gewöhnliche Brechungsebene bezieht, ſo wie die des andern Strahls auf die ungewöhnliche, und umgekehrt, ſo muß ein Unterſchied von einer halben Undulation in der relativen Lage der beiden Wellenſyſteme unabhängig vom Verzögerungsraum innerhalb des Blättchens zugegeben werden, ſo daß wenn d der Verzögerungsraum im erſtern Fall iſt, der Unterſchied jetzt $d - \frac{1}{2}\lambda$ beträgt, und nachdem ſie durch das Priſma gegangen ſind, haben wir für die Verzögerungsräume der beiden binären Strahlen $d - \frac{1}{2}\lambda$ und d, während ſie vorher d und $d + \frac{1}{2}\lambda$ waren. Folglich wechſeln beide Strahlen die Farben, wenn die Polariſation des einfallenden Lichts um einen Quadranten geändert wird, und dieß ſtimmt auch mit der Beobachtung überein. Sollte dieſe Schlußfolge nicht genug überzeugend ſcheinen, ſo kann man den Leſer auf §. 983 und 984 verweiſen.

971. Endlich ſey das einfallende Licht nicht polariſirt. Dieſer Fall, wie wir §. 851 geſehen haben, iſt derſelbe mit demjenigen,

Digitized by Google

wo ein Strahl aus zwei gleichen, aber entgegengeſetzten polariſirten Strahlen beſteht, und daher iſt in jedem Strahl die primäre und die complementäre Farbe zugleich vorhanden; da ſie von gleicher Intenſität ſind, ſo neutraliſiren ſie einander, und der heraustretende Strahl iſt weiß, und jeder beſitzt die halbe Intenſität des einfallenden Strahls. Dieß iſt die Urſache, warum wir keine Farben ſehen, wenn das urſprünglich einfallende Licht nicht polariſirt iſt.

972. Wir ſehen hieraus, daß die Theorie der Interferenzen mit den obigen Grundſätzen verbunden, eine Erklärung der Farben kryſtalliſirter Blättchen giebt, die von der der mobilen Polariſation ganz verſchieden iſt. Die einzige Schwierigkeit ſie auf alle Fälle anzuwenden, liegt in der Beſtimmung, welcher von beiden heraustretenden Strahlen ſo angeſehen werden muß, als ob ſein Verzögerungsraum um eine halbe Undulation vermehrt würde. Fresnel giebt für dieſen wichtigen Gegenſtand folgende Regeln. (Annales de Chimie. Vol. XVII.) *) Das Bild, deſſen Farbe genau dem Unterſchied der Wege entſpricht, iſt dasjenige, in welchem die Polariſationsebenen der Strahlen, nachdem ſie von einander getrennt waren, durch entgegengeſetzte Bewegungen zuſammengebracht werden, während auf der andern Seite diejenigen Strahlen, deren Polariſationsebenen zur Coincidenz durch eine Fortſetzung derſelben Bewegung gebracht werden, durch welche ſie getrennt wurden, vermittelſt ihrer Vereinigung das complementäre Bild geben. Um dieß beſſer zu verſtehen, ſey OC (Fig. 195) die auf die Ebene des Papiers projicirte urſprüngliche Polariſationsebene, auf welcher der Strahl ſenkrecht ſteht, CO der Hauptdurchſchnitt des kryſtalliſirten Blättchens, CS der Hauptdurchſchnitt des doppelt brechenden Prisma; dann wird der in der Ebene PP′ polariſirte Strahl, nachdem er das Blättchen durchlaufen hat, in zwei getheilt, den einen O, welcher in der Ebene CO, den andern E, der in der darauf ſenkrechten Ebene CE polariſirt iſt. Nun kann CO immer ſo angenommen werden, daß der Winkel, den ſie mit CP bildet, nicht größer als ein rechter Winkel iſt, und

*) Dieſe Abhandlung wurde dem Inſtitut den 7 October 1816 vorgeleſen. Ein Supplement erſchien den 19 Januar 1818. Arago's Bericht wurde den 4 Junius 1821 vorgetragen. Während jeder Optiker mit Ungeduld ihr Erſcheinen ſeit ſieben Jahren erwartet hat, liegt ſie immer noch im Manuſcript, und iſt nur durch einige magere Notizen aus einem periodiſchen Journal bekannt.

Digitized by Google

CE ſo, daß CP zwiſchen CE und CO liegt, ſo daß die Ebene CP ſich gleichſam wie der Einband eines Buchs in CO und CE auf jeder Seite öffnet. Man kann ferner CS immer ſo anſehen, ab ob ſie mit CO einen Winkel macht, der nicht größer als ein rechter iſt, und der Strahl O ſich durch die Brechung im Prisma in zwei Oo, Oe zerlegt, ſo kann ſeine Polariſationsebene CO ſo betrachtet werden, als ob ſie ſich in zwei auf einander ſenkrechte CS und CT entfaltete, welche CO einſchließen. Auf gleiche Art zerlegt ſich der Strahl E in die beiden Eo, Ee, und ſeine Polariſationsebene CE entfaltet ſich in die beiden CS′, CT′, die in dem Fall der Fig. 195 (a) CE zwiſchen ſich haben, und im Fall der Fig. 195 (b) in die beiden CS′, CE; im erſtern Fall iſt CT′ eine Verlängerung von CT, im letztern CS′ eine Verlängerung von CS. Die Strahlen Oo und Eo, welche dann den gewöhnlichen Strahl ausmachen, ſind im Fall der Figur 195 (a) durch entgegengeſetzte Bewegungen in eine Polariſationsebene CS gebracht worden, wie die Pfeile anzeigen, während die ungewöhnlichen Oe, Ee durch Bewegungen, die nach einer Richtung gehen, in eine und dieſelbe Polariſationsebene gebracht wurden. Das Umgekehrte findet bei Fig. 195 (b) ſtatt. Im Fall der Figur (a) entſpricht daher die Farbe des gewöhnlichen Strahls Oo + Eo genau dem Unterſchied der Wege, und die des ungewöhnlichen derſelben Differenz + einer halben Undulation, während in Figur (b) das Entgegengeſetzte ſtattfindet. Dieſe Regel iſt empiriſch, d. h. ein bloßes Reſultat der Beobachtung. Es iſt einleuchtend, daß der Grundſatz der Erhaltung der lebendigen Kräfte hierbei ſowohl, als bei den Farben der nichtkryſtalliſirten Blättchen verlangt, daß die beiden Bilder complementär ſeyn müſſen, und daß daher von einem Strahl eine halbe Undulation gewonnen oder verloren werden muß, allein welcher von beiden dieſe Modification erleidet, können wir a priori nicht beſtimmen.

973. Iſt dieß jedoch einmal beſtimmt, ſo findet keine Schwierigkeit ſtatt, die Formeln für die Intenſität und andere Umſtände in den Erſcheinungen anzugeben, wenn das Azimuth des kryſtalliſirten Blättchens beliebig, und nicht wie bisher bloß auf 45° beſchränkt iſt. Die analytiſchen Ausdrücke für die Intenſität der Strahlen müſſen wir für den folgenden Abſchnitt aufſparen.

§. IX. Von der Anwendung der Undulationstheorie auf die Erklärungen der Erſcheinungen des polariſirten Lichts und der doppelten Brechung.

974. Die Phänomene der doppelten Brechung und der Polariſation, wie ſie Huygens anſtellte, wurden von Newton und ſeinen Nachfolgern als unüberwindliche Einwürfe gegen die Undulationstheorie angeſehen, in ſo fern als es ihnen unmöglich war einzuſehen, wie eine Undulation verſchiedene Beziehungen gegen verſchiedene Richtungen im Raume oder Seiten haben könne, da ein elaſtiſches Mittel nach allen Seiten gleich ſtark drückt. Newton ſagt: Sind nicht alle Hypotheſen irrig, bei denen man annimmt, daß das Licht in einem Druck oder einer Bewegung beſteht, die durch ein flüſſiges Mittel fortgepflanzt wird? .... Denn Preſſungen und Bewegungen, die von einem leuchtenden Körper durch ein gleichförmiges Mittel fortgepflanzt werden, müſſen nach allen Seiten gleich ſeyn, während es doch das Anſehen hat, als ob die Lichttheilchen an ihren verſchiedenen Seiten verſchiedene Eigenſchaften beſäßen......... Mir kommt dieß unerklärlich vor, wenn das Licht nichts Anderes iſt als ein bloßer Druck oder eine Bewegung, die durch den Aether fortgepflanzt wird. (Opticks. III. Buch. 28.) Ferner ſagt er in der 29ſten Aufgabe: Sind nicht die Lichtſtrahlen ſehr kleine, von den leuchtenden Subſtanzen ausgeworfene Körper?..... Die ungewöhnliche Brechung des isländiſchen Kryſtalls hat ſehr das Anſehen, als ob ſie durch anziehende Kräfte hervorgebracht würde, die in gewiſſen Seiten der Kryſtalle ſowohl als der Lichttheilchen liegen. Ich will hiermit nicht ſagen, daß dieſe Anziehung magnetiſch ſey. Sie ſcheint von anderer Art zu ſeyn. Ich ſage nur, wie ſie auch beſchaffen ſeyn mag, es iſt ſchwer einzuſehen, wie Lichtſtrahlen, wenn ſie keine Körper ſind, eine permanente Kraft in zwei ihrer Seiten beſitzen können, die nicht in den andern Seiten ebenfalls befindlich iſt, und dieß zwar ohne weitere Hinſicht auf ihre Lage, als bloß rückſichtlich des Mittels, durch welches ſie gehen.

975. Obgleich wir von der innern Beſchaffenheit elaſtiſcher Mittel, oder von der Art und Weiſe, auf welche die an einander liegenden Theilchen derſelben mit einander verbunden ſind und ſich gegenſeitig in Bewegung ſetzen, keine Kenntniß haben, ſo iſt doch ſo viel gewiß, daß die Art und die Geſetze der Fortpflanzung der Be-

Digitized by Google

wegung durch dieſelben vermittelſt der Schwingungen ſehr weſentlich von der Art dieſer Verbindung abhängen muß. Die einzigen Analogien, die uns bei der Unterſuchung dieſer Geſetze leiten können, ſind die der Fortpflanzung des Schalls durch Waſſer und Luft, und der Erſchütterungen durch feſte Körper, wie bei geſpannten Saiten oder Flächen; die Schwierigkeit dieſes Gegenſtandes iſt ſelbſt unter dem rein mathematiſchen Geſichtspunkt ſo groß, daß wir genöthigt ſind, zu dieſen Analogien unſere Zuflucht zu nehmen, und indem wir bei dem jetzigen Zuſtande der Wiſſenſchaft ganz die Hoffnung fahren laſſen müſſen, den Gegenſtand unter analytiſche Formeln zu bringen, uns bloß damit begnügen, aus der Erfahrung zu ſchöpfen, welche Modificationen die beſondere Beſchaffenheit der ſchwingenden Körper in der Art der Fortpflanzung der Bewegung durch dieſelben hervorbringen kann. Wird der Schall durch Luft oder Waſſer fortgepflanzt, wo man wenigſtens annehmen kann, daß die Theilchen keine weitere Verbindung unter einander haben als die, daß ſie mit gleicher Leichtigkeit bewegt werden können, und in ihre Stellen mit gleichen elaſtiſchen Kräften zurückgetrieben werden, nach welcher Richtung ſie auch verrückt worden ſind, und bei denen außerdem (wenigſtens theoretiſch) zugegeben werden muß, daß die Bewegung eines Theilchens eine gleichmäßige Neigung hat, die anliegenden in Bewegung zu ſetzen, nach welcher Richtung dieſe auch gegen das erſte liegen mögen, ſo iſt es ſehr ſchwer zu begreifen, daß die Bewegung eines Theilchens an der Oberfläche einer Welle, in einiger Entfernung von dem Mittelpunkte, aus welchem der Schall ausgeht, auf andere Weiſe als in der Richtung des Radius, oder ſenkrecht auf die Oberfläche der Welle geſchehen kann, ſo daß in dieſem Fall die Bewegung der ſchwingenden Theilchen mit der Richtung der Schallſtrahlen zuſammenfallen muß, und es iſt daher keine Urſache vorhanden, aus welcher dieſe Strahlen verſchiedene Relationen gegen die verſchiedenen Gegenden des Raumes haben ſollten; denn ſieht man den Strahl als eine Axe an, ſo haben alle Theile der Kugel um dieſelbe eine gleiche Beziehung gegen ſie.

976. Nehmen wir aber eine Verbindung ſolcher Art an, die möglicherweiſe durch anziehende und abſtoßende Kräfte, magnetiſche oder andere Polarität zwiſchen den Theilchen des ſchwingenden Mittels hervorgebracht wird, ſo verändert ſich die Sache. Es iſt dann nicht mehr nothwendig, daß die Bewegung jedes einzelnen Theilchens in der Richtung geſchieht, in welcher die allgemeine Welle fortſchrei-

Digitized by Google

tet, ſondern ſie kann irgend einen Winkel, ſogar einen rechten Winkel damit bilden. Ein ſehr gewöhnliches Beiſpiel einer ſolchen Fortpflanzung ſieht man an der Welle, welche an einem langen geſpannten Seile fortläuft, das an einem Ende geſchlagen, geſchüttelt, oder ſonſt aus der Lage des Gleichgewichts gebracht wird. Die Richtung der Welle liegt in der Länge des Seils, und die der Bewegung jedes einzelnen Theilchens in einer auf demſelben ſenkrechten Ebene. Grade dieſe Fortpflanzungsart nimmt Fresnel bei dem Licht an. Er ſetzt voraus, daß das Auge bloß von ſolchen Schwingungen der Aethertheilchen einen Eindruck erhält, die in Ebenen liegen, welche ſenkrecht auf der Richtung des Strahls ſtehen. Dieſer Lehre zufolge iſt ein polariſirter Strahl ein ſolcher, bei welchem die Schwingung immer in einer Ebene geſchieht, welches entweder durch eine regelmäßige Bewegung hervorgebracht wird, welche das Lichttheilchen urſprünglich erhielt, oder durch eine andere ſpätere Urſache, die auf die Welle ſelbſt wirkte und alle Schwingungsebenen auf gleiche Art verrückte. Ein nicht polariſirter Strahl iſt ein ſolcher, in welchem ſich die Schwingungsebene fortwährend ändert, oder wo die ſchwingenden Theilchen des leuchtenden Körpers immer die Ebene ihrer Bewegung ändern, und bei denen keine ſpätere Urſache die ſo im Aether erregten Schwingungen in zuſammenfallende Ebenen brachte.

977. Die Analogie mit einem geſpannten Seil (auf welche Dr. Young im Jahr 1818 bei der Betrachtung der optiſchen Eigenſchaften zweiaxiger Kryſtalle gekommen zu ſeyn ſcheint) leiſtet unſern Begriffen große Hülfe. Man nehme ein ſolches Seil von unbeſtimmter Länge an, das horizontal ausgeſpannt iſt, und indem es mit der Hand an dem einen Ende gehalten wird, werde daſſelbe ſenkrecht auf ſeiner Länge hin und her bewegt. Dann wird längs deſſelben eine Welle oder eine Reihe von Wellen fortgepflanzt, und jedes Theilchen wird nach Verlauf einer Zeit, die ſeiner Entfernung von der Hand proportional iſt, anfangen eine Curve zu beſchreiben, die der des einen Endes ähnlich iſt und auch ähnliche Lage hat. Wird die urſprüngliche Bewegung regelmäßig wiederholt und auf eine Ebene beſchränkt, ſo findet daſſelbe bei der Bewegung jedes Theilchens ſtatt, und das ganze Seil erhält die Geſtalt einer wellenförmigen Curve, die in einer Ebene liegt, ſo weit die Bewegung reichte. In dieſem Zuſtande ſtellt ſie einen polari-

ſirten Strahl vor. Wird das Ende derſelben aber immer in andern Ebenen bewegt, ſo daß die Schwingungsebene nach und nach alle möglichen Lagen annimmt, ſo wird, während jedes Theilchen der Bewegung des einen Endes folgt, die Curve aus Theilen beſtehen, die in allen möglichen Ebenen liegen, und da wegen der Fortpflanzung der Schwingung längs derſelben jeder Theil durch die Bewegung des andern geſtört wird, ſo laufen alle dieſe veränderlichen Schwingungen durch einen gegebenen Punkt, und befände ſich daſelbſt ein empfindendes Organ wie die Netzhaut, ſo würde der Eindruck dem ähnlich ſeyn, welchen das Auge durch einen nichtpolariſirten Lichtſtrahl erhält.

978. Man kann gegen dieſe Art, die Lichtſchwingungen anzuſehen, den Einwurf machen, daß die Theilchen des Aethers, wenn derſelbe eine ſolche Flüſſigkeit iſt, wie wir ſie bis jetzt betrachtet haben, nicht ſo angenommen werden können, als ob ſie kettenweiſe wie die Theile eines Seils mit einander verbunden wären, ſondern ſie müſſen getrennt und von einander unabhängig daſtehen. Es iſt aber für unſern Zweck hinreichend, einen ſolchen Grad von Adhäſion (wir wollen es nicht Zähigkeit nennen) anzunehmen, durch welches jedes Theilchen in den Stand geſetzt wird, nicht bloß diejenigen Theilchen, die in der Richtung ſeiner Bewegung liegen, vor ſich hin zu ſtoßen, ſondern auch die zunächſt an der Seite liegenden mit ſich fortzuziehen. Wir erkennen die Schwierigkeit dieſer Annahme, allein wenn Licht eine wirkliche Erſcheinung iſt, ſo können wir nicht erwarten, daß es ohne einen Mechanismus hervorgebracht werde, der ſeiner wundervollen Wirkung angemeſſen iſt. Wir legen den Flüſſigkeiten, die wir zur Erklärung der Erſcheinungen von Hitze, Elektricität, Magnetismus u. ſ. w. annehmen, ohne Weiteres Eigenſchaften bei, die unſern gewöhnlichen Begriffen von Flüſſigkeiten ganz entgegen ſind; warum ſollten wir nicht daſſelbe thun können, wenn wir die Lichterſcheinungen zu erklären haben. Es iſt wahr, daß die Eigenſchaften, die wir dem Aether beilegen, eher einem feſten als einem flüſſigen Körper zugehören, und durch dieſelben gleichſam die veraltete Lehre des Plenum wieder hervorgerufen wird. Allein wenn die Erſcheinungen dadurch erklärt, d. h. auf gleichförmige und allgemeine Grundſätze gebracht werden können, ſo ſehen wir nicht ein, warum nicht dieſe oder noch eine verwickeltere Theorie zugelaſſen werden kann, die man freilich nicht als eine

bewieſene Thatſache, aber doch als ihren Repräſentanten anſehen kann, bis die eigentliche Wahrheit entdeckt wird. Wir wollen daher ſehen, welche Erklärungen von den Erſcheinungen des polariſirten Lichts gegeben werden können, indem wir mit Fresnel als Forderungsſatz annehmen, daß die Schwingungen der Aethertheilchen, die das Licht ausmachen, in Ebenen geſchehen, welche ſenkrecht auf der Richtung der Bewegung des Strahls ſtehen.

979. Wir behandeln zuerſt die Interferenzen zweier polariſirter Strahlen, ſie mögen in einerlei oder in verſchiedenen Ebenen polariſirt ſeyn. Man muß in dieſer Lehre annehmen, daß die Polariſationsebene entweder die iſt, in welcher die Schwingungen geſchehen (d. h. diejenige Ebene, welche durch die Richtung des Strahls und diejenige Linie geht, welche das ſchwingende Theilchen bei ſeiner Ausweichung beſchreibt), oder eine andere beliebige darauf ſenkrecht ſtehende. Aus Urſachen, welche ſogleich angegeben werden ſollen, iſt das letztere vorzuziehen, allein für jetzt iſt es gleichgültig, welche wir annehmen. Im dritten Abſchnitt haben wir §. III weitläufig unterſucht, mit Rückſicht auf den vorliegenden Gegenſtand, welche Schwingungen durch die Zuſammenſetzung beliebig gegebener Schwingungen entſtehen, ſie mögen in derſelben oder in verſchiedenen Ebenen liegen, und es folgt aus den daſelbſt angegebenen rein mechaniſchen Grundſätzen, daß die Verbindung zweier Schwingungen in einerlei Ebene eine in derſelben Ebene liegende Schwingung hervorbringt, deren Intenſität alle Grade zwiſchen der Summe und der Differenz der beiden einzelnen Schwingungen dem Unterſchiede ihrer Phaſen gemäß annehmen kann. Ein jedes dieſer Syſteme von Schwingungen ſtellt nun einen polariſirten Strahl vor, ſo daß Strahlen, die in einer Ebene polariſirt ſind, dieſen Grundſätzen zufolge einander aufheben oder verſtärken ſollten, wie es auch wirklich ſtattfindet. Allein die Sache verhält ſich anders, wenn die Schwingungen in verſchiedenen Ebenen geſchehen, denn in dieſem Fall ſieht man, daß ſie ſich nicht bis zur Ruhe gegenſeitig aufheben können. Der allgemeine Fall, wo die Schwingungsebenen nicht zuſammenfallen, iſt §. 618 entwickelt, und aus §. 621 ergiebt ſich, daß wenn auch jede der einzelnen Schwingungen gradlinig iſt, die daraus entſtehende elliptiſch wird, ſo daß jedes Aethertheilchen fortwährende Umläufe in einer Richtung beſchreibt, und nie ganz in Ruhe kommen kann.

Digitized by Google

980. Wir ſehen hieraus, daß das Zuſammentreffen ähnlich polariſirter Strahlen und das Nichtzuſammentreffen unähnlich polariſirter Strahlen eine nothwendige Folge aus dieſer Hypotheſe iſt, und dieſe Erſcheinung brachte auch wirklich zuerſt die Idee derſelben hervor. Man kann dieſelbe ſehr einfach durch die Analogie mit einem geſpannten Seil erklären. Es werde ein ſolches Seil an dem einen Ende in regelmäßigen Zeiträumen in Schwingungen verſetzt, ſo bildet es eine in einer Ebene liegende wellenförmige Curve. Fügen wir zu dieſer Bewegung noch eine andere ähnliche hinzu, die aber genau um eine halbe Undulation ſpäter anfängt, ſo iſt einleuchtend, daß die Bewegung, welche jedes Theilchen vermöge des erſten Syſtems annehmen würde, in jedem Augenblick durch die rückgängige Bewegung, die ſie vermöge des zweiten Syſtems annehmen ſollte, aufgehoben wird, und daher bleibt jedes Theilchen ſowohl als das ganze Seil in Ruhe. Geſchieht aber das zweite Syſtem von Bewegungen in einer Ebene, die auf der erſten ſenkrecht ſteht, ſo erhält das Seil die Geſtalt einer Curve doppelter Krümmung, die im Allgemeinen eine elliptiſche Spirale iſt und in die gewöhnliche kreisförmige übergeht, wenn beide Schwingungen um den vierten Theil einer Schwingung oder 90° von einander verſchieden ſind. Man ſehe hierüber §. 627.

981. In dieſem Fall beſchreibt das Ende des Seils fortwährend einen Kreis, und dieſe Bewegung wird von jedem Theilchen in ſeiner ganzen Länge nachgeahmt. Man kann dieß leicht durch einen Verſuch vorſtellen, indem man das Ende eines geſpannten Seils mit der Hand kreisförmig dreht, wodurch das ganze Seil eine ſpiralförmige Geſtalt erhält, und jeder Theil deſſelben ſich genau wie das Ende dreht.

982. Die Erfahrung zeigt aber nicht bloß, daß zwei unter rechten Winkeln polariſirte gleiche Strahlen ſich nicht aufheben, ſondern daß außerdem, wie auch der Unterſchied ihres Urſprungs beſchaffen ſeyn mag, die Intenſität des zuſammengeſetzten Strahls völlig dieſelbe bleibt. Dieß iſt ebenfalls eine nothwendige Folgerung aus der Theorie der transverſalen Schwingungen. Um dieß zu zeigen, brauchen wir nur auf die Ausdrücke A, B, C in der Gleichung (7) §. 619 zurückzugehen, und zugleich die daſelbſt angewendeten Schlußfolgen und Bezeichnungsarten beizubehalten. Da die Intenſität des Eindrucks, den irgend ein Strahl im Auge hervorbringt, der lebendigen Kraft proportional iſt, ſo wird er durch die Summe der ver-

ſchiedenen lebendigen Kräfte in den drei auf einander ſenkrechten Richtungen, oder durch

$$AA + BB + CC$$

vorgeſtellt, d. h. durch

$$aa + bb + cc + a'a' + b'b' + c'c'$$
$$+ 2aa'.\cos(p-p')$$
$$+ 2bb'.\cos(q-q')$$
$$+ 2cc'.\cos(r-r')$$

Nehmen wir nun an, daß die Richtungen der Coordinaten x und y durch die des Strahls hindurchgehen, und die eine in der Polariſationsebene des einen Strahls, die andere in der des andern liegt, und daß z ſelbſt ſich in der Richtung des Strahls befindet, ſo haben wir

$$a' = o, \; b = o, \; c = o, \; c' = o;$$

und folglich wird obiger Ausdruck für die Intenſität

$$AA + BB + CC = aa + bb;$$

welcher von dem Unterſchiede der Phaſen $p-p'$, $q-q'$, $r-r'$ unabhängig iſt, und der Summe der Intenſitäten der einzelnen Strahlen gleich wird. Nebenbei können wir bemerken, daß man keine andere Schwingungsart als gerade dieſe erdenken kann, bei welcher die Amplituden c, c' der Schwingungen in der Richtung des Strahls verſchwinden und daſſelbe Reſultat hervorbringen. (Fresnel Considérations théoriques sur la Polarisation de la Lumière. Bulletin de la Société Philomathique, October 1824.)

983. Wir wollen nun zuſehen, was ſich dann ereignet, wenn ein in einer Ebene polariſirter Strahl in zwei andere zerlegt wird, die in irgend zwei andern ſenkrecht auf einander ſtehenden Ebenen polariſirt ſind, und dieſe wieder in zwei andere getheilt werden, deren Polariſationsebenen ebenfalls rechte Winkel bilden. Es ſey C (Fig. 195, a) die Projection des Weges eines Strahls auf eine Ebene, die ſenkrecht auf der Richtung des Weges ſteht (die Ebene des Papiers), und in welcher daher die Schwingungen des Theilchens C geſchehen. Es ſey PCP' die Schwingungslinie dieſes Theilchens, und daher der gemachten Annahme gemäß, ſenkrecht auf die urſprüngliche Polariſationsebene. Wird dieſer Strahl in zwei andere entgegengeſetzt polariſirte getheilt, ſo zerlegt ſich die Schwingung in zwei andere, die in Ebenen geſchehen, welche ſenkrecht auf einander ſtehen. Es ſeyen CO und CE die Projectionen dieſer Ebenen, die

Digitized by Google

daher mit den Polariſationsebenen der beiden neuen Strahlen rechte Winkel bilden. Man nehme an, daß in irgend einem Augenblick das Theilchen C des urſprünglichen Strahls ſich von C in der Richtung CP wegbewegt, ſo bringt dieſe Bewegung zwei andere Bewegungen hervor, eine von C nach O, die andere von C nach E. Zerlegt man jede dieſer Bewegungen wieder in zwei andere, in Ebenen, deren Projectionen SCS′, TCT′ ſind, die ſenkrecht auf einander ſtehen, ſo bringt die in der Richtung CO zwei Bewegungen hervor, eine nach CS, die andere nach CT, und auf der andern Seite bringt die nach der Richtung CE gehende eine nach CS, die andere nach CT′ (im Fall der Figur 195, a) hervor, welche der CT entgegengeſetzt iſt. Die in der Ebene SS′ zerlegten Bewegungen ſtimmen daher mit einander überein, aber die in der Ebene TT′ ſind einander entgegengeſetzt. Im Fall der Figur 195, b, findet das Gegentheil ſtatt. Der Einfachheit wegen wollen wir uns aber auf den erſten Fall beſchränken. Gehen wir nun von der Betrachtung der Vibrationen zu der der Strahlen über, ſo ſieht man, daß wir wirklich den in der Ebene PP′ urſprünglich polariſirten Strahl in zwei zerlegt haben, welche in Ebenen polariſirt ſind, die auf CO und CE ſenkrecht ſtehen, und dieſe endlich wieder in zwei, wovon der eine ſenkrecht auf SS′, der andere ſenkrecht auf TT′ polariſirt iſt. Die beiden ſenkrecht auf SS′ polariſirten Strahlen machen einen Strahl aus, ſo wie auch die ſenkrecht auf TT′ polariſirten; allein im erſten verſtärken die beiden Theile einander, im letztern ſuchen ſie ſich aufzuheben. Sehen wir daher die beiden erſten Theile ſo an, als ob ſie einen gemeinſchaftlichen Urſprung hätten, ſo müſſen wir die letztern ſo betrachten, als ob ſie um eine halbe Undulation verſchieden wären.

984. Bisher haben wir angenommen, daß die zweite Zerlegung der Strahlen in demſelben Punkte C des Weges der Strahlen, als die erſte ſtattfindet, allein dieß braucht nicht der Fall zu ſeyn, und man kann ſich verſchiedene Fälle vorſtellen; zuerſt können wir annehmen, daß die beiden Theile, in welche der Strahl zuerſt zerlegt wird, in derſelben Linie mit gleichen Geſchwindigkeiten fortgehen, und nachdem ſie irgend einen gegebenen Raum durchlaufen haben, in einem andern Punkte C′, deſſen Projection mit C zuſammenfallen wird, in die beiden Strahlen SS′, TT′ zerlegt werden. Es iſt einleuchtend, daß dieß im Reſultat keinen Unterſchied macht,

Digitized by Google

denn die Phaſen, in welchen jeder Strahl in C′ ankommt, ſind gleich, und nach der zweiten Zerlegung werden die in der Richtung SS′ übereinſtimmenden Schwingungen immer noch in derſelben Phaſe ſich befinden, und die in der Ebene TT′ einander entgegengeſetzten müſſen immer noch ſo betrachtet werden, als ob ſie in entgegengeſetzten Phaſen, d. h. als ob ſie um eine halbe Undulation verſchieden wären. Zweitens können wir annehmen, daß aus irgend einer Urſache die beiden zerlegten Strahlen nicht gleiche Geſchwindigkeit haben (wie in dem Fall, wo die Zerlegung durch doppelte Brechung geſchieht). Iſt in dieſem Fall i der Verzögerungsraum des einen Strahls gegen den andern, wenn ſie in C′ ankommen, ſo giebt i den Unterſchied der Phaſen beider Strahlen im Augenblick ihrer zweiten Zerlegung. Folglich iſt der Strahl, deſſen Schwingungen in SS′ geſchehen, die Summe, und derjenige, deſſen Schwingungen in TT′ geſchehen, der Unterſchied zweier Strahlen, von denen der eine in der Phaſe θ, der andere in der Phaſe $\theta + i$ ſich befindet, oder was daſſelbe iſt, der erſte iſt die Summe zweier Strahlen in den Phaſen θ, und $\theta + i$, der letzte die Summe zweier Strahlen in den Phaſen θ und $\theta + i + 180°$, ſo daß immer noch der Unterſchied einer halben Undulation angebracht werden muß. Wenden wir im Fall der Figur 195, b, dieſelben Schlüſſe an, ſo ergiebt ſich, daß derſelbe Unterſchied noch ſtattfindet, allein umgekehrt an dem Strahl, deſſen Schwingungen in CS geſchehen, angebracht werden muß.

985. Wir haben alſo hier die theoretiſche Urſache, aus welcher eine halbe Undulation zugegeben werden muß, wenn man die polariſirten Farben §. 966 erklären will, ſo wie auch den Grund der in §. 972 für ihre richtige Anwendung gegebene Regel. Wie willkürlich auch die dort angegebene Annahme ſcheinen mag, und wie ſonderbar es auch ſeyn mag, die Eigenſchaften eines Strahls in einem Punkte ſeines Weges von denen, die er in einem andern beſaß, abhängig zu machen, ſo ſehen wir doch, daß das Ganze eine directe und ſehr einfache Folge der gewöhnlichen elementaren Regeln für die Zuſammenſetzung und Zerlegung der Bewegungen iſt. Man kann hierbei bemerken, daß die Sache ſchon als gewiß anerkannt war, ehe die Theorie der transverſalen Schwingungen aufgeſtellt wurde, ſo daß dieſe Theorie das Verdienſt hat, eine Erklärung von dem-

Digitized by Google

demjenigen a priori zu geben, was anfangs den Anſchein einer bloß willkürlichen Hypotheſe hatte.

986. Um die Zerlegung eines Strahls in zwei andere zu begreifen, die in verſchiedenen Ebenen polariſirt ſind, kann man die vorher erwähnte Analogie mit einem geſpannten Seile zu Hülfe nehmen. Es ſey AB (Fig. 196) ein geſpanntes Seil, welches ſich in B in zwei andere BC, BD verzweigt, die bei B einen kleinen Winkel mit einander machen, und entweder gleiche oder ungleiche Spannung beſitzen. Die Ebene, in welcher die beiden Theile liegen, ſey horizontal, und man laſſe das Ende A des einfachen Seils in einer verticalen Ebene ſchwingen, oder man bringe wenigſtens die Schwingungen des Seils, ehe ſie in B anlangen, in eine verticale Ebene, vermittelſt eines kleinen verticalen Leiters IK, gegen welchen das Seil ſanft gedrückt iſt, und an dem daſſelbe ohne Reibung gleiten kann. Jenſeits des Trennungspunktes B, in einer ſolchen Entfernung, daß die Schwingungen des Theilchens B keinen merklichen Winkel bilden, ſtelle man zwei andere ſolcher leitenden Ebenen auf, die gegen den Horizont unter verſchiedenen Winkeln geneigt ſind, und auf einander ſenkrecht ſtehen. Nun erhalte B eine Ausweichung von ſeinem Ruhepunkte, ſo würde, wenn die Ebene EF mit IK parallel wäre, das Theilchen des Zweiges BC, welches an EF liegt, auf EF um einen Raum fortgleiten, der der ganzen Ausweichung von B gleich iſt; da dieſelbe aber um den Winkel θ gegen IK geneigt iſt, ſo wird bloß ein Theil der Bewegung von B erforderlich ſeyn, um dieſes Theilchen auf EF fortgleiten zu machen, und der übrige Theil der Bewegung wird das Seil über das Hinderniß biegen und gegen daſſelbe drücken; allein wegen der geringen Größe der Ausweichungen von B wird dieſe Beugung und der Widerſtand des Hinderniſſes, ſo wie der daraus erfolgende Verluſt von Kraft ſehr klein ſeyn, und kann vernachläſſigt werden. Da nun der Druck des Hinderniſſes das Seil von derjenigen Lage, die es ohne das Daſeyn eines Hinderniſſes angenommen haben würde, in einer Richtung entfernt, welche ſenkrecht auf ſeiner Oberfläche ſteht, ſo ſieht man leicht, daß die Größe der Ausweichung des anliegenden Theilchens auf der Ebene EF ſich zu der von B wie $\cos\theta$ zur Einheit verhalten muß, und nennt man daher a die Größe der Ausweichung von B, ſo iſt die des an EF liegenden Theilchens $= a.\cos\theta$, und daher beträgt auch

die Größe der Schwingung jedes folgenden Theilchens im Zweige BC eben ſo viel. Hier wird der Theil der Bewegung von B, welcher auf EF ſenkrecht ſteht, nicht zur Beugung des Seils BC über das Hinderniß verbraucht, ſondern bleibt in Thätigkeit, und wirkt auf den Zweig BD, indem es denſelben auf der Ebene GH fortgleiten macht, und die Amplitude der Ausweichungen des Theilchens, welches mit dieſer Ebene in Berührung ſteht, wird auf ähnliche Art durch a multiplicirt mit dem Coſinus des Neigungswinkels von GH gegen IK, d. h. durch $a . \cos(95° - \theta)$ oder durch $a . \sin\theta$ ausgedrückt. Die lebendige Kraft wird daher in jeder dieſer Ebenen durch $a^2 . \cos\theta^2$ und $a^2 . \sin\theta^2$ dargeſtellt, deren Summe gleich $a a$ iſt, welches die urſprüngliche lebendige Kraft ausmacht.

987. Zerlegen wir auf ähnliche Art die größte Geſchwindigkeit α des Aetherttheilchens C (Fig. 195), die es in der Richtung CP beſitzt, in zwei andere nach den Richtungen CO und CE, ſo erhalten wir $\alpha . \cos\theta$, $\alpha . \sin\theta$ für die einzelnen Geſchwindigkeiten, und da die Amplituden ſich unter übrigens gleichen Umſtänden wie die Geſchwindigkeiten verhalten (§. 610), ſo ſind die Amplituden der einzelnen Strahlen $\alpha . \cos\theta$ und $\alpha . \sin\theta$, und ihre Intenſitäten, die ſich wie die Quadrate der Amplituden verhalten, werden durch $\alpha^2 . \cos\theta^2$ und $\alpha^2 . \sin\theta^2$ ausgedrückt. Dieſes iſt daſſelbe Geſetz, welches Malus für die Intenſitäten der beiden Theile angab, in welche ein polariſirter Strahl durch die doppelte Brechung zerlegt wird, und wovon, wie wir ſahen, die Theorie der transverſalen Schwingungen eine einfache Erklärung a priori angiebt, und daſſelbe dadurch von einem bloß empiriſchen Geſetz zum Rang einer geſetzmäßigen theoretiſchen Folgerung erhebt.

988. Wir haben hierbei die Analogie mit einem geſpannten Seil nicht gebraucht. Was wir §. 986 gezeigt haben, iſt von der Spannung der Theile, in welche das Seil getrennt iſt, unabhängig, und bezieht ſich bloß auf die Amplituden der Schwingungen. Allein die Geſchwindigkeit, mit welcher die Wellen, wenn ſie einmal hervorgebracht ſind, auf jedem Zweige fortgepflanzt werden, hängt bloß von der Spannung ab, die für jeden ſehr verſchieden ſeyn kann; denn wie auch das Verhältniß der beiden in den Richtungen BC und BD angebrachten Kräfte beſchaffen ſeyn mag, ſo können ſie immer durch eine in B angebrachte Kraft im Gleichgewicht gehalten werden; folglich laufen die Wellen längs BC und

Digitized by Google

BD mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten fort. Nehmen wir auf ähnliche Weiſe an, daß vermöge der beſondern Beſchaffenheit der kryſtalliſirten Körper, und der Relation ihrer Theile zu dem in ihnen befindlichen Aether, die Aethertheilchen in einer Ebene leichter verrückt werden können, als in einer andern, oder mit andern Worten, daß er in verſchiedenen Richtungen verſchiedene Elaſticität beſitzt, ſo werden die von den getrennten Theilen der Strahlen angenommenen Polariſationsebenen die Elaſticität und daher auch die Geſchwindigkeit ihrer Fortpflanzung beſtimmen. Wir haben nun in einem frühern Abſchnitt gezeigt, daß die Beugung eines Strahls an den Gränzen eines Mittels weſentlich von dem Verhältniß der Geſchwindigkeiten innerhalb und außerhalb des Mittels abhängt, und zwar vermittelſt der analytiſchen Ausdrücke, die aus dem Grundſatz der ſchnellſten Fortpflanzung abgeleitet ſind. Ein Unterſchied in der Geſchwindigkeit bringt alſo nothwendig einen verſchiedenen Weg hervor, und daher findet die Theilung oder die doppelte Brechung eines auf ein kryſtalliſirtes Mittel fallenden Strahles in der Theorie keine Schwierigkeit mehr, vorausgeſetzt, daß wir eine paſſende Urſache für die Zerlegung ſeiner Schwingungen in zwei beſtimmten Ebenen bei ſeinem Eintritt in den Kryſtall auffinden können.

989. Wir wollen mit Fresnel (Annales de Chimie XVII. p. 179) den Fall eines einaxigen Kryſtalls vornehmen. Den darin befindlichen Aether, welcher durch die Mollecularkräfte des Kryſtalls modificirt wird, können wir als ein elaſtiſches Mittel betrachten, in welchem die Elaſticität in einer ſenkrecht auf der Axe ſtehenden Richtung von der in einer damit parallelen Richtung verſchieden iſt, d. h. in welchem ſich die Theilchen nach der einen Richtung leichter als nach der andern zuſammendrücken laſſen. Um unſerer Einbildungskraft bei der Vorſtellung einer ſolchen Eigenſchaft zu Hülfe zu kommen, können wir ein gleichförmig elaſtiſches Mittel ſo betrachten, als ob es aus dünnen, hohlen, elaſtiſchen, ſich berührenden Kugelſchalen beſtünde, und ein ſolches elaſtiſches Mittel, wie hierbei angenommen wird, als aus ähnlichen verlängerten oder abgeplatteten Ellipſoiden beſtehend, deren Axen alle einerlei Richtung haben, und zwar der Axe des Kryſtalls parallel ſind. *) Es

*) Huygens ſelbſt kam auf die Idee von ſphäroidiſchen Molleculen im isländiſchen Kalkſpath, um dadurch die durch denſelben fortgepflanz-

Digitized by Google

iſt einleuchtend, daß der Widerſtand der Kugeln gegen den Druck nach allen Richtungen derſelbe iſt, allein der der Sphäroide muß verſchieden ſeyn, jenachdem er ſenkrecht auf die Axe oder parallel mit derſelben angebracht wird. So kann man ein Ei leicht durch einen Druck zerbrechen, der in der Richtung des kleinern Durchmeſſers angebracht wird, während es an den Enden des größern einen viel ſtärkern Druck aushält. Außerdem ſieht man, daß wenn eins dieſer Sphäroide in Schwingungen verſetzt wird, deren Amplitude gegen den Durchmeſſer derſelben nur klein iſt, die Bewegung nur zwei anliegenden Schichten der Molleculen mitgetheilt wird, nämlich denjenigen, die dem Aequator und der Axe des Sphäroids parallel liegen, weil die Molleculen ſich bloß in dieſen Stellen berühren. Es kann daher eine Bewegung, die einem Theilchen einer ſolchen Maſſe mitgetheilt wird, bloß durch die Schwingungen fortgepflanzt werden, die in Ebenen liegen, welche parallel mit der Axe und ſenkrecht auf derſelben ſind. Wird daher eine ſchwingende Bewegung in einer beliebigen Ebene einer ſolchen Maſſe von Außen mitgetheilt, ſo wird dieſe Bewegung ſogleich in zwei zerlegt, die ſich in den erwähnten Ebenen befinden, und dieſe werden wegen der verſchiedenen Elaſticität mit verſchiedener Geſchwindigkeit fortgepflanzt.

990. Man darf nicht glauben, daß dieſe Annahme eine wirkliche Erklärung der Beſchaffenheit kryſtalliſirter Körper ſeyn ſoll. Es ſoll nur gezeigt werden, daß die Annahme einer ſolchen Structur nicht den mechaniſchen Grundſätzen widerſpricht, durch welche die Schwingungen bloß nach zwei Richtungen parallel mit und ſenkrecht auf der Axe fortgepflanzt werden. Nimmt man daher an, daß ſich die Sache auf dieſe Weiſe verhält, ſo zerlegen ſich die

ten ſphäroidiſchen Undulationen zu erklären; (Op. Reliq. tom. I. Tractatus de Lumine, citirt von Wollaſton Phil. Trans. CIII. p. 58); und der genannte ausgezeichnete Naturforſcher hat in der Bakerianiſchen Vorleſung für das Jahr 1813 ſehr ſcharfſinnig gezeigt, wie ſolche Molleculen verbunden werden müſſen, um Kryſtalle zu bilden, die die primitive Form von ſpitzen und ſtumpfen Rhomboiden haben. Es iſt wahr, daß hierbei viel Hypotheſen ſtattfinden, und man muß auch bemerken, daß die kryſtallographiſche Beſchaffenheit abgeplattete Sphäroide verlangt, wo im Text verlängerte angewendet werden, und umgekehrt. Man könnte leicht hypotheſiſche Wirkungsarten aufſtellen, durch welche dieſe Formen im Nothfall umgedreht werden.

Digitized by Google

Schwingungen der auf einen ſolchen Kryſtall fallenden Strahlen in zwei, die in den angegebenen Ebenen liegen, und da ſie mit verſchiedener Geſchwindigkeit fortgepflanzt werden, ſo befolgen die ſo entſtehenden Strahlen verſchiedene Wege, wenn ſie durch die Brechung gebogen werden. Wir wollen zuerſt denjenigen betrachten, deſſen Schwingungen in Ebenen geſchehen, die ſenkrecht auf der Axe ſind. Da der Kryſtall rückſichtlich der Axe ſymmetriſch, und nach allen darauf ſenkrechten Richtungen gleich elaſtiſch iſt, ſo wird die Geſchwindigkeit der Fortpflanzung dieſes Theils nach allen Richtungen dieſelbe ſeyn. Sein Brechungsverhältniß iſt daher conſtant, und die Brechung dieſes Theils befolgt das gewöhnliche Geſetz. Da außerdem ſeine Polariſationsebene auf der, in welcher die Schwingungen geſchehen, ſenkrecht ſteht, ſo geht ſie nothwendig durch die Axe, in welcher Rückſicht er auch mit dem gewöhnlichen Strahl in Uebereinſtimmung ſteht, wie die Beobachtung wirklich zeigt.

991. Der ungewöhnliche Strahl entſteht aus dem andern Theil der urſprünglichen Schwingung, die in einer Ebene parallel mit der Axe geſchieht. Vermöge des Grundſatzes der transverſalen Schwingungen geſchieht dieſelbe in einer Ebene, die ſenkrecht auf dem Strahl ſteht. Nehmen wir daher eine Ebene an, die durch den ungewöhnlichen Strahl und die Axe geht, ſo ſchneidet dieſelbe eine auf dem Strahl ſenkrecht ſtehende Ebene in einer graden Linie, die die Richtung der ſchwingenden Bewegung angiebt. Dieſe Richtung iſt daher gegen die Axe unter einem Winkel geneigt, der dem Complement desjenigen gleich iſt, welchen der ungewöhnliche Strahl mit der letztern Linie bildet, und iſt daher der ungewöhnliche Strahl mit der Axe parallel, ſo iſt die Richtung der Schwingung darauf ſenkrecht, und umgekehrt. Im erſtern Fall iſt die Kraft der Elaſticität, welche der Verrückung des Theilchens widerſteht, dieſelbe als bei dem gewöhnlichen Strahl; die Geſchwindigkeiten beider Strahlen ſind daher gleich, ihre Richtungen fallen zuſammen, und längs der Axe findet keine Trennung ſtatt. Im letztern Fall iſt die Elaſticität diejenige, welche mit der Axe parallel ſtattfindet, und daher von der erſtern am ſtärkſten unterſchieden iſt. Hier iſt alſo der Unterſchied der Geſchwindigkeiten und der Richtungen ein Maximum. In den dazwiſchen liegenden Lagen des ungewöhnlichen Strahls iſt auch die Elaſticität eine mittlere; folglich muß daſſelbe für die Geſchwindigkeit und doppelte Brechung ſtattfinden. Wir

Digitized by Google

ſehen hierdurch, daß dieſer Lehre zufolge der Unterſchied der Geſchwindigkeiten und die daraus folgende Trennung der Strahlen in der Axe Null wird, und ſo lange wächst, bis der ungewöhnliche Strahl darauf ſenkrecht ſteht; dieß ſtimmt mit der Erfahrung überein. Da endlich die Polariſationsebene des ungewöhnlichen Strahls ſenkrecht auf der Schwingungseeene ſteht, ſo muß ſie auch mit einer durch die Axe und den Strahl gehenden Ebene rechte Winkel bilden; auch dieß iſt mit den Beobachtungen übereinſtimmend.

992. Fresnels Theorie giebt daher, wie wir ſehen, wenigſtens eine annehmbare Erklärung der Erſcheinungen der doppelten Brechung bei einaxigen Kryſtallen, und wenn wir das tiefe Geheimniß berückſichtigen, welches bei jeder andern Hypotheſe dieſen Gegenſtand verhüllt, ſo müſſen wir zugeben, daß hierdurch ein großer und wichtiger Schritt geſchehen iſt. Allein dieſelben Grundſätze laſſen ſich auch mit den gehörigen Modificationen auf zweiaxige Kryſtalle anwenden, und ſie leiten uns zu Schlüſſen, welche, obgleich ſie mit allen früher angenommenen, die ſich auf unvollkommene Analogie und unzureichende Verſuche gründeten, widerſprechend ſind, doch ſeitdem durch genaue und ſorgfältige Verſuche als richtig befunden wurden, und ſo ein neues Feld für die optiſchen Unterſuchungen eröffnet haben. Man kann für eine Hypotheſe nichts Günſtigeres ſagen, als daß ſie uns in den Stand ſetzt, die Reſultate der Beobachtungen vorauszuſehen, und Thatſachen vorauszuſagen, die vorgefaßten Meinungen, welche ſich auf mißlungene oder unvollkommene Erfahrungen gründen, zuwider ſind.

993. Ehe wir aber hierauf eingehen, müſſen wir zeigen, wie die Erſcheinung, auf welche die Theorie der mobilen Polariſation gegründet iſt, ſich durch die Theorie der transverſalen Schwingungen erklären läßt. Sobald ein polariſirter Strahl in den Kryſtall eindringt, nimmt dieſer Theorie zufolge derſelbe abwechſelnd zwei Polariſationsebenen in den Azimuthen 0° und 2i ein, wo i die Neigung des Hauptdurchſchnitts gegen die urſprüngliche Polariſationsebene iſt: die angenommene Ebene befindet ſich im Azimuth 0°, wenn die durchlaufene Dicke ſo beſchaffen iſt, daß der Verzögerungsraum zwiſchen dem gewöhnlichen und dem ungewöhnlichen Strahl Null oder eine grade Anzahl halber Undulationen beträgt, und im Azimuth 2i, wenn derſelbe eine ungrade Anzahl halber

Digitized by Google

Undulationen ausmacht. Wir wollen annehmen, daß ein im Azimuth Null polariſirter Strahl ſenkrecht auf ein kryſtalliſirtes Blättchen fällt, deſſen Hauptdurchſchnitt das Azimuth i hat, ſo zerlegt er ſich in zwei andere, deren Schwingungen im Hauptdurchſchnitt und ſenkrecht darauf geſchehen. Bezeichnen wir daher die Amplitude der urſprünglichen Schwingungen durch die Einheit, ſo ſind die beiden zerlegten Schwingungen den Größen sin i und cos i gleich. Iſt nun zuerſt die Dicke des Blättchens ſo beſchaffen, daß der Verzögerungsraum einer Anzahl von Undulationen gleich wird, ſo treten die Strahlen aus dem Blättchen in vollkommener Uebereinſtimmung aus, und da ſie parallel ſind, ſo laufen beide Wellenſyſteme zuſammen fort. Da ſie jedoch in entgegengeſetzten Ebenen polariſirt ſind, ſo heben ſie einander weder auf, noch bringen ſie einen Strahl hervor, der ihrer Summe gleich iſt, ſondern der hieraus ſich ergebende Strahl muß wie §. 623 beſtimmt werden. Wir haben hier nämlich den Fall von gradlinigen Schwingungen, die in vollkommener Uebereinſtimmung ſind, gegebene Amplituden haben und einen gegebenen Winkel von 90° mit einander bilden, ſo daß das dort erhaltene Reſultat ſich unmittelbar auf dieſen Fall anwenden läßt; die zuſammengeſetzte Schwingung wird erſtlich gradlinig ſeyn, ſo daß der zuſammengeſetzte Strahl ganz in einer Ebene polariſirt erſcheint, und zweitens iſt die Amplitude derſelben die Diagonale eines Parallelogramms, deſſen Seiten die Amplituden der zuſammengeſetzten Schwingungen ſind. Folglich iſt dieſelbe mit derjenigen identiſch, durch deren Zerlegung dieſe hervorgebracht wurde, und daher wird der austretende zuſammengeſetzte Strahl ſowohl rückſichtlich der Polariſation als der Intenſität den urſprünglich einfallenden ganz gleich ſeyn.

994. Beträgt der Unterſchied der Wege innerhalb eines Kryſtalls genau ein ungrades Vielfaches einer halben Undulation, ſo ſind die Wellen bei ihrem Heraustreten aus der hintern Fläche in vollkommenem Gegenſatze. Ihre Reſultante kann jedoch immer noch durch die gewöhnliche Regel beſtimmt werden, wenn man den einen Strahl als negativ betrachtet, d. h. als wenn er ſeine Schwingungen in entgegengeſetzter Richtung vollbrächte. Denn es bewegen ſich bei dem Eintritt des Strahls das Theilchen C in der Richtung CP (Fig. 197) mit der Geſchwindigkeit CP, ſo werden die in den Ebenen CO und CE zerlegten Geſchwindigkeiten der Größe und der Richtung nach durch CO und CE dargeſtellt. Da aber

Digitized by Google

bei dem Heraustreten die Schwingungen in der Richtung CE eine halbe Undulation gegen die in der Richtung CO gewonnen oder verloren haben; ſtellt daher CO die Größe und Richtung der Bewegung des Theilchens C in dieſer Ebene vor, ſo giebt CE′, welches CE gleich und entgegengeſetzt iſt, ſeine Bewegung in der andern Ebene, und dieſe mit CO verbunden, giebt nicht die urſprüngliche Bewegung CP, wie vorhin, ſondern CQ, welche mit CO auf der andern Seite denſelben Winkel bildet. Der zuſammengeſetzte Strahl wird daher, ſtatt in der Ebene des einfallenden polariſirt zu ſeyn (d. h. ſenkrecht auf CP) in einer Ebene polariſirt werden, die ſenkrecht auf CQ ſteht, und mit CO einen Winkel $PCQ = 2PCO = 2i$ macht.

995. Beträgt der Unterſchied der Wege weder ein genaues Vielfaches der ganzen noch der halben Undulationen, ſo ſind die Schwingungen des zuſammengeſetzten Strahls nicht mehr gradlinig (§. 621), ſondern elliptiſch; in dem beſondern Fall, daß ſie um eine ungrade Anzahl von Viertelundulationen verſchieden ſind, wird die Schwingung kreisförmig. In dieſem Fall erſcheint der heraustretende Strahl, da er ſeine Schwingungsebene immer ändert, völlig depolariſirt, ſo daß er durch das Prisma, in allen Lagen deſſelben vermöge der doppelten Brechung zwei gleiche Bilder giebt.

996. Dieſe verſchiedenen Folgerungen kann man durch einen von Arago angegebenen Verſuch ſehr deutlich machen. Es falle ein polariſirter Strahl, der von einem einzelnen ſtrahlenden Punkt ausgeht, auf ein doppeltes Rhomboid von isländiſchem Kalkſpath, welches aus zwei Hälften eines und deſſelben Rhomboids beſteht, die ſo über einander gelegt ſind, daß ihre Hauptdurchſchnitte rechte Winkel bilden. Dann werden die heraustretenden Strahlen ſo erſcheinen, als ob ſie von zwei einander naheliegenden Punkten herkämen, und in entgegengeſetzten Ebenen polariſirt wären. Man fange die beiden Strahlenkegel mit einem mattgeſchliffenen Glaſe, oder im Brennpunkt eines Ocularglaſes auf, ſo daß das Glas auf Einmal von beiden erleuchtet wird, und da ſie entgegengeſetzt polariſirt ſind, ſo geben ſie keine farbigen Erſcheinungen, ſondern bloß eine gleichförmige Erleuchtung; das auf einen ſehr kleinen Raum fallende Licht halte man durch eine Metallplatte auf, die eine kleine Oeffnung hat, ſo daß man den Zuſtand der Polariſation des auf dieſen Punkt fallenden zuſammengeſetzten Strahls unabhän-

Digitized by Google

gig vom übrigen Lichte unterſuchen kann. Zerlegt man dann das Licht durch einen Turmalin oder ein doppelt brechendes Prisma, ſo wird man ſehen, daß wenn die Stelle von beiden ſtrahlenden Punkten um einerlei Anzahl von Undulationen entfernt iſt, der Strahl die Erſcheinung eines in einer Ebene vollkommen polariſirten Strahls zeigt, obgleich er wirklich aus zwei entgegengeſetzt polariſirten Strahlen beſteht (wie man leicht dadurch beweiſen kann, daß man den einen aufhält und den andern beſonders unterſucht); dieſe Ebene iſt aber keine von denen der einzelnen Strahlen, ſondern die urſprüngliche Polariſationsebene des einfallenden Lichts. Verrücken wir die Platte dann etwas von ihrer vorigen Lage vermittelſt einer feinen Schraube, ſo ſcheint der Strahl ſeine Polariſation nach und nach zu verlieren, und zeigt zuletzt gar keine mehr; bei fortgeſetzter Verrückung der Platte fängt er wieder an polariſirt zu ſeyn, bis er die vollkommene Polariſation erhält, allein die Polariſationsebene iſt nicht dieſelbe als vorher, ſondern ſie bildet mit der urſprünglichen Polariſationsebene einen Winkel, der doppelt ſo groß iſt als derjenige, welchen dieſe mit dem Hauptdurchſchnitt des erſten Rhomboids macht. Dieſe Erſcheinungen wechſeln immer ab. Wir haben alſo hier die ſonderbare Erſcheinung, daß zwei in ſenkrecht auf einander ſtehenden Ebenen polariſirte Strahlen bei ihrem Zuſammentreffen einen Strahl bilden, der entweder in einer der beiden Ebenen völlig oder gar nicht polariſirt iſt, jenachdem der Unterſchied der Wege der Strahlen vor der Vereinigung beſchaffen iſt.

997. Im Jahr 1821 übergab Fresnel der Akademie der Wiſſenſchaften zu Paris eine Abhandlung, die die allgemeine Anwendung des Princips der transverſalen Schwingungen auf die doppelte Brechung und Polariſation in zweiaxigen Kryſtallen enthielt, und im November deſſelben Jahres vorgeleſen wurde. Eine kurze Anzeige von ungefähr ſechs Seiten über die in dieſer Abhandlung angegebenen Verſuche wurde von der Committee, die die Akademie zur Unterſuchung derſelben niederſetzte, in den Annales de Chimie vol. XX. p. 337 bekannt gemacht, und der baldmöglichſte Druck dieſer Abhandlung in den Mémoires des Savans étrangers empfohlen. Wir müſſen aber mit Bedauern bemerken, daß dieſer Empfehlung nicht gemäß gehandelt worden iſt, und daß dieſe wichtige Abhandlung zum Verdruß aller Gelehrten noch ungedruckt liegt, obgleich wir hoffen (da die Akademie rückſichtlich der Be-

Digitized by Google

kanntmachung der rückſtändigen Abhandlungen neuerdings ſo viel Thätigkeit gezeigt hat), daß dieß nicht mehr lange der Fall ſeyn wird. *) Ein Auszug jedoch, welchen der Verfaſſer ſelbſt in den Bulletin de la Société Philomathique 1822 einrücken ließ, und der in den Annales de Chimie 1825 wieder abgedruckt wurde, ſetzt uns in den Stand, eine freilich unvollkommene Darſtellung des Inhalts zu geben. Die Beweiſe der Fundamentalſätze wollen wir nach unſern Kräften beifügen, und uns durch den Tribut belohnt fühlen, den wir dem abgeſchiedenen Verdienſt dadurch zollen, daß wir den Leſer zum Erſtenmal von dieſen tiefen und intereſſanten Unterſuchungen in Kenntniß ſetzen. His saltem accumulem donis — et fungar inani munere. Denn eben jetzt, wo wir dieſe Entdeckungen erwähnen, iſt ihr Urheber durch einen frühzeitigen Tod der Wiſſenſchaft mitten in ſeiner glänzenden Laufbahn entriſſen worden, eben ſo wie ſein berühmter Zeitgenoſſe Fraunhofer, der ein frühes Opfer ſeiner ſchwachen Conſtitution wurde, die eine unangemeſſene Hülle für einen ſo kräftigen und thätigen Geiſt abgab.

998. Fresnel nimmt als Forderungsſatz an, daß verſchiedene elaſtiſche Kräfte der Verrückung eines Theilchens des ſchwingenden

---

*) Dieſer Aufſchub hat eine ſonderbare Folge gehabt, welche hinreichend zeigt, wie wenig Publicität ſelbſt die wichtigſten Arbeiten durch ſolche Notizen, wie im Text bemerkt ſind, erhalten. Im December 1826 gab die kaiſerliche Akademie der Wiſſenſchaften in Petersburg folgende Preisaufgabe für die Jahre 1827 und 1828: *Man ſoll das Undulationsſyſtem von allen Einwürfen befreien, die mit Recht gegen daſſelbe aufgeſtellt worden ſind, und es auf die Polariſation und doppelte Brechung anwenden.* In dem hierzu gehörigen Programm ſind Fresnels Unterſuchungen über dieſen Gegenſtand nicht erwähnt, obgleich ſeine Abhandlung über die Beugung angegeben wird, und man muß hieraus ſchließen, daß ſie der Akademie nicht bekannt waren. Grade einen Monat vor der Bekanntmachung dieſes Programms beſtimmte die königliche Geſellſchaft in London ihre Rumford'ſche Medaille Fresnel, wegen ſeiner Anwendung der Undulationstheorie auf die Erſcheinungen des polariſirten Lichts, und wegen ſeiner experimentalen Unterſuchungen und Entdeckungen in der phyſiſchen Optik. Es wird unſern Leſern gewiß angenehm ſeyn, zu erfahren, daß dieſe werthvolle Ehrenbezeigung ihn noch einige Tage vor ſeinem Tode traf.

Mittels in einem kryſtalliſirten Körper widerſtehen, jenachdem die Richtung beſchaffen iſt, in welcher dieſe Verrückung ſtattfindet (es mag nun dieſes Mittel der Aether oder der Kryſtall ſelbſt, oder vermöge einer gegenſeitigen Wirkung derſelben beide zugleich ſeyn). Man ſieht nun leicht ein, daß im Allgemeinen die Mittelkraft aller Mollecularkräfte, die auf ein verrücktes Theilchen wirken, nicht nothwendigerweiſe der Richtung ſeiner Verrückung parallel zu ſeyn braucht, wenn die partiellen Kräfte nicht ſymmetriſch gegen dieſe Richtung liegen; man kann aber den Satz folgendermaßen a priori beweiſen. Man nehme an, daß die drei Coordinaten x, y, z die partiellen Verrückungen irgend eines Theilchens M vorſtellen, ſo giebt $r = \sqrt{xx + yy + zz}$ die vollſtändige Verrückung, welche mit den Axen der x, y, z die Winkel α, β, γ machen ſoll, ſo daß $x = r . \cos\alpha$, $y = r . \cos\beta$, $z = r . \cos\gamma$ wird. Da wir nun in dieſer Theorie annehmen, daß die Verrückungen der Theilchen gegen ihre gegenſeitigen Entfernungen ſehr klein ſind, ſo iſt einleuchtend, daß wie auch das Geſetz der Mollecularaction beſchaffen ſeyn mag, die aus dieſer Verrückung entſtehende Kraft der linearen Länge der Verſchiebung ſelbſt porportional ſeyn muß, und daher die Form $r . \varphi$ haben wird, wo φ eine unbekannte Function der Winkel α, β, γ, oder ihrer Coſinus iſt. Da außerdem dieſe unendlich kleinen Verſchiebungen die Lage des Theilchens unter den übrigen nicht merklich ändern, ſo werden alle Kräfte nach der Verſchiebung noch eben ſo auf daſſelbe wirken als vorher. Die ganze Kraft, welche durch die gleichzeitigen Verrückungen x, y, z, oder die einzelne Verſchiebung r entſteht, muß daher den drei Kräften gleich ſeyn, welche unabhängig von einander durch die verſchiedenen partiellen Verſchiebungen x, y, z entſtehen. Die Kraft, welche durch die Verſchiebung x hervorgebracht wird, findet man aus $r . \varphi$, indem man $r = x$, und $\varphi = a$ ſetzt, wo a dieſelbe Function von 1, 0, 0 iſt, als φ von $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$; a iſt daher eine Conſtante, die bloß von der Lage der Axen der x, y, z gegen die Molleculen des Kryſtalls abhängt. Zerlegt man dieſe Kraft a x nach den drei Axen, ſo können die zerlegten Theile nur von der Form A x, A′ x, A″ x ſeyn, wo A, A′, A″ auf gleiche Weiſe bloß von der Lage der Coordinaten x, y, z gegen die Molleculen abhängen, und nicht von α, β, γ und von

$$A^2 + A'^2 + A''^2 = a^2.$$

Da daſſelbe von den partiellen Kräften gilt, die durch die Verrückungen y und z entſtehen, ſo ergiebt ſich, daß die ganze Kraft, die durch die Verrückung r hervorgebracht wird, die Mittelkraft der drei Kräfte

$$f = Ax + By + Cz,$$
$$f' = A'x + B'y + C'z,$$
$$f'' = A''x + B''y + C''z$$

ſeyn muß, die den Axen der x, y, z parallel liegen, wo die Coefficienten von α, β, γ unabhängig ſind, und in denen auf gleiche Art

$$B^2 + B'^2 + B''^2 = b^2$$
$$C^2 + C'^2 + C''^2 = c^2$$

iſt. Wir haben aber $x = r . \cos \alpha$, $y = r . \cos \beta$, $z = r . \cos \gamma$, ſo daß, wenn wir

$$f = r \{A . \cos \alpha + B . \cos \beta + C . \cos \gamma\}.$$
$$f' = r \{A' . \cos \alpha + B' . \cos \beta + C' . \cos \gamma\}.$$
$$f'' = r \{A'' . \cos \alpha + B'' . \cos \beta + C'' . \cos \gamma\}.$$

ſetzen, die Mittelkraft von f, f', f'' diejenige Kraft ſeyn wird, welche auf das Theilchen wirkt.

999. Von dieſen Kräften, die in der Richtung der Coordinaten wirken, kann jede in zwei zerlegt werden, eine in der Richtung der Verſchiebung r, und die andere ſenkrecht darauf, in den Ebenen r und x, r und y, r und z; die Summe der erſten Kräfte iſt

$$F = f . \cos \alpha + f' . \cos \beta + f'' . \cos \gamma,$$

welches die ganze Kraft iſt, die das verrückte Theilchen in die Lage des Gleichgewichts zu bringen ſucht. Die letztern ſind gleich $f . \sin \alpha$, $f' . \sin \beta$, $f'' . \sin \gamma$; allein da ſie nicht in einerlei Richtung, wenn auch in derſelben Ebene, wirken, ſo heben ſie einander nicht auf, ausgenommen wenn ſie zu einander in dem Verhältniß der Sinus der Winkel ſtehen, die ihre Richtungen mit einander bilden. Es iſt aber einleuchtend, da α, β, γ willkürlich ſind, daß dieſe Bedingung nicht allgemein ſtattfinden kann, weil ſie zwei Gleichungen giebt, die in Verbindung mit dieſer

$$\cos \alpha^2 + \cos \beta^2 + \cos \gamma^2 = 1$$

hinreichend ſind, die Winkel α, β, γ zu beſtimmen. Es folgt hieraus, daß **das verrückte Theilchen, einige beſondere Fälle ausgenommen, von den elaſtiſchen Kräften in einer Richtung getrieben wird, die mit der Richtung ſeiner Verrückung einen Winkel macht.**

Digitized by Google

1000. Fresnel giebt ferner folgenden Satz an: **Jedes elaſtiſche Mittel hat im Allgemeinen drei rechtwinkliche Axen, und wenn ein Theilchen in ihrer Richtung verrückt wird, ſo wirken die Kräfte auf daſſelbe in der Richtung ſeiner Verrückung.** Dieß iſt die ſo eben angeführte Ausnahme, und Fresnel giebt den Axen, welche dieſe Eigenſchaft beſitzen (und die er als die eigentlichen Axen des Kryſtalls anſieht), den Namen der **Axen der Elaſticität.**

Um dieſen Satz zu beweiſen, müſſen wir bemerken, daß wenn die Mittelkraft der drei rechtwinklichen Kräfte f, f′, f″ mit ihren drei Richtungen die Winkel α, β, γ bilden, und daher der Richtung nach mit r zuſammenfallen ſoll, ſo müſſen dieſelben zu einander im Verhältniß der Coſinus dieſer Winkel ſtehen, und wir erhalten daher folgende drei Gleichungen, die dieſe Bedingung ausdrücken.

$$\frac{f}{f'} = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}; \quad \frac{f}{f''} = \frac{\cos\alpha}{\cos\gamma}; \quad \frac{f'}{f''} = \frac{\cos\beta}{\cos\gamma};$$

Dieſe drei Gleichungen gelten eigentlich nur für zwei; allein wenn ſie mit der Geichung

$$\cos\alpha^2 + \cos\beta^2 + \cos\gamma^2 = 1$$

verbunden werden, ſo ſind ſie hinreichend um α, β, γ zu beſtimmen; ſetzen wir für die Coſinus dieſer Winkel u, v, w, ſo erhalten wir folgendes Syſtem von Gleichungen, dem jede Axe der Elaſticität Genüge leiſten muß.

$$(Au + Bv + Cw)\,v = (A'u + B'v + C'w)\,u$$
$$(Au + Bv + Cw)\,w = (A''u + B''v + C''w)\,u$$
$$(A'u + B'v + C'w)\,w = (A''u + B''v + C''w)\,v$$
$$u^2 + v^2 + w^2 = 1.$$

1001. Wir wollen annehmen, wir hätten aus dieſen Gleichungen die Lage einer Axe der Elaſticität abgeleitet, ſo folgt nothwendig, daß noch zwei andere vorhanden ſeyn müſſen, die auf dieſer ſowohl als auch unter einander ſenkrecht ſind. Um dieß zu beweiſen, müſſen wir die Verbindung zwiſchen den partiellen Kräften, die durch eine Verrückung des Theilchens M hervorgebracht werden, und der Molleculαranziehung oder Abſtoßung des Mittels betrachten. Es ſey φ die Wirkung irgend eines Theilchens dm auf M, die nach der Richtung ihrer Verbindungslinie ausgeübt wird, und eine Function ihres gegenſeitigen Abſtandes ρ iſt. Wird dann M um die will-

kürlichen Größen δx, δy, δz (die gegen die Entfernung ϱ unendlich klein ſind) in den Richtungen der drei Axen verſchoben, ſo haben wir

$$\delta\varphi = \left(\frac{x}{\varrho}\cdot\delta x + \frac{y}{\varrho}\cdot\delta y + \frac{z}{\varrho}\cdot dz\right)\cdot\frac{d\varphi}{d\varrho}$$

und ſetzen wir

$$\varphi' = \frac{d\varphi}{d\varrho},\ \frac{x}{\varrho} = \cos\lambda,\ \frac{y}{\varrho} = \cos\mu,\ \frac{z}{\varrho} = \cos\nu$$

ſo kommt

$$\delta\varphi = \varphi'\,\{\delta x\cdot\cos\lambda + \delta y\cdot\cos\mu + \delta z'\cdot\cos\nu\}.$$

Folglich da die Kraft des Theilchens dm nach den drei Axen zerlegt, durch

$$(\varphi + \delta\varphi)\cdot dm\cdot\frac{x}{\varrho}\quad,$$

$$(\varphi + \delta\varphi)\cdot dm\cdot\frac{y}{\varrho}\quad,$$

$$(\varphi + \delta\varphi)\cdot dm\cdot\frac{z}{\varrho}\quad,$$

ausgedrückt wird, ſo giebt die Summe dieſer Größen durch das ganze Mittel genommen die vollſtändige Wirkung auf M; allein wenn das Theilchen im Gleichgewicht iſt, ſo hat man

$$\int\varphi\cdot dm\cdot\frac{x}{\varrho} = 0\quad,$$

$$\int\varphi\cdot dm\cdot\frac{y}{\varrho} = 0\quad,$$

$$\int\varphi\cdot dm\cdot\frac{z}{\varrho} = 0\quad;$$

und daher iſt die Wirkung des ganzen Mittels auf dieſes Theilchen in ſeiner verſchobenen Lage, nach dieſen drei Richtungen

$$\int\frac{x}{\varrho}\cdot dm\cdot d\varphi\quad;$$

$$\int\frac{y}{\varrho}\cdot dm\cdot d\varphi\quad;$$

$$\int\frac{z}{\varrho}\cdot dm\cdot d\varphi\quad;$$

d. h. in der Richtung der Axe x,

$$\int\varphi'\,dm\,\{\delta x\cdot\cos\lambda^2 + \delta y\cdot\cos\mu^2 + \delta z\cdot\cos\nu^2\}\ ;$$

δx, δy, δz ſind die partiellen Verrückungen von M in den Richtungen dieſer Coordinaten, und daher dieſelben, welche wir §. 998 durch

x, y, z bezeichnet haben. Stellen wir dieſe Bezeichnungen wieder her, ſo ſehen wir, daß unter dieſer Annahme (welche die natürlichſte iſt, die wir rückſichtlich der Wirkung der Molecularkräfte aufſtellen können) die Coefficienten A, B, C keine andern als folgende ſind:

$$A = \int \varphi' . dm . \cos \lambda^2 \;,$$
$$B = \int \varphi' . dm . \cos \mu^2 \;,$$
$$C = \int \varphi' . dm . \cos \nu^2 \;,$$

und durch ähnliche Schlüſſe finden wir:

$$A' = \int \varphi' . dm . \cos \lambda . \cos \mu \;,$$
$$B' = \int \varphi' . dm . \cos \mu^2 \;,$$
$$C' = \int \varphi' . dm . \cos \mu . \cos \nu \;,$$
$$A'' = \int \varphi' . dm . \cos \lambda . \cos \nu \;,$$
$$B'' = \int \varphi' . dm . \cos \mu . \cos \nu \;,$$
$$C'' = \int \varphi' . dm . \cos \nu^2 \;;$$

es müſſen daher folgende Relationen nothwendigerweiſe zwiſchen dieſen Coefficienten ſtattfinden:

$$B = A',\; C = A'',\; C' = B''.$$

1002. Nachdem dieß vorausgeſchickt worden iſt, wollen wir annehmen, es ſey eine Axe der Elaſticität durch die vorhergehenden Gleichungen beſtimmt worden. Da die Lage der Axen der Coordinaten willkürlich iſt, ſo können wir vorausſetzen, daß die der x mit der ſo beſtimmten Axe zuſammenfalle; hierdurch wird $A' = A'' = o$, $B = o$, $C = o$, $B'' = C'$, weil die oben bewieſenen Relationen allgemein und unabhängig von einer beſondern Lage der Axen ſind. Die Gleichungen des §. 1000 werden dann

$$A u v = (B' v + C' w) u \;,$$
$$A u w = (B'' v + C'' w) u.$$
$$(B' v + C' w) w = (C' v + C'' w) v$$
$$u^2 + v^2 + w^2 = 1.$$

Setzen wir nun $u = o$ oder $\alpha = 90°$, ſo geſchieht den beiden erſten Gleichungen ohne weitere Relation zwiſchen v, w Genüge, ſo daß wenn wir dieſelben bloß aus den beiden letztern beſtimmen, dem ganzen Syſtem Genüge geſchieht. Dieſe geben ſogleich (da $u = o$ iſt)

$$w = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{4mm+1}}\right)}$$
$$v = -\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 \mp \frac{1}{\sqrt{4mm+1}}\right)}$$

Digitized by Google

wo $m = \frac{C'}{B' - C''}$ iſt. Da nun mm nothwendig poſitiv wird, ſo iſt auch $4mm + 1$ poſitiv und größer als 1, folglich $\frac{1}{\sqrt{4mm+1}}$ reell und kleiner als 1, folglich ſind vv, ww beide poſitiv und daher v und w reell und kleiner als die Einheit. Hieraus ergiebt ſich, daß nothwendig zwei Axen ſenkrecht auf der Axe der x vorhanden ſind, die den Bedingungen der Axen der Elaſticität entſprechen, und die entgegengeſetzten Zeichen von v und w zeigen an, daß ſie auf einander ſenkrecht ſtehen.

1003. Der Einfachheit wegen wollen wir in der Folge annehmen, daß die Richtungen der Coordinaten mit denen der Axen der Elaſticität zuſammenfallen, ſo daß

$$A = a,\ A' = A'' = o,$$
$$B' = b,\ B = B'' = o,$$
$$C'' = c,\ C' = C = o,$$

dann haben wir aus §. 998 für die partiellen Kräfte:

$$f = ax = ar.\cos\alpha.$$
$$f' = by = br.\cos\beta.$$
$$f'' = cz = cr.\cos\gamma.$$

und aus §. 999:

$$F = r\{a.\cos\alpha^2 + b.\cos\beta^2 + c.\cos\gamma^2\}$$

für die ganze Kraft, die das Theilchen M in der Richtung von r treibt, und wo

$$a = \int\varphi'.\cos\lambda^2.dm,$$
$$b = \int\varphi'.\cos\mu^2.dm,$$
$$c = \int\varphi'.\cos\nu^2.dm,$$

ſeyn muß.

1004. Fresnel nimmt hierauf eine Oberfläche an, die er die Oberfläche der Elaſticität nennt, und welche nach folgendem Geſetz conſtruirt wird: Auf jeder Axe der Elaſticität und auf jedem nach beliebiger Richtung gezogenen Radius nehme man eine Länge an, die der Quadratwurzel der Elaſticität proportional iſt, welche auf das verrückte Theilchen nach der Richtung des Radius ausgeübt wird, alſo im Verhältniß von $\sqrt{F}$. Nennen wir dann dieſe Länge oder den Radius Vector der Oberfläche der Elaſticität R, ſo kommt

$$RR = r\{a.\cos\alpha^2 + b.\cos\beta^2 + c.\cos\gamma^2\}.Const.$$

Die

Digitized by Google

Die Werthe von R nach Richtungen, die den drei Axen parallel ſind, hat man dann aus den Gleichungen

$$R^2 = \text{Const} \,.\, a r.$$
$$R^2 = \text{Const} \,.\, b r.$$
$$R^2 = \text{Const} \,.\, c r.$$

die wir der Kürze wegen, da wir auf unſere frühern Bezeichnungen nicht wieder zurückzugehen brauchen, durch aa, bb, cc bezeichnen wollen, ſo daß die Gleichung der Oberfläche der Elaſticität die Form

$$R^2 = a^2 \,.\, \cos X^2 + b^2 \,.\, \cos Y^2 + c^2 \,.\, \cos Z^2$$

erhält, wo jetzt X, Y, Z für α, β, γ geſetzt ſind, welche die Winkel bedeuten, die R mit den Coordinatenaxen macht.

1005. Wir wollen nun annehmen, daß ein Mollecul in der Richtung des Radius R verrückt werde und in derſelben Richtung ſchwinge, oder wir wollen wenigſtens die Bewegung, welche ſenkrecht auf den Radius Vector ſtattfindet, vernachläſſigen. Dann iſt die Kraft der Elaſticität, durch welche die Schwingungen bewirkt werden, R^2 proportional, und die Geſchwindigkeit der Lichtwelle, die ſenkrecht auf den Radius fortgepflanzt wird, ſteht mit R im Verhältniß, ſo daß man, da die Oberfläche der Elaſticität gegeben iſt, die Geſchwindigkeit einer Welle, welche in einer gegebenen Richtung und mit einer gegebenen Polariſationsebene durch ein Mittel fortgepflanzt wird, folgendermaßen auf einmal erhält. Man ziehe der Oberfläche der Welle parallel und ſenkrecht auf ihre Polariſationsebene eine grade Linie; dieſe iſt die Richtung der Schwingungen. Parallel mit dieſer Linie ziehe man einen Radius Vector an die Oberfläche der Elaſticität, ſo ſtellt dieſer die Geſchwindigkeit der Welle vor.

1006. Setzen wir für R, cos X, cos Y, cos Z ihre Werthe durch die drei Coordinaten ausgedrückt, ſo wird die Gleichung der Oberfläche der Elaſticität folgende Geſtalt annehmen.

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2.$$

Sie iſt daher im Allgemeinen eine Oberfläche von der vierten Ordnung: Nehmen wir an, daß ſie von einer Ebene geſchnitten wird, die durch den Mittelpunkt geht, und deren Gleichung allgemein von der Form

$$mx + ny + pz = o$$

ſeyn muß, ſo wird die krumme Linie des Durchſchnitts ein Oval vorſtellen, in welchem nicht alle Durchmeſſer gleich zu ſeyn brauchen.

Digitized by Google

1007. Nehmen wir nun an, daß ein Theilchen in dieſer Ebene in Schwingung verſetzt wird, ſo wird es in jedem Zeitpunct ſeiner Bewegung nicht grade nach ſeinem Ruhepuncte, ſondern in ſchiefer Richtung getrieben, ſo daß es keine grade Linie beſchreibt, ſondern in einer mehr oder weniger verwickelten Curve herumläuft; ſeine Bewegung läßt ſich jedoch immer in zwei gradlinige auf einander ſenkrecht ſtehende zerlegen, wovon die eine dem größten, die andere dem kleinſten Durchmeſſer des Durchſchnitts parallel geht. Jede dieſer Bewegungen geſchieht unabhängig von der andern, und daher theilt ſich die durch den Kryſtall fortgepflanzte Bewegung jedem Theilchen eben ſo mit, als ob zwei gradlinige und von einander unabhängige Bewegungen durch denſelben fortgepflanzt würden. Jedes Wellenſyſtem, welches von Außen in den Kryſtall tritt, wird daher in zwei zerlegt, die ſich mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten bewegen und in Ebenen polariſirt ſind, welche auf einander ſenkrecht ſtehen, und dem größten und kleinſten Durchmeſſer des Schnitts der Oberfläche der Elaſticität parallel ſind, der jeder Welle parallel gemacht iſt. Da jeder Unterſchied in den Geſchwindigkeiten zweier Wellen, die einander parallel durch ein Mittel fortgepflanzt werden, einen entſprechenden Unterſchied in ihren Ebenen beim Heraustreten aus demſelben hervorbringt, wo ſie eine gemeinſchaftliche Geſchwindigkeit erhalten, ſo ſind dieſe Wellen beim Heraustreten nicht mehr parallel, und die auf ihnen ſenkrecht ſtehenden Strahlen ſind gegen einander geneigt, wodurch die Erſcheinungen der doppelten Brechung entſtehen; es iſt einleuchtend, daß die Wellen bei dem Heraustreten dieſelben Polariſationsebenen beibehalten müſſen, welche ſie im Kryſtall erhielten, weil jedes Theilchen des außen befindlichen Mittels nur in der Ebene zu ſchwingen anfängt, in welcher es durch die anliegenden Theilchen verſchoben wurde.

1008. Dieſe Theorie erklärt demnach vollkommen ſowohl die Theilung des heraustretenden Strahls, als die entgegengeſetzte Polariſation der Theile. Dieſe fallen in ihrer Richtung zuſammen, d. h. es findet keine doppelte Brechung ſtatt, ſobald der Durchſchnitt der Oberfläche der Elaſticität ein Kreis wird, weil dann alle Radien gleich werden, folglich auch in jeder Richtung dieſelbe Elaſticität ſtattfindet, und alle Schwingungen in gleichen Zeiten geſchehen, ſo daß dann keine Zerlegung des einfallenden Strahls geſchieht, auch die Polariſations=

Digitized by Google

ebene nicht verändert wird. Der erwähnte Durchſchnitt wird ein Kreis, wenn

$$xx + yy + zz = \text{Const} = rr$$

oder auch ſobald

$$a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2 = r^4$$

wird. Verbindet man dieſe Gleichungen mit

$$mx + ny + pz = o$$

ſo erhalten wir

$$r^4 = r^2 (x^2 + y^2 + z^2),$$
$$p^2 r^4 = r^2 (p^2 x^2 + p^2 y^2 + (mx + ny)^2),$$
$$p^2 r^4 = p^2 a^2 x^2 + p^2 b^2 y^2 + c^2 (mx + ny)^2,$$

und ſetzt man dieſe Werthe einander gleich und bedenkt, daß der ſo entſtehenden Gleichung unabhängig von beſondern Werthen der Größen x, y Genüge geleiſtet werden muß, ſo erhalten wir

$$r^2 (m^2 + p^2) = a^2 p^2 + m^2 c^2$$
$$mnr^2 = mnc^2$$
$$r^2 (p^2 + n^2) = b^2 p^2 + n^2 c^2.$$

Dieſen Gleichungen kann nicht anders Genüge geleiſtet werden, als wenn man entweder m, n oder p Null ſetzt, oder der Durchſchnitt durch eine der Axen geht. Setzen wir $m = o$, ſo kommt

$$r = a, \left(\frac{n}{p}\right)^2 = \frac{a^2 - b^2}{c^2 - a^2}$$

woraus man ſieht, daß $\left(\frac{n}{p}\right)^2$ nicht poſitiv, alſo $\frac{n}{p}$ nicht reell ſeyn kann, wenn nicht die halbe Axe a, durch welche der Durchſchnitt geht, der Größe nach zwiſchen b und c enthalten iſt.

1009. Hierdurch ſieht man, daß die Oberfläche der Elaſticität nur zwei kreisförmige Durchſchnitte zuläßt, die durch Schnitte gebildet werden, welche durch die mittlere Axe der Oberfläche gehen, und daß dieſe Schnitte gegen die andern Axen gleiche Neigung haben, da $\frac{n}{p}$ zwei gleiche aber entgegengeſetzte Werthe hat. Die auf dieſen Durchſchnitten errichteten Normalen ſind die Richtungen, in welchen keine doppelte Brechung ſtattfindet, oder die optiſchen Axen des Kryſtalls. In allen Kryſtallen, die drei ungleiche Axen der Elaſticität enthalten, ſind dieſelben daher nur paarweiſe enthalten, und Strahlen, die längs denſelben fortgepflanzt werden, er=

Digitized by Google

leiden weder eine doppelte Brechung, noch eine Aenderung der Polariſationsebene.

1010. Die Lage dieſer Axen hängt bloß von a, b, c, den Werthen der halben Axen der Oberfläche der Elaſticität, ab. Wir haben jedoch kein anderes Maß der Elaſticität des Mittels als die Geſchwindigkeit, mit welcher die Strahlen durch daſſelbe fortgepflanzt werden, und gehen die verſchieden gefärbten Strahlen mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten fort, wie die Erſcheinungen der gewöhnlichen Farbenzerſtreuung andeuten (welches von dem verſchiedenen Verhältniß der Wirkungsſphären zur Amplitude der Schwingungen herkommen kann), ſo muß man vorausſetzen, daß a, b, c, die der Geſchwindigkeit der Fortpflanzung proportional genommen werden müſſen, ſich für Wellen von verſchiedener Länge etwas ändern. Dieſe Aenderung braucht nun nicht für alle drei halben Axen daſſelbe Verhältniß zu haben, ſo daß in den Werthen von $\frac{n}{p}$ eine Aenderung entſteht; $\frac{n}{p}$ iſt aber die Tangente der Neigung der Durchſchnittsebene gegen die Ebene der x, y, oder des halben Winkels, den die beiden Kreisſchnitte mit einander bilden, d. h. die Cotangente des halben Winkels der optiſchen Axen, der ſich alſo ändert, und eine Trennung der Axen für verſchiedene Farben giebt, ſo daß ſich dieſelben in der Ebene, welche irgend zwei von derſelben Farbe enthält, über einen gewiſſen Winkel verbreiten, wie auch die Beobachtung zeigt (§. 921 und 922).

1011. Die allgemeinen Geſetze der doppelten Brechung ergeben ſich mit großer Leichtigkeit aus dieſen Grundſätzen. Wir brauchen nur die Conſtruction und die Schlüſſe der §§. 806, 807 u. ſ. f. wieder vorzunehmen, indem wir für das Revolutionsellipſoid, das die Huygenianiſche Theorie für die Figur einer Welle, die in irgend einem Theilchen des Kryſtalls ihren Urſprung nimmt, aufſtellt, die Oberfläche ſetzen, welche im allgemeinen Fall eine ſo fortgepflanzte Welle begränzt, und den Berührungspunct I (Fig. 170) dieſer Oberfläche mit einer Ebene IKT ſucht, die durch eine Linie KT geht, welche auf die angegebene Art gezogen iſt. Es findet jedoch in beiden Fällen ein Unterſchied ſtatt, wenigſtens was die Behandlungsart betrifft, nämlich in der vorigen Theorie iſt die Geſtalt der Welle willkürlich angenommen, während ſie in dem gegenwärtigen Falle a priori beſtimmt wird. Hierdurch wird es nothwendig, daß wir in einiger Rückſicht von dem vorher befolgten Wege

abweichen. Kennen wir die Form der Welle a priori, ſo iſt die Lage der Berührungsebene gegeben; können wir umgekehrt die Lage dieſer Ebene in allen Fällen angeben, ſo erhalten wir die Geſtalt der Welle, die alle dieſe Ebenen berühren muß.

1012. Nun iſt in §. 807 gezeigt, daß die Berührungsebene in allen Fällen mit der Lage zuſammenfällt, welche die Oberfläche einer von einem unendlich entfernten leuchtenden Punkte herkommenden ebenen Welle, die ſenkrecht auf der Einfallslinie R C ſteht, innerhalb des Kryſtalls annimmt. Es folgt außerdem aus §. 811, daß wenn wir die Geſchwindigkeit kennen, mit welcher eine ebene Welle innerhalb des Kryſtalls in einer Richtung fortgeht, die ſenkrecht auf ihrer Oberfläche ſteht, wir ihre Neigung gegen die Oberfläche, durch die ſie einfällt, nach dem gewöhnlichen Brechungsgeſetz berechnen können, indem wir das Brechungsverhältniß ſo annehmen, daß es ſich zu dem des umgebenden Mittels ſo verhält, wie die Geſchwindigkeit der Welle, ehe ſie in das Mittel fällt, zu der Geſchwindigkeit, die ſie im Mittel ſenkrecht auf ihrer Oberfläche beſitzt. Der Leſer muß hierbei den Unterſchied im Auge behalten, der zwiſchen der Geſchwindigkeit der Welle und des aus ihr entſtehenden Strahls §. 813 angegeben iſt, deſſen Richtung allgemein genommen ſchief auf ihrer Oberfläche ſteht. Nun wird die Geſchwindigkeit einer Welle innerhalb des Mittels durch die Gleichung der Oberfläche der Elaſticität gegeben, deren Radius Vector ſie in allen Fällen ausdrückt. Es iſt aber gezeigt worden, daß jede Schwingung, die einem Theilchen des Kryſtalls mitgetheilt wird, ſich in zwei rechtwinkliche zerlegt, deren Geſchwindigkeiten dem größten und kleinſten Durchmeſſer des Durchſchnitts der Oberfläche der Elaſticität proportional ſind, welcher der Ebene, in der die Schwingungen geſchehen, parallel liegt. Nun iſt es für das Geſetz der doppelten Brechung einerlei, ob ein einzelner äußerer Strahl ſich in zwei innere oder ein innerer in zwei äußere zerlegt. Wir wollen den letztern Fall annehmen, und vorausſetzen, daß die gewöhnliche und die ungewöhnliche Welle innerhalb des Mittels einander parallel ſind. Ihre Geſchwindigkeiten können dann folgendermaßen gefunden werden. Da die Gleichung der Oberfläche der Elaſticität die Form

$$R^4 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2$$

hat, ſo wird, wenn wir für die ſchneidende Ebene die Gleichung

$$z = m x + n y$$

Digitized by Google

annehmen, und V für den größten oder kleinſten Radius Vector in dem erwähnten Durchſchnitt ſetzen, V derjenige Werth von R ſeyn, der $dR = o$ giebt, und man erhält ihn daher durch Elimination aus folgendem Syſtem von Gleichungen:

$$V^2 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$V^4 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2$$
$$z = mx + ny$$

zu denen noch ihre Differentiale hinzugefügt werden müſſen, indem V als conſtant angenommen wird. Dieſe Elimination, welche ziemlich verwickelt iſt, muß folgendermaßen vorgenommen werden: eliminiren wir zuerſt aus den Differentialgleichungen dx, dy, dz, ſetzen im ganzen Syſtem für z ſeinen Werth, und nehmen der Kürze wegen

$$p = a^2 - b^2;\ q = a^2 - c^2;\ r = b^2 - c^2,$$

ſo erhalten wir

$$V^4 = (a^2 + m^2 c^2)x^2 + (b^2 + n^2 c^2) y^2 + z m n c^2 x y.$$
$$V^2 = (1 + m^2) x^2 + (1 + nn) y^2 + z m n x y.$$
$$o = m n q x^2 - m n r y^2 + k x y,$$

wo der Kürze wegen

$$k = p + n^2 q - m^2 r$$
$$= (1 + n^2) q - (1 + m^2) r$$

geſetzt iſt.

Nehmen wir außerdem noch

$$M = k^2 + 4 m^2 n^2 q r,$$

ſo erhalten wir aus den vorigen Gleichungen durch Elimination folgende:

$$M x^2 = \left\{ \begin{array}{l} \quad (1+n^2)\,k\,(V^2 - c^2) \\ + \ 2 m^2 n^2 r (V^2 - c^2) \\ - \ r k \end{array} \right\} . V^2$$

$$M y^2 = \left\{ \begin{array}{l} \quad 2 m^2 n^2 q\ (V^2 - c^2) \\ -(1+m^2)\,k\,(V^2 - c^2) \\ + r q \end{array} \right\} . V^2$$

$$M x y = \left\{ \begin{array}{l} \quad (1 + nn)\,q\,(V^2 - {}^2) \\ +(1 + mm)\,r\,(V^2 - c^2) \\ +2 q r \end{array} \right\} . V^2 m n$$

und ſetzt man das Quadrat der letztern dem Product der beiden erſten gleich, ſo erhält man nach allen Reductionen folgende Gleichung zur Beſtimmung von V,

$$\left.\begin{array}{l}(V^2-a^2)\,(V^2-b^2)\\ +m^2(V^2-b^2)(V^2-c^2)\\ +n^2(V^2-a^2)(V^2-c^2)\end{array}\right\}=o.$$

1013. Die Wurzeln dieſer Gleichung beſtimmen die größten und kleinſten Werthe in der Ebene des Durchſchnitts, und daher die Geſchwindigkeiten der gewöhnlichen und ungewöhnlichen ebenen Wellen, die ſich innerhalb des Kryſtalls parallel bewegen, und ſind dieſe gefunden, ſo erhält man die Geſtalt der Welle aus der Bedingung, daß ihre Oberfläche immer eine Ebene berühren muß, die die Entfernung V von der ſchneidenden Ebene, deren Gleichung $z=mx+ny$ iſt, hat, und zwar für alle Werthe, die m und n erhalten können. Ihre Aufſuchung reducirt ſich daher auf ein bloß geometriſches Problem. Man verlangt die Gleichung einer krummen Oberfläche, die jede Ebene berühren ſoll, welche einer andern parallel iſt, deren Gleichung durch

$$z=mx+ny$$

ausgedrückt wird, und von derſelben um die Größe V entfernt iſt, wo V eine Function von m und n iſt, die aus der obern Gleichung ſich beſtimmt. Löſt man dieſe Aufgabe auf, ſo gelangt man zu folgender Gleichung:

$$\begin{array}{l}(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)\;(x^2+y^2+z^2)\\ -a^2(b^2+c^2)\,x^2-b^2(a^2+c^2)\,y^2\\ -c^2(a^2+b^2)\,z^2+a^2b^2c^2=o.\end{array}$$

1014. Die durch dieſe Gleichung dargeſtellte Oberfläche iſt allgemein genommen von der vierten Ordnung, und beſteht aus zwei unterſchiedenen Flächen. Eine derſelben beſtimmt durch ihre Berührung mit der in Rede ſtehenden Ebene die Richtung des gewöhnlichen, die andere die des ungewöhnlichen Strahls. Man muß nun bemerken, daß ſo lange den Größen a, b, c nicht beſondere Werthe beigelegt werden, dieſe Gleichung nicht in quadratiſche Factoren zerlegt werden kann, ſo daß keine der Flächen, aus welcher dieſe Oberfläche beſteht, weder kugelförmig noch ellipſoidiſch iſt, und daß daher weder der gewöhnliche noch der ungewöhnliche Strahl dem Carteſianiſchen oder dem Huygenianiſchen Brechungsgeſetz folgt. Dieſe Folgerung iſt zu merkwürdig, als daß man ſie nicht durch Beobachtungen hätte unterſuchen ſollen. Fresnel hat hierzu zwei Methoden angewendet. Die erſte beſtand darin, daß er direct die Geſchwindigkeiten der beiden Strahlen in Topasplatten maß, die nach verſchiedenen Richtungen rück-

Digitized by Google

ſichtlich ihrer Axen nach der bei den Interferenzen (§. 738 und 739) angegebenen Methode geſchnitten waren. Da ein Unterſchied zwiſchen den Geſchwindigkeiten der zuſammentreffenden Strahlen die Franzen eben ſo verrückt, als es durch einen Unterſchied in der Dicke bewirkt werden würde, ſo iſt es einleuchtend, daß wenn bei zwei auf verſchiedene Weiſe geſchnittenen, aber gleich dicken Platten die von den gewöhnlichen Strahlen gebildeten Franzen auf verſchiedene Art verrückt werden, wenn man die Platten nach und nach mit einer und derſelben Glasplatte verbindet, die Geſchwindigkeit in beiden Platten nicht dieſelbe ſeyn kann, und bemerkt man, daß die Franzen, welche durch die Interferenz der gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahlen entſtehen, auf verſchiedene Art verrückt werden, ſo iſt klar, daß keiner eine conſtante Geſchwindigkeit haben kann. Rückſichtlich der Erfüllung der Bedingung von gleicher Dicke verſichert man ſich dadurch, daß man die Platten mit den Rändern an einander kittet, ſie zugleich ſchleiſt und polirt, und die Oberflächen nach der Operation ſorgfältig unterſucht, ob ſie genaue Continuität beſitzen, welches dadurch geſchehen kann, daß man das reflectirte Bild eines entfernten Gegenſtandes betrachtet, oder noch genauer dadurch, daß man über ihrer Verbindungslinie eine convexe Linſe mit langer Brennweite leicht andrückt. Sind dann die zwiſchen den Oberflächen gebildeten farbigen Ringe nicht unterbrochen, ſo ſind wir gewiß, daß dieſer Bedingung genau Genüge geleiſtet iſt. Wurde der Verſuch auf dieſe Art angeſtellt, ſo fand Fresnel, daß der Schluß, zu welchem man durch vorige Theorie geleitet wurde, ſich beſtätigte. Um aber dieſen wichtigen Reſultaten noch ſtärkere Stützen zu geben, wurde ein Verſuch auf folgende Methode angeſtellt.

1015. Im Topas iſt die ungewöhnliche Brechung ſtärker als die gewöhnliche, ſo daß der gewöhnliche Strahl, wenn beide durch ein Prisma aus dieſer Materie getrennt werden, leicht dadurch erkannt wird, daß er der am wenigſten abgelenkte iſt. Fresnel ließ zwei Prismen aus einem Topas ſchneiden, ſo daß in beiden die Baſis mit der Spaltungsebene parallel lag, und daher auf einer Linie, die den Winkel der optiſchen Axen halbirt, ſo wie auf den Hauptdurchſchnitt des Kryſtalls ſenkrecht ſtand; d. h. ſenkrecht auf der mittlern Axe der Elaſticität; allein in dem einen Prisma fiel die Ebene des brechenden Winkels mit dieſem Durchſchnitt zuſammen, und in dem andern bildete ſie mit ihm einen rechten Winkel; dieſe ſind die Ebenen, in

welchen der Unterſchied der Geſchwindigkeit des gewöhnlichen Strahls am größten iſt, wie man leicht aus dem oben Geſagten ſieht. Dieſe Prismen wurden ſo an einander gekittet, daß ihre Baſen in einer Ebene, und ihre brechenden Kanten in einer graden Linie lagen; ſie wurden dann ſorgfältig geſchliffen und polirt, ſo daß ihre brechenden Winkel gleich ſeyn mußten. In dieſer Lage wurde das zuſammengeſetzte Prisma ABC Fig. 199, 1 (das in Fig. 199, 2 perſpectiviſch gezeichnet iſt), deſſen brechender Winkel ABC, 92° betrug, durch zwei Prismen CBA, DCA aus Crownglas achromatiſirt, wobei eine kleine Brechung zu Gunſten des Topaſes übrigblieb. Indem man nun durch die Seite EB ſah, wurde die ganze Verbindung um die brechende Kante wie um eine Axe gedreht, bis das Bild eines entfernten Gegenſtandes, eine ſchwarze Linie auf weißem Grunde ſtillſtehend blieb; ſo daß die gebrochenen Strahlen, ſowohl der gewöhnliche als der ungewöhnliche, ſehr nahe mit der Baſis parallel oder ſenkrecht auf die mittlere Axe, aber in den erwähnten verſchiedenen Ebenen durch das Prisma hindurchgegangen ſeyn mußten. Es wurde nun bemerkt, daß das am wenigſten gebrochene Bild der ſchwarzen Linie, d. h. das gewöhnliche, an der Zuſammenfügung beider Prismen gebrochen war, während das außerordentliche Bild eine continuirliche Linie ausmachte. Dieſe letztere Erſcheinung (die auf den erſten Anblick uns verleiten könnte zu glauben, daß beide Bilder mit einander verwechſelt worden wären) iſt eine Folge der oben erwähnten Theorie, und beſtätigt dieſelbe noch mehr.

1016. Wenn zwei der Axen der Elaſticität, z. B. b und c einander gleich ſind, ſo läßt ſich die allgemeine Gleichung der Geſtalt der Oberfläche der Welle in zwei Factoren zerlegen, und ſie kann unter folgende Form gebracht werden:

$$\{a^2x^2 + b^2(y^2+z^2) - a^2b^2\}$$
$$\times (x^2+y^2+z^2-b^2) = o,$$

welches das Product der Gleichung einer Kugel in die eines durch Umdrehung entſtandenen Ellipſoids iſt. In dieſem Fall liegen die beiden kreisförmigen Durchſchnitte in der Ebene der y, z und die optiſchen Axen in der Axe der x. Wir haben hier den Fall der einaxigen Kryſtalle, und wir erhalten zugleich einen Beweis a priori, ſowohl des Huygenianiſchen Geſetzes der elliptiſchen Schwingungen für den ungewöhnlichen Strahl, als auch des conſtanten Brechungsverhältniſſes für den gewöhnlichen. Die Art, auf welche dieſe

Reſultate aus dem allgemeinen Fall abgeleitet wurden, iſt zugleich elegant und befriedigend.

1017. Fresnel giebt folgende einfache Conſtruction für die krumme Oberfläche an, welche die Welle im Fall ungleicher Axen begränzt, und die zugleich die unmittelbare Beziehung zwiſchen der Länge und der Richtung der Radien aufſtellt. Man nehme ein Ellipſoid an, das dieſelben halben Axen a, b, c hat, und nachdem daſſelbe von einer durch ſeinen Mittelpunct gehenden Ebene geſchnitten worden iſt, ziehe man ſenkrecht auf dieſe Ebene vom Mittelpunct aus zwei Linien, von denen die eine dem größten, die andere dem kleinſten Radius Vector des Durchſchnitts gleich iſt. Die geometriſchen Oerter der Enden dieſer Perpendikel ſind die Oberflächen der gewöhnlichen und der ungewöhnlichen Welle, oder mit andern Worten, ihre Längen ſind die Längen der Halbmeſſer der Wellen in dieſen Richtungen, und ſie geben daher die Geſchwindigkeiten der in beiden Richtungen fortgepflanzten Strahlen, ebenſo wie die Radien des Huygenianiſchen Ellipſoids den Geſchwindigkeiten des ungewöhnlichen Strahls in ihrer Richtung proportional ſind.

1018. Dividiren wir endlich die Einheit durch die Quadrate der beiden halben Axen eines diametralen Durchſchnitts des Ellipſoids, ſo iſt der Unterſchied dieſer Quotienten dem Product der Sinus der Winkel proportional, welche die auf dieſem Durchſchnitt errichtete ſenkrechte Linie mit den Perpendikeln macht, die auf den Ebenen der Kreisſchnitte des Ellipſoids errichtet ſind. Bei allen bisher bekannten Kryſtallen ſind dieſe Durchſchnitte ſehr wenig von den kreisförmigen Durchſchnitten der Oberfläche der Elaſticität verſchieden, und wir können ohne merklichen Fehler beide als mit einander zuſammenfallend betrachten; folglich können in dieſer Rückſicht die beiden Perpendikel für die optiſchen Axen genommen werden. Wir erhalten hierdurch den Urſprung desjenigen Geſetzes, das aus den Erſcheinungen der gefärbten Lemniscaten abgeleitet iſt, vermöge deſſen der Unterſchied der Quadrate der reciproken Geſchwindigkeiten dem Product der Sinus der Winkel proportional iſt, welche der Strahl mit der optiſchen Axe macht; die Erſcheinungen der polariſirten Ringe ſind auf dieſe Art von denſelben allgemeinen Grundſätzen abhängig gemacht.

1019. Dieß iſt die ſchöne Theorie, welche Fresnel und Young aufgeſtellt haben, und wenn die Richtigkeit einer Hypotheſe dadurch bewieſen werden kann, daß ſich aus derſelben die verſchiedenartigſten und verwickeltſten Erſcheinungen durch eine ſtreng mathematiſche

Digitized by Google

Schlußfolge, die ſo lang iſt, daß man die Folgerungen aus den Vorderſätzen nicht vorausſehen kann, ableiten laſſen, ſo kann man nicht läugnen, daß dieſe Theorie den Charakter der Wahrheit in hohem Grade beſitzt. Wir müſſen nur bedauern, daß die Gränzen dieſes Werkes, die ſich ſchon weit über die anfangs vorgeſteckten erweitert haben, uns nicht erlauben, tiefer in das Einzelne derſelben einzugehen.

1020. Die Axen der Elaſticität ſind diejenigen, welche Fresnel als die Fundamentalaxen der doppelt brechenden Mittel anſieht. Die optiſchen Axen können aus mehrern Urſachen nicht als ſolche betrachtet werden. Erſtens haben ſie ſelten eine ſymmetriſche Lage gegen die Fundamentallinie der kryſtalliniſchen Form; zweitens ändern ſie ihre Lage mit der Farbe der einfallenden Strahlen; drittens hat es ſich gefunden, daß ſie bei einerlei Farbe und in demſelben Kryſtall ſich mit der Temperatur ändern. Dieſe wichtige Thatſache iſt neulich von Mitſcherlich aufgeſtellt worden, und wir werden ſogleich Gelegenheit haben, ausführlicher davon zu reden. Wir können dieſelben daher bloß als Linien betrachten, denen die Bedingung $v - v' = o$ zugehört, den Geſetzen gemäß, die die Beſchaffenheit der Geſchwindigkeiten v, v' beider Strahlen als Functionen derjenigen Größen beſtimmen, die wir als die fundamentalen Data betrachten müſſen, mit Berückſichtigung der Lage des Strahls innerhalb des Mittels. Die Axen der Elaſticität ſelbſt dürfen vielleicht nur als aus den Gleichungen §. 1000 hervorgehend betrachtet werden, und hängen vielleicht von andern Fundamentallinien der kryſtalliniſchen Form, ſo wie von der Vertheilung der Molecularkräfte ab. Dem gemäß ſieht Dr. Brewſter die optiſchen Axen ſo an, als ob ſie durch andere, die er polariſirende Axen nennt, beſtimmt würden, aus welchen polariſirende Kräfte ausgehen, welche die beobachteten Erſcheinungen der Ringe, der doppelten Brechung und der Polariſation hervorbringen, und denen derſelbe folgende Eigenſchaften beilegt.

1021. Erſter Forderungsſatz. Eine einzelne polariſirende Axe hat den Charakter einer Axe keiner doppelten Brechung, und fällt mit der Axe des Huygenianiſchen Sphäroids in ſolchen Kryſtallen zuſammen, die nur Eine beſitzen. Eine poſitive Axe wirkt wie die des Quarz u. ſ. w., eine negative Axe wie die des kohlenſauren Kalks u. ſ. w.

1022. Zweiter Forderungsſatz. Die polariſirende Kraft einer einzelnen Axe in irgend einem Mittel iſt der Farbe proportional, die der gewöhnliche und der ungewöhnliche Strahl giebt, in welche ein doppelt brechendes Prisma einen polariſirten Strahl zerlegt, der eine gegebene Dicke des Mittels durchlaufen hat.

1023. Erſter Zuſatz. Die polariſirende Kraft einer einzelnen Axe in einem und demſelben Mittel verhält ſich wie das Quadrat des Sinus desjenigen Winkels, den der durchgehende Strahl im Innern des Mittels mit der Axe bildet.

1024. Zweiter Zuſatz. Dieſelbe Kraft verhält ſich auch umgekehrt wie die Dicke, welche unter einem gegebenen Winkel durchlaufen werden muß, um dieſelbe Farbe zu entwickeln. Man kann dieſelbe als die wahre polariſirende Kraft oder die Intenſität der Axe betrachten.

1025. Dritter Forderungsſatz. Wenn zwei Axen in einem Mittel vorhanden ſind und zugleich wirken, ſo polariſiren ſie eine Farbe, deren Maß (§. 906) die Diagonale eines Parallelogramms iſt, deſſen Seiten nach derſelben Skale die Farben meſſen, die von jeder Axe beſonders polariſirt werden, und welche mit einander einen Winkel bilden, der dem doppelten Neigungswinkel zweier Ebenen gleich iſt, die durch den Strahl und jede Axe gehen.

1026. Erſter Zuſatz. Sind t und t′ die numeriſchen Maße zweier Farben, die von jeder Axe beſonders polariſirt werden, T die durch ihre gemeinſchaftliche Wirkung polariſirte, C der von den angegebenen Ebenen eingeſchloſſene Winkel, ſo erhält man T durch die Gleichung

$$T^2 = t^2 + t'^2 + 2\,t\,t' . \cos 2\,C.$$

1027. Zweiter Zuſatz. Bezeichnet man die Intenſitäten der Axen durch a, b, die Winkel, welche der Strahl mit jeder Axe macht, durch α, β, ſo iſt

$$t = a . \sin \alpha^2,\quad t' = b . \sin \beta^2,$$

und hieraus erhält man

$$\begin{aligned} T^2 &= (a . \sin \alpha^2)^2 + (b . \sin \beta^2)^2 \\ &\quad + 2\,a\,b . \sin \alpha^2 . \sin \beta^2\ (1 - 2 \sin C^2) \\ &= (a . \sin \alpha^2 + b . \sin \beta^2)^2 \\ &\quad - 4\,a\,b . \sin \alpha^2 . \sin \beta^2 . \sin C^2. \end{aligned}$$

oder auch

$$\begin{aligned} T^2 &= (a . \sin \alpha^2 - b . \sin \beta^2)^2 \\ &\quad + 4\,a\,b . \sin \alpha^2 . \sin \beta^2 . \cos C^2. \end{aligned}$$

Digitized by Google

1028. Iſt γ der von den polariſirenden Axen eingeſchloſſene Winkel, ſo hat man, da α, β, γ die Seiten eines ſphäriſchen Dreiecks ſind, und C der von den Seiten α, β eingeſchloſſene Winkel iſt,

$$\cos C = \frac{\cos\alpha . \cos\beta - \cos\gamma}{\sin\alpha . \sin\beta.}$$

und wird dieß für cos C in den letzten der Ausdrücke für T^2 geſetzt, ſo findet man nach den gehörigen Reductionen

$$T^2 = (a . \sin\alpha^2 + b . \sin\beta^2)^2$$
$$- 4ab . \left\{ \begin{array}{c} 1 - \cos\alpha^2 - \cos\beta^2 - \cos\gamma^2 \\ -2\cos\alpha . \cos\beta . \cos\gamma \end{array} \right\}$$

1029. Zuſatz. Stehen die polariſirenden Axen auf einander ſenkrecht, ſo iſt $\gamma = 90°$, $\cos\gamma = o$, und der vorige Ausdruck für die zuſammengeſetzte Farbe wird

$$T^2 = (a . \sin\alpha^2 - b . \sin\beta^2)^2$$
$$- 4ab(\sin\alpha^2 - \cos\beta^2).$$

1030. Satz. Wenn zwei rechtwinklich auf einander ſtehende polariſirende Axen gegeben werden, die entweder beide negativ oder beide poſitiv ſind, ſo kann man zwei andere Axen oder feſte Linien finden, die ſo beſchaffen ſind, daß wenn man die Winkel, welche ein Strahl, der durch ein kugelförmiges Stück des Mittels geht, mit den Axen macht, durch θ und θ' bezeichnet, die polariſirte Farbe dem Producte $\sin\theta . \sin\theta'$ proportional wird.*)

Es ſeyen AC und BC (Fig. 199) die beiden polariſirenden Axen, die einen rechten Winkel einſchließen, und BC ſey die am ſtärkſten wirkende. Ferner ſey OC ein in dieſer Richtung in den Kryſtall dringender Strahl, und in einer Ebene PCQ die auf ACB ſenkrecht iſt, ziehe man irgend zwei Linien PC, CQ, die mit BC gleiche Winkel machen, von denen wir jeden durch x bezeichnen wollen. Denkt man ſich dann eine Kugel um C als Mittelpunct

*) Biot ſcheint den in dieſem Satz ausgeſprochenen Gegenſtand, daß nämlich Dr. Brewſters Hypotheſe der polariſirenden Axen auf ein Reſultat führt, welches mathematiſch mit ſeinem eigenen ſchönen Geſetz des Products der Sinus identiſch iſt, zuerſt bemerkt zu haben. Er hat jedoch den Beweis weggelaſſen. Dr. Brewſter ſcheint die Richtigkeit der Uebereinſtimmung beider Reſultate auf eine numeriſche Vergleichung der Beobachtungen Biot's an ſchwefelſaurem Kalk mit ſeiner eigenen Theorie gegründet zu haben.

Digitized by Google

beſchrieben, ſo wird ſie von den Ebenen ACB, PCQ, OCA, OCB, OCP, OCQ in größten Kreiſen BA, PBQ, OA, OB, OP, OQ durchſchnitten, und wir haben $PB = QB = x$, $OA = \alpha$, $OB = \beta$, $OP = \theta$, $OQ = \theta'$, und vermöge der ſphäriſchen Trigonometrie iſt ein Dreieck OBP

$$\cos OBP = \sin OBA = \sin AOB . \frac{\sin OA}{\sin AB}$$
$$= \sin \alpha . \sin C; \; (AB = 90^\circ)$$
$$= \frac{\cos \beta . \cos x - \cos \theta}{\sin \beta . \sin x}.$$

folglich hieraus

$$-\cos \theta = \sin \alpha . \sin \beta . \sin x . \sin C .$$
$$- \cos \beta . \cos x .$$

und auf ähnliche Weiſe erhalten wir aus dem Dreieck OBQ, da $OBQ = 90^\circ + ABO$ iſt, eine zweite Relation

$$+\cos \theta' = \sin \alpha . \sin \beta . \sin x . \sin C .$$
$$+ \cos \beta . \cos x .$$

Addirt und ſubtrahirt man, indem der Kürze wegen

$$\cos \theta' = p, \quad \cos \theta = q$$

geſetzt wird, ſo kommt:

$$p + q = 2 \cos \beta . \cos x .$$
$$p - q = 2 \sin \alpha . \sin \beta . \sin x . \sin C .$$

Dieſe Gleichungen drücken die geometriſchen Relationen zwiſchen den Linien PC, QC und den Axen AC, BC aus, und wenn ſie mit den Gleichungen der §§. 1028 und 1029 verbunden werden, ſo reichen ſie hin, um α, β, C zu eliminiren, und T durch x, θ, θ' auszudrücken. Vermittelſt der ſo eben bewieſenen Gleichungen haben wir

$$\left(\frac{p+q}{2 \cos x}\right)^2 = \cos \beta^2 ,$$
$$\left(\frac{p-q}{2 \sin x}\right)^2 = \sin \alpha^2 . \sin \beta^2 . \sin C^2 \; ;$$

und ſetzt man in der letztern Gleichung $1 - \cos C^2$ für $\sin C^2$, und für $\cos C^2$ ſeinen Werth aus §. 1028, der, da $\gamma = 90^\circ$ iſt, durch

$$\sin \alpha^2 . \sin \beta^2 . \cos C^2 = \cos \alpha^2 . \cos \beta^2$$

ausgedrückt wird, ſo kommt

$$\left(\frac{p-q}{2 \sin x}\right)^2 = \sin \alpha^2 . \sin \beta^2 - \cos \alpha^2 . \cos \beta^2$$
$$= \sin \alpha^2 - \cos \beta^2 .$$

Digitized by Google

Hieraus erhalten wir für die Werthe von $\sin\alpha^2$ und $\sin\beta^2$

$$\sin\alpha^2 = \left(\frac{p+q}{2\cos x}\right)^2 + \left(\frac{p-q}{2\sin x}\right)^2$$

$$\sin\beta^2 = 1 - \left(\frac{p+q}{2\cos x}\right)^2$$

und ſubſtituirt man dieſe in der Gleichung §. 1029.

$$T^2 = \left\{\begin{aligned} & b + \frac{a-b}{4\cos x^2}(p+q)^2 \\ & + \frac{a}{4 \,.\, \sin x^2}(p-q)^2 \end{aligned}\right\}^2$$

$$= \frac{ab}{\sin x^2}(p-q)^2.$$

Dieß iſt die allgemeine Form des Ausdrucks der Farbe, wenn ſie nach der hier angenommenen Art auf willkürliche Axen bezogen wird, und er fällt ziemlich verwickelt aus; allein nehmen wir die Lage der neuen Axen ſo an, daß $\sin x^2 = \frac{a}{b}$ wird, ſo wird die Gleichung einfacher; wir haben dann

$$\frac{a}{4\sin x^2} = \frac{b}{4},$$

$$\frac{a-b}{4\cos x^2} = \frac{b}{4},$$

ſo daß der Werth von TT ſich auf

$$TT = bb\left\{1 - \left(\frac{p+q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-q}{2}\right)^2\right\}^2$$

$$- bb(p-q)^2$$

$$= bb\{(1-pq)^2 - (p-q)^2\}$$

$$= bb\{1 - p^2 - q^2 + p^2q^2\}$$

$$= bb(1-pp)(1-qq)$$

$$= bb \,.\, \sin\theta^2 \,.\, \sin\theta'^2$$

reducirt, indem zugleich für p und q ihre Werthe $\cos\theta$, $\cos\theta'$ geſetzt worden; hieraus erhält man

$$T = -b \,.\, \sin\theta \,.\, \sin\theta'.$$

Das negative Vorzeichen iſt aus einer Urſache genommen, die in §. 1034 angegeben werden wird.

1031. Wir ſehen hierdurch, daß nach Dr. Brewſters Principien die verbundene Wirkung zweier Axen eine Reihe von iſochro=

matiſchen Linien giebt, die in der Form von Lemniscaten um zwei Pole P und Q liegen, welche durch die Bedingung

$$\sin BP = \sin BQ = \sqrt{\frac{\text{Intenſit. der ſchwächern Axe}}{\text{Intenſit. der ſtärkern Axe}}}$$

beſtimmt werden, und die ſo gefundenen Linien CP, CQ haben daher den Charakter der optiſchen Axen in zweiaxigen Kryſtallen, und man kann ihnen mit Dr. Brewſter den Namen reſultirender Axen beilegen. Wir müſſen uns jedoch in Acht nehmen, daß wir in dieſer Theorie die reſultirenden Axen nicht mit den polariſirenden verwechſeln.

1032. Haben die polariſirenden Axen nicht gleiche Zeichen, ſo daß die eine poſitiv, die andere negativ iſt, ſo wird der Werth von sin BP imaginär, und die Farben können ſich nicht auf die angegebene Art bilden. Nehmen wir aber an, daß in dieſem Fall die neuen Axen mit den polariſirenden in derſelben Ebene liegen wie in Fig. 200, ſo haben wir hier

$$\cos OBA = +\cos OBQ.$$
$$\cos OBA = -\cos OBP.$$

Es iſt aber

$$\cos OBA = -\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}.$$

$$\cos OBQ = \frac{\cos\beta . \cos x - \cos\theta'}{\sin\beta . \sin x},$$

ſo daß wir die Gleichung

$$\cos\theta' = p = \cos\beta . \cos x + \cos\alpha . \sin x$$

erhalten, und auf ähnliche Weiſe

$$\cos\theta = q = \cos\beta . \cos x - \cos\alpha . \sin x.$$

Hieraus kommt durch Addition und durch Subtraction:

$$\cos\alpha = \frac{p-q}{2\sin x}\ ;\ \cos\beta = \frac{p+q}{2\cos x},$$

dieſe geben, wenn ſie im Werthe von TT ſubſtituirt werden

$$TT = \left\{ \begin{array}{l} (a+b) + \left(\frac{a}{\sin x^2} - \frac{b}{\cos x^2}\right) . \frac{pq}{2} \\ -\left(\frac{a}{\sin x^2} + \frac{b}{\cos x^2}\right) \frac{p^2+q^2}{4} \end{array} \right\}^2$$
$$-4ab + \frac{ab}{\sin x^2 . \cos x^2} . (p^2+q^2)$$

+2 a b

$$+\frac{2ab(\sin x^2 - \cos x^2)}{\sin x^2 . \cos x^2} . pq .$$

Nehmen wir nun hierin

$$\frac{a}{\sin x^2}+\frac{b}{\cos x^2}=o, \quad \operatorname{tang} x^2 = -\frac{a}{b},$$

ſo erhält dieſer Ausdruck nach den gehörigen Reductionen die Form

$$T^2 = \frac{(1-pp)(1-qq)}{\cos x^4} . bb$$

$$= \frac{bb . \sin\theta^2 . \sin\theta'^2}{\cos x^4} .$$

und hieraus ergiebt ſich

$$T = -\frac{b}{\cos x^2} . \sin\theta . \sin\theta' .$$

d. h. wenn man den Werth von x einführt, da

$$\operatorname{tang} x^2 = -\frac{a}{b}, \quad \cos x^2 = \frac{b}{b-a}$$

iſt, ſo kommt endlich

$$T = -(b-a) . \sin\theta . \sin\theta' .$$

1033. Es ſind alſo auch in dieſem Fall die iſochromatiſchen Linien Sphärolemniscaten, und der einzige Unterſchied beſteht darin, daß ihre Pole in der Ebene der polariſirenden Axen liegen, ſtatt daß ſie ſich vorher in einer darauf ſenkrechten Ebene befanden, und daß, während in dem vorigen Fall der zwiſchen denſelben enthaltene halbe Winkel x durch $\sin x = \sqrt{\frac{a}{b}}$, d. h. durch $\cos x = \sqrt{\left(\frac{b-a}{b}\right)}$ ausgedrückt wurde, er jetzt durch die Gleichung $\cos x = \sqrt{\frac{b}{b-a}}$ gegeben wird.

1034. Erſter Zuſatz. Iſt $a = b$, oder haben die polariſirenden Axen gleiches Zeichen und gleiche Intenſität, ſo wird $\sin x = 1$, $x = 90°$, ſo daß die reſultirenden Axen eine grade Linie bilden, die Lemniscaten werden Kreiſe, und die einzelne reſultirende Axe hat jetzt den Charakter einer polariſirenden Axe. Umgekehrt läßt ſich daher eine einzelne polariſirende Axe in zwei andere von gleicher Intenſität zerlegen, die auf derſelben und unter einander ſenkrecht ſtehen, und ein Vorzeichen haben, das dem der zerlegten

Digitized by Google

Axe entgegengeſetzt iſt. Dieß folgt aus dem negativen Zeichen beider Quadratwurzeln §. 1030 und 1032; weil in dem angenommenen Fall, wenn der Bogen $AB = 90°$ iſt, der Winkel C oder AOB nothwendig größer als 90° wird, und der Winkel des Farbenparallelogramms $2C > 180°$, ſo daß die Diagonale rückwärts gemeſſen, und nothwendig eine negative Größe ſeyn muß.

1035. Da eine einzelne Axe zwei gleich ſtarken Axen von entgegengeſetzten Zeichen, die auf der erſtern und unter einander ſenkrecht ſtehen, gleich gilt, ſo wird, wenn wir noch eine gleiche Axe von entgegengeſetztem Charakter in der Richtung der erſten hinzufügen, dieſe die Wirkung der erſten aufheben, und daher iſt die Verbindung dreier ſolcher Axen gar keiner gleichgeltend. Folglich heben drei gleiche rechtwinkliche Axen ihre Wirkung gegenſeitig auf. Hierdurch erklärt Brewſter den Mangel von Polariſation und doppelter Brechung in ſolchen Kryſtallen, deren primitive Geſtalt der Würfel das reguläre Oktaëder u. ſ. w. iſt, und deren ſecundäre Formen eine vollkommene Symmetrie der Theilchen rückſichtlich der drei Axen anzeigen.

1036. Wir brauchen die allgemeine Theorie dieſer Art von Zuſammenſetzung der Axen und Farben nicht weiter zu verfolgen. Es ſcheint uns in der That, als ob die von Dr. Brewſter angegebene Regel über das Parallelogramm der Farben ſich nicht mehr anwenden läßt, ſobald eine dritte Axe mit in Betracht kommt; denn wollten wir die aus zwei Axen (A, B) entſtehende Farbe mit der verbinden, die durch die Wirkung der dritten (C) hervorgebracht wird, ſo ſagt uns die Regel nicht, welches der Winkel des neuen Parallelogramms ſeyn ſoll, obgleich ſeine Seiten gegeben ſind (nämlich die zuſammengeſetzte Farbe T und die einfache t″), indem ſie keine einzelne Linie angiebt, die mit der Axe C auf die verlangte Art verbunden werden, oder die in dieſer Rückſicht als die Reſultante der Axen A und B angeſehen werden kann. Wir verweiſen daher den Leſer auf die Originalabhandlung in den Transactions of the Royal Society 1818.

§. X. Von der kreisförmigen Polariſation.

1037. Die erſten Erſcheinungen, welche ſich auf die Claſſe von Gegenſtänden beziehen, deren Betrachtung dieſer Abſchnitt gewidmet iſt, wurden von Arago in ſeiner Abhandlung angezeigt, die

Digitized by Google

ſich unter denen befindet, die vom Inſtitut für das Jahr 1811 über die Farben der kryſtalliſirten Platten bekannt gemacht wurden. Er beobachtete, daß wenn ein polariſirter Strahl durch ein Plättchen Quarz, das ſenkrecht auf die doppelt brechende Axe geſchnitten war, unter rechten Winkeln ging, ſo hatten die beiden Bilder, welche durch Zerlegung des einzelnen Strahls mit einem doppelt brechenden Prisma entſtanden, complementäre Farben, und daß dieſe Farben ſich änderten, wenn man das doppelt brechende Prisma drehte; ſo daß während einer halben Umdrehung, z. B. das ungewöhnliche Bild, welches zuerſt roth war, nach und nach orange, gelb, gelbgrün und violett wurde, worauf dieſelben Farben wiederkehrten. Es iſt einleuchtend, daß daſſelbe ſtattfinden würde, wenn man annimmt, daß die verſchieden gefärbten Strahlen bei ihrem Austreten aus dem Kryſtall auch in verſchiedenen Ebenen polariſirt ſind, und Arago gelangte zu dieſer Folgerung in einer zweiten Abhandlung, die er dem Inſtitut vorlas. Der Gegenſtand wurde von Biot in einer Abhandlung wieder vorgenommen, die in den Mémoires de l'Institut 1812 ſich befindet, und ſeine Arbeiten ſchloſſen ſich mit einer zweiten ſehr intereſſanten Abhandlung, welche 1818 vorgeleſen wurde.

1038. Durchläuft ein polariſirter Strahl die Axe von isländiſchem Spath, Beryll oder andern einaxigen Kryſtallen, ſo haben wir geſehen, daß er keine Aenderung erleidet, und daß, wenn er bei ſeinem Heraustreten durch ein doppelt brechendes Prisma zerlegt wird, deſſen Hauptdurchſchnitt in der Ebene der urſprünglichen Polariſation liegt, das gewöhnliche Bild den ganzen Strahl enthält, ſo daß die complementären Farben Weiß und Schwarz ſind. Quarz macht jedoch hierbei eine Ausnahme. Ein polariſirter Strahl, der ganz genau längs ſeiner Axe fortgeht, bleibt gefärbt und getheilt, und zwar um ſo mehr, je dicker die Platte iſt. Legen wir ein dünnes Blättchen dieſes Körpers auf einen Apparat, wie §. 929 beſchrieben und Fig. 189 vorgeſtellt iſt, und drehen das zerlegende Prisma ſo lange herum, bis das ungewöhnliche Bild die geringſte Helligkeit beſitzt, ſo wird es in dieſer Lage eine matte violette oder purpurrothe Farbe haben, weil die gelben oder die hellſten Strahlen in dieſem Zuſtand völlig verlöſcht ſind. Man bemerke den Drehungswinkel des Prisma, welcher durch den getheilten Kreis R gemeſſen wird, nehme das Quarzblättchen weg, und lege ein

Digitized by Google

anderes an ſeine Stelle, das von demſelben Kryſtall geſchnitten iſt, aber eine doppelte Dicke hat. Die Farbe des ungewöhnlichen Bildes iſt nicht mehr violett, allein dreht man das Prisma in derſelben Richtung um einen gleich großen Bogen, ſo wird die violette Farbe wieder hergeſtellt, und das Minimum der Helligkeit erreicht; iſt im Allgemeinen die Dicke des Blättchens in einem gewiſſen Verhältniß größer oder kleiner (es muß immer aus demſelben Kryſtall geſchnitten werden), ſo wird der Drehungswinkel des Prisma in demſelben Verhältniß vergrößert oder verkleinert, wenn man ein Minimum von Helligkeit und eine violette Farbe in dem ungewöhnlichen Bilde hervorbringen will. Iſt daher die Platte dick genug, ſo muß man einen oder mehrere Umläufe machen, und da man nur den Ueberſchuß über die ganzen Umläufe ableſen kann, ſo könnte dieß einige Verwirrung hervorbringen, wenn man nicht Sorge trägt, ſolche Dicken nach und nach anzuwenden, daß der Sprung bei denſelben keinen ganzen oder halben Umlauf beträgt.

1039. Aus dieſem Verſuch ſchließen wir, daß die Polariſationsebene eines mittlern gelben Strahls, der die Axe einer Quarzplatte durchlaufen hat, aus ihrer urſprünglichen Lage um einen Winkel gedreht worden, der der Dicke der Platte proportional iſt, und ſie nimmt daher bei ſeinem Heraustreten dieſelbe Lage an, welche ſie haben würde, wenn ſie ſich gleichförmig während der ganzen Zeit, die der Strahl brauchte, um die ganze Dicke zu durchlaufen, gedreht hätte. Daſſelbe findet für die übrigen homogenen Strahlen ſtatt; allein um es zu beweiſen, müſſen wir den Gebrauch des weißen Lichts unterlaſſen und bloß homogene Strahlen anwenden. Gebrauchen wir z. B. rothes Licht, oder halten vor das Auge ein reines rothes Glas, ſo beobachtet man daſſelbe, nur gehört hierzu ein anderer Drehungswinkel als zu dem violetten Licht, und das ungewöhnliche Bild verſchwindet völlig, wodurch ſich zeigt, daß die Polariſation vollſtändig iſt, was bei den vorigen Verſuchen zweifelhaft bleiben konnte.

1040. Indem Biot auf dieſe Art die Größe, um welche eine und dieſelbe Quarzplatte die Polariſationsebenen der verſchiedenen homogenen Strahlen dreht, unterſuchte, fand er, daß die Wirkung auf die brechbarern Strahlen größer iſt, als auf die wenigen brechbaren, und ihre Polariſationsebenen um einen größern Winkel ge-

Digitized by Google

dreht werden. Dieſem ausgezeichneten Phyſiker zufolge iſt der conſtante Coefficient, der die Geſchwindigkeit der Drehung der Polariſationsebene angiebt, dem Quadrat der Länge einer Undulation des homogenen Strahls proportional, ſo daß wenn wir λ die Länge einer Undulation, t die Dicke einer Platte nennen, die hervorgebrachte Ablenkung $= k . \lambda^2 t$ iſt, wo k eine gewiſſe Conſtante iſt. Den Werth dieſer Conſtante ſetzt er $= \frac{18° 414}{(6,18614)^2}$, wenn t in Millimeter gegeben wird, und folgende Tabelle enthält den Betrag der Ablenkung in Sexageſimalgraden, die durch eine Quarzplatte von einem Millimeter Dicke bei den verſchiedenen Strahlen hervorgebracht wurde.

Benennung des homogenen Strahls.	Bogen der Drehung, die einem Millimeter entſpricht.
Aeußerſtes Roth	17° 4964
Gränze zwiſchen Roth und Orange	20.4798
— — Orange und Gelb	22.3138
— — Gelb und Grün	25.6752
— — Grün und Blau	30.0460
— — Blau u. Dunkelblau	34.5717
— — Dunkelblau u. Violett	37.6829
Aeußerſtes Violett	44.0827

1041. Bei dieſen Unterſuchungen gelangte Biot zu der ſonderbaren Entdeckung eines conſtanten Unterſchiedes, die bei verſchiedenen Arten dieſes Kryſtalls rückſichtlich der Richtung ſtattfindet, in welcher dieſe Drehung der Polariſationsebene eines durchgehenden Strahls geſchieht. Bei einigen Arten geſchieht ſie von der rechten nach der linken, bei andern von der linken nach der rechten Hand. Um dieſen Unterſchied einzuſehen, nehme man einen gewöhnlichen Korkzieher, und indem man ihn mit dem Griff nach ſich zu hält, drehe man denſelben ſo, als ob man einen Kork durchbohren wollte. Der Griff dreht ſich dann auf dieſelbe Art als die Polariſationsebene eines vom Beobachter aus durch einen rechts-

Digitized by Google

drehenden Kryſtall gehenden Strahls. Wäre die Schraube des Kork-zichers umgekehrt, ſo würde die Bewegung des Griffes die der Polariſationsebene eines Strahls vorſtellen, der durch einen links-drehenden Kryſtall geht. Wir wollen hiermit nicht behaupten, daß die Polariſationsebene ſich wirklich auf dieſe Art in Kryſtall dreht, allein die Erſcheinungen ſind bei dem Heraustreten eben dieſelben, als ob die Drehung ſo geſchehen wäre. Dieſe Bemerkung iſt deß-wegen nothwendig, weil man die Sache noch aus einem ganz an-dern Geſichtspunkt betrachten kann.

1042. Sind ſolche Kryſtalle, die dieſen merkwürdigen Un-terſchied zeigen, geſchnitten und polirt, und die äußern Zeichen der kryſtalliniſchen Form verwiſcht, ſo zeigt ſich kein anderer Unterſchied weiter. Ihre Härte, Durchſichtigkeit, brechende und doppelt bre-chende Kraft iſt dieſelbe, und mit Ausnahme der Richtung ſind ihre Wirkungen rückſichtlich der Ablenkung der Polariſationsebene dieſelben. Es haben jedoch Verſuche, die nach Biots Unterſuchun-gen angeſtellt worden, eine beſondere Verbindung zwiſchen dieſen Richtungen und den kryſtalliniſchen Formen derſelben gezeigt. In der Art des kryſtalliſirten Quarzes, den Haüy plagiedriſchen nennt, kommen Seitenflächen vor, die gegen die Axen und Kanten der pri-mitiven Form eine nichtſymmetriſche Lage haben, man mag dieſelben als das Rhomboid oder als das doppelt pyramidaliſche Dodekaëder anſehen. Figur 201 ſtellt einen ſolchen Kryſtall vor, in welchem, wenn die Spitze aufwärts ſteht, alle Seiten C, C, C ſich nach einer Richtung neigen, nämlich rückſichtlich der Axe gegen die rechte Hand, als ob ſie durch irgend eine Urſache, die rings um den gan-zen Kryſtall gewirkt hat, von der linken nach der rechten Hand hin verdreht worden wären. Steht die Spitze B oben, ſo findet die-ſelbe Verdrehung rückſichtlich der Seiten D, D, D ſtatt, und man findet ſelten Quarzkryſtalle (wenn ſolche überhaupt vorhanden ſind), bei denen die Verdrehung nach entgegengeſetzten Seiten vorhanden iſt. Man hat nun gefunden, daß in Kryſtallen, bei denen eine oder mehrere ſolcher Seiten geſehen werden, ihre Dimenſionen mö-gen noch ſo klein ſeyn, man mit Gewißheit die Drehung in einer aus demſelben geſchnittenen Platte vorausſagen kann; ſie geſchieht allemal nach der Seite, nach welcher die Seitenflächen einem Be-obachter verdreht erſcheinen, der den Kryſtall eben ſo wie die Figur anſieht. Sie ſtellt einen rechtsdrehenden Kryſtall vor. Wir dür-

Digitized by Google

ſen hieraus ſchließen, daß, wie auch die Urſache beſchaffen ſeyn mag, die die Richtung der Drehung beſtimmt, dieſelbe bei der Beſtimmung der Richtung der plagiedriſchen Seiten gewirkt hat. Andere Kryſtalle, wie Apatit u. ſ. w., zeigen auch plagiedriſche und unſymmetriſche Seiten, allein ſie ſind ſehr ſelten, und bewirken auch keine Drehung, ſo daß wir jetzt nicht im Stande ſind zu ſagen, ob dieſes ſonderbare Geſetz allgemein iſt, und auch nicht vermuthen können, auf welchen Grundſätzen daſſelbe beruhen möge.

1043. Werden zwei Quarzplatten auf einander gelegt, die beide rechts oder links drehend ſind, ſo iſt ihre ganze Wirkung der Summe der einzelnen gleich. Beſitzen dieſelben einen entgegengeſetzten Charakter, ſo iſt die ganze Wirkung der Differenz beider gleich.

1044. Der Amethyſt (und wahrſcheinlicherweiſe auch in einigen Fällen der Achat) zeigt die ſehr merkwürdige und ſonderbare Erſcheinung, daß dieſe beiden Quarzarten in demſelben in wechſelnden Schichten von ſehr geringer Dicke zuſammen kryſtalliſirt ſind. Wird daher ein Amethyſt ſenkrecht auf die Axe durchſchnitten, und durch polariſirtes Licht unterſucht, das längs ſeiner Axe fortgeht, und wie gewöhnlich zerlegt wird, ſo hat derſelbe ein geſtreiftes Anſehen und zeigt Franzen (Fig. 202), die verſchiedene Farben haben, jenachdem die Lage der Polariſationsebenen der ausfahrenden Strahlen an den verſchiedenen Punkten beſchaffen iſt. Das Weitere hierüber kann der Leſer in einer Abhandlung von Dr. Brewſter finden (Edinburgh Transactions vol. XI). Man ſieht dieſe Schichten ſehr deutlich an der Oberfläche eines friſchen Bruchs dieſes Minerals hervorſtehen, wodurch daſſelbe den beſondern wellenförmigen Bruch erhält, der daſſelbe von dem gewöhnlichen Quarz unterſcheidet.

1045. Die oben beſchriebenen Erſcheinungen der Drehung ſind aber nicht bloß auf Quarz eingeſchränkt. Viele Flüſſigkeiten, und ſogar Dämpfe zeigen dieſelben, ein Umſtand, der uns ſehr unerwartet vorkommen muß, wenn wir bedenken, daß in Flüſſigkeiten und Gasarten die Theilchen in keiner kryſtalliniſchen Anordnung liegend betrachtet werden müſſen, ſo daß jedes Theilchen, um eine ſolche Erſcheinung hervorzubringen, von unſymmetriſcher Beſchaffenheit gedacht werden muß, d. h. es hat eine linke und eine

rechte Seite. Biot und Seebeck haben dieſe intereſſante Entdeckung zu gleicher Zeit gemacht; erſterer hat aber die Erſcheinungen mit beſonderer Sorgfalt unterſucht, und aus ſeiner oben angegebenen Abhandlung ziehen wir folgende Darſtellung aus: Die Flüſſigkeiten, welche eine rechtsdrehende Eigenſchaft beſitzen, ſind Terpenthinöl, Lorbeeröl, Dampf von Terpenthinöl, und eine Weingeiſtauflöſung von künſtlichem Kampher, der durch Salzſäure und Terpenthinöl entſteht. Die linksdrehende Eigenſchaft beobachtete er bei Limonienöl, Syrup von Rohrzucker, und einer Weingeiſtauflöſung von natürlichem Kampher. Bei allen dieſen war die Intenſität der Wirkung oder die Geſchwindigkeit der Drehung viel geringer als bei Quarz. Folgende ſind die Drehungsverhältniſſe oder die Bogen, um welche ein Millimeter Dicke die Polariſationsebene eines gewiſſen von Biot ausgewählten rothen Strahls dreht.

Rechts drehende.

Quarz	+ 18°414.
Terpenthinöl	+ 0°271.
Eine andere Art	+ 0°251.
Daſſelbe durch wiederholte Deſtillationen gereinigt	+ 0°286.
Auflöſung von 1753 Theilen von künſtlichem Kampher in 17359 Theilen Alkohol	+ 0°018.

Links drehende.

Quarz	— 18°414.
Limonienöl	— 0°436.
Concentrirter Syrup	— 0°551.

1046. Es ergiebt ſich ferner aus Biot's Unterſuchungen, daß wenn zwei oder mehr Flüſſigkeiten unter einander gemiſcht, oder mit Quarzplatten verbunden werden, ſo iſt die ganze Drehung immer der Summe aller einzelnen gleich. Iſt daher T die zuſammengeſetzte Dicke, R das Drehungsverhältniß, ſo wird

$$RT = rt + r't' + r''t'' + \ldots\ldots,$$

wo r, r', r'' die Drehungsverhältniſſe der einzelnen Ingredienzien, und t, t'... ihre Dicke ſind. Werden z. B. 66 Theile Terpenthinöl, deſſen Drehungsverhältniß $+0{,}251$ iſt, mit 38 Theilen Limonienöl vermiſcht, ſo haben wir

$$+66 \times 0{,}251 - 38 \times 0{,}436 = 0{,}002.$$

ſo daß dieſe Dicken einander beinahe genau compenſiren müſſen, welches auch nach Biot's Verſuch ſtattfand, indem der ganze durchgelaſſene Strahl ſeine urſprüngliche Polariſation ohne die geringſte Spur eines ungewöhnlichen Bildes behalten hatte. Gießt man in zwei Röhren von gleicher Dicke, aber ungleicher Länge gleiche Mengen Terpenthinöl, und wird der übrige Theil ihrer Längen mit Schwefeläther gefüllt, der keine drehende Eigenſchaft hat, oder in welchem $r = o$ iſt, ſo geben die beiden ſo zuſammengeſetzten Dicken bei allen Lagen des zerlegenden Prisma völlig dieſelben Farben. Wir ſehen hieraus, daß eine Miſchung, die die Theilchen bloß trennt, ohne ſie zu zerlegen, ihre drehende Kraft nicht ändert. Biot fand ſogar, daß ſelbſt unter der Dampfform Terpenthinöl immer noch dieſe Eigenſchaft behielt, und hätte nicht die Exploſion des Apparats genauere Meſſungen verhindert, ſo würde er gewiß gefunden haben, daß er im Verhältniß der Dichtigkeit daſſelbe Drehungsverhältniß behalten hätte. Aus dieſen Umſtänden ſchließt er, daß die drehende Kraft weſentlich in den Theilen der Körper befindlich iſt, und daß ſie dieſelbe in allen Verbindungen beibehält. Allein dieß iſt ein zu übereilter Schluß, denn Zucker hat im feſten Zuſtande dieſe Eigenſchaft nicht, ſo wenig als der durch Potaſche aufgelöſte oder durch Hitze geſchmolzene Quarz (wie es Dr. Brewſter that), wodurch er ſeine kryſtalliniſche Beſchaffenheit verliert. Dieſer dunkle Theil der chemiſchen Optik verdient große Aufmerkſamkeit.

1047. Fresnel hat ſeine Unterſuchungen auf die rotatoriſchen Erſcheinungen mit gleich glänzendem Erfolg als auf die übrigen Lichterſcheinungen ausgedehnt, und er hat gezeigt, daß ſie erklärt werden können, wenn man annimmt, daß die Aethertheilchen, welche die Strahlen längs den Axen von Quarz oder den rotatoriſchen Flüſſigkeiten fortpflanzen, ſtatt in graden Linien zu ſchwingen, ſich auf die §. 627 angegebene Art in Kreiſen bewegen (wo wir gezeigt haben, daß ſolch eine Schwingungsart ſtattfinden kann, und aus der Interferenz zweier rechtwinklicher Schwingungen von gleicher Amplitude, die um den vierten Theil einer Schwingung von einander verſchieden ſind, entſtehen muß), und außerdem zugiebt, daß vermöge einer beſondern Beſchaffenheit der Theilchen dieſer Mittel, ſolche kreisförmige Schwingungen, die von der rechten nach der linken Hand zu gehen, eine Elaſticität erfordern, die von der in

der entgegengeſetzten Richtung etwas verſchieden iſt. Die Farben, welche olche Mittel hervorbringen, ſollen durch die Interferenz zweier auf dieſe Art kreisförmig polariſirter Strahlen entſtehen, die hinter einander um einen Verzögerungsraum herkommen, der dem Unterſchied ihrer Geſchwindigkeiten proportional iſt.

1048. Um aber dieſe letztere Hypotheſe zuläſſig zu machen, müſſen wir zeigen, daß die Erſcheinung, welche nothwendigerweiſe einen Unterſchied der Geſchwindigkeiten begleitet, nämlich die Zerlegung des Strahls bei der Brechung an ſchiefen Oberflächen, wirklich ſtattfindet. Dieß hat Fresnel durch einen Verſuch gezeigt, der freilich ſehr fein, aber doch befriedigend und entſcheidend iſt. Er ließ aus einem Quarzkryſtall ein Prisma ſchneiden, deſſen brechender Winkel 150° betrug, und deſſen Seiten gegen die Axe gleiche Neigung hatten, ſo daß ein im Innern des Prisma mit der Axe parallel gehender Strahl, unter gleichen Winkeln nämlich 75° auf jede Seite fällt. Da dieſer Winkel zu groß iſt, als daß der Strahl heraustreten könnte, ſo kittete er auf jede Seitenfläche die Hälfte eines ganz ähnlichen Prisma, das aus einem Quarzkryſtall geſchnitten war, der die Eigenſchaft hatte, in entgegengeſetzter Richtung als die vorige zu drehen. So iſt in Figur 203 ACB das erſte Prisma, und nachdem die Seite CB des zweiten Prisma CBE auf CB gekittet iſt, wird dieſes Prisma durch die Ebene BD halbirt, und die Hälfte DBE deſſelben auf die andere Seite gebracht, und mit der Seite BC auf AC gekittet, wodurch das achromatiſche Parallelepipedum FABD entſteht, ſo daß wenn ein Strahl auf Q in der Richtung PQ parallel mit der Baſis AB, d. h. parallel mit der Axe der beiden Kryſtalle, fällt, er alle drei in der Richtung der Axen ihrer Sphäroide der doppelten Brechung durchläuft, und daher, in ſo fern das Huygenianiſche Geſetz der doppelten Brechung in Betracht kommt, keine Trennung erleiden ſollte. Nun iſt es einleuchtend, daß wenn der Strahl PQ bei ſeinem Eintritt in AFC in zwei kreisförmig und entgegengeſetzt polariſirte zerlegt wird, und ſich der eine (R) ſchneller als der andere (L) bewegt, ſo muß an der Oberfläche AC eine Trennung ſtattfinden, indem R am wenigſten, L am ſtärkſten gebrochen wird. In dieſem Zuſtande fallen ſie auf das Mittel ACB, und nun vertauſchen die Theile R und L, wegen der entgegengeſetzten Beſchaffenheit beider Mittel, ihre Geſchwindigkeiten; ſo daß R, der bei ſeinem Heraus-

Digitized by Google

treten aus der Seite AC des Prisma FAC am wenigſten aufwärts gebrochen wurde, jetzt am ſtärkſten abwärts gebrochen wird; die Trennung der Bilder wird auf dieſe Art verdoppelt, und daſſelbe findet an der gemeinſchaftlichen Fläche CB ſtatt. Dieſe Verbindung iſt daher ſehr paſſend, eine Trennung oder einen Unterſchied der Geſchwindigkeiten längs der Axe merklich zu machen, ſowohl wegen der Verdoppelung der Trennung, als auch wegen des großen Einfallswinkels. Es wird alſo durch ein ſolches zuſammengeſetztes Prisma eine doppelte Brechung hervorgebracht, und man bemerkt wirklich, daß zwei Strahlen herausfahren, die einen merklichen Winkel mit einander bilden.

1049. Man hat aber außerdem beobachtet, daß, obgleich beide Strahlen durch eine wirkliche doppelte Brechung getrennt worden ſind, ſie nicht die Eigenſchaften erhalten haben, welche die doppelte Brechung insgemein dem gewöhnlichen und dem ungewöhnlichen Strahl mittheilt, ſondern ſehr davon verſchieden. In den gewöhnlichen Fällen der doppelten Brechung ſind beide Strahlen in entgegengeſetzten Ebenen polariſirt, und jeder derſelben giebt durch ein doppelt brechendes Prisma zwei ungleiche Bilder, die wechſelsweiſe mehr oder weniger hell ſind, ſo wie das Prisma durch die verſchiedenen Quadranten gedreht wird. Dieß findet nicht bei den zwei Strahlen ſtatt, von denen hier die Rede iſt, denn

Erſtens. Giebt jeder derſelben, wenn er durch ein doppelt brechendes Prisma unterſucht wird, immer zwei Bilder von gleicher Intenſität. Hierin haben ſie alſo den Charakter des nichtpolariſirten Lichts, und ſie können ſo betrachtet werden, als ob jeder derſelben aus zwei Strahlen beſtünde, die unter einander ſenkrecht polariſirt ſind.

1050. Zweitens. Unterſcheiden ſie ſich vom gewöhnlichen oder nichtpolariſirten Licht durch eine ſehr merkwürdige Eigenſchaft, die zuerſt von Fresnel entdeckt wurde, und ein Hauptkennzeichen dieſer Art von Polariſation ausmacht. Es falle jeder derſelben ſenkrecht auf die Oberfläche AB eines Parallelepipedum von Crownglas vom Brechungsverhältniß 1,51, deſſen Winkel ABC, ADC, $54\frac{1}{2}^{\circ}$ betragen, ſo wird derſelbe an der innern Oberfläche BC total zurückgeworfen, und wenn das Parallelepipedum lang genug iſt, von Neuem an der entgegengeſetzten Seite AD, ſo daß er endlich ſenkrecht aus der Oberfläche BC heraustritt. Der heraustre-

tende Strahl aber, anſtatt ſich wie gewöhnliches Licht zu verhalten, iſt jetzt in einer Ebene vollſtändig polariſirt, die 45° gegen die geneigt iſt, in welcher die Zurückwerfungen geſchahen, welche Lage auch dieſe Ebene gehabt haben mag. Werden beide Strahlen auf dieſelbe Art behandelt, ſo zeigt ſich, daß der eine nach zwei vollſtändigen Zurückwerfungen in einer Ebene polariſirt iſt, deren Azimuth 45° rechter Hand, der andere in einer Ebene, deren Azimuth 45° linker Hand von der Zurückwerfungsebene aus gerechnet, beträgt.

Wir ſehen hieraus, daß die Wirkung der doppelten Brechung längs der Axe des Quarz darin beſteht, daß ſie jedem der herausfahrenden Strahlen entgegengeſetzte Polariſation mittheilt, welches von der Modification gänzlich verſchieden iſt, die die gewöhnliche Zurückwerfung, oder die doppelte Brechung durch isländiſchen Kalkſpath in dem Strahl hervorbringt; ſo lange der Strahl bei dem zuletzt beſchriebenen Verſuch ſenkrecht in die erſte Oberfläche des Parallelepipedum eindringt, iſt es gleichgültig, in welcher Ebene die beiden Zurückwerfungen geſchehen, und da er, wenn ihm ein doppelt brechendes Prisma in den Weg geſtellt wird, ſich immer in zwei gleiche Strahlen theilt, ſo iſt einleuchtend, daß ein auf dieſe Art modificirter Strahl keine Seiten hat, d. h. keine beſondern Beziehungen zu gewiſſen Gegenden im Raume, und daß daher der Name kreisförmige Polariſation ſich ohne alle Rückſicht auf theoretiſche Betrachtungen ſehr wohl anwenden läßt. Allein die oben beſchriebenen Kennzeichen ſind nicht die einzigen, die einem ſolchen Strahl zugehören; denn

Drittens. Geht ein ſolcher Strahl durch ein dünnes kryſtalliſirtes Blättchen parallel mit der Axe deſſelben, ſo wird er durch die erfolgende doppelte Brechung in zwei Strahlen von Complementärfarben zerlegt, wodurch ſich ein beſtimmter Unterſchied zwiſchen ihm und dem gewöhnlichen Licht zeigt, während auf der andern Seite dieſe Farben nicht mit denjenigen übereinſtimmen, die von einem gewöhnlich polariſirten Strahl hervorgebracht werden, ſondern von ihnen um ein Viertel der Farbe verſchieden ſind.

1051. Viertens. Zeigt ein durch dieſe beſondere doppelte Brechung modificirter Strahl keine Farbenerſcheinungen, wenn er durch Quarz, Terpenthinöl, Limonienöl u. ſ. w. geht, und dann vermittelſt eines doppelt brechenden Prisma zerlegt wird. Hierdurch unterſcheidet

er ſich vom polariſirten Licht, und ſtimmt mit dem gewöhnlichen überein.

1052. Eine andere Methode, dem Strahl alle dieſe Kennzeichen mitzutheilen, iſt von Fresnel entdeckt worden. Sie beſteht darin, daß man das §. 1049 beſchriebene Verfahren umkehrt. Man laſſe in die Seite CD des erwähnten Parallelepipedum einen gewöhnlich polariſirten Strahl ſenkrecht einfallen, während das Parallelepipedum ſo geſtellt iſt, daß die Ebene der innern Zurückwerfung an der Seite AD, 45° gegen die der urſprünglichen Polariſation geneigt iſt. Nachdem derſelbe zwei innere Zurückwerfungen in G und F erlitten hat, wird er in E heraustreten, indem er die Eigenſchaften der gewöhnlichen Polariſation verloren, und dagegen die der kreisförmigen angenommen hat, ſo daß er auf keine Weiſe von einem ſolchen Strahl zu unterſcheiden iſt, den man durch die doppelte Brechung längs der Axe von Quarz hervorgebracht hat.

1053. Wir müſſen jedoch noch zeigen, daß die hier beſchriebenen Kennzeichen, die einem Strahl mitgetheilt werden, der längs der Axe von Quarz fortgeht, wirklich diejenigen ſind, die einem durch kreisförmige Schwingungen fortgepflanzten Strahl zugehören müſſen. Zuerſt ergiebt ſich aus §. 627, daß dieſer letztere Strahl aus zwei Strahlen entſteht, die unter rechten Winkeln polariſirt ſind, und in ihren Phaſen um den vierten Theil einer Undulation verſchieden ſind. Er muß daher nothwendig das erſte Kennzeichen beſitzen, nämlich, daß er ſich aus derſelben Urſache wie nichtpolariſirtes Licht durch die doppelte Brechung in zwei gleiche Strahlen zerlegen läßt, da der Unterſchied der Phaſen hierbei nicht in Betracht kommt.

1054. Ferner wird ein Strahl, der durch kreisförmige Schwingungen fortgepflanzt wird, wenn er auf Quarz in der Richtung der Axe fällt, längs derſelben durch diejenige Elaſticität fortgepflanzt, welche der Richtung ſeiner Drehung zugehört; die Welle tritt dann ohne weitere Theilung in den Kryſtall, und beim Austritt findet kein Unterſchied der Wege oder Interferenz der Strahlen ſtatt; folglich werden durch die Zerlegung deſſelben vermittelſt der doppelten Brechung keine Farben hervorgebracht, welches ein anderes der erwähnten Kennzeichen ausmacht.

Digitized by Google

1055. Fällt ein durch kreisförmige Schwingungen fortgepflanzter Strahl auf ein kryſtalliſirtes Blättchen, ſo kann derſelbe als aus zweien zuſammengeſetzt angeſehen werden, von denen der eine in der Ebene des Hauptdurchſchnittes, der andere in einer darauf ſenkrechten Ebene polariſirt iſt, die gleiche Intenſität beſitzen, und in ihren Phaſen um den vierten Theil einer Undulation verſchieden ſind. Jeder derſelben geht unverändert hindurch, und ſie werden ſich daher rückſichtlich ihrer Interferenzen bei dem Heraustritt und der erfolgenden Zerlegung eben ſo verhalten, wie die zwei Theile eines Strahls, der urſprünglich in einem Azimuth von 45° polariſirt war, und durch die doppelte Brechung des Blättchens in zwei zerlegt wurde, vorausgeſetzt, daß man zu der Phaſe des einen dieſer Strahlen den vierten Theil einer Undulation hinzufügt. Solche Strahlen bringen nun durch die Interferenz ihrer doppelt gebrochenen Theile, wie wir §. 969 weitläufig gezeigt haben, die gewöhnlichen und ungewöhnlichen Farben hervor, die dem Verzögerungsraum innerhalb des kryſtalliſirten Blättchens entſprechen. Im gegenwärtigen Fall ſind alſo die hervorgebrachten Farben diejenigen, welche dieſem Verzögerungsraum $\pm$ einer Viertelundulation entſprechen, und ſie ſind daher um den vierten Theil einer Farbe von denjenigen Farben verſchieden, welche ſich bei dem Gebrauch eines gewöhnlich polariſirten Lichtſtrahls, der in einem Azimuth von 45° auf das Blättchen fällt, zeigen würden.

1056. Es bleibt nur noch ein Kennzeichen der längs der Axe des Quarz fortgepflanzten Strahlen übrig, von dem wir zeigen müſſen, daß er einem Strahl zugehört, der durch kreisförmige Schwingungen fortgepflanzt wird, nämlich das in §. 1049 beſchriebene. Hierzu iſt es aber nöthig, die Reſultate anzuführen, die Fresnel bei ſeinen Unterſuchungen über die Veränderungen, welche das Licht bei ſeiner Zurückwerfung im Innern der durchſichtigen Körper erleidet, gefunden hat.

Fällt ein Strahl, welcher in einem beliebigen Azimuth polariſirt worden iſt, auf eine Oberfläche, die das ganze auffallende Licht zurückwirft, ſo iſt einleuchtend, daß wenn wir denſelben in zwei zerlegen, von denen der eine ſeine Schwingungen parallel mit der Oberfläche, der andere ſenkrecht auf dieſelbe vollbringt, und beide von einander unabhängig betrachten, daß dann die Zurückwerfung beider Theile unter ſehr verſchiedenen Umſtänden geſchieht, in-

Digitized by Google

dem im erſtern Fall die Aetherttheilchen gleichſam längs der Oberfläche fortgleiten müſſen, alſo in Schichten, deren Dichtigkeit conſtant iſt, während im letztern jedes Theilchen bei der Schwingung in Schichten von veränderlicher Dichtigkeit gelangt. Die Zurückwerfungen geſchehen alſo in beiden Fällen in verſchiedenen Tiefen, und hierdurch entſteht ein Unterſchied der Wege, alſo ein Unterſchied in den Phaſen der zurückgeworfenen Theile, ſo daß der ganze zurückgeworfene Strahl nicht mehr als ein einzelner betrachtet werden kann, ſondern als aus zweien beſtehend angeſehen werden muß, die ungleiche Intenſität, entgegengeſetzte Polarität beſitzen, und in ihren Phaſen um eine Größe verſchieden ſind, die vom Einfallswinkel und dem Brechungsverhältniß des Mittels abhängt. Fresnel hat für den Unterſchied δ der Phaſen aus den Formeln §. 852 folgenden Ausdruck gefunden

$$\cos \delta = \frac{2\mu^2 . \sin i^4 - (\mu^2 + 1) \sin i^2 + 1}{(\mu^2 + 1) \sin i^2 - 1}$$

wo μ das Brechungsverhältniß und i der innere Einfallswinkel iſt. Man muß bemerken, daß er dieſe Formel nicht als völlig bewieſen, ſondern nur als ſehr wahrſcheinlich giebt. Da jedoch ihre Ableitung von der Erfahrung unabhängig iſt, ſo kann man dieſelbe, wenn ſie durch viele Verſuche als richtig befunden iſt, als ein phyſiſches Geſetz anſehen. Wir haben nun ſchon geſehen, daß bei Crownglas, wo $\mu = 1{,}51$ und $i = 54\frac{1}{2}^\circ$ iſt, ein polariſirter Strahl, deſſen Azimuth gegen die Ebene der vollkommenen Zurückwerfung 45° beträgt, ſeine Polariſation verliert, und die Eigenſchaften eines Strahls erhält, der aus zweien zuſammengeſetzt iſt, deren Phaſen um 45° verſchieden ſind. Setzen wir in obiger Formel $\mu = 1{,}51$ und $i = 54^\circ 37'$, ſo finden wir $\delta = 45^\circ$, $2\delta = 90^\circ$, ſo daß in dieſem Fall die Gleichung richtig iſt. Fresnel fand auch, daß dieſelbe Wirkung durch drei Zurückwerfungen hervorgebracht wurde, wenn der Einfallswinkel 69° 12′ betrug, durch vier bei einem Einfallswinkel von 74° 42′; beide ſtimmen mit der Formel überein, die im erſten Fall $\delta = \frac{1}{3} 90^\circ$, im zweiten $\delta = \frac{1}{4} 90^\circ$ giebt. Aehnliche Prüfungen erhielt man, indem zwei Zurückwerfungen an der innern Oberfläche von Glas, und zwei an den Gränzen von Glas und Waſſer unter Winkeln von 68° 27′ geſchahen.

1057. Man ſieht hieraus, daß wenn ein Strahl, der in einem Azimuth von 45° polariſirt iſt, zwei vollſtändige Zurückwer-

fungen unter den angegebenen Winkeln und auf die angegebene Art erleidet, derſelbe kreisförmig polariſirt wird, und wenn umgekehrt die zwei Elemente eines auf dieſe Art kreisförmig polariſirten Strahls ihren Weg wieder zurückbeſchreiben, ſo vereinigen ſie ſich zu einem Strahl, welcher in einer Ebene vollſtändig polariſirt iſt. Alle Kennzeichen der Strahlen, die längs der Axe des Quarz durchgegangen ſind, ſtimmen daher mit dem eines ſo zuſammengeſetzten und kreisförmig polariſirten Strahls überein. Um alſo die Erſcheinungen zu erklären, welche ein polariſirter Strahl zeigt, wenn er auf eine Platte dieſes Kryſtalls fällt, die ſenkrecht auf deſſen Axe geſchnitten iſt, müſſen wir zuerſt den Strahl als in zwei andere (A und B) von gleicher Intenſität zerlegt betrachten, von denen der eine A in einer Ebene polariſirt iſt, die mit der Verticalebene rechter Hand einen Winkel von 45° bildet, der andere in einer Ebene, die mit derſelben Ebene linker Hand einen Winkel von 45° macht. Dieſe Verticalebene ſoll die Ebene der urſprünglichen Polariſation ſeyn. Vermöge §. 615 kann man nun einen in irgend einer Ebene polariſirten Strahl zwei andern Strahlen gleichſetzen, die die halbe Intenſität haben, und in ihren Phaſen um den vierten Theil einer Undulation verſchieden ſind; es ſey alſo der Strahl A in zwei zerlegt, von denen der eine Aa in der Ebene + 45° polariſirt, und ſeine Phaſe um + ⅛ Undulation verändert iſt, der andere Ab auch in + 45° polariſirt, ſeine Phaſe aber um — ⅛ Undulation geändert wird, ſo daß Aa und Ab um eine Viertelundulation verſchieden ſind. Auf ähnliche Art zerlege man B in Ba in der Ebene — 45°, deſſen Phaſe um + ⅛ verſchieden iſt, und in Bb, der in der Ebene — 45° polariſirt wird, und ſeine Phaſe um — ⅛ Undulation von der von B abweicht. Verbindet man dieſe Strahlen kreuzweiſe zu zweien, ſo ſind Aa, Bb gleiche, aber entgegengeſetzt polariſirte Strahlen, die um ¼ Undulation von einander verſchieden ſind, und die daher einen kreisförmig polariſirten Strahl bilden, in welchen die Drehung von der rechten nach der linken Hand geht. Auf gleiche Weiſe bildet das Paar Ab, Ba einen andern gleich ſtarken kreisförmig polariſirten Strahl, deſſen Drehung der vorigen entgegengeſetzt iſt. Dieſe gehen nun der Annahme zufolge, mit ungleichen Geſchwindigkeiten durch den Quarz hindurch, wodurch ein Verzögerungsraum entſteht, und iſt die Oberfläche, durch welche ſie hinein- oder herausfallen, gegen

gen die Axe ſchief, ſo findet eine doppelte Brechung ſtatt, und beide Strahlen treten in verſchiedenen Richtungen heraus, wie die Verſuche zeigen. Iſt die Oberfläche ſenkrecht gegen die Axe, ſo decken ſie einander, und bilden einen Strahl. Wir wollen nun unterſuchen, in welchem Zuſtand der Polariſation ſich dieſer Strahl befindet. Hierzu denke man ſich, daß ein Aetherttheilchen zu gleicher Zeit von zwei kreisförmigen Bewegungen in entgegengeſetzter Richtung bewegt werde, ſo daß die eine Bewegung in einem Kreiſe wie AP (Fig. 205) in der Richtung AP geſchieht, die andere in einem Kreiſe wie BQ in der Richtung BQ. Es ſeyen A und B zwei Theilchen, die zu gleicher Zeit aus A und B in dieſen Kreiſen mit gleichen Geſchwindigkeiten ausgehen, ſo iſt die Bewegung von C in jedem Augenblick der aus beiden Bewegungen zuſammengeſetzten gleich. Sobald A nach P kommt, gelange B nach Q, ſo iſt AP=BQ, und jede der Bewegungen in P und Q läßt ſich in zwei zerlegen, von denen diejenigen, die mit CD parallel ſind, zuſammenwirken, während die in den Richtungen PD, QD parallel mit PQ einander aufheben, da ſie gleich ſind; C bewegt ſich alſo bloß vermöge der Summe der beiden erſten, und ſeine Schwingungen ſind daher gradlinig und geſchehen in der Ebene CD ſenkrecht auf PDQ. Iſt die Dicke der Platte des Quarz Null, oder ſo beſchaffen, daß der Verzögerungsraum eine vollſtändige Anzahl Undulationen beträgt, ſo liegen A und B auf den entgegengeſetzten Seiten eines Durchmeſſers, und die neue Polariſationsebene CD wird auf dieſem Durchmeſſer AM ſenkrecht ſtehen, oder mit der urſprünglichen Polariſationsebene zuſammenfallen. Findet dieß aber nicht ſtatt, ſo hat die eine Bewegung über die andere einen Theil der Peripherie MB gewonnen, der ſich zur ganzen Peripherie verhält, wie die Dicke der Platte ſich zu der Dicke verhält, welche einen Unterſchied von einer ganzen Undulation hervorbringen würde, und nehmen wir an, daß das eine Theilchen von A ausgeht, ſo wird nach dem Austritt der Wellen in die Luft, wo ſie mit gleicher Geſchwindigkeit circuliren, das andere Theilchen nicht von M, ſondern von B ausgehen, folglich wird die neue Polariſationsebene CD (die dem ſo eben Bewieſenen zufolge immer den Winkel ACB halbiren muß) nicht mehr mit der urſprünglichen Polariſationsebene CN zuſammenfallen, ſondern einen Winkel DCN damit bilden, der halb ſo groß als

Digitized by Google

BCM, und daher MB oder dem Verzögerungsraum, d. h. der Dicke der Platte proportional iſt. Das aus der Quarzplatte heraustretende Strahlenſyſtem bildet daher einen in einer Ebene polariſirten Strahl, die dieſelbe Lage hat, als wenn die urſprüngliche Ebene ſich gleichförmig um den Strahl als Axe während ſeines Durchgangs durch die Platte gedreht hätte. Auf dieſe Art erhalten wir eine vollſtändige und genügende Erklärung der ſcheinbaren Drehung der Polariſationsebene, wie ſie Biot für homogene Strahlen beobachtet hat.

1058. Man hat bemerkt, daß die Spectra, welche durch die doppelte Brechung in Quarz längs der Axe hervorgebracht werden, ſehr ſtark und ungleich gefärbt ſind. Die violetten Strahlen ſind am ſtärkſten getrennt, und daher iſt der Unterſchied der Geſchwindigkeiten der zwei drehenden Strahlen für violette Strahlen viel größer als für rothe. Folglich iſt auch die ſcheinbare Geſchwindigkeit der Drehung der Polariſationsebene für violette Strahlen größer als für rothe in demſelben Verhältniß, und auf dieſe Art entſtehen alle Farbenerſcheinungen, welche Biot beſchrieben und beobachtet hat. Es iſt freilich wahr, daß wir rückſichtlich der phyſiſchen Urſache des Unterſchiedes der Geſchwindigkeiten der beiden in Quarz kreisförmig polariſirten Strahlen im Dunkeln bleiben, allein es iſt hierdurch bewieſen, daß das Daſeyn eines ſolchen Unterſchiedes keine Hypotheſe, ſondern eine Thatſache iſt, die ſich durch den beobachteten Unterſchied der Brechung, und die beobachteten Kennzeichen der beiden heraustretenden Strahlen zeigt.

§. XI. Von der Verſchluckung des Lichts in kryſtalliſirten Mitteln.

1059. Kryſtalliſirte Mittel, die die Eigenſchaft der doppelten Brechung beſitzen, verſchlucken die verſchieden gefärbten Strahlen in verſchiedener Menge, jenachdem ihre Polariſationsebenen gegen die Axen der Kryſtalle liegen, und üben auch verſchieden verſchluckende Kräfte auf Strahlen von einerlei Farbe aus, die in verſchiedenen Ebenen polariſirt ſind. Ein ſehr merkwürdiges Beiſpiel hiervon giebt der braune Turmalin; denn eine aus demſelben parallel mit der Axe geſchnittene Platte verſchluckt faſt gänzlich alle Strahlen, die in der Ebene des Hauptdurchſchnitts polariſirt ſind,

Digitized by Google

und läßt nur diejenigen unter den entgegengeſetzt polariſirten Strahlen durchgehen, welche eine braune Farbe ausmachen.

1060. Da bei dem Eintritt eines Strahls von gewöhnlichem Licht in eine ſolche Platte derſelbe in zwei zerlegt wird, wovon der eine in der Ebene des Hauptdurchſchnitts polariſirt iſt, und der andere in einer darauf ſenkrecht ſtehenden Ebene, ſo wird der erſte durch die Wirkung des Kryſtalls verſchluckt, während der braune Theil des letztern der Verſchluckung entgeht, allein, indem er beim Heraustreten aus der Platte ſeine Polariſation beibehält, mit ſeinem eigenthümlichen Licht erſcheint und völlig in einer Ebene polariſirt iſt, die ſenkrecht auf der Axe ſteht. Hierdurch iſt die ſonderbare Erſcheinung der Polariſation des Lichts bei dem Durchgange deſſelben durch Turmalin oder einen andern gefärbten Kryſtall erklärt, oder wenigſtens auf das allgemeinere Geſetz einer verſchluckenden Kraft zurückgeführt, die ſich mit der Lage der Polariſationsebene im Innern ändert. Der Kryſtall zerlegt vermöge ſeiner doppelt brechenden Kraft den Strahl in zwei Strahlen, und polariſirt ſie entgegengeſetzt, und die ungleiche Verſchluckung dieſer beiden Theile bringt das vollkommene Verſchwinden des einen und das theilweiſe Verſchwinden des andern Theils hervor. Hieraus ſieht man, daß der polariſirte Strahl, den man durch den Durchgang durch einen Turmalin erhält, eine Intenſität beſitzen muß, die viel geringer als die Hälfte der Intenſität des einfallenden Strahls ſeyn wird.

1061. Die Verſchluckung des in der Ebene des Hauptdurchſchnitts polariſirten Strahls geſchieht jedoch nicht plötzlich; denn iſt die Turmalinplatte ſehr dünn, ſo iſt der heraustretende Strahl nur zum Theil polariſirt, wodurch ſich zeigt, daß in ihm noch Theile vorhanden ſind, die zum andern Strahl gehören. Man ſieht dieſes am beſten dadurch, daß man ein Prisma aus einem Turmalin ſchneidet, deſſen brechende Kante der Axe parallel geht und einen ſehr kleinen Winkel hat, ſo daß die Dicke nicht zu ſchnell zunimmt. Betrachtet man durch daſſelbe eine entfernte Lichtflamme, ſo ſieht man nur ein Bild, nämlich das ungewöhnliche, allein ſo wie ſich das Auge der Kante nähert, erſcheint das gewöhnliche Bild anfangs ſehr ſchwach, allein immer nach und nach heller, bis an der Karte ſelbſt beide Bilder einander gleich werden. Zugleich wird das ungewöhnliche Bild verwaſchen, und die Bilder nähern ſich der Gleichheit nicht bloß rück-

Digitized by Google

ſichtlich der Helligkeit, ſondern auch rückſichtlich der Farben. Man ſieht hieraus auch, daß genau genommen der gewöhnliche Strahl durch keine Dicke vollſtändig verſchluckt wird, allein da er in geometriſcher Progreſſion abnimmt, während die Dicke in arithmetiſcher Progreſſion wächst, ſo kann man die Verſchluckung für alle praktiſchen Zwecke bei mäßigen Dicken als vollkommen geſchehen betrachten.

1062. Dr. Brewſter, deſſen unermüdeten Unterſuchungen wir faſt alle unſere Kenntniſſe über dieſen Gegenſtand verdanken, hat gezeigt, daß eine große Menge der gefärbten doppelt brechenden Mittel dieſe Eigenſchaft im größern oder geringern Maße beſitzt, und den Ausdruck dieſer Eigenſchaften kann man dadurch allgemein machen, daß man alle doppelt brechenden Mittel ſo anſieht, als ob ſie zwei von einander verſchiedene verſchluckende Kräfte oder zwei beſondere Verſchluckungsſkalen für die beiden Strahlen beſitzen, oder (wenn man den Sprachgebrauch §. III. Abſchn. 2 annimmt) als ob bei ihnen zwei Curven vorkämen, die das Geſetz der Verſchluckung im Spectrum ausdrückten. Sind beide Curven grade Linien, die der Abſciſſenlinie parallel ſind, ſo ſind die Kryſtalle farblos. Von dieſer Beſchaffenheit ſind der helle kohlenſaure Kalk, Quarz, Salpeter u. ſ. w. Sind die Curven ähnlich und gleich, ſo zeigt der Kryſtall im polariſirten und im gewöhnlichen Licht dieſelbe Farbe. Sind ſie unähnlich oder haben ihre Ordinaten ein ungleiches Verhältniß, ſo ändert ſich der Charakter derſelben mit der Veränderung der Polariſationsebene des einfallenden Strahls, ſo daß wenn eine aus einem ſolchen Kryſtall geſchnittene Platte einem polariſirten Strahl von weißem Licht ausgeſetzt wird, ihre Farbe ſich ſowohl der Qualität als Quantität nach ändert. Dr. Brewſter hat ſolche Farbenveränderungen und die damit verbundenen Erſcheinungen in einer ſehr großen Menge ſowohl einaxiger als zweiaxiger Kryſtalle beobachtet, von denen er eine Tabelle in einer ſehr intereſſanten Abhandlung (Philosophical Transactions 1819) gegeben hat, die wir unſern Leſern empfehlen. Man kann dieſe Erſcheinungen ſehr deutlich bei einem dunkeln Quarzprisma ſehen, welches, wenn es mit ſeiner Axe in der Polariſationsebene gehalten wird, amethyſtfarbig erſcheint, während in einer darauf ſenkrechten Lage ſeine Farbe gelbbraun iſt.

1063. Um aber die Erſcheinungen genauer aus einander zu ſetzen, müſſen wir die beiden Strahlen beſonders unterſuchen. Hierzu nahm Brewſter ein Rhomboid von gelbem kohlenſaurem Kalk, das

Digitized by Google

dick genug war, um zwei deutliche Bilder einer kleinen vor demſelben befindlichen kreisförmigen Oeffnung zu geben und erleuchtete daſſelbe mit weißem Licht, wobei er beobachtete, daß das durch die ungewöhnliche Brechung geſehene Bild von einer tiefern Farbe und weniger leuchtend als das andere erſchien, indem es eine orange Farbe hatte, während das andere Bild gelblich weiß war. Er fand außerdem, daß der Unterſchied der Farben deſto größer war, je mehr die Bahnen der gebrochenen Strahlen innerhalb des Kryſtalls mehr gegen die Axe geneigt waren, indem dieſer Unterſchied in der Axe Null und ſenkrecht darauf ein Maximum war. Bezeichnen wir durch Y_o, Y_e die Ordinaten der Curven, welche das Geſetz der Verſchluckung wie §. 490 für den gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahl ausdrücken, ſo nehmen beide ab, wenn wir vom Roth zum Violett übergehen, auf die Art, wie Fig. 114 gezeigt iſt, wo Y_e die kleinere Ordinate iſt und ſchneller abnimmt. Da außerdem in der Axe $Y_o = Y_e$, und Y_o wächst, indem wir uns von der Axe entfernen, während Y_e um gleiche Grade abnimmt, ſo können wir beide Veränderungen durch die Gleichungen

$$Y_o = Y\,(1 + k \sin \theta^2)\,;$$
$$Y_e = Y\,(1 - k\,.\sin \theta^2)\,;$$

genügend darſtellen. Dieſe geben

$$Y_o + Y_e = 2\,Y = \text{Const.}$$

oder von θ unabhängig, welches mit einer Beobachtung von Dr. Brewſter übereinſtimmt, daß in jeder Lage die verbundenen Farben beider Bilder genau die natürliche Farbe des Minerals geben (die in allen Richtungen hierbei dieſelbe geweſen zu ſeyn ſcheint).

1064. In dieſem Fall wird alſo die Farbe der Kryſtallplatte von gegebener Dicke, wenn ſie dem natürlichen Licht ausgeſetzt wird, dieſelbe ſeyn, ſie mag der Axe parallel oder ſenkrecht auf dieſelbe geſchnitten werden. Aber Dr. Brewſter hat bemerkt, daß dieß nicht immer der Fall iſt, ſondern daß in dieſer Rückſicht große Verſchiedenheiten ſtattfinden. So fand er, daß bei einigen Arten Saphir die Farbe längs der Axe dunkelblau, quer durch dieſelbe gelbgrün erſchien. Bei dem Idocras ſieht man längs der Axe eine orangegelbe Farbe, und quer durch dieſelbe eine gelbgrüne. Auch findet man nicht ſelten Turmaline, bei denen die Farbe quer durch die Axe grün iſt, während ſie längs derſelben dunkelroth ausfällt; im Allgemeinen iſt dieſes Mineral in einigen Richtungen undurchſichtiger als in andern, ſo

Digitized by Google

daß Platten von mäßiger Dicke, die ſenkrecht auf die Axe geſchnitten ſind, faſt gar kein Licht durchlaſſen. Eins der merkwürdigſten Beiſpiele dieſer Art giebt ein ſchwefelſaures Eiſenſuboxyd, welches in regelmäßigen ſechsſeitigen Prismen kryſtalliſirt; ſieht man durch zwei gegenüber liegende Seiten des Prisma, ſo erſcheint es hellgrün, längs der Axe aber blutroth, und zwar ſo ſtark, daß eine Dicke von $\frac{1}{20}$ Zoll kaum einiges Licht durchläßt. Es iſt einleuchtend, daß ſich auf ſolche Fälle die vorige Formel nicht anwenden läßt. Allein eine kleine Modification ſetzt uns in den Stand, die Erſcheinungen analytiſch darzuſtellen. Denn ſetzen wir

$$y_o = X_o + Y_o \,.\, \sin \theta^2 ,$$

$$y_e = X_e + Y_e \,.\, \sin \theta^2 ,$$

wo X_o, Y_o u. ſ. w., ſo wie auch y_o, y_e Functionen von λ (der Länge einer Undulation) darſtellen, und die Ordinaten von Curven ſind, welche die Farben andeuten, ſo kommt

$$y_o + y_e = (X_o + X_e) + (Y_o + Y_e) \,.\, \sin \theta^2 .$$

Dieß iſt nun die Farbe, welche eine Kugel zeigt, deren Durchmeſſer $= 1$ iſt, wenn ſie im natürlichen Licht längs eines Durchmeſſers betrachtet wird, der den Winkel θ mit der Axe bildet. Bezeichnen wir durch A und B die Ordinaten der Curve für die Farbe, welche ſie zeigt, wenn man dieſelbe längs der Axe und in einer darauf ſenkrechten Richtung betrachtet, ſo iſt für $\theta = 0$,

$$y_o + y_e = A = X_o + X_e ;$$

und für $\theta = 90°$,

$$y_o + y_e = B = (X_o + X_e) + (Y_o + Y_e) ;$$

hieraus ergiebt ſich

$$Y_o + Y_e = B - A ,$$

und die Farbe, welche gewöhnliches Licht bei der Neigung θ gegen die Axe zeigt, wird durch

$$y_o + y_e = A + (B - A) \sin \theta^2 .$$

$$= A \,.\, \cos \theta^2 + B \,.\, \sin \theta^2$$

dargeſtellt. So iſt bei dem ſchwefelſauren Eiſenſuboxyd, A das Blutroth, B das Blaßgrün, und wir erhalten für jede dazwiſchen liegende Neigung θ,

$$\text{Farbe} = (\text{Blutroth}) \,.\, \cos \theta^2 + (\text{Blaßgrün}) \,.\, \sin \theta^2$$

welche Formel ziemlich genau die Farben bei den verſchiedenen Neigungen anzeigt.

1065. Wir wollen nun annehmen, daß der einfallende Strahl in irgend einer Ebene polariſirt ſey, und diejenige Ebene, welche durch den Strahl und die Axe geht, mache mit der Polariſationsebene den Winkel α. Dann würden $\cos\alpha^2$ und $\sin\alpha^2$ die Intenſitäten des gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls, die zuſammen den einfallenden ausmachen, darſtellen, wenn der Kryſtall durchſichtig wäre, allein wegen ſeiner verſchluckenden Kraft werden dieſelben durch

$$y_o = \cos\alpha^2 . (X_o + Y_o . \sin\theta^2),$$
$$y_e = \sin\alpha^2 . (X_e + Y_e . \sin\theta^2),$$

ausgedrückt, ſo daß ſie bei dem Heraustreten kein weißes Licht geben, ſondern eine veränderliche Farbe, die durch

$$(X_o . \cos\alpha^2 + X_e \sin\alpha^2)$$
$$+ (Y_o . \cos\alpha^2 + Y_e \sin\alpha^2) . \sin\theta^4$$

dargeſtellt wird, wo

$$X_o + X_e = A$$
$$Y_o + Y_e = B - A$$

iſt. Um jedoch die beſondern Werthe von X_o u. ſ. w. beſtimmen zu können, müſſen wir noch zwei andere Bedingungen haben, und dieſe findet man, indem man zuerſt bedenkt, daß in der Richtung der Axe die Farbe von α unabhängig ſeyn muß; dieß giebt $X_o . \cos\alpha^2 + X_e . \sin\alpha^2$ unabhängig von α, d. h. $X_o = X_e$, und jede dieſer Größen $= \frac{1}{2}$ A. Um eine andere Bedingung zu erhalten, bemerke man die Farben, welche die Kugel dann zeigt, wenn die Geſichtslinie ſenkrecht auf der Axe ſteht, und zwar zuerſt in der Polariſationsebene, dann ſenkrecht auf derſelben, d. h. wenn $\alpha = 0$, und $\alpha = 90°$ iſt. Dieſe ſind

$$X_o + Y_o;\ X_e + Y_e;$$

und bezeichnet man dieſelben durch a und b, ſo wird

$$Y_o = a - X_o = a - \frac{1}{2} A.$$

$$Y_e = b - X_e = b - \frac{1}{2} A.$$

Folglich iſt der Ausdruck für die Farbe, welche man im polariſirten Licht ſieht

$$\frac{1}{2} A + \left\{ (a - \frac{1}{2} A) \cos\alpha^2 + (b - \frac{1}{2} A) \sin\alpha^2 \right\} . \sin\theta^2$$

oder auch

$$\frac{1}{2} \text{ A} \cos \theta^2 + (\text{a} . \cos \alpha^2 + \text{b} . \sin \alpha^2) . \sin \theta^2 ;$$

wo man bemerken kann, daß a und b Complementärfarben zu der Farbe B ſind, weil (§. 1064)

$$\text{a} + \text{b} = \text{X}_{\circ} + \text{X}_{,} + \text{Y}_{\circ} + \text{Y}_{,} = \text{B}.$$

1066. Dieß iſt der Ausdruck für das Anſehen der Kryſtalle mit einer Axe, die nach ihrer verſchiedenen Lage gegen das einfallende Licht eine veränderliche Farbe im gewöhnlichen oder im polariſirten Licht zeigen. Man kann dieſe Erſcheinung im Allgemeinen Dichroismus nennen, obgleich dieſes Wort nur gewöhnlich in dem beſondern Fall angewendet wird, wo eine beſtimmte Veränderung in dem Charakter der Farbe ſtattfindet, z. B. von Grün in Roth u. ſ. w.

1067. Der Dichroismus zweiaxiger Kryſtalle unterſcheidet ſich in vielen Erſcheinungen von demjenigen, welchen Kryſtalle mit Einer Axe zeigen. Sehen wir durch eine Platte eines zweiaxigen Kryſtalls, die die erwähnte Eigenſchaft hat, und iſt dieſelbe von natürlichem Licht in einer ſolchen Richtung erhellt, daß der Geſichtsſtrahl längs der Axe fortgeht, ſo bemerkt man eine Erſcheinung, die in Fig. 206 vorgeſtellt iſt, welche aus zwei ähnlichen und gleichen dunkeln Räumen AB auf jeder Seite des Poles P und des Hauptdurchſchnitts PP′ beſteht; längs der andern Axe P′ ſieht man ein ähnliches Paar von Räumen. Bei dem Mineral, welches Hauy Dichroit nennt (wegen der auffallenden Verſchiedenheit der Farben in verſchiedenen Lagen) und von andern mit dem Namen Iolit (wegen ſeiner violetten Farbe) belegt wird, *) deſſen Erſcheinungen Brewſter in der ſchon erwähnten Abhandlung beſchrieben hat, ſind dieſe Räume ſchön blau, während ſie dazwiſchen nach O zu, längs der Linie OPC, ſo wie der Raum jenſeits P nach C zu gelblich

*) Mohs nennt dieſes Mineral bei ſeiner gewöhnlichen Nichtachtung oder eigentlich Feindſchaft gegen alle angenommenen Gebräuche prismatiſchen Quarz. Eine ſolche Benennungsart geht ihrer eigenen Auflöſung entgegen, allein ſo lange ſie beſteht, iſt der daraus entſtehende Schaden unerträglich. Wir müſſen es beklagen, daß eine ſolche Urſache gegen ein in vielen Rückſichten nützliches und werthvolles Syſtem Vorurtheile erregt.

Digitized by Google

weiß ſind. Bei dem Epidot ſind die dunkeln Räume braun, und die Gegend um O und im Hauptdurchſchnitt iſt von einer mehr oder minder verwaſchenen grünen Farbe. Bei dieſem letztern Mineral zeigen ſich die Erſcheinungen ohne künſtliche Schnitte, indem man nur quer durch die Axe des Prisma ſieht; daſſelbe findet bei vielen andern Mineralien ſtatt, z. B. dem Axinit, bei welchem der Uebergang der Farbe ſehr ſchön und merkwürdig iſt.

1068. Die Erſcheinungen des Dichroismus ſowohl bei zweiaxigen als bei einaxigen Kryſtallen ſind, wie man leicht ſieht, mit den optiſchen Axen verbunden, und hängen von den Polariſationsebenen ab, welche das einfallende Licht während ſeines Durchgangs durch den Kryſtall, deſſen verſchluckender Kraft es ausgeſetzt wird, annimmt. Betrachten wir nun die Geſtalt und die Lage der dunkeln Räume, in denen die Verſchluckungskraft am ſtärkſten iſt, ſo finden wir eine auffallende Analogie mit den hellſten Theilen der Ringe um die Axen in der Lage, welche Fig. 179 angiebt. Dieſe Figur ſtellt (§. 900) die ungewöhnlichen Ringe dar, wie ſie in einem Kryſtall erſcheinen, deſſen Hauptdurchſchnitt ſich in der Ebene der urſprünglichen Polariſation befindet. Figur 207 ſtellt die gewöhnlichen oder complementären Ringe vor, wie ſie um die Axen erſcheinen, und der Pol P ſo wie der Hauptdurchſchnitt zeigen ſich hier mit weißem Licht und ſehr hell, weil ſie alles einfallende Licht enthalten, während die gefärbten Räume, welche die Ringe einnehmen, weniger hell ſind, da die Farben bloß durch die Aufhebung gewiſſer Strahlen entſtehen.

Man ſtelle ſich nun vor, daß eine ſolche Reihe von Ringen, die nicht völlig dieſelben Dimenſionen noch völlig denſelben Pol, aber doch beinahe haben, ſich gegenſeitig decken, ſo gehen die Farben in weißes Licht über, allein die in den an den Seiten liegenden Theilen ſtattfindende Intenſität iſt im Allgemeinen geringer als die im Hauptdurchſchnitt, und der Effect würde grade der in Figur 206 vorgeſtellte ſeyn, nämlich zwei dunkle Räume entſtehen, durch die ein ſchmaler Lichtſtreifen geht, der ſich von P nach C und O zu öffnet. Dieſes würde der Fall bei einem völlig durchſichtigen Kryſtall ſeyn, wenn man in der Zuſammenfügung ſeiner Theile eine kleine Unordnung annimmt, die dazu hinreicht, die vollkommene Coincidenz aller Ringe zu ſtören. In dieſem Fall würde jedoch keiner der in Rede ſtehenden Räume gefärbt erſcheinen, noch würde man überhaupt

Digitized by Google

dieſe Erſcheinungen zu Geſicht bekommen, wenn man kein polariſirtes Licht anwendet. Nehmen wir aber an, daß der Kryſtall ſtatt vollkommen durchſichtig zu ſeyn, die Eigenſchaft der doppelten Verſchluckung beſitzt, ſo werden die aufgehaltenen und durchgelaſſenen Theile kein weißes Licht, ſondern von der Farbe ſeyn, die einer oder der andere der beiden Strahlen beſitzt, in welche der einfallende Strahl durch die doppelte Brechung zerlegt wurde. Wir bemerken hierbei, daß wenn man das aus polariſirtem Licht entſtandene Syſtem von Ringen bei Kryſtallen, welche die oben erwähnte Erſcheinung zeigen, unterſucht, ſo findet man, daß ſie gewöhnlich ſehr unregelmäßig ſind, und einzelne Reihen derſelben mit einander zuſammentreffen, ſo daß hierbei der Augenſchein zeigt, daß nicht alle Axen zuſammenfallen.

1069. Wir unterſuchten in §. 931 das Geſetz der Intenſität der Erleuchtung der polariſirten Ringe in den verſchiedenen Theilen ihres Umkreiſes bei einaxigen Kryſtallen. Da dasjenige, was dort geſagt iſt, ſich nicht auf zweiaxige anwenden läßt, und wir gegenwärtig zu der Betrachtung des allgemeinern Falles gelangt ſind, ſo wollen wir hier zeigen, welche Modificationen mit der dort gemachten Darſtellung vorgenommen werden müſſen, um die Erſcheinungen der zweiaxigen Kryſtalle mit zu umfaſſen.

1070. Biot hat das allgemeine Geſetz der Polariſation in zweiaxigen Kryſtallen folgendermaßen aufgeſtellt: (Mémoires sur les Lois Générales de la double Réfraction et Polarisation etc. Mémoires de l'Academie des Sciences 1819).

Legt man durch den Weg eines Strahls innerhalb des Kryſtalls und die beiden optiſchen Axen Ebenen, und halbirt den von beiden Ebenen eingeſchloſſenen Winkel durch eine dritte Ebene, ſo iſt dieſe Ebene die Polariſationsebene, wenn der Strahl ein gewöhnlicher iſt; wenn aber der Strahl ein ungewöhnlicher iſt, ſo ſteht die Polariſationsebene ſenkrecht auf der den Winkel halbirenden Ebene. Sind z. B. CP und CP' die optiſchen Axen, AC ein in den Kryſtall tretender Strahl, und verbindet man PA, P'A durch Kreisbogen auf der Kugel, deren Mittelpunct in C ſich befindet, halbirt den Winkel PAP' durch den Bogen AN, ſo iſt die Ebene ACN, die den Winkel zwiſchen den Ebenen PCA, P'CA halbirt, die gewöhnliche, und eine auf derſelben ſenkrecht ſtehende die ungewöhnliche Polariſationsebene. Dieß iſt das

Digitized by Google

Geſetz der feſten Polariſation, und es giebt im Allgemeinen die Polariſationsebenen an, welche die beiden Strahlen bei ihrem Heraustreten aus doppelt brechenden Kryſtallen annehmen. Es iſt zugleich eine Folgerung aus Fresnel's allgemeiner Theorie (da aber die Ableitung deſſelben auf eine zu verwickelte Reihe analytiſcher Betrachtungen führt, ſo können wir ſie in dieſem Werk nicht mit aufnehmen), und da daſſelbe ſchon durch die Erfahrung lange vor der Aufſtellung dieſer Theorie gefunden worden war, ſo muß man daſſelbe als einen wichtigen Beweis der Uebereinſtimmung dieſer Theorie mit der Natur anſehen.

1071. Die Lehre der beweglichen Polariſation, von welcher Biot gezeigt hat, daß ſie rückſichtlich der Erſcheinungen der Farben und der Intenſität der Ringe alles mit großer Genauigkeit ſowohl bei einaxigen als zweiaxigen Kryſtallen erklärt, verlangt, daß der Strahl bei ſeinem Heraustritt eine Polariſationsebene annimmt, die abwechſelnd mit der primitiven Polariſationsebene zuſammenfällt oder mit derſelben einen Winkel bildet, der doppelt ſo groß iſt als derjenige, welcher die auf dieſe Art beſtimmte Ebene der feſten Polariſation bilden würde, ſo daß, wenn wir PAP′ durch die Linie AM (Fig. 208) halbiren, der herausfahrende Strahl durch die Zerlegung ſo afficirt wird, als wenn er entweder in der primitiven Polariſationsebene, oder in einer Ebene polariſirt wäre, die mit derſelben einen Winkel bildet, der dem doppelten CMA gleich iſt; hieraus läßt ſich das in Rede ſtehende Geſetz der Intenſität leicht ableiten, denn der Strahl, von dem der Punct A der Ringe gebildet wird, beſteht aus zwei Theilen, von denen der eine (A) durch die erfolgende Zerlegung in einem Prisma von isländiſchem Kalkſpath ſo afficirt wird, als wenn er in einer Ebene polariſirt wäre, die mit der urſprünglichen Polariſationsebene einen Winkel $2\,CMA = 2\psi$ bildet (wobei wir annehmen, daß dieſe urſprüngliche Polariſationsebene mit dem Hauptdurchſchnitt des Prisma zuſammenfällt), während der andere Theil $(1 - A)$ ſeine urſprüngliche Polariſation beibehält. Der Theil A wird dann zwiſchen dem gewöhnlichen und ungewöhnlichen Bilde, in dem Verhältniß von $\cos 2\psi^2 : \sin 2\psi^2$ getheilt, und iſt A ſeine Intenſität beim Heraustreten aus dem Kryſtall, ſo wird $A \cdot \sin 2\psi^2$ die Intenſität deſſelben im ungewöhnlichen Bilde, oder in der primären Reihe der Ringe, während der ganze Theil $1 - A$ in die gewöhnliche oder complementäre Reihe übergeht, wie §. 932, ſo daß

wir nur nöthig haben, dieſe Größe durch das Azimuth der kryſtalliſirten Platte und die Richtung des Strahls im Kryſtall auszudrücken. Hierzu ſey das Azimuth des Hauptdurchſchnitts der kryſtalliſirten Platte von der Ebene der primitiven Polariſation aus gerechnet $COP = \alpha$, $AP = \theta$, $AP' = \theta$, und der Einfachheit wegen wollen wir bloß den Fall betrachten, wo P und P' einander nahe liegen, wie bei dem Salpeter, ſo daß Kreisbogen mit graden Linien und ſphäriſche Dreiecke mit ebenen verwechſelt werden können (§. 907). Setzen wir nun in Fig. 208 den Winkel PNA, oder den Winkel, den die Ebene der gewöhnlichen Polariſation mit dem Hauptdurchſchnitt macht, $= \varphi$, ſo wird $\psi = CMA = COP + MNO = COP + PNA = \alpha + \varphi$. Um φ zu finden, brauchen wir nur zu bedenken, daß

$$\sin\varphi^2 = \left(\frac{PA}{AN}\right)^2 . \sin PAN^2$$

$$= \left(\frac{PA}{AN}\right)^2 . \sin \frac{1}{2} PAP'^2 ;$$

da aber NA den Winkel PAP' des Dreiecks halbirt und die Baſis durchſchneidet, ſo wird auch

$$PN = PP' . \frac{PA}{PA + AP'} = \frac{2a\theta.}{\theta + \theta'},$$

$$\sin \frac{1}{2} PAP'^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos PAP')$$

$$= \frac{4aa - (\theta - \theta')^2}{4\theta\theta'}.$$

ſo daß man hierdurch

$$\sin\varphi^2 = \frac{(\theta \times \theta')^2 \{4a^2 - (\theta + \theta')^2\}}{16aa.\theta\theta'}$$

erhält. Man findet aber einen ſymmetriſcheren Ausdruck, indem man den Werth von $\sin 2\varphi$ ſucht, der der Quadratwurzel aus $4 \sin\varphi^2 (1 - \sin\varphi^2)$ gleich iſt, alſo durch bloße Subſtitution des vorigen Ausdrucks gefunden wird: Führt man die Reductionen gehörig aus, ſo erhält man

$$\sin 2\varphi = \frac{2(\theta + \theta')(\theta - \theta')}{(2a)^2}$$

$$\times \frac{\sqrt{S(S - \theta)(S - \theta')(S - 2a)}}{\theta\theta'}.$$

wo die halbe Summe der Seiten des Dreiecks

$$\frac{\theta + \theta' + 2a}{2} = S$$

geſetzt worden. Nun iſt aber

$$\frac{2\sqrt{S(S-\theta)(S-\theta')(S-2a)}}{\theta\theta'}$$

der bekannte Ausdruck des Sinus des Winkels PAP′, der von den beiden Seiten θ, θ' eingeſchloſſen iſt, und nennt man denſelben P, ſo kommt

$$\sin 2\varphi = \frac{(\theta + \theta')(\theta - \theta')}{(2a)^2} . \sin P.$$

Die Beſchaffenheit dieſes Ausdrucks macht den Uebergang von ebenen Dreiecken zu den ſphäriſchen ſehr leicht, und wir können daher ſchließen, daß wenn wir bei Kryſtallen, deren Axen den Winkel 2a bilden, die Ausdrücke

$$\sin 2\varphi = \frac{\sin(\theta + \theta') . \sin(\theta - \theta')}{\sin 2a^2} . \sin P.$$

$$\psi = \alpha + \varphi$$

annehmen, ſo erhalten wir die Intenſität der ungewöhnlichen Ringe durch die Formel $A . \sin 2\psi^2$, und die der gewöhnlichen durch $1 - A + A \cos 2\psi^2$ oder $1 - A \sin 2\psi^2$. Die Summe beider Ausdrücke iſt, wie es nothwendig folgt, der Einheit gleich.

1072. Das ſchwarze Kreuz, welches das Syſtem der primären Ringe theilt, iſt eine zu merkwürdige Erſcheinung, als daß es nicht ausdrücklich bemerkt werden ſollte. Seine Geſtalt muß, wie man leicht bemerkt, durch die Bedingung beſtimmt werden, daß die Linie MA überall ſenkrecht auf COD ſteht, unter welchen Umſtänden der geometriſche Ort von A eine Curve iſt, die den dunkelſten Theil deſſelben angiebt. Die Aufgabe reducirt ſich hierdurch auf eine rein geometriſche. Man verlangt eine Curve PA von der Beſchaffenheit, daß eine aus A gezogene Linie, die den Winkel zwiſchen den Linien PA, P′A, welche nach zwei gegebenen Punkten P, P′ gezogen ſind, halbirt immer auf einer gegebene Linie COD ſenkrecht ſteht. Um dieſe Aufgabe aufzulöſen, haben wir, indem wir die frühere Bezeichnung beibehalten, und $OM = x$, $MA = y$, $OA = r$ ſetzen,

$$\cos AOP = \cos(AOM - \alpha)$$

$$= \frac{x . \cos\alpha + y . \sin\alpha}{r} = \frac{N}{r}.$$

Digitized by Google

$$\sin AOP = \frac{y.\cos\alpha - x.\sin\alpha.}{r} = \frac{M}{r.}$$

Da nun PAM die Hälfte des Winkels PAP′ iſt, ſo ſieht man leicht, daß 2 OAM = PAO — P′AO wird. Es iſt aber

$$\cos PAO = \frac{\theta^2 + r^2 - a^2}{2r\theta.}$$

$$\cos P'AO = \frac{\theta'^2 + r^2 - a^2}{2r\theta'}$$

$$\sin PAO = \sin AOP.\frac{PO}{PA} = \frac{aM}{r\theta.}$$

$$\sin P'AO = \frac{aM}{r\theta'}$$

folglich erhalten wir zuerſt

$$\sin 2\,OAM = \frac{2xy}{rr} = \frac{aM}{2rr.\theta\theta'}.(\theta'^2 - \theta^2).$$

und zweitens

$$\cos 2\,OAM = \frac{yy.xx}{rr}$$

$$= \frac{(\theta^2 + r^2 - a^2)(\theta'^2 + r^2 - a^2)}{4rr} + \frac{a^2M^2}{rr.}$$

Ferner haben wir

$$\theta^2 = a^2 + r^2 - 2ar.\cos AOP$$
$$= a^2 + r^2 - 2aN;$$
$$\theta'^2 = a^2 + r^2 + 2aN;$$
$$\theta'^2 - \theta^2 = 4aN.$$

und ſubſtituirt man dieſe Größen in die obern Ausdrücke von sin 2OAM und von cos 2OAM, ſo kommt:

$$xy.\theta\theta' = aa.MN$$
$$(y^2 - x^2)\theta\theta' = r^4 + a^2(M^2 - N_2)$$

Eliminirt man hieraus $\theta\theta'$, ſo erhält man

$$a^2(y^2 - x^2).MN = xy(r^4 + a^2(M^2 - N^2))$$

Wir brauchen jetzt nur noch für M und N ihre Werthe $y.\cos\alpha - x.\sin\alpha$ und $x.\cos\alpha + y.\sin\alpha$ zu ſetzen, wodurch die ganze Gleichung durch r^4 theilbar wird, und ſich auf den ſehr einfachen Ausdruck

$$xy = a^2.\sin\alpha.\cos\alpha = \frac{aa}{2}.\sin 2\alpha.$$

reducirt. Das ſchwarze Kreuz iſt dann eine Hyperbel, die durch die Pole P, P′ geht, und deren Aſymptoten die primitive Polariſations-

Digitized by Google

ebene und eine darauf ſenkrecht ſtehende abgeben. So wie ſich α dem Werth Null oder 90° nähert, rückt ſie gegen ihre Aſymptoten zu, und fällt endlich mit denſelben zuſammen; dieß ſtimmt Alles mit der Natur überein, wie man ſich leicht dadurch überzeugen kann, daß man eine Salpeterplatte zwiſchen den kreuzweiſe gelegten Turmalinen herumdreht. Iſt die Neigung der Axen ſo beträchtlich, daß die Ringe um beide Pole nicht zugleich geſehen werden können, ſo entſtehen einige Modificationen wegen der Subſtitution der Sinus der Bogen für die Bogen ſelbſt, worauf wir aber nicht weiter eingehen wollen.

1073. Wir kehren nun zu den Erſcheinungen des Dichroismus zurück. Derjenige Theil des Lichts, welcher durch einen zweiaxigen Kryſtall hindurchgelaſſen wird und eine gewiſſe Beziehung zu den optiſchen Axen hat, und der ſowohl die dunkeln Farbenſtreifen (Fig. 206) als die hellen Räume zwiſchen denſelben bildet, wird durch folgende analytiſche Formel ausgedrückt werden können,

$$Y . \cos 2\varphi^2 + B \sin 2\varphi^2; \qquad (a)$$

wo Y und B Functionen von λ ſind, und die Ordinaten der Typen zweier Grundfarben darſtellen; φ bedeutet wie vorher den Winkel PNA Fig. 208; oder den Winkel, welchen die gewöhnliche Polariſationsebene mit dem Hauptdurchſchnitt bildet. Außerdem ſind wir aber gezwungen, vermöge der von Dr. Brewſter beſchriebenen Erſcheinungen, die der Jolit zeigt, noch zwei andere Theile anzunehmen, die man paſſender, nicht auf die optiſchen Axen, ſondern auf die ſie halbirende Linie CO (Fig. 209) beziehen kann, und welche durch eine Function von der Form

$$a . \cos OA^2 + b . \sin OA^2$$

ausgedrückt werden können. Wird dieſes Mineral dem gewöhnlichen Licht ausgeſetzt (oder auch dem polariſirten Licht, wenn nur ſein Hauptdurchſchnitt ſenkrecht auf die Polariſationsebene gebracht wird), ſo erſcheinen die Seitenſtreifen A, B Fig. 206, blau, und die hellen Strahlen, die ſie trennen und durch die Pole P, P′ gehen, ſind weiß, oder gelblichweiß, ſo daß in ſo weit die Erſcheinungen mit dem Ausdruck (a) übereinſtimmen, wenn wir annehmen, daß Y einen hellen gelblichweißen, und B einen blauen Strahl vorſtellt. Allein zufolge dieſes Ausdrucks ſollten die blauern Räume ſich bis zum Aequator CabD Fig. 206 erſtrecken, und daſelbſt müßten zwei Richtungen CD und ab vorhanden ſeyn, in welchen das Mineral, wenn man es quer durch die Axe des Prisma betrachtet (die auf der Ebene

Digitized by Google

CabD ſenkrecht ſteht) gelb erſcheinen müßte, ſo wie auch zwei andere Richtungen mn, pq, in denen es eine blaue Farbe durchläßt, während es in der Richtung der Axe O gelb erſcheint. Nun iſt aber im Gegentheil die Farbe des Aequators faſt gleichförmig blaßgelb, und in der Richtung der Axe O blau, und indem man vom Aequator gegen die Axe des Prisma fortgeht, ſo nimmt das Gelb ab, und das Blau wird ſtärker, wir mögen von C und D oder von a und b ausgehen, grade ſo wie es die andere Formel

$$y \,.\, \sin OA^2 + b \,.\, \cos OA^2$$

angiebt; von y eine gelblichweiße und b eine blaue Farbe bedeutet. Setzen wir daher $OA = \nu$, ſo wird der zuſammengeſetzte Ausdruck

$$T = (Y \,.\, \cos 2\varphi^2 + B \,.\, \sin 2\varphi^2) + (y \,.\, \sin \nu^2 + b \,.\, \cos \nu^2)\,; \qquad (b)$$

ſehr genau die Farbenänderungen angeben, in ſo fern ſie das Auge beurtheilen kann. So iſt z. B. in O, wo $\nu = 0$, $\varphi = 90°$, $T = Y + b$, welches entweder Gelb oder Weiß, oder Blau anzeigt, jenachdem Y oder b vorherrſchend iſt. Da in der That in O eine blaue Farbe erſcheint, ſo müſſen wir annehmen, daß die letztere Farbe am kräftigſten iſt. Gehen wir von O längs der Durchſchnitte OC, OD, oder Oa, Ob fort, in denen $\sin 2\varphi = 0$ iſt, ſo kommt

$$T = Y + y \sin \nu^2 + b \,.\, \cos \nu^2$$
$$= (Y + b) + (y - b) \,.\, \sin \nu^2.$$

Drückt nun y ein Gelblichweiß und b ein kräftiges Blau aus, ſo giebt y — b ein verhältnißmäßig lebhaftes Gelb, und daher wird die längs der Axe erſcheinende blaue Farbe Y + b immer mehr mit Gelb vermiſcht, je näher wir dem Aequator kommen; in PP′ wird die Farbe dann beinahe neutraliſirt (wenn wir die gehörigen numeriſchen Werthe zum Grunde legen), ſpäterhin wird das Gelb vorherrſchend, und bleibt im Aequator allein merklich, indem der Ausdruck von T dann $= Y + y$ in den Punkten C, a, b, D ſeyn wird. Wir wollen noch den Fall betrachten, wo $\cos 2\varphi = 0$ oder $\varphi = 45°$ iſt, welches längs den Axen oder den ſtärkſten Linien der Seitenſtreifen ſtattfindet. In dieſem Fall haben wir

$$T = B + (y \,.\, \sin \nu^2 + b \,.\, \cos \nu^2)$$
$$= (B + b \,.\, \nu^2) + y \,.\, \sin \nu^2$$

Nehmen wir nun an, daß B und b blaue Farben vorſtellen, ſo haben wir in der Nähe der Pole, da bei dem Iolit der Winkel zwiſchen den

den Axen $PP' = 62° 50'$ iſt, alſo $OP = 31° 25$, beinahe $\sin \nu^2 = \frac{1}{4}$ und $\cos \nu^2 = \frac{3}{4}$, ſo daß in der unmittelbaren Nähe von P die Farbe des dunkelſten Theils der Streifen durch $B + \frac{3}{4} b + \frac{1}{4} y$ ausgedrückt wird, welches ein ſehr volles und ſchönes Blau bedeutet. Allein ſo wie wir uns dem Aequator in m, n, p, q nähern, nimmt $\cos \nu^2$ ab und $\sin \nu^2$ wächst, ſo daß die Farbe B immer weniger von der Farbe $b . \cos \nu^2$ verſtärkt, aber immer mehr von $y . \sin \nu^2$ geſchwächt, und zuletzt von derſelben überwältigt wird, und die Farbe in dieſen Punkten C, a, D, b iſt Gelb, nur etwas verwaſchener als im letztern Fall.

1074. Setzen wir allgemein A für die Farbe, welche längs der Axe O des Prisma und P für diejenige, die längs der Pole geſehen wird, L für die Farbe der Seitenzweige nahe an den Polen und E für die mittlere Aequatorialfarbe, ſo haben wir zur Beſtimmung von Y, y, B, b die Gleichungen

$$A = Y + b, \quad 2E = 2y + B + Y$$
$$P = Y + y . \sin a^2 + b . \cos a^2,$$
$$L = B + y . \sin a^2 + b . \cos a^2,$$

und durch Elimination derſelben ſieht man, daß einer Bedingungsgleichung Genüge geleiſtet werden muß, nämlich

$$2(A - P) = (2A - 2E - P + L) . \sin a^2 \qquad (c)$$

und nimmt man an, daß derſelben Genüge geleiſtet worden iſt, ſo bleibt eine der Farben, z. B. y willkürlich (in ſo fern man dieſe Bedingungen berückſichtigt), während die andern durch die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} 2Y = 2E + P - L - 2y \\ 2B = 2E - P + L - 2y \\ 2b = 2A - 2E - P + L + 2y \end{array}\right\} \qquad (d)$$

gegeben werden, wo jedoch y ſo beſchaffen ſeyn muß, daß Y, B, b wirkliche Farben ſind, d. h. durch poſitive Zahlen ausgedrückt werden.

1075. Um dieß z. B. auf den Jolit anzuwenden, wollen wir jeden Strahl ſo betrachten, als ob er aus zwei complementären Strahlen von glänzend gelben und blauen Farben von gleicher Wirkſamkeit beſtünde, und annehmen, daß wir durch Beobachtung ausgemacht hätten, daß ſeine Aequatorialfarbe ein blaſſes, aber glänzendes Gelbweiß iſt, welches aus 110 gelben und 99 blauen Strahlen beſteht,

Digitized by Google

die zuſammen eine Intenſität = 209 hervorbringen. Außerdem ſey die längs der Axe geſehene Farbe A ein ſchönes Blau, aber von beträchtlich geringerer Intenſität, die durch 10 gelbe + 20 blaue Strahlen = 30 dargeſtellt wird. Die längs der optiſchen Axe P geſehene ſey weiß, und ſie werde durch 36 gelbe + 36 blaue = 72 angedeutet. Die am ſtärkſten gefärbten Theile der Seitenſtreifen L ſeyen etwas dunkler blau als die in der Axe des Prisma geſehene Farbe, ſo daß ihre Färbung durch 28 gelbe + 66 blaue = 94 beträgt. Dieſe Zahlen ſind ſo gewählt, daß der Bedingungsgleichung Genüge geleiſtet wird, wenn $a = 30°$ iſt, und ſubſtituiren wir dieſelben in die vorigen Gleichungen, ſo kommt

$$Y + y = 114 \text{ Gelb} + 84 \text{ Blau}$$
$$B + y = 106 \text{ Gelb} + 114 \text{ Blau}$$
$$y + b = 104 \text{ Gelb} + 64 \text{ Blau},$$

wo y unbeſtimmt bleibt; nehmen wir an, daß daſſelbe aus m gelben + n blauen Strahlen zuſammengeſetzt ſey, ſo können wir m und n durch die beiden Bedingungen beſtimmen, daß b, wie wir vorher angenommen haben, ein reines Blau ohne Beimiſchung von Gelb bedeute, und Y ein ſehr blaſſes Gelb ausmacht, wie es aus einer Miſchung von Gelb und Blau im Verhältniß von 10 zu 9 entſteht. Dieſen Bedingungen leiſtet man Genüge, indem $m = 104$ und $n = 75$ geſetzt wird, ſo daß endlich

$$Y = 10 \text{ Gelb} + 9 \text{ Blau}$$
$$y = 104 \text{ Gelb} + 75 \text{ Blau}$$
$$B = 2 \text{ Gelb} + 39 \text{ Blau}$$
$$b = 0 \text{ Gelb} + 11 \text{ Blau}$$

wird. Nimmt man dieſe Werthe der Coefficienten in dem Ausdruck (b) §. 1073 an, ſo wird man durch den Verſuch finden, daß ſie die wirklich beobachteten Farben hervorbringen. Da in der That die äußerſten Aequatorialfarben y + Y und y + B ſind, ſo laſſen ſie ſich durch 114 Gelb + 84 Blau, und 106 Gelb + 114 Blau darſtellen; erſteres iſt ein blaſſes, aber ſehr glänzendes Gelb, indem es 30 gelben Strahlen mit 168 weißen vermiſcht gleichgilt, während das letztere ein ſo blaſſes Blau iſt, daß es ſich nicht von Weiß unterſcheiden läßt und ebenfalls ſehr hell ausfällt, da es aus 8 blauen und 212 weißen Strahlen beſteht.

1076. Man kann leicht bemerken, daß die aufgeſtellte Formel bloß empiriſch iſt, und daß zahlreichere Verſuche, als wir beſitzen, erfor-

Digitized by Google

dert werden, ihre Richtigkeit zu beſtätigen oder dieſelbe zu verwerfen. Statt des Ausdrucks (b) §. 1073 könnten wir auch

$$T = (Y.\cos 2\varphi^2 + B.\sin 2\varphi^2)(y.\cos \nu^2 + b.\sin \nu^2)$$

annehmen, und durch eine gehörige Beſtimmung der Coefficienten einen andern Ausdruck für die Farben erhalten. Unglücklicherweiſe iſt es aber ſchwierig, ſolche zweiaxige Kryſtalle aufzufinden, die für dieſen Zweck hinlänglich dichromatiſch ſind, und die zugleich hinreichende Größe und Durchſichtigkeit haben, damit ſie in die gehörige Form und die erforderliche Richtung durchſchnitten werden können, die zur vollkommenen Entwicklung der Farben nothwendig iſt. Kryſtalle dieſer Art ſind faſt eben ſo ſelten als die koſtbarſten Edelſteine, und dieſer Umſtand ſetzt eines der größten Hinderniſſe unſerer weiteren Ausbildung in einer der intereſſanteſten Zweige der optiſchen Wiſſenſchaften entgegen. Unter den künſtlichen Kryſtallen trifft man jedoch Individuen an, die die gehörige Beſchaffenheit beſitzen. Ein merkwürdiges Beiſpiel von Dichroismus giebt das ſchwefelſaure Eiſenſuboxyd.

1077. Dr. Brewſter hat gezeigt, daß die Wirkung der Hitze oft auf eine ſehr merkwürdige Art die Farbe der doppelt brechenden Kryſtalle ändert, indem ſie eine dauernde Veränderung in der Verſchluckungskraft der Kryſtalle hervorbringt, wodurch bloß der eine Strahl afficirt wird. Er wählte mehrere Kryſtalle von braſilianiſchem Topas aus, die, wenn ſie dem polariſirten Licht ausgeſetzt wurden, keine Farbenänderung zeigten, und in denen daher die Verſchluckungskraft für beide Strahlen gleich groß ſeyn mußte; nachdem er dieſelben geglüht oder bloß in Baumöl oder Queckſilber gekocht hatte, erlitten ſie eine dauernde Veränderung und hatten die Eigenſchaft erhalten, das polariſirte Licht in verſchiedenen Verhältniſſen zu abſorbiren. Er nahm hierauf einen Topas, in welchem der eine Strahl gelb, der andere röthlich war, und nachdem derſelbe geglüht worden war, fand er, daß derſelbe auf den ungewöhnlichen Strahl ſtärker wirkte, als auf den gewöhnlichen, indem die gelbe Farbe von dem einen völlig geſchieden wurde, während in der röthlichen Farbe des andern nur eine geringe Aenderung ſtattfand. Dieſe durch die Hitze hervorgebrachte Farbenänderung des Topas (wodurch jedoch ſeine innere Beſchaffenheit keine Aenderung erleidet), iſt den Juwelieren wohl bekannt, welche auf dieſe Art bei dieſem Edelſteine eine höher geſchätzte Färbung hervorbringen. Es iſt merkwürdig, daß der Topas, ſo lange

er heiß iſt, gar keine Farbe hat, und die röthliche Farbe nach und nach bei der Abkühlung erhält. Durch die wiederholte Einwirkung einer ſehr ſtarken Hitze war Dr. Brewſter nie im Stande, dieſe dauernde röthliche Farbe zu verändern oder fortzuſchaffen. Es würde intereſſant ſeyn, zu unterſuchen, in wie fern heftiger Druck, langſame Einwirkung und Entziehung von Hitze die Entwicklung dieſer Farbe verhindern können, da die Geologen aus dem Daſeyn eines Minerals in Felſen, welches durch die bloße Erhöhung der Temperatur ſo unwiderruflich verändert wird, ſtarke Beweisgründe entnehmen können.

1078. Eine allgemeine Eigenſchaft aller zweifarbigen Körper beſteht darin, daß wenn gewöhnliches Licht durch eine hinlänglich dicke Platte derſelben in einer Richtung geht, die nicht mit einer der optiſchen Axen zuſammenfällt, ſo wird der herausfahrende Strahl völlig oder zum Theil wegen der ungleichen Wirkung des Mittels auf die beiden Strahlen polariſirt. Im Allgemeinen bringt jedes Hinderniß, welches ſich dem freien Durchgang der Strahlen entgegenſetzt, eine ähnliche Wirkung hervor. Wird z. B. die Continuität eines doppelt brechenden Mittels durch ein Blättchen eines nichtkryſtalliſirten Mittels unterbrochen, ſo erleiden die auf dieſes Blättchen fallenden beiden Strahlen eine partielle Zurückwerfung in verſchiedenen Verhältniſſen, indem beide Strahlen unter verſchiedenen Winkeln auf daſſelbe fallen, und ſie auch ein verſchiedenes Brechungsverhältniß rückſichtlich des Mittels, aus welchem das Blättchen beſteht, beſitzen, wodurch dann eine Ungleichheit der durchgelaſſenen Theile entſteht. Iſt das Brechungsverhältniß des Blättchens dem gewöhnlichen Brechungsverhältniß des Kryſtalls gleich (den wir der Einfachheit wegen als einaxig annehmen), ſo iſt es einleuchtend, daß der gewöhnliche Strahl keine Störung oder Verminderung erleidet, während der ungewöhnliche ſeine Richtung verändert, und zugleich ſeine Intenſität bei jedem Eintritt und Austritt vermindert wird. Sind dieſe Blättchen ſehr zahlreich vorhanden, und bilden ſie keine Ebenen, ſondern wellenförmige und irreguläre Flächen, ſo legt dieß dem Lauf des gewöhnlichen Strahls kein Hinderniß in den Weg, außer daß etwa wegen der Undurchſichtigkeit der Blättchen ſeine Intenſität vermindert wird, allein der ungewöhnliche Strahl wird ſehr undeutlich. Hierdurch entſteht eine Erſcheinung von der Art, wie ſie der Achat oder jeder andere aus unregelmäßigen Schichten zuſammengeſetzte Körper zeigt, indem ein leuchtender Körper, den man durch Platten, die aus

Digitized by Google

ihnen geſchnitten ſind, betrachtet, zwar deutlich aber auf einem Hintergrunde von neblichtem Licht erſcheint. Unterſucht man ein Stück Achat mit dem Vergrößerungsglaſe, ſo ſieht man die blätterförmige Structur und die ungleiche Brechung ganz deutlich; er erſcheint gänzlich aus einer Reihe ſehr naher Schichten zuſammengeſetzt, die wie die Zahlen 333333 an einander liegen. Die Polariſationsebenen des neblichten und des deutlichen Bildes ſind der allgemeinen Richtung der Lagen parallel und darauf ſenkrecht, und letztere ſind innerhalb eines kleinen Theils dieſer Subſtanz ziemlich gleichförmig.

1079. Die dazwiſchenliegende Schicht kann aber ſelbſt kryſtalliſirt, und zwiſchen die anliegenden Theile eines regelmäßigen Kryſtalls geſchoben ſeyn, den Geſetzen gemäß, welche die Zuſammenfügung der Molleculen an den gemeinſchaftlichen Oberflächen in fehlerhaften oder verdrehten Kryſtallen beſtimmen. Es ſey ADEF (Fig. 210) eine ſolche Platte, die von den kryſtalliſirten Schichten BCEF unterbrochen wird, welche letztere von parallelen Ebenen begränzt wird, und wir wollen ſehen, was mit einem in a einfallenden Strahl Sa geſchieht. Es iſt einleuchtend, daß wenn die kryſtalliſirte Schicht entfernt würde, oder wenn ihre Theilchen mit den anliegenden homologe Lagen hätten, ſo erhielte man im letztern Fall einen ununterbrochenen Kryſtall, und im erſtern zwei Prismen, deren Hauptdurchſchnitte parallel ſind und einander entgegen wirken; in jedem Fall werden die beiden Strahlen, der gewöhnliche und der ungewöhnliche, welche durch die doppelte Brechung an der erſten Oberfläche gebildet werden, mit dem einfallenden Strahl ſowohl als auch unter einander ſelbſt parallel ausfahren. Da aber der Hauptdurchſchnitt der kryſtalliſirten Schicht nicht mit denen der beiden Prismen ABE, CFG zuſammenfällt, ſo ändert er die Polariſation der Theile ab, ac, und anſtatt daß ſie wie im erſten Fall einzeln vom zweiten Prisma CFG gebrochen werden, wird jetzt jeder doppelt gebrochen, ſo daß vier Strahlen heraustreten. Man kann die Trennung der Strahlen innerhalb der zwiſchenliegenden Schicht bei Seite ſetzen, denn ſie werden an der Stelle, wo ſie aus dieſer Schicht in das zweite Prisma übergehen, eben ſo gebrochen, als ob eine unendlich dünne Luftſchicht ſich dazwiſchen befände. In dieſem Fall werden ſie nun aus der Schicht paarweiſe mit den einfallenden Strahlen ab, ac, alſo auch unter ſich parallel austreten, folglich wird die Brechung im zweiten Prisma eben ſo vor ſich gehen, als

Digitized by Google

ob die Schicht weggenommen wäre, und an ihrer Stelle die Strahlen ab, ac in a die Polariſationen erhalten hätten, die ſie durch die Wirkung derſelben wirklich erhalten. Da nun dieſe Polariſationen in entgegengeſetzten Ebenen geſchehen, ſo iſt einleuchtend, daß jeder der Strahlen ab, ac ſowohl eine gewöhnliche als auch eine ungewöhnliche Brechung erleidet. Wir wollen dieſe vier heraustretenden Strahlen durch OO, OE, EO, EE bezeichnen und annehmen, daß ab die Richtung ſey, welche der gewöhnliche gebrochene Theil des Strahls Sa angenommen hat, ſo wie ac die des ungewöhnlichen. Da nun OO auf gewöhnliche Weiſe vom Prisma CFG gebrochen wurde, und auf daſſelbe in der Richtung des gewöhnlichen Strahls ab fiel, ſo wird ſeine Richtung nach dem Heraustritt mit Sa parallel ſeyn. Da ebenſo EE ungewöhnliche Brechung erlitten hat, und in der Richtung bc des ungewöhnlichen Theils von Sa einfällt, ſo wird er auch mit Sa parallel heraustreten, und daher ſind die beiden Strahlen OO, EE einander parallel und ihre Wellenſyſteme decken ſich. Was nun die Theile OE und EO betrifft, von denen der eine in der gewöhnlichen Richtung einfällt, aber ungewöhnlich gebrochen wird, der andere hingegen in einer ungewöhnlichen Richtung einfällt und eine gewöhnliche Brechung erleidet, ſo werden ſie bei ihrem Heraustritt weder unter einander noch mit dem einfallenden Strahl Sa parallel ſeyn; hierdurch entſtehen zwei Seitenbilder, die das directe oder centrale Bild zwiſchen ſich faſſen, und außerdem, einige Fälle ausgenommen, die Summe der Intenſität derſelben der des centralen Bildes gleichkommt.

1080. Iſt die Schicht EBOF ſehr dünn, oder fallen die optiſchen Axen derſelben ſehr nahe mit der Richtung des durchgehenden Lichts zuſammen, ſo giebt der Unterſchied der Wege und der Geſchwindigkeiten innerhalb einen Anlaß zur Interferenz bei denjenigen Paar Strahlen, die die aus der Schicht hervortretenden Lichtbündel bilden, und hierdurch entſtehen die Farben der Ringe in jedem Strahl. Die Seitenbilder enthalten daher die Farben der primären und complementären Ringe, während das mittlere Bild, welches aus der genauen Deckung zweier ähnlichen complimentären Strahlenbündel entſteht, weiß bleibt.

Alle dieſe Erſcheinungen finden wirklich ſtatt bei gewiſſen nicht ſeltenen Arten des isländiſchen Spaths, die durch hemi-

trope Schichten unterbrochen werden, welche durch die größeren Diagonalen der entgegengeſetzten Seiten des primitiven Rhombus gehen, und ſie ſind von Dr. Brewſter beſchrieben, und auf die angegebene Art erklärt worden. Betrachtet man ein Licht durch einen ſolchen unterbrochenen Rhombus, ſo erſcheint daſſelbe in Begleitung eines Paares ſolcher Seitenbilder, wie wir hier beſchrieben haben, welche gewöhnlich die Complementärfarben mit großer Helligkeit zeigen.

1081. Iſt der leuchtende Körper, von welchem der Strahl S a ausgeht, ſehr klein, ſo ſind die Seitenbilder von einander und dem mittlern Bilde durch einen ſchwarzen Zwiſchenraum getrennt; wenn hingegen der leuchtende Körper eine etwas beträchtlichere Ausdehnung hat, ſo fließen ſie in einander. Iſt derſelbe unendlich groß, wie dieß z. B. dann ſtattfindet, wenn man den Himmel betrachtet, ſo fallen alle Bilder auf einander. Allein das Geſichtsfeld iſt dann nicht nothwendigerweiſe gleichförmig weiß. Das mittlere Bild giebt einen intenſiv weißen Grund, auf welchem ſich die Seitenbilder projiciren. Iſt nun die Schicht ſo beſchaffen, daß man innerhalb des Geſichtsfeldes den Pol der Ringreihe des einen Seitenbildes hat (welches immer der Fall ſeyn wird, ſobald die Lage der optiſchen Axe der Schicht faſt ſenkrecht auf die Fläche der Platte AD iſt, ſo daß der eine der Strahlen OE oder EO durch die Schicht in der Richtung der Axe gehen kann), ſo projicirt ſich dieſe Ringreihe nicht genau auf die Complementärreihe des andern Seitenbildes. Ihre Farben werden daher nicht vermiſcht, und das Seitenbild wird für ſich, obgleich ſehr ſchwach ſichtbar ſeyn, indem es von dem ganzen weißen Licht des centralen Bildes (OO, EE) und dem ganzen ſichtbaren und faſt gleichförmigen Theil des andern Seitenbildes (OE) verwaſchen wird.

1082. Dieß iſt nicht der einzige Weg, vermöge deſſen ein vollkommen farbloſer Kryſtall ſeine Ringreihen zeigen kann, indem derſelbe dem gewöhnlichen Tageslichte ausgeſetzt wird, ohne daß das Licht vorher polariſirt worden wäre, oder der durchgehende Strahl eine Zerlegung erlitten hätte. Die ganze Maſſe des Kryſtalls kann eine optiſche Axe in der Richtung des Geſichtsſtrahls, wie Fig. 211 haben, und der Theil CD d c deſſelben, der zwiſchen zwei Schichten B C c b, D d e E eingeſchloſſen iſt, bildet dann genau die oben beſchriebene Verbindung, und zeigt eine Ringreihe, deren Stärke mit der Dicke der Schicht im Verhältniß ſteht. Dieſe Anſichten ſind auch

nicht auf bloße Hypotheſen gebaut, indem Dr. Brewſter angiebt, daß er zuweilen im Salpeter Kryſtalle gefunden habe, welche ihre Ringe an ſich darſtellen, obgleich dieſe Fälle ſelten ſind. Allein bei dem doppelt kohlenſauren Kali findet dieſe Erſcheinung immer ſtatt. Die Schichten oder dünnen Blättchen laſſen ſich in beiden Fällen leicht erkennen, und ihre Lage ſowohl, als die der Ringe laſſen keinen Zweifel über die Richtigkeit der hier angegebenen Erklärung übrig. Solche Kryſtalle, deren man ſpäter wahrſcheinlich noch mehr auffinden wird, kann man idiocyclophaniſche nennen.

---

§. XII. Von der Wirkung der Hitze und eines mechaniſchen Drucks rückſichtlich der Veränderung der Einwirkung der Mittel auf das Licht, und über die Anwendung der Undulationstheorie zu ihrer Erklärung.

1083. Ungefähr zu gleicher Zeit und unabhängig von einander bemerkten Seebeck und Brewſter, daß wenn Glas, welches im gewöhnlichen Zuſtande nicht die Erſcheinungen der doppelt brechenden Mittel zeigt, ungleichförmig erhitzt und abgekühlt wird, daſſelbe ſeinen Zuſtand der Indifferenz verliert, und Farbenerſcheinungen zeigt, die in vielen Rückſichten denen der doppelt brechenden Kryſtalle ähnlich ſind. Iſt die Hitze geringer als diejenige, bei welcher Glas weich wird, ſo ſind die Erſcheinungen vorübergehend, und verſchwinden, wenn das Glas eine gleichförmige Temperatur erhält, indem entweder der ganzen Maſſe eine gleichförmige Wärme mitgetheilt wird, oder ihr die Wärme durch Abkühlung entzogen wird. Wenn aber die dem Glas mitgetheilte Temperatur ſo hoch iſt, daß ſeine Theilchen den durch die Abkühlung hervorgebrachten Ausdehnungen und Zuſammenziehungen nachgeben können, um eine neue Stellung gegen einander anzunehmen, ſo iſt die Wirkung fortdauernd, und Glasplatten, welche auf dieſe Art zubereitet ſind, haben viel Aehnlichkeit mit kryſtalliſirten Körpern. Dr. Brewſter fand hernach, daß eine mechaniſche Zuſammendrückung und Ausdehnung von Glas, Gallerte, Gummi und einfach brechenden Kryſtallen (wie z. B. Flußſpath u. ſ. w.) denſelben dieſelbe Eigenſchaft mitzutheilen im Stande iſt. Wenn das Mittel, an welchem der Druck angebracht wird, vollkommen elaſtiſch iſt, wie Glas, ſo iſt die Wirkung auf gleiche Art, wie

Digitized by Google

die der Hitze, nur vorübergehend. Können hingegen während des Drucks die Theilchen des Mittels ihre eigenthümliche Lage im Zuſtand des neuen Gleichgewichts annehmen, ſo iſt auch nach dem Aufhören der drückenden äußern Kraft die mitgetheilte polariſirende Eigenſchaft fortdauernd.

1084. Da ſich bei Erſcheinungen dieſer Art periodiſche Farben nur dann zeigen können, wenn eine Zerlegung des einfallenden Lichts in zwei Strahlen, die ſich mit verſchiedener Geſchwindigkeit bewegen, ſtattfindet, und eine Verſchiedenheit der Geſchwindigkeiten unabänderlich mit einem Unterſchiede der Brechung an geneigten Flächen verbunden iſt, ſo läßt ſich erwarten, daß brechende Materien, die ſo der Einwirkung der Hitze oder des Drucks ausgeſetzt ſind, die Eigenſchaft der doppelten Brechung erlangen. Dieß iſt von Fresnel durch einen Verſuch nachgewieſen worden, wobei ſich zeigte, daß eine beſondere Art der doppelten Brechung zum Vorſchein kommt.

1085. Da es bekannt iſt, daß eine ungewöhnliche Erhitzung oder Abkühlung des Glaſes oder anderer Subſtanzen die Theilchen in eine Spannung bringt, die ganz derjenigen gleicht, welche durch mechaniſchen Druck hervorgebracht wird, und wie wir ſehen werden, die Wirkungen der Hitze bei der Ertheilung der doppelt brechenden Kraft den Spannungen, die durch ſie hervorgebracht werden, proportional ſind (einen zweifelhaften Fall ausgenommen), ſo dürfen wir wohl die Wärme bloß als die entferntere Urſache, und die mechaniſche Spannung hingegen als die nähere Urſache betrachten.

1086. Bei gasförmigen oder flüſſigen Mitteln bemerkt man keine ſolchen Erſcheinungen, wenn ſie erhitzt oder einem Druck ausgeſetzt werden, wovon die Urſache einleuchtend iſt, indem der Druck nach allen Richtungen ſich gleich ſtark fortpflanzt, und die Elaſticität des Aethers (in Rückſicht auf die Undulationshypotheſe) ihre Gleichförmigkeit beibehält.

Bei feſten Körpern verhält ſich die Sache anders. Die Theilchen derſelben können ihre Lage nicht ſo ändern, und die Wirkung einer Zuſammenpreſſung nach irgend einer Richtung beſteht darin, daß erſtens die an einander liegenden Theilchen nach dieſer Richtung ſich einander nähern, und ihre repulſiven Kräfte mehr als im natürlichen Zuſtand entwickeln, um das Gleichgewicht zu erhalten; zweitens, daß die Theilchen, welche ſich in einer Richtung befinden, die auf der Richtung des Drucks ſenkrecht iſt, mehr auseinander-

gepreßt werden. Dieſer Wirkung, welche in flüſſigen Körpern die Theilchen ſeitwärts wegtreiben würde, wird bei feſten Körpern durch einen Zuwachs der anziehenden Kräfte in einer auf der Richtung des Drucks ſenkrecht ſtehenden Richtung das Gleichgewicht gehalten, wodurch bei jedem feſten Körper in der Richtung des Drucks eine Verdichtung, und in einer darauf ſenkrechten Richtung eine Ausdehnung hervorgebracht wird. Es iſt jedoch wahrſcheinlich, daß die letztere ſehr gering iſt, da die mit der Entfernung ſehr ſchnell abnehmende Wirkung der Mollecularkräfte die nach der Diagonale entſtehende Wirkung unmerklich macht. Man kann aber ſehr wohl annehmen, daß die erſtere im Aether, wegen ſeiner Verbindung mit den Theilchen der brechenden Mittel einen Unterſchied der Elaſticität in den beiden beſagten Richtungen hervorzubringen im Stande ſeyn mag, welcher Unterſchied von allen den gewöhnlichen Erſcheinungen der Interferenz der Strahlen, der periodiſchen Farben und der doppelten Brechung begleitet iſt. Die Ausdehnung bringt die umgekehrte Wirkung der Zuſammenpreſſung hervor, indem das Maximum der Elaſticität in dem einen Fall, das Minimum in dem andern Fall ſeyn wird.

1087. Dieſe Anſichten ſtimmen genau mit den Verſuchen überein, welche Brewſter und Fresnel mit zuſammengepreßtem und ausgedehntem Glaſe angeſtellt haben. Brewſter giebt an (Philosophical Transactions 1816 Vol. 106), daß der Druck auf die entgegengeſetzten Kanten eines gläſernen Parallelepipeds neutrale und depolariſirende Axen hervorbringe, von denen die erſtern parallel und ſenkrecht gegen die Richtung des Drucks ſind, die letztern einen Winkel von 45° mit erſtern bilden; oder mit andern Worten, ein auf die beſagte Art zuſammengedrücktes Glas bringt, wenn es einem Lichtſtrahl ausgeſetzt wird, der in einer Ebene polariſirt iſt, welche eine parallele oder ſenkrechte Lage gegen die gedrückten Seiten hat, keine Veränderung in ſeiner Polariſation, und daher auch keine Farben hervor. Iſt derſelbe hingegen in einer Ebene polariſirt, die mit den beſagten Seiten 45° einſchließt, ſo giebt er eine Farbe, die mit wachſendem Druck in der Skale der farbigen Ringe herabſteigt.

1088. Bringt man den Druck gleichmäßig in der ganzen Länge der gegenüberſtehenden Seiten an, ſo iſt die Elaſticität des Aethers in jedem Punkt der Platte nach einer beliebigen Richtung dieſelbe, indem ſie in der einen Richtung ein Maximum, und in einer ſenkrecht

darauf ſtehenden Richtung ein Minimum iſt. Iſt daher das einfallende Licht in einem Azimuth von a Graden polariſirt, ſo zerlegt es ſich in zwei Strahlen von ungleicher Intenſität (nämlich cos a^2, sin a^2), die in dieſen beiden Ebenen polariſirt, und bei ihrem Heraustritt um einen Verzögerungsraum verſchieden ſind, der dem Product $t(v' - v)$ proportional iſt, wo t die durchlaufene Dicke bedeutet, und $v' - v$ den Unterſchied der Geſchwindigkeiten der Strahlen angiebt, welche, wenn ſie mit einem doppelt brechenden Prisma, wie §. 969 aufgefangen worden, die complementären periodiſchen Farben in beiden Bildern hervorbringen. Das ungewöhnliche Bild verſchwindet, wenn $\alpha = 0$ oder $\alpha = 90^{\circ}$ iſt, und ihr Gegenſatz zeigt ſich für $\alpha = 45^{\circ}$ am ſtärkſten. Es iſt freilich ſehr ſchwer, eine ſo vollkommene Gleichheit des Drucks hervorzubringen, ſo daß man ſich nicht wundern darf, wenn eine gleichartige Färbung der ganzen Oberfläche des Glaſes nicht ſtattfindet. Es ſcheint dieſes jedoch bei dem von Brewſter in der angeführten Abhandlung angeſtellten Verſuch ſtattgefunden zu haben.

1089. Nehmen wir an, daß die Elaſticität des Aethers in der Richtung der Kraft geringer iſt (wo alſo das Mittel, dem allgemeinen Geſetze zufolge, am dichteſten iſt) als in der darauf ſenkrechten Richtung bei comprimirtem Glaſe, ſo findet das entgegengeſetzte bei dem ausgedehnten Glaſe ſtatt. Nimmt man daher bei zwei ähnlichen Platten die Kräfte als gleich an, ſo werden im erſtern Fall die ungewöhnlichen Wellen, oder diejenigen, deren Schwingungen in der Richtung des Drucks geſchehen, und die daher ſenkrecht auf dieſe Richtung polariſirt ſind, ſchneller fortſchreiten, im letztern Fall hingegen die gewöhnlichen Wellen. Sehen wir alſo im erſtern Fall den Verzögerungsraum oder die Farbe $t(v' - v)$ als negativ an, ſo iſt er im letztern poſitiv, und in den beiden Fällen werden die Farben Eigenſchaften beſitzen, welche denjenigen, die die beiden in §. 940 und den folgenden §§. beſchriebenen zwei Claſſen doppelt brechender Kryſtalle zeigten, entgegengeſetzt ſind. Werden daher zwei ſolche Platten in ähnlicher Lage an einander gebracht, d. h. ſo daß die Richtungen der Kräfte zuſammenfallen, ſo müſſen ſie ſich gegenſeitig neutraliſiren, und wenn ſie ſich unter rechten Winkeln durchkreuzen, ſo müſſen ſie ſich verſtärken. Iſt daher im Allgemeinen t die Dicke der Platte, und f die Stärke der angebrachten zuſammendrückenden Kraft, ſo haben wir (wenn wir die Differenz der Ge-

ſchwindigkeiten als den Kräften proportional, und die ausdehnenden Kräfte als negativ betrachten) für ähnlich liegende Platten, die Farbe

$$T = f.t + f'.t' + f''.t'' + \ldots$$

Liegen die Platten kreuzweis, ſo müſſen die Querlagen rückſichtlich ihrer Dicke als negativ betrachtet werden, genau ſo wie in dem Fall von über einander gelegten kryſtalliſirten Platten. Alle dieſe Reſultate ſtimmen mit den Verſuchen von Brewſter übereiu.

1090. Man kann die Erſcheinungen, welche das zuſammengedrückte und ausgedehnte Glas darbietet, am leichteſten dadurch hervorbringen, daß man eine lange Glasplatte, deren Seiten polirt ſind, biegt, und das Licht der Breite nach hindurchgehen läßt. In dieſem Fall befindet ſich, wie bei allen Biegungen, die convexe Seite in einem Zuſtande der Ausdehnung, die concave in einem Zuſtand der Zuſammenziehung, während es in der Mitte eine Stelle giebt, wo die Materie ſich in ihrem natürlichen Zuſtand befindet, und nach jeder Seite zu vermehrt ſich die Spannung mit der Entfernung von der neutralen Linie. Figur 212 ſtellt einen ſolchen ſehr vergrößerten Durchſchnitt einer gebogenen Platte vor, durch welche Licht, das in einer um 45° gegen die Länge der Glasplatte geneigten Ebene polariſirt war, durchgelaſſen und auf die gewöhnliche Art unterſucht wurde. Die neutrale Linie iſt durch einen ſchwarzen Strich dargeſtellt, und die Farben auf beiden Seiten ſinken nach Newton's Skale, indem ſie in Streifen geordnet ſind, die durch die Linien **11, 22, 33, 44** u. ſ. w. angegeben werden. Die Farben auf entgegengeſetzten Seiten der Mittellinie ſind einander jedoch entgegengeſetzt, indem ſie nach der ausgedehnten oder convexen Seite hin poſitiv, nach der zuſammengedrückten oder concaven Seite negativ ſind. In einer Platte von 1,5 Zoll Breite, 0,28 Zoll Dicke und 6 Zoll Länge entwickelte Dr. Brewſter ſieben Ordnungen von Farben, ehe das Glas, vermöge der angebrachten beugenden Kraft brach. Dieſer Verſuch giebt eine ſehr ſchöne Erläuterung über die Wirkung der Kräfte an die Hand, vermöge deren feſte Körper zuſammengedrückt und gebogen werden, und zeigt augenſcheinlich den Grad der Spannung, in welchem ſich die einzelnen Theile des Körpers befinden. Dr. Brewſter hat dieſen Umſtand auf die Erforſchung der Spannung und des Drucks bei architektoniſchen Gegenſtänden, als ſteinernen Brücken, hölzernen Gerüſten u. ſ. w. angewendet, indem er Modelle aus Glas zuſammenſetzte. Es iſt jedoch zu bemerken, daß man nur dann zu einem

deutlichen Reſultate gelangt, wenn die Laſt, welche getragen werden ſoll, das Gewicht der zum Gebäude gebrauchten Materialien vielmal übertrifft.

1091. Wird eine Glasplatte nach mehreren Richtungen ausgedehnt und zuſammengedrückt, ſo iſt nach Brewſter die Folge dieſelbe, als ob man mehrere Platten gewählt hätte, an denen einzeln die Kräfte angebracht ſind. So zeigt eine quadratiſche Glasplatte, die an allen vier Kanten gleichförmig gepreßt wird, gar keine Spur von polariſirender Eigenſchaft.

1092. Bringt man einen Druck an einem oder zwei gegenüberliegenden Punkten einer Glasmaſſe an, ſo divergirt derſelbe von dieſen Punkten aus nach allen Richtungen, und die Linien des gleichen Drucks, die in der That die iſochromatiſchen Linien ſind, müſſen ihrer Natur nach von der Beſchaffenheit der preſſenden Schraube am Berührungspunkt mit dem Glaſe abhängen, denn dieſe Geſtalt beſtimmt den unmittelbar anliegenden Eindruck. Dr. Brewſter hat mehrere Curven, die durch den Druck auf verſchiedene Punkte eines und deſſelben gläſernen Parallelepipeds entſtehen, abgezeichnet, in welcher Hinſicht wir den Leſer auf ſeine Abhandlung verweiſen, wo ſich zugleich eine Mannichfaltigkeit ſchöner Figuren befindet, die durch kreuzweis gelegte Platten mit ungleicher Spannung hervorgebracht wurden.

1093. Biot hat bei einigen Verſuchen beobachtet, daß eine Glasplatte, die vermittelſt des Streichens durch einen Violinbogen, oder auf andere Art in Vibration erhalten wird, das Licht depolariſirt, d. h. den verſchwundenen Lichtſtrahl wieder herſtellt. Dieſe Erſcheinung iſt eine nothwendige Wirkung der abwechſelnden Zuſammenpreſſungen und Ausdehnungen, die einander ſchnell bei allen vibrirenden Theilchen folgen.

1094. Werden Gallertmaſſen (vorzüglich von Hauſenblaſe) zwiſchen Platten gedrückt, ſo erhalten ſie eine polariſirende Wirkung. Dehnt man eine ſolche Maſſe gehörig aus und läßt ſie trocknen und verhärten, ſo wird die ihnen durch dieſes Verfahren mitgetheilte Eigenſchaft, nach der Wegnahme der ſpannenden Kraft, den Verſuchen Brewſter's zufolge permanent ſeyn. Um dieſe Erſcheinung zu erklären, brauchen wir nur zu bedenken, daß die äußern Theile ſchneller verhärten als die innern, und ſobald ſie die Conſiſtenz eines feſten Körpers erhalten haben, ſind ſie im Stande, der ſpannenden

Digitized by Google

Kraft der innern weichen Theile das Gleichgewicht zu halten, ohne daß noch die äußere Kraft zu wirken nöthig hätte. Dieſe Kraft diente nur um die Geſtalt und Dimenſionen der äußern Kruſte zu beſtimmen, und iſt überflüſſig, ſobald die äußere Kruſte gebildet und verhärtet iſt. Die hierdurch hervorgebrachte polariſirende Kraft der Hauſenblaſe iſt ſehr ſtark, und übertrifft ſogar die einiger doppelt brechenden Kryſtalle, wie Beryll, indem eine Platte von Hauſenblaſe, deren Dicke 624 iſt, eine Farbe polariſirt, die durch eine Luftſchicht, deren Dicke die Einheit iſt, zurückgeworfen wird, während eine Platte von Beryll, ſenkrecht auf ſeine Axe geſchnitten, eine Dicke = 720 erfordert. Eine Glasplatte, die durch eine gleiche Kraft zuſammengedrückt oder ausgedehnt wird, würde eine Dicke = 12580 nöthig haben, um dieſelbe Farbe zu polariſiren.

1095. Wir gehen nun zur Betrachtung der vorübergehenden Wirkungen über, welche durch eine ungleiche Erwärmung unter der Temperatur des Schmelzens des Glaſes hervorgebracht werden. Die unmittelbare Wirkung einer Vermehrung oder Verminderung in einem gewiſſen Punkte des Glaſes beſteht in einer Spannung der umgebenden Theile, die bei einer großen Temperaturverſchiedenheit eine ungeheure Kraft beſitzt, und bekanntlich die dickſten Glasplatten zu zerſprengen im Stande iſt. Da wir nun wiſſen, daß ſchon die Spannung allein die polariſirende Kraft entwickelt, ſo brauchen wir der Regel non plures causas admitti debere etc. zufolge dem Wärmeſtoff ſelbſt keine andere Wirkung hierbei zuzuſchreiben, als diejenige der hervorgebrachten Spannung iſt, indem der Wärmeſtoff die Dimenſionen der Materie verändert.

1096. Hält man eine heiße Eiſenſtange an die Kante eines Glaswürfels, der dem polariſirten Licht ausgeſetzt iſt, ſo ſtellt ſich das verſchwundene Bild in verſchiedenen Graden der Intenſität an den verſchiedenen Stellen des Glaſes wieder her. Die neutralen Axen ſind der erhitzten Kante parallel und auf ihr ſenkrecht, und die Axen, in deren Azimuth die polariſirte Farbe am ſtärkſten iſt, bilden, mit den vorigen Winkel, von 45 Grad. Bringt man den Strahl in dieſes Azimuth, ſo ſieht man von der erhitzten Kante aus eine Linie oder Welle von weißem Licht auf dem Glaſe fortrücken, die vor ſich her eine dunkle unbegränzte Welle treibt. Faſt in demſelben Augenblick, und lange vorher, ehe die geringſte Temperaturveränderung an dem äußerſten Ende der Platte ſtattgefunden haben

Digitized by Google

kann, entſteht eine ähnliche, aber ſchwächere Welle am andern Ende der Glasplatte, die einen dunkeln Streifen vor ſich her treibt, während in derſelben Zeit um die Mitte der Platte ſich ebenfalls ein weißer Streifen nach beiden Seiten zu ausbreitet, und die vorigen beiden unbegränzten dunkeln Wellen in zwei dunkle Streifen verwandelt. Den weißen Farben folgen die Farben der niedrigern Ordnung in der Farbenreihe, gelb, roth, violett, blau u. ſ. w., bis endlich die ganze Farbenreihe der dünnen Platten in vier Reihen von Franzen parallel mit der erhitzten Kante erſcheint, die ihren Anfang an den erwähnten ſchwarzen Streifen nehmen. In derſelben Zeit erſcheinen andere Franzen an der Kante, die auf der erwärmten ſenkrecht ſteht. Man ſieht alſo im Ganzen ſechs Franzenreihen, nämlich zwei außerhalb der ſchwarzen Streifen, zwei innerhalb derſelben und zwei Gränzfranzen parallel mit den Seitenkanten. Die ganze Erſcheinung iſt in Figur 213 vorgeſtellt. Die Franzen an der erhitzten Kante AB ſind die deutlichſten und zahlreichſten, ſchwächer die an der entgegengeſetzten Kante CD, und die innern und Gränzfranzen am ſchwächſten.

1097. Da das Glas ein ſehr ſchlechter Wärmeleiter iſt, und die irdiſche Wärme bloß durch die Leitung im Glas fortgepflanzt wird, ſo folgt daraus, daß die plötzliche Erhöhung der Temperatur an der Kante AB eine Ausdehnung in derſelben hervorbringt, an welcher der übrige Theil des Glaſes nicht Theil nimmt. Würde daher die Schicht der Theilchen AB vom Glaſe abgelöst, ſo würde ſie ſich über die Kanten AC, DB hinaus verlängern. Hat ſich die Wärme dieſer Schicht der nächſten mitgetheilt, ſo wird ſich auch dieſe, aber in geringerm Grade ausdehnen, und auf dieſe Art wird nach einer langen Zeit, während welcher die Wärme ſich bis ans Ende des Glaſes fortgepflanzt hat, die Gränze deſſelben die Geſtalt aCDb annehmen, wo aC, bD krumme Linien ſind, die von dem Geſetz der Fortpflanzung der Wärme und der verfloſſenen Zeit abhängen. Auf dieſe Art würde ſich die Sache verhalten, wenn die Glasplatte aus getrennten Schichten beſtünde, deren jede ſich unabhängig von der andern ausdehnen könnte, und da zugleich in jeder, wenn man ſie als unendlich dünn betrachtet, die Temperatur und Spannung gleichförmig ſeyn müßte, ſo könnte keine polariſirende Kraft entſtehen. Allein in der Wirklichkeit iſt der Fall ganz verſchieden; jede Schicht iſt unauflöslich mit der anliegenden verbunden, und kann ſich we-

Digitized by Google

der ausdehnen noch zuſammenziehen, ohne daß die anliegenden zugleich daran Theil nähmen. Zwei anliegende Schichten dehnen ſich alſo zu gleicher Zeit aus, allein die wärmere weniger, die kältere mehr, als wenn ſie von einander unabhängig wären. Wegen der gegenſeitigen Wirkung der Theilchen der Glasmaſſen auf einander beſchränkt ſich nun die in einer Schicht hervorgebrachte Spannung nicht auf dieſe Schicht allein, wie der Wärmeſtoff, ſondern dieſe Spannung theilt ſich augenblicklich allen übrigen mit.

1098. Die allgemeine Aufgabe, den wirklichen Zuſtand der Spannung zu einer beliebigen Zeit in jedem Theilchen aufzufinden, iſt etwas verwickelt, da dieſer von den Geſetzen der langſamen Fortpflanzung der Wärme und der augenblicklichen, aber veränderlichen Theilnahme an der Aenderung der Geſtalt, die zum augenblicklichen Gleichgewicht der Molleculen nothwendig iſt, abhängt. Begnügen wir uns aber mit einer allgemeinen Ueberſicht, ſo iſt die Sache ſehr wenig Schwierigkeiten unterworfen. Denn nehmen wir an, daß Fig. 214 die Schicht ABba, die am Rande AB liegt, durch die Wärme ausgedehnt wird, während der übrige Theil des Glaſes ſeine anfängliche Temperatur beibehält, ſo würden, wenn ſich dieſe Schicht unabhängig von den übrigen ausdehnen könnte, die Kanten Aa, Bb über die Ränder Cα, Dβ hervortreten, und denken wir uns zwei Gränzſchichten CAEG, DBFH als von dem innern Theil CD$\beta\alpha$ abgelöst, ſo daß ſie ſich vermöge der an den Enden A und B angebrachten Kraft frei bewegen können, ſo werden dieſelben durch die Ausdehnung des Stücks ABba in die in der Figur vorgeſtellte Lage gelangen, indem ſie ſich um C und D als um Stützpunkte drehen, und dreieckige Zwiſchenräume Caα, Dbβ leer laſſen, und unter dieſen Umſtänden würde gar keine Spannung in dem Syſtem ſtattfinden. Allein die Cohäſion des Glaſes verhindert die Entſtehung dieſer leeren Räume, und die Theile CAEG, DBFH können nicht in die angegebene Lage gelangen, ohne die Schichten des Stücks CD$\beta\alpha$ mit ſich fortzuziehen und daher auszudehnen. Es ſey PQ eine ſolche Schicht, und ſie werde nach pq ausgedehnt. Vermöge ihrer Elaſticität wird ſie ſuchen die Streifen CAEG und BDHF zuſammenzuziehen; ihre Wirkung wird daher erſtens darin beſtehen, daß ſie einen Druck auf die Stützpunkte C und D hervorbringt, und daher die Schicht CD zuſammenpreßt. Zweitens bringt ſie auch einen Druck auf Aa, Bb hervor, wodurch die durch die

ver-

Digitized by Google

vermehrte Temperatur von ABba hervorgebrachte Ausdehnung verringert wird. Sie bringt alſo die Schichten von ABba in einen kleinern Raum zurück, als ſie eigentlich vermöge ihres erwärmten Zuſtandes einnehmen könnte, und verſetzt ſie in einen relativ zuſammengedrückten Zuſtand. Da drittens die Spannung von pq in C, D und A, B aufgehalten wird, ſo ſucht ſie die Hebel ACGE, BDHF nach Innen zu beugen, wodurch ſie an den Rändern GE, HF concav, an den Rändern CA, DB convex werden, und ſo die Linien CA, DB ausdehnen, und die Schichten, die an EG, HF liegen, zuſammenpreſſen.

1099. Aus dieſer Schlußfolge iſt es einleuchtend, daß das Glas vermöge dieſer verſchiedenartigen Spannungen eine überall an den Rändern concave Geſtalt annehmen wird, vorzüglich an den Seiten AC, DB (Fig. 215); alle Kanten ſind comprimirt und die innern Theile ausgedehnt. Die Gränzen zwiſchen den ausgedehnten und zuſammengedrückten Theilen, parallel mit AB, müſſen nothwendigerweiſe ſich durch neutrale Linien ab, cd auszeichnen, und auf beiden Seiten derſelben nimmt die Spannung zu, die in der Mitte und an den Kanten ein Maximum wird. Das Glas muß daher vier Reihen von Franzen polariſiren, die in ab, cd anfangen, und von denen die äußern den innern entgegengeſetzt ſeyn müſſen, da der Theil des Strahls, der mit AB parallel polariſirt iſt, in dem einen Fall ſchneller, in dem andern langſamer als der mit Ac parallel polariſirte fortgepflanzt wird. Dieſer Gegenſatz ſtimmt mit Dr. Brewſters Beobachtungen überein, indem dieſer findet (Philosophical Transactions 1816), daß die Theile des Glaſes, welche die beiden äußern Franzenreihen zeigen, die Bildung von attractiven Kryſtallen haben, während diejenigen Theile, welche die innern und Gränzfranzen zeigen, in ihren Eigenſchaften mit den repulſiven Kryſtallen übereinſtimmen, d. h. in der Sprache der Undulationstheorie, daß die Ordnung der Geſchwindigkeiten der doppelt gebrochenen Strahlen bei dem Uebergange aus einer Gegend des Glaſes in die andere umgekehrt wird, denn von ſeiner wirklichen Structur können wir nichts wiſſen. Daß die Gränzfranzen dieſelbe Eigenſchaft beſitzen müſſen, als die innern, iſt eine nothwendige Folge aus den obigen Schlüſſen, denn die Stellen DB, AC ſind nach Richtungen zuſammengedrückt, die ihren Kanten parallel gehen, alſo ſenkrecht auf der Richtung ſtehen, nach welcher der mittlere Theil ausgedehnt wird, und wir ha-

ben ſchon geſehen, daß die Zuſammenpreſſung nach der einen Richtung, in ſo fern wir nur die hervorgebrachten Farben berückſichtigen, mit der Ausdehnung in einer darauf ſenkrechten Richtung gleichgeltend iſt.

1100. Die ſchwarzen Linien endlich, welche die äußern Franzen von den innern trennen, entſtehen aus der vereinten Wirkung der Spannung der innern Gegend parallel mit AB, die ſich auf irgend einem Punkt q des Stücks DBFH äußert und der Ausdehnung der Linie DB, die auf denſelben Punkt, vermöge ihrer erhaltenen Krümmung wirkt. Vermöge dieſer zwei Kräfte wird jeder Punkt q in einer gewiſſen Linie und in gehöriger Entfernung von der äußerſten Kante HF nach entgegengeſetzten Richtungen gleichförmig geſpannt, befindet ſich alſo rückſichtlich der Polariſation in neutralem Zuſtande und muß ſchwarz erſcheinen. Die Gränzfranzen entwickeln ſich nicht ſo gut als die übrigen, weil ſie bloß durch die Beugung der Kanten HF, GE, die eine mittelbare Wirkung der Hauptkraft iſt, entſtehen, und dieſe Beugung ſehr gering ausfällt (indem die Ausdehnung des Glaſes durch Wärme ſehr gering iſt), alſo die neutrale Linie ſehr nahe an die Kante fällt; da aus derſelben Urſache die Spannung der convexen Linie DB ſehr klein iſt, ſo ſetzt ſie ſich mit der Spannung von pq in einem Punkt q ins Gleichgewicht, der ſehr nahe am Ende derſelben liegt, wo die Spannung parallel mit pq ſehr vermindert ſeyn muß, indem dem größten Theil der Spannung von pq durch die Elaſticität der Schichten Widerſtand geleiſtet wird, die noch weiter vom Rande als DB entfernt ſind.

1101. Wird eine gleichförmig erwärmte Glasplatte an einem Rande abgekühlt, ſo werden die umgekehrten Erſcheinungen ſtattfinden; die äußere Säule ABab (Fig. 214) zieht ſich plötzlich zuſammen, und comprimirt die Säulen jenſeits $\alpha\beta$ ſehr ſtark, die noch keine Wärme verloren hat; hierdurch werden die Enden der Gränzen EAGC, BFHD nach Innen gezogen und an die Theile βQ, αP gedrückt, und indem ſich dieſe Wirkung nach der entgegengeſetzten Kante CD fortpflanzt, ſo wird dieſelbe verlängert, und ſie eben ſo wie AB in einen Zuſtand der Ausdehnung verſetzt. Die Gränzkanten biegen ſich nach Außen, es wird alſo die Spannung in jedem Punkt die entgegengeſetzte von der ſeyn, welche Fig. 215 angegeben iſt, und eine entſprechende Umkehrung der Eigenſchaften der Farben mußt ſtattfinden. Alles dieſes ſtimmt mit Dr. Brewſters Beobachtungen überein.

Digitized by Google

1102. Entſteht ein Sprung in einem Stück Glas, welches ungleichförmig erhitzt iſt, ſo ändern ſich die Richtungen und Intenſitäten der Spannungen in jedem Theil plötzlich, und die Franzen nehmen demzufolge eine andere Lage an. Wir würden uns in die größten Schwierigkeiten verwickeln, wenn wir die Veränderungen unterſuchen wollten, die aus der Aenderung der äußern Geſtalt des Glaſes und den verſchiedenen Angriffspunkten der Wärme entſtehen, weßwegen wir uns bloß noch auf den einfachen Fall beſchränken, wo der Mittelpunkt einer kreisförmigen Glasplatte erhitzt wird. Jeder äußere Ring derſelben befindet ſich in einem Zuſtande von Spannung parallel mit der Peripherie, und er drängt die dem Mittelpunkt nähern Ringe nach Innen zu mit einer Kraft, die dem Radius parallel geht. Der Mittelpunkt befindet ſich im neutralen Zuſtande, indem er von allen Seiten gleichartig begränzt wird. Die Spannung in der Richtung des Radius dauert fort, indem man ſich vom Mittelpunkt entfernt, allein die Tangentialſpannung nimmt ab, und geht endlich in einen Zuſtand von Ausdehnung über, durchläuft alſo irgendwo einen neutralen Zuſtand, wodurch ein ſchwarzer Kreis und concentriſche Franzen von entgegengeſetzten Eigenſchaften gebildet werden. Das Ganze wird von den Armen eines ſchwarzen Kreuzes durchſchnitten, welche gegen die Ebene der primitiven Polariſation parallel und perpendiculär ſind, und die daher feſt bleiben, wenn die ganze Platte in ihrer eigenen Ebene herumgedreht wird.

1103. Ein Verſuch jedoch, welchen Dr. Brewſter anſtellte, ſcheint der hier angegebenen Theorie zuwider zu ſeyn. Er machte einen kleinen Sprung mit glühenden Eiſen in einem ſehr dicken Stück Glas, und ließ ihn wieder durch langes Abkühlen ſich ſchließen, ſo daß er dem Auge völlig verſchwand. In dieſem Zuſtand zeigte das ungleich erwärmte Glas eben die Franzen, als wenn gar kein Sprung vorhanden geweſen wäre; allein in dem Augenblick, wo der Sprung durch eine leichte Erwärmung in ſeiner Nähe wieder ſich öffnete, änderten ſie ihre Geſtalt plötzlich, indem ſie die Form annahmen, welchen der Theil des Glaſes beſaß, dem der Sprung zur Gränze diente. Es ſcheint jedoch, als ob eine ſehr große Adhäſion zwiſchen den Glastheilchen ſtattfindet, wenn ſie in optiſche Berührung gebracht werden, und wenn man bedenkt, wie ſehr man die freie Ausdehnung und Zuſammenziehung von Metallſtäben in ſeiner Gewalt hat, indem man ſie durch bloßes Zuſammenlegen, ohne Löthung zwingen kann, ſich

Digitized by Google

durch Veränderung der Temperatur zu biegen, bis der Unterſchied der Ausdehnung eine gewiſſe Gränze erreicht hat, bei welcher ſie mit einem Schall auseinander ſpringen und ſich ins Gleichgewicht ſetzen, ſo wird man die angegebene Erſcheinung eben nicht als einen Beweis von großem Gewicht gegen die aufgeſtellte Theorie anſehen können. (Wir halten es nicht für unwahrſcheinlich, daß die Töne, welche gewiſſe Statuen bei Sonnenaufgang gegeben haben ſollen, auf eine ähnliche Art durch die Einwirkung der Wärme entſtanden ſind. Eine ähnliche Erſcheinung haben wir oft an den Stäben des Roſtes im Kamin bemerkt.)

1104. Dieß ſind im Allgemeinen die vorübergehenden Wirkungen einer Hitze, welche geringer als die Temperatur des Schmelzens des Glaſes iſt, und ungleichförmig durch ſeine Maſſe vertheilt wird. Wird aber eine Glasmaſſe bis zum Weichwerden oder noch höher erhitzt, ſo daß ihre Theilchen mit mehr oder weniger Leichtigkeit ſich unter einander bewegen können, und dann plötzlich abgekühlt, indem man ſie entweder in Waſſer taucht, oder ſie der kalten Luft ausſetzt, ſo wird den äußern Schichten die Hitze ſchneller entzogen, als ſie aus dem Innern zugeleitet werden kann, und dieſelben erſtarren ſchon, während die innern Schichten noch weich und plaſtiſch ſind. In dieſem Augenblick findet daher nirgends eine Spannung ſtatt; aber da das Entweichen der Wärme fortdauert, ſo werden die innern Theile endlich feſt, und ſuchen ſich daher zuſammenzuziehen. Hieran werden ſie jedoch durch die ſchon gebildete äußere Kruſte verhindert, die ſie im geſpannten Zuſtande erhält, während die Kruſte ſelbſt durch die innern zuſammenziehenden Kräfte ſich in einer Spannung befindet, und aus ihrem Zuſtande des Gleichgewichts nach Innen zu gezogen wird. Iſt die Abkühlung plötzlich eingetreten, und war die Maſſe beträchtlich, ſo zerbricht ſie entweder während der Abkühlung, oder ſpringt nachher von ſelbſt oder durch den leichteſten Riß, der die Continuität ihrer Oberfläche aufhebt. Setzt man die Stücke wieder zuſammen, ſo paſſen ſie nicht genau, ſondern laſſen einen geringen Raum zwiſchen ſich, wodurch hinlänglich die unnatürliche und heftige Spannung der innern Theile bewieſen wird. Dieſer Fall iſt ganz aralog mit demjenigen, wo man gallertartige Stoffe unter der Einwirkung ausdehnender Kräfte verhärten läßt (§. 1094). Das Zuſammenſetzen der geſprungenen Glasmaſſe läßt ſich jedoch ſelten ausführen, da ſie gewöhnlich in

Digitized by Google

unzählige Stücke ſpringt, oder ſelbſt in Staub verwandelt wird, wie man deutlich bei den Glastropfen ſieht, welche mit einem ſtarken Knall zerſpringen, wenn man das Ende derſelben abbricht. Dieſe Glastropfen beſitzen wegen der Spannung der innern Theile eine große polariſirende Kraft.

1105. Geſchieht die Abkühlung weniger ſchnell, ſo iſt das Glas zwar viel zerbrechlicher als das auf die gewöhnliche Art zubereitete, allein es läßt ſich doch, mit gehöriger Vorſicht behandelt, ſchneiden und poliren, und läßt man in dieſem Zuſtande polariſirtes Licht durch daſſelbe hindurchgehen, ſo zeigt es Farbenerſcheinungen von bewunderungswürdiger Schönheit und Verſchiedenheit, indem es Franzen und Regenbogen zeigt, je nachdem die Geſtalt und Größe der Maſſe, ſo wie die Spannung der Theile beſchaffen iſt. Aendert man in dieſen Fällen die äußere Form, ſo ändern ſich auch die Figuren; denn wenn irgend ein Theil der Kruſte weggenommen wird, ſo wird eine andere Spannung ſtattfinden müſſen. Fig. 216, 217, 218 ſtellen die Zeichnungen dar, welche Platten von ein Drittel Zoll Dicke gaben, die die Form eines Kreiſes, eines Quadrats und eines Rechtecks beſaßen; bei den beiden letztern war die eine Seite der Ebene der primitiven Polariſation parallel. Fig. 219 und 220 ſtellen die Zeichnungen der beiden letztern bei einem Azimuth von 45° vor, und Fig. 221 die Zeichnung, welche dadurch entſtand, daß zwei Platten, die der Fig. 220 gleich waren, kreuzweiſe im Azimuth von 45° über einander gelegt waren. Alle dieſe Fälle befolgen die Geſetze, welche §. 1089 rückſichtlich des Aufeinanderlegens der Platten angegeben ſind. Werden ſie ſymmetriſch auf einander gelegt, ſo iſt die polariſirte Farbe dieſelbe, welche von einer Platte polariſirt wird, deren Dicke der Summe der Dicken der einzelnen Platten gleichkommt. Legt man ſie kreuzweiſe, ſo muß die Differenz der einzelnen Dicken genommen werden.

1106. Dreht man eine viereckige Platte in ihrer eigenen Ebene herum, ſo krümmen ſich die Arme des ſchwarzen Kreuzes, welches ſie in vier Theile theilt, wie Fig. 222, und gehen nach und nach über alle Theile der Scheibe hinweg; hieraus ſieht man, daß die Lagen der Axen der Elaſticität der einzelnen Theilchen in jedem Punkt verſchieden ſind und alle möglichen Lagen annehmen. Wir wollen hier nicht den mechaniſchen Zuſtand der Theilchen unterſuchen, was uns zu weit führen würde, ſondern nur einen Verſuch

Digitized by Google

von Dr. Brewſter erwähnen, der die Uebereinſtimmung unſerer Theorie mit der Wirklichkeit hinreichend zeigt. Dieſem vortrefflichen Beobachter zufolge ſind die Franzen, welche parallel mit der Kante AB des Rechtecks (Fig. 220) laufen, denen völlig ähnlich, welche dann entſtehen, wenn man eine gleiche Platte von gewöhnlichem Glaſe auf ein heißes Eiſen legt. In dem letztern Fall entſtehen nun die äußern Franzen, welche an AB und CD liegen, durch einen verdichteten Zuſtand der mit AB parallelen Schichten und die innern durch eine Ausdehnung. Bei der ſchnell gekühlten Glasplatte iſt die Vertheilung der Kräfte faſt ſo, wie ſie §. 1098 und 1099 beſchrieben iſt. Denn man kann eine ſolche Platte in mancher Rückſicht mit einem Rahmen vergleichen, über welchen eine elaſtiſche Fläche ausgeſpannt iſt, wie z. B. bei einer Trommel. Die vier Seiten werden durch die Spannung nach Innen gekrümmt, und ſie werden insgeſammt in der Richtung ihrer Länge von der unmittelbaren Spannung, unabhängig von den mittelbaren Kräften, die durch ihre Krümmung hervorgebracht werden, zuſammengedrückt. Die Gränzfranzen ſcheinen dann bloß durch die auf dieſe Art entwickelten mittelbaren Kräfte hervorgebracht zu werden. Die Analogie zwiſchen beiden Fällen würde vollkommen ſeyn, wenn man die auf gewöhnliche Art zubereitete Glasplatte an allen vier Kanten vermittelſt eines eiſernen Rahmens zu gleicher Zeit erhitzte. Wegen der weitern Auseinanderſetzung der intereſſanten Erſcheinungen, welche ſchnell gekühltes Glas zeigt, müſſen wir den Leſer auf die ſchon erwähnte Abhandlung Dr. Brewſters verweiſen.

1107. Es gelang Fresnel, die Trennung der Strahlen nachzuweiſen, welche das Glas unter der Einwirkung eines Drucks hervorbringt, indem er Prismen mit einander verband, deren brechende Winkel eine entgegengeſetzte Lage hatten, und die wechſelsweiſe in ſenkrecht auf einander ſtehenden Ebenen zuſammengedrückt wurden, wodurch, wie bei der doppelten Brechung, in der Richtung der Axe des Quarz die Wirkung verdoppelt wurde.

1108. Bei kryſtalliſirten Körpern, auf welche ein Druck oder eine ungleiche Wärme einwirkt, iſt die Aenderung ihrer Eigenſchaften rückſichtlich des Lichts nicht ſo merklich als bei nichtkryſtalliſirten, indem die in den erſtern Körpern vorhandene doppelt brechende Kraft die geringen Veränderungen durch ihre Stärke verbirgt. Jedoch hat Dr. Brewſter gezeigt, daß bei ſolchen Kryſtallen, die nur eine ge-

Digitized by Google

ringe Kraft oder gar keine (wie Flußſpath, ſalzſaures Kali und andere zum Teſſularſyſtem gehörige Kryſtalle) beſitzen, auf gleiche Weiſe wie in nichtkryſtalliſirten Körpern eine polariſirende und doppelt brechende Kraft durch die angegebenen Mittel entwickelt wird; Biot brachte ebenfalls in doppelt brechenden Kryſtallen durch einen heftigen Druck eine Verzerrung der farbigen Ringe hervor, indem er dieſe Ringe in der unmittelbaren Nähe der optiſchen Axen der Kryſtalle beobachtete, in welcher Gegend bekanntlich die polariſirende Kraft ſehr ſchwach iſt. Aus dieſem Verſuch ſah man ganz deutlich, daß nur die Geringfügigkeit der durch äußere Einwirkungen hervorgebrachten polariſirenden Kraft in Verhältniß zu der im Kryſtall von Natur vorhandenen, der merklichen Aeußerung dieſer neu entwickelten Kraft in beliebiger Richtnng ein Hinderniß in den Weg legt.

1109. Dasjenige, was hier bis jetzt über die Einwirkung der Wärme geſagt worden iſt, bezieht ſich jedoch nur auf ihre mittelbare Wirkung, welche von ihrer ungleichen Vertheilung abhängt, wodurch eine Spannung hervorgebracht wird. Profeſſor Mitſcherlich hat jedoch in einer ſehr intereſſanten Reihe von Unterſuchungen gezeigt, daß die Wirkung der gleichförmig vertheilten Wärme bei kryſtalliſirten Körpern eine ganz andere iſt als bei nicht kryſtalliſirten. Bei den letztern, ſo wie bei den zum Teſſularſyſtem gehörigen Kryſtallen, bringt eine durch die ganze Maſſe gleichförmig vertheilte Erhöhung der Temperatur eine bloße Vergrößerung ihrer Dimenſionen ohne Veränderung der Geſtalt hervor. Bei Kryſtallen hingegen, welche nicht zum Teſſularſyſtem gehören, d. h. deren Form gegen drei rechtwinkliche Axen nicht ſymmetriſch iſt, findet zuweilen durch Erhöhung der Temperatur eine Ausdehnung in der einen Richtung, und in der andern eine wirkliche Zuſammenziehung ſtatt.

1110. Dieſe wichtige Thatſache, vielleicht die wichtigſte in der ganzen Pyrometrie, hat Mitſcherlich auf eine merkwürdige und auffallende Art bei dem isländiſchen Spath nachgewieſen. Erhitzt man dieſen Körper, ſo dehnt er ſich in der Richtung der Axe des ſtumpfen Rhomboids aus, welches die primitive Form des Kryſtalls ausmacht, und zieht ſich in jeder Richtung zuſammen, die auf der erſtern ſenkrecht ſteht, ſo daß es eine mittlere Richtung geben muß, in welcher derſelbe bei jeder Veränderung der Temperatur ſeine Dimenſionen nicht ändert. Eine nothwendige Folge einer ſolchen Ungleichheit in der pyrometriſchen Wirkung beſteht darin, daß die Winkel der primitiven

Digitized by Google

Form eine Veränderung erleiden, indem das Rhomboid bei zunehmender Temperatur weniger ſtumpf wird, welcher Umſtand auch durch unmittelbare Meſſung nachgewieſen werden kann, indem Mitſcherlich gefunden hat, daß eine Erhöhung der Temperatur vom Gefrierpunkt bis zum Siedepunkt des Waſſers eine Verminderung von 8′ 30″ in dem Winkel an den Enden der Axe des Rhomboids hervorbrachte. (Bulletin des Sciences, publié par la Société Philomathique de Paris 1824, p. 40).

1111. Mitſcherlich verſichert ſich von der Richtigkeit der in Rede ſtehenden Erſcheinung durch directe Meſſung einer Platte isländiſchen Kalkſpaths bei verſchiedenen Temperaturen, die parallel mit der Axe geſchnitten war, durch Hülfe des Sphärometers, einer ſehr genauen Art von Maßſtab, welches Biot erfand, und durch welches vermittelſt einer Schraube die Dicke eines Blättchens bis auf den zehntauſendſten Theil eines Zolles gemeſſen werden kann. Der Gegenſtand erfordert allerdings eine ſehr große Genauigkeit, allein der Leſer kann ſich durch ein einfaches Experiment, das faſt gar keinen Apparat erfordert, von der ungleichen Ausdehnung einiger Körper durch die Wärme überzeugen. Man ſchmelze eine geringe Menge von ſchwefelſaurem Kali und Kupfer in einem Löffel über einer Weingeiſtlampe. Die Schmelzung findet kurz vor der Glühhitze ſtatt und bringt eine dunkelgrüne Flüſſigkeit hervor. Läßt man die Hitze abnehmen, ſo erſtarrt das Ganze in einem glänzend ſmaragdgrünen Körper, welcher feſt bleibt bis die Temperatur beinahe zu der des kochenden Waſſers herabgeſunken iſt; dann hört die Cohäſion plötzlich auf, die Theilchen fangen ſich an zu bewegen, als ob ſie belebt wären, löſen ſich von der Oberfläche los, und das Ganze iſt in wenigen Augenblicken in ein unzuſammenhängendes Pulver verwandelt. Dieſer Proceß könnte natürlicherweiſe nicht ſtattfinden, wenn ſich alle Kryſtalle, aus denen dieſes erſtarrte Salz beſtand, bei der Abnahme der Temperatur gleichmäßig zuſammengezogen hätten, weil in dieſem Fall ihre Lage gegenſeitig nicht geſtört worden wäre. Aehnliche Erſcheinungen, die ſich auf dieſelben Principien zurückführen laſſen, hat Achard bei dem Schmelzen verſchiedener Glasfritten bemerkt.

1112. Es findet zwiſchen den optiſchen und kryſtallographiſchen Eigenſchaften der Körper ein ſo inniger Zuſammenhang ſtatt, daß jede Veränderung der einen Art eine nothwendige Veränderung der andern Art mit ſich führt. Da das Rhomboid im isländi-

Digitized by Google

ſchen Kalkſpath durch erhöhte Temperatur weniger ſtumpf wird, und ſich alſo dem Würfel nähert, in welchem keine doppelte Brechung ſtattfindet, ſo läßt ſich erwarten, daß zugleich die doppelt brechende Kraft abnimmt, und dieſes Reſultat hat Mitſcherlich durch directe Meſſung beſtätigt. Späterhin hat derſelbe ausgezeichnete Chemiker und Naturforſcher die noch merkwürdigere und auffallendere Erſcheinung bemerkt, daß der gewöhnliche ſchwefelſaure Kalk, welcher bei der gewöhnlichen Temperatur zwei optiſche Axen in der Ebene der Schichten beſitzt, die mit einander einen Winkel von 60° bilden, eine viel größere Veränderung durch die Erhöhung der Temperatur erleidet; die Axen kommen einander näher, fallen zuſammen, und öffnen ſich bei noch höherer Temperatur in einer Ebene, die ſenkrecht gegen die Ebene der Schichten ſteht, und geben auf dieſe Art ein ſchönes Beiſpiel zu Fresnel's Theorie der optiſchen Axen.

1113. Wir ſetzen dieſes ſonderbare Ereigniß aus dem Gedächtniß nieder, indem wir vergeblich nach der Quelle, aus der es geſchöpft war, uns umgeſehen haben; es ließ ſich aber vorausſehen, wegen der niedrigen Temperatur, bei welcher dieſer Kryſtall durch die Entziehung des Waſſers ſeine chemiſche Beſchaffenheit ändert, daß die optiſchen Veränderungen, die durch die Einwirkung der Hitze hervorgebracht werden, bei ihm auffallender als bei weniger zerſtörbaren Körpern ſeyn müßten. Wir haben in dieſem Augenblick keine Gelegenheit, dieſen Gegenſtand genauer zu unterſuchen; allein wir bemerken, daß die Farben, welche eine vor uns befindliche Platte von ſchwefelſaurem Kalk zeigt, ſchnell bei mäßiger Erwärmung ſteigen, und bei der erfolgenden Abkühlung wieder ſinken, welches in ſo weit mit den vorigen Angaben übereinſtimmt. Glimmer hingegen, faſt bis zum Glühen erhitzt, zeigt keine Veränderungen ſeiner Axen und Ringe. Dieſer Gegenſtand iſt im höchſten Grade intereſſant und wichtig, und eröffnet ein neues weit ausgedehntes Feld für optiſche Unterſuchungen.

Digitized by Google

lien in Verbindung mit Kieſel, Alaun u. ſ. w. vorherrſchend ſind. Drittens Salze, in denen die ſchweren Metalle nicht vorherrſchend ſind. Hier iſt $\mu = 1{,}40$ bis $\mu = 1{,}60$.

Vierte Claſſe. Glaspaſten (d. h. Glas, das viel Blei enthält) und im Allgemeinen alle Verbindungen in denen Blei, Silber, Queckſilber und die ſchweren Metalle oder deren Oxyde häufig vorhanden ſind. Edelſteine, einfache verbrennliche Körper, die Metalle mit eingeſchloſſen, $\mu = 1{,}60$ und höher. Dieſe Claſſen laſſen jedoch ſo viel Ausnahmen und Anomalien zu, und ſind ſelbſt an ſich ſo unbeſtimmt, daß wir nicht verſuchen werden, die beobachteten Brechungsverhältniſſe nach ihnen zu claſſificiren, ſondern der beſſern Ueberſicht wegen, dieſelben ihrer Größe nach in eine Tabelle ordnen, in welcher alle dieſe Claſſen ohne Unterſchied gemiſcht ſind.

Tafel der Brechungsverhältniſſe oder Werthe von μ für die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit (wenn nicht das Gegentheil erwähnt iſt). Die Angaben von Dr. Wollaſton beziehen ſich jedoch (nach Dr. Young, Philosophical Transactions vol. XCII. p. 370) auf die äußerſten rothen Strahlen.

Anmerkung. Die Quellen, aus denen dieſe Tafel geſchöpft iſt, ſind folgendermaßen bezeichnet:

Br. Brewſter. Encyclop. Ed. und Treatise on New Philosophical Instruments.

Bos. Boscovich.

B. Y. Dr. Young's Berechnungen der nichtreducirten Beobachtungen Dr. Brewſter's. Quarterly Journal vol. XXII.

Bi. Biot. F. Faraday. M. Malus. N. Newton. Fr. Fraunhofer. W. Wollaſton. Du. Dulong. He. Herſchel. Eul. Der jüngere Euler. C. und H. Autoritäten, welche Dr. Young in ſeinen Vorleſungen angegeben hat.

Leerer Raum	1,000000.

Gasarten.

Bei der Temperatur des Gefrierpunktes und einem Druck von 29,922 Zoll oder 0,76 Meter.

Waſſerſtoff	1,000138 Du.
Sauerſtoff	1,000272 Du.

Digitized by Google

Atmoſphäriſche Luft	1,000294 Bi.
Stickſtoff	1,000300 Du.
Salpetergas	1,000303 Du.
Kohlenoxyd	1,000340 Du.
Kohlenwaſſerſtoffgas	1,000443 Du.
Ammoniak	1,000385 Du.
Kohlenſaures Gas	1,000449 Du.
Salzſaures Gas	1,000449 Du.
Hydrocyanſaures Gas	1,000451 Du.
Salpeteroxyd	1,000503 Du.
Schwefelwaſſerſtoffgas	1,000644 Du.
Schwefelſaures Gas	1,000665 Du.
Oelbildendes Gas	1,000678 Du.
Chlorgas	1,000772 Du.
Erſtes Phosphorwaſſerſtoffgas	1,000789 Du.
Cyanogen	1,000834 Du.
Salzgeiſt	1,001095 Du.
Phosgen	1,001159 Du.
Dampf von Schwefelkohle	1,001500 Du.
Dampf von Schwefeläther (Siedepunkt bei 35° der Cent. Skale)	1,001530 Du.

Flüſſige und feſte Körper.

Aether, deſſen Volumen durch die Wärme auf das Dreifache ausgedehnt iſt	1,0570 Br.
Tabaſcheer von Wellore, eine gelbe durchſichtige Species	1,1111 Br.
Erſte neue Flüſſigkeit, welche Brewſter in den Höhlungen des Topas entdeckte . . .	1,1311 Br.
Tabaſcheer, durchſichtiger, von Nagpore . .	1,1454 Br.
Derſelbe, eine andere Art	1,1503 Br.
Derſelbe, die weißeſte Art	1,1825 Br.
Neue Flüſſigkeit, welche Dr. Brewſter im Amethyſt entdeckte, bei 83½° Fahrenheit . . .	1,2106 Br.
Zweite neue Flüſſigkeit, die von Dr. Brewſter im Topas entdeckt wurde, bei 83° Fahr. .	1,2946 Br.

Salpeteroxydgas, durch Druck flüſſig gemacht,	(geringer als Waſſer)	F.
Salzſaures Gas / Kohlenſaures Gas } beide durch Druck tropfbar flüſſig	{ beinahe gleich, viel weniger als Waſſer }	F.
Eis	{ 1,307 / 1,3085 / 1,3100	Br. / Br. / W.
Chlorine, durch Druck tropfbar flüſſig gemacht	{ geringer als Waſſer }	F.
Cyanogen, ebenfalls trofbar flüſſig . .	{ weniger als Waſſer / 1,316	F. / B.
Schwefelſaures Gas, durch Druck tropfbar flüſſig	{ dem Waſſer gleich }	F.
Waſſer	1,336	N. W. Br.
Schwefelwaſſerſtoffgas, durch Druck tropfbar flüſſig	{ mehr als Waſſer }	F.
Ammoniakgas. eben ſo	{ mehr als Waſſer und mehr als alle übrigen tropfbar gemachten Gas-arten }	F.
Wäſſerige Feuchtigkeit des Auges	1,3366	Br.
— — des Kabliau	1,341	B. Y.
Gläſerne Feuchtigkeit des Kabliau	{ 1,336 / 1,3394 / 1,340	W. / Br. / B. Y.
Gläſerne Feuchtigkeit des Lammes	1,345	B. Y.
— — der Taube	1,353	B. Y.
Speichel	1,339	B. Y.
Ausgeworfener Schleim	1,339	B. Y.
Salzwaſſer	1,343	Br.
Cryolit	{ 1,344 / 1,349 }	Br.
Eſſig (deſtillirt)	{ 1,344 / 1,372 / 1,347	Eul. / H. / B. Y.
Eſſigſäure	1,396	Br.
Meduſa Aequora	1,345	Br.
Eiweiß	1,351	Eul.
Portwein	1,351	B. Y.
Menſchenblut	1,354	B. Y.

Geſättigte Alaunauflöſung in Waſſer	1,356	He.
Buchsbaumöl	1,356	B. Y.
Aether	1,358	W.
	1,374	B. Y.
Eiweißſtoff	1,360	W.
Eiweiß von Hühnereiern	1,361	Br.
	1,359	B. Y.
Branntwein	1,360	B. Y.
Rum	1,360	B. Y.
Ambraöl	1,368	Br.
	1,379	B. Y.
Alkohol	1,37	N.
— (ſpec. Gew. 0,866)	1,370	N.
—	1,371	C.
—	1,372	He.
—	1,374	Br.
—	1,377	B. Y.
Geſättigte Salzauflöſung	1,375	C.
Salzſäure	1,376	Br.
— (ſpec. Gew. 1,134)	1,392	He.
—	1,395	B. Y.
— (ſtarke)	1,401	Br.
— (höchſt concentrirt)	1,4098	Bl.
Verſüßter Salpetergeiſt	1,384	He.
Hornhaut von einem Lamm	1,386	B. Y.
Aepfelſäure	1,395	Br.
Eiter	1,395	B. Y.
Salpetrige Säure	1,396	Br.
— —	1,404	B. Y.
Salpeterſäure	1,406	Br.
Kryſtalllinſe des Auges, äußere Haut	1,3767	Br.
— — — mittlere Haut	1,3786	Br.
— — — Mitte	1,3990	Br.
Kryſtalllinſe vom Lamm, äußere Haut	1,386	B. Y.
— — — mittlere Haut	1,428	B. Y.
— — — Mitte	1,436	B. Y.
Kryſtalllinſe vom Kabliau, äußere Haut	1,410	B. Y.
— — — mittlere Haut		
— — — Mitte	1,439	B. Y.

Digitized by Google

Kryſtalllinſe vom Ochſen	1,380	W.
	1,447	W.
	1,463	Eul.
Kryſtalllinſe der Taube	1,406	B. Y.
Saft von Orangeſchalen	1,403	B. Y.
Kaliauflöſung, ſpec. Gew. 1,416. Rother Strahl	1,40563	Fr.
Salpeterſäure (ſpec. G. 1,48)	1,410	B. Y.
	1,410	W.
	1,412	C.
Kalihydrat, durch Wärme flüſſig gemacht . .	1,411	B. Y.
Phosphorwaſſerſtoffſäure	1,423	B. Y.
Phosphorſäure, flüſſig	1,426	Br.
Kleber von Weizen, trocken	1,426	B. Y.
Friſches Eidotter	1,428	B. Y.
Schwefelſäure	1,429	N.
	1,430	He.
	1,435	W.
	1,440	Br.
Flußſpath	1,433	W.
	1,436	Br.
Sumachöl	1,433	Br.
	1,449	B. Y.
Phosphorige Säure	1,437	B. Y.
. . . .	1,441	B. Y.
	1,442	Br.
Wallrath, geſchmolzen	1,446	W.
	1,454	B. Y.
Wachsöl	1,452	C.
Bienenwachs, geſchmolzen	1,453	B. Y.
Kamillenöl	1,457	Br.
	1,476	B. Y.
Lavendelöl	1,457	Br.
	1,467	W.
	1,475	B. Y.
Alaun (ſpec. G. 1,714	1,457	W.
	1,458	N.
	1,488	B. Y.
Talg, geſchmolzen	1,460	W.

Weißes Wachs, geſchmolzen	1,462	B. Y.
Mohnöl	1,467	Br.
	1,483	B. Y.
Schwefelſaure Magneſia (kleinſte Brechung)	1,465	Br.
Borax (ſpec. G. 1,714)	1,467	N.
	1,467	C.
	1,475	Br.
Pfeffermünzöl	1,468	W.
	1,473	B. Y.
Rosmarinöl	1,469	Br.
	1,472	B. Y.
Wallrathöl	1,470	Br.
	1,473	B. Y.
Mandelöl	1,469	W.
	1,470	W.
	1,481	B. Y.
	1,483	Br.
Terpenthinöl, rectificirt	1,470	W.
Terpenthingeiſt (ſpec. G. 0,874)	1,471	N.
Terpenthinöl	1,475	Br.
	1,476	B. Y.
	1,476	W.
	1,482	C.
	1,485	B. Y.
	1,486	He.
Terpenthinöl (ſpec. Gew. 0885) äußerſter Strahl	1,47835	Fr.
Olivenöl (ſpec. G. 0,913)	1,467	N.
	1,469	W.
	1,470	Br.
	1,4705	He.
	1,476	B. Y.
Bergamotöl	1,471	Br.
	1,473	B. Y.
Wachholderöl	1,471	Br.
Butter, kalt	1,474	B. Y.
	1,480	W.
Palmöl	1,475	B. Y.
Rübſamenöl	1,475	B. Y.
	1,475	Br.

Naph=

Naphtha	1,475	B. Y.
Limonieneſſenz	1,476	W.
Gummi, arabiſches (ſpec. G. = 1,375)	1,476	N.
Dillſamenöl	1,477	Br.
Thymianöl	1,477	Br.
Cajeputöl	1,478	B. Y.
	1,483	Br.
Opal (zum Theil hydrophan)	1,479	Br.
Neapolitaniſche Seife	1,479	B. Y.
Muscatblüthenöl, flüſſig	1,481	B. Y.
Frauenmünzöl	1,481	Br.
	1,496	B. Y.
Limonienöl	1,481	Br.
	1,489	B. Y.
Kohlenſaures Kali	1,482	Br.
Flohkrautöl	1,482	Br.
	1,485	B. Y.
Leinöl (ſpec. G. 0,932)	1,482	N.
	1,485	W.
	1,487	B. Y.
Sadebaumöl	1,482	Br.
Wachholderöl	1,482	B. Y.
	1,491	B. Y.
Schwefelſaures Ammoniak und Magneſia	1,483	Br.
Thran	1,483	B. Y.
Wermuthöl	1,485	B. Y.
	1,489	B. Y.
Caſtoröl	1,485	B. Y.
	1,490	Br.
Florentineröl	1,485	B. Y.
Thymianöl	1,486	B. Y.
Dillſamenöl	1,487	B. Y.
Bockshornöl	1,487	Br.
	1,488	B. Y.
Kampher	1,487	W.
	1,496	B. Y.
	1,500	C.
(Spec. G. = 0,996)	1,500	N.

Digitized by Google

Yſopöl	1,487	Br.
	1,495	B. Y.
Windſorſeife	1,487	B. Y.
Obſidian	1,488	Br.
Isländiſcher Spath, ſchwächſte Brechung	1,488	W.
	1,519	B.
— — ſtärkſte Brechung	1,657	W.
	1,665	Br.
— — gewöhnliche Brechung	1,6543	M.
— — ungewöhnliche Brechung	1,4833	M.
— — (Spec. G. = 2,72)	1,667	N.
Schwefelſaure Magneſia (größte Brechung)	1,488	Br.
Nußöl (unrein)	1,490	He.
—	1,507	Br.
Caſtoröl	1,490	Br.
Talg, kalt	1,490	W.
	1,492	B. Y.
Feldkümmelſamenöl	1,483	B. Y.
	1,491	Br.
Majoranöl	1,490	B. Y.
	1,491	Br.
Muskatennußöl	1,491	B. Y.
	1,497	W.
Nußöl	1,491	B. Y.
	1,507	Br.
Angelicaöl	1,491	B. Y.
	1,493	Br.
Bienenwachs, kalt	1,492	B. Y.
Daſſelbe	1,507	B. Y.
— 14° Réaum.	1,5123	M.
— ſchmelzend	1,4503	M.
— ſiedend	1,4416	M.
—	1,542	W.
Weißes Wachs, kalt	1,535	W.
Schwefelſaures Eiſen, größte Brechung	1,494	Br.
Schwefelbalſam	1,494	B. Y.
	1,497	Br.

Schwefelſaures Kali	1,475	W.
	1,509	Br.
Honig	1,495	B. Y.
Rocheller Salz (grüne Strahlen)	1,4985	He.
— — (rothe Strahlen)	1,4929	He.
Weinſteinſaures Kali	1,515	Br.
Syrup	1,500	W.
Eidotter, trocken	1,500	B. Y.
Buchöl	1,500	Br.
Rhodiumöl	1,500	Br.
	1,503	B. Y.
	1,505	Br.
Engliſches Tafelglas	1,500	W.
Franzöſiſches Tafelglas	1,504	W.
Engliſches Tafelglas (rothe Strahlen) . . .	1,5133	He.
Tafelglas	1,514	Bos.
Holländiſches Tafelglas	1,517	W.
Gewöhnliches Kronglas	1,525	W.
— Tafelglas	1,526	Bos.
Kronglas, Prisma von Dollond (rothe Str.)	1,526	He.
Tafelglas	1,527	Br.
	1,529	Bos.
Kronglas, ein anderes Prisma von Dollond (rothe Str.)	1,5301	He.
Fraunhofers Kronglas Nro. 13., ſpec. Gewicht =2,535 (äußerſte Strahlen)	1,5314	Fr.
Gelbes Tafelglas, ſpec. G. = 2,52	1,532	C.
Fraunhofers Kronglas Nro. 9., ſpec. Gewicht =2,535 (äußerſte Strahlen)	1,5330	Fr.
Kronglas von Radcliffe	1,533	W.
	1,536	W.
Kronglas	1,534	Br.
Tafelglas	1,538	Bos.
	1,542	Bos.
Glas, St. Gobin	1,543	W.
Kronglas	1,544	Br.
Altes Tafelglas	1,545	W.

Gewöhnliches Glas	1,550 N.
Fraunhofers Kronglas, ſpec. G. 2,756 (äußerſte Strahlen)	1,5631 Fr.
Tafelglas, ſpec. G. 2,76	1,573 C.
Bouteillenglas	1,582 Br.

Anmerk. Es iſt wahrſcheinlich, daß die ſtärker brechenden Gläſer niedrige Flintglasarten geweſen ſind, und etwas Blei enthalten haben.

Wallrath, kalt	1,503 B. Y. 1,535 W.
Pimentöl	1,503 B. Y. 1,507 Br. 1,510 B. Y.
Amidam	1,504 B. Y.
Salzſaures Antimonium, trocken	1,504 B. Y.
— — nach zwei Tagen .	1,613 B. Y.
Ambraöl	1,505 W. 1,507 B. Y.
Vogelleim	1,506 B. Y.
Oel von Fenchelſamen	1,506 Br. 1,507 B. Y.
Copaibalſam	1,507 W. 1,514 B. Y. 1,516 B. Y. 1,528 Br.
Stilbit	1,508 Br.
Kümmelöl	1,508 Br. 1,578 B. Y.
Scammonium	1,510 B. Y.
Muscatenblüthenöl	1,512 B. Y. 1,526 B. Y.
Arabiſches Gummi	2,512 Br.
— — nicht ganz trocken	1,513 B. Y.
— —	1,514 W.
Menſchenhaut	1,514 W. 1,517 W.

Digitized by Google

(größte Brechung)	1,514	Br.
(kleinſte Brechung)	1,335	Br.
Salpeter	1,524	C.
(Spec. G. 1,9)	1,524	N.
Danziger Vitriol	1,515	N.
Nadelſtein von Farbe	1,5153	Br.
Meſotyp, kleinſte Brechung	1,516	Br.
— größte Brechung	1,522	Br.
Schwefelſaurer Zink, gewöhnliche Brechung	1,517	Br.
Myrrhen	1,517	B. Y.
	1,524	Br.
Weinſteinſäure, kleinſte Brechung	1,518	Br.
— größte Brechung	1,529	Br.
	1,575	Br.
Gummi Traganth	1,520	Br.
	1,66	W.
Boraxglas (Borax 1, Kieſel 2)	1,522	Br.
Schelllack	1,52	W.
	1,525	Br.
	1,528	B. Y.
Saſſafrasöl	1,522	B. Y.
	1,532	Br.
	1,536	W.
	1,544	Eul.
Caoutchouc	1,524	W.
	1,534	Br.
	1,557	B. Y.
Selenit	1,525	W.
— größte Brechung	1,536	Br.
— ſpec. G. 2,252	1,488	N.
Citronenſäure	1,527	Br.
Leucit	1,527	Br.
Canadiſcher Balſam	1,528	W.
	1,532	B. Y.
	1,549	Br.
Balſam von Gilead	1,529	B. Y.
Kryſtalllinſe eines Ochſen und eines Fiſches .	1,530	W.

Digitized by Google

Pech	1,531	W.
	1,581	B. Y.
	1,586	Br.
	1,588	B. Y.
Schwefelſaures Kupfer, kleinſte Brechung	1,531	Br.
— — größte Brechung	1,552	Br.
Arabiſcher Weihrauch	1,532	B. Y.
	1,544	Br.
Braſiliſcher Jaſpis, ſpec. Gew. 2,62	1,532	C.
Geſchmolzene Phosphorſäure	1,544	Br.
Boraxglas	1,532	Br.
Manna	1,533	B. Y.
— gebrannte	1,547	B. Y.
	1,565	B. Y.
Arragonit, ungewöhnliche Brechung	1,5348	M.
— gewöhnliche Brechung	1,6931	M.
Elemi (eine Art Harz aus Oliven)	1,535	W.
	1,547	Br.
	1,550	B. Y.
Maſtix	1,535	W.
	1,539	Br.
	1,560	B. Y.
Arſenikſaures Kali	1,535	W.
Copal	1,535	W.
	1,549	Br.
	1,553	B. Y.
Gewürznägelöl	1,535	W.
	1,539	B. Y.
Weißer Zucker	1,535	W.
	1,541	B. Y.
— — geſchmolzen	1,545	B. Y.
— — nach dem Schmelzen	1,555	Br.
Feldſpath	1,536	Br.
Acajouöl	1,536	B. Y.
Anisöl	1,536	B. Y.
	1,601	Br.
Mellit	1,538	Br.
	1,556	Br.

Wachholderharz	1,538	Br.
	1,541	B. Y.
Kohlenſaurer Baryt, geringſte Brechung . .	1,540	Br.
Buchsbaum	1,542	W.
Colophonium	1,543	W.
Apophyllit; diejenige Art, welche weiße und ſchwarze Ringe zeigt (Leucocyolit) . . .	1,5431	He.
Kohlenſaures Strontium, kleinſte Brech. . .	1,543	Br.
— — größte Brech. . .	1,700	Br.
Dichroit (Jolit)	1,544	Br.
Steinöl	1,544	B. Y.
Steinſalz, ſpec. G. 2,143	1,545	N.
—	1,557	Br.
Terpenthin von Chios	1,545	B. Y.
	1,557	Br.
Harz von Sagaponum	1,545	B. Y.
Terpenthin	1,545	B. Y.
Burgundiſches Pech	1,546	B. Y.
	1,560	Br.
Weihrauchharz	1,546	B. Y.
	1,554	Br.
Tabaksöl	1,547	Br.
Bergkryſtall	1,547	W.
Quarz, gewöhnliche Brechung	1,5484	M.
— ungewöhnliche Brechung	1,5582	M.
Bergkryſtall	1,562	Br.
	1,563	N.
	1,568	C.
	1,575	C.
Amethyſt	1,562	W.
Ambra	1,547	W.
— ſpec. G. 1,04	1,556	N.
Gummi Reſina	1,548	B. Y.
	1,552	B. Y.
	1,559	Br.
Guajac	1,550	B. Y.
Leim, faſt hart	1,553	B. Y.
Chalcedon	1,553	Br.

Comptonit	1,553	Br.
Opium	1,559	B. Y.
	1,57	W.
Ueberſchwefelſaurer Kalk (rothes Licht)	1,5611	He.
— — mittleres Gelb = Grün)	1,566	He.
Drachenblut	1,562	B. Y.
Horn	1,565	Br.
	1,58	W.
Röthliches Glas	1,570	Br.
Aſafötida	1,575	B. Y.
Flintglas	1,576	Br.
	1,578	He.
	1,583	W.
— Prisma von Dollond, rothes Licht	1,584	He.
— rothes Licht	1,585	He.
Flintglas	1,586	W.
	1,590	Bos.
	1,593	Bos.
	1,594	Bos.
	1,596	Br.
— Prisma von Dollond, rothes Licht	1,601	He.
— — — — — (ſehr ſchwer)	1,602	He.
—	1,605	M.
Flintglas	1,604	Br.
	1,604	Bos.
— von Fraunhofer Nro. 3 (äußerſte Str.)	1,6145	Fr.
—	1,616	Br.
—	1,625	Bos.
— von Fraunhofer Nro. 30 (äußerſte Str.)	1,6374	Fr.
— — Nro. 23 —	1,6405	Fr.
— — Nro. 13 —	1,6420	Fr.
Anhydrit, gewöhnliche Brechung	1,5772	Bi.
— ungewöhnliche Brechung	1,6219	Bi.
Ammoniakharz	1,578	B. Y.
	1,592	Br.
Ueberſchwefelſaurer Kalk, kleinſte Brechung	1,583	He.
— — größte —	1,628	He.
Storaxbalſam	1,584	Br.

Smaragd	1,585	Br.
	1,586	W.
Benzoin	1,596	W.
	1,589	B. Y.
Zimmtöl	1,604	B. Y.
	1,632	B. Y.
Schildkrötenſchale	1,591	Br.
	1,593	B. Y.
Peruvianiſcher Balſam	1,597	Br.
	1,605	B. Y.
	1,596	W.
Guajac	1,600	B. Y.
	1,619	Br.
Beryll	1,598.	
Rubinrothes Glas	1,601	Br.
Oel von bittern Mandeln	1,603	Br.
	1,60	W.
	1,610	B. Y.
Tolubalſam	1,627	B. Y.
	1,628	Br.
Moionit	1,606	Br.
Purpurrothes Glas	1,608	Br.
Jalappenharz	1,608	B. Y.
Ueberſchwefligſaures Strontium kleinſte Brechung	1,608	He.
— — größte —	1,651	He.
Farbenloſer Topas	1,6102	Bi.
Bläulicher Topas	1,624	Br.
Braſiliſcher Topas, gewöhnliche Brechung	1,6325	Bi.
— — ungewöhnliche —	1,6401	Bi.
Blauer Topas, Aberdeen	1,636	Br.
Gelber Topas	1,638	Br.
Rother Topas	1,652	Br.
Grünes Glas	1,615	Br.
	1,620	B. Y.
Bibergeil	1,626	Br.
Schwefelſaurer Baryt, gewöhnliche Brechung	1,6201	Bi.
— — ungewöhnliche —	1,6352	M.
— —	1,6468	M.

Schwefelſaurer Baryt, gewöhnliche Brechung grüne Strahlen . .	1,6460	He.
— — gewöhnliche Brechung rothe Str. (andere Art)	1,6459	He.
— — gewöhnliche Brechung gelbe Strahlen . .	1,6491	He.
Pſeudotopas, ſpec. G. 4,27 (ſchwefelſaurer Baryt)	1,643	R.
Schwefelſaurer Baryt	1,646	Br.
— —	1,664	W.
Caſſiaöl	1,624	B. Y.
	1,631	B. Y.
	1,641	Br.
Salzſaures Ammoniak	1,625	Br.
Aloe	1,634	B. Y.
Opalfarbenes Glas	1,635	Br.
Euclaſe, gewöhnliche Brechung	1,6429	Bi.
— ungewöhnliche Brechung	1,6630	Bi.
Schwefelſaures Strontium	1,644	Br.
Hyacinthfarbenes Glas	1,647	Br.
Perlenmutter	1,653	Br.
Spargelſtein	1,657	Br.
Epidot, kleinſte Brechung	1,661	Br.
— größte Brechung	1,703	Br.
Turmalin	1,668	Br.
Cryolit, kleinſte Brechung	1,668	Br.
— größte Brechung	1,685	Br.
Chlorſchwefel	1,67	He.
Salpeterſaures Wismuth, kleinſte Brechung	1,67	He.
— — größte — .	1,89	He.
Kohlenſchwefel	1,678	Br.
Orangefarbenes Glas	1,695	Br.
Boracit	1,701	Br.
Glas, mit Gold roth gefärbt	1,715	Br.
Glas (Blei 1, Kieſel 2)	1,724	Br.
Dunkelrothes Glas	1,729	Br.
Salpeterſaures Silber, kleinſte Brechung .	1,729	Br.
— — größte — . . .	1,788	Br.
Glas (Blei 3, Kieſel 4)	1,732	Br.

Digitized by Google

Ueberſchwefligſaures Kali u. Silber, kleinſte Brech.	1,735	He.
— — — größte —	1,785	He.
Axinit	1,735	Br.
Salpeterſaures Blei	1,758	Br.
Zimmtſtein	1,759	Br.
Chryſoberyll	1,760	Br.
Feldſpath	1,764	Br.
Spinell	1,756	He.
	1,761	Br.
	1,812	W.
Sapphir, weiß	1,768	He.
— blau	1,794	Br.
Rubellit	1,768	He.
	1,779	Br.
Rubin	1,779	Br.
Zircon, orangefarben	1,782	Br.
Glas (Blei 1, Kieſel 1) (Zeiher)	1,787	Zei.
Pyrop	1,792	Br.
Labradorſtein, Hornblende	1,80	He.
Salzſaures Antimonium (veränderlich)	1,8	W.
Arſenik	1,811	W.
Kohlenſaures Blei, kleinſte Brechung	1,813	Br.
— — größte —	2,084	Br.
Boraxſaures Blei, geſchmolzen und abgekühlt (rothes Licht)	1,866	He.
Schwefelſaures Blei	1,925	Br.
Glas, Blei 2, Sand 1	1,987	W.
Zircon	1,95	W.
— kleinſte Brechung	1,961	Br.
— größte Brechung	2,015	Br.
Schwefel (Hauy)	1,958	Ha.
	2,008	B. Y.
	2,04	W.
(natürlicher)	2,115	Br.
(geſchmolzener)	2,148	Br.
Calomel	1,970	Br.
Barytſaurer Kalk, kleinſte Brechung	1,970	Br.
— — größte Brechung	2,129	Br.

Digitized by Google

Glas (Blei 3, Kieſel 1 (Zeiher)		2,028	Zei.
Spießglas		1,980	W.
—		2,216	Br.
Eiſenoxyd		2,1	Y.
Kieſelſaures Blei, gleiches Atomgewicht, (rothes Licht)		2,123	He.
Phosphor		2,125	W. Y.
		2,224	Br.
		2,260	Br.
Salpetrigſaures Blei, in ſechsſeitigen Prismen, gewöhnliche Brechung		2,322	He.
Diamant, ſpec. G. = 3,4		2,439	N.
—		2,470	Br.
— bräunlich		2,487	Br.
— nach Rochon		2,755	Ro.
Waſſerblei		2,04	W.
		2,44	W.
Chromſaures Blei	kleinſte Brechung	2,479	Br.
		2,500	Br.
		2,503	Br.
	größte Brechung	2,926	Br.
		2,974	Br.
Octohedrit		2,500	Br.
Realgar, künſtlicher		2,549	Br.
Rothes Silbererz		2,564	Br.
Queckſilber (wahrſcheinlich, §. 594)		5,829	Br.

1117. Werfen wir unſere Augen auf die vorhergehende Tabelle, ſo muß uns die Ungenauigkeit derjenigen Reſultate, welche ſich auf Körper beziehen, deren chemiſche Beſchaffenheit in jeder Rückſicht unbeſtimmt iſt, auffallen. Den Brechungsverhältniſſen der Oele, der Säuren u. ſ. w., obgleich ſie gewiß für die individuellen Arten ſehr genau beſtimmt ſind, fehlt ganz das wiſſenſchaftliche Intereſſe, da wir nicht genau angeben können, wie die unterſuchte Subſtanz beſchaffen war. Die meiſten fetten Oele ſind wahrſcheinlich (wie aus den Unterſuchungen von Chevreul hervorzugehen ſcheint) aus zwei verſchiedenen Beſtandtheilen, nach unterſchiedenen Verhältniſſen zuſammengeſetzt, einem feſten Körper, Stearine, und einer Flüſſigkeit, Elaine, und man darf wohl annehmen, daß keine zwei Arten eines

und deſſelben Oels in ihren Verhältniſſen der Zuſammenſetzung übereinſtimmen. Dieß iſt wahrſcheinlich vorzüglich der Fall mit dem Anisöl, welches bei einem geringen Kältegrad faſt gänzlich erſtarrt. Eine genaue von Neuem angeſtellte Unterſuchung der brechenden und zerſtreuenden Kräfte von Körpern, deren chemiſche Beſchaffenheit ſtreng beſtimmt iſt, und deren Identität genau nachgewieſen werden kann, würde zwar eine ſchwierige und weitläufige Arbeit ſeyn, allein für die optiſchen Wiſſenſchaften die größten Früchte tragen. Fraunhofers Unterſuchungen haben gezeigt, wie weit die Genauigkeit bei dieſen Verſuchen getrieben werden kann, und welchen praktiſchen Nutzen dieſelben beſitzen. Die ſtarke brechende Kraft des Caſſiaöls, und die ſie begleitende hohe zerſtreuende Kraft hat Dr. Brewſter auf den Gedanken geführt, daß dieſes Oel noch ein beſonderes chemiſches Element enthalten müſſe, welches die Analyſis noch nicht ausgemittelt hat. Nicht weniger merkwürdig iſt die geringe brechende Kraft des Buchsbaumöls und des Ambraöls. Bei den künſtlichen Salzen jedoch ſteht noch das weiteſte Feld für künftige Unterſuchungen offen, und eine reiche Ernte von wichtigen Reſultaten würde ohne Zweifel die Arbeit belohnen, man mag dieſelbe von der optiſchen, chemiſchen oder kryſtallographiſchen Seite betrachten.

1118. Der Bruch $P = \frac{\mu\mu - 1}{s}$, wo μ das Brechungsverhältniß, und s das ſpecifiſche Gewicht des Medium iſt, drückt (in der Emanationstheorie) die immer brechende Kraft der Molleculen aus, indem man die letzten Atome aller Körper als gleich ſchwer annimmt. Folgende Reſultate ſind von verſchiedenen Autoren für Körper, die in ihren chemiſchen und mechaniſchen Beziehungen ſehr von einander unterſchieden ſind, angegeben worden.

1. Gasarten.

Der Werth von P iſt für die atmoſphäriſche Luft als Einheit angenommen. (Aus Biot's Précis élémentaire. II. 224.)

Sauerſtoffgas	0,86161
Luft	1,00000
Kohlenſaures Gas	1,00476
Stickgas	1,03408
Salzſaures Gas	1,19625
Zweites Kohlenwaſſerſtoffgas	1,81860

Digitized by Google

Kohlenwaſſerſtoffgas	2,09270
Ammoniakgas	2,16851
Waſſerſtoffgas	6,61436

2. Werthe von P, wie ſie ſich aus der Formel ergeben.

Die mit Dulong bezeichneten ſind aus den in voriger Tafel enthaltenen von Dulong gefundenen Brechungsverhältniſſen berechnet.

Tabaſcheer	0,0976	Brewſter.
Cryolit	0,2742	—
Flußſpath	0,3426	—
Sauerſtoff	0,3799	Dulong.
Schwefelſaurer Baryt	0,3829	—
— —	0,3979	Newton.
Schwefelſaures Gas	0,44548	Dulong.
Salpetergas	0,44911	—
Luft	0,4528	—
—	0,4530	Biot.
—	0,5208	Newton.
Kohlenſäure	0,45372	Dulong.
Stickſtoff	0,4734	—
Chlorine	0,48133	—
Spießglas	0,4864	Newton.
Salpeteroxyd	0,5078	Dulong.
Phosgen	0,5188	—
Selenit	0,5386	Newton.
Kohlenoxyd	0,5387	Dulong.
Quarz	0,5415	Malus.
Bergkryſtall	0,5450	Newton.
—	0,6536	Brewſter.
Gewöhnliches Glas	0,5436	Newton.
Salzſäure	0,5514	Dulong.
Schwefelſäure	0,6124	Newton.
Kalkſpath	0,6424	Malus.
—	0,6536	Newton.
Steinſalz	0,6477	—
Salpeterſäure	0,6676	—
* Salzſaures Kali	1,2086	Brewſter.

Digitized by Google

Alaun	0,6570	Newton.
Borax	0,6716	—
Salpeter	0,7079	—
* Salpeter	1,1962	Brewſter.
Hydrocyanſäure	0,7366	Dulong.
Rubin	0,7389	Brewſter.
Danziger Vitriol	0,7551	Newton.
Salzätherdampf	0,7552	Dulong.
Braſiliſcher Topas	0,7586	Brewſter.
Regenwaſſer	0,7845	Newton.
Flintglas	0,7986	Brewſter.
Cyanogen	0,8021	Dulong.
Geſchwefeltes Waſſerſtoffgas	0,8419	—
Gummi, arabiſches	0,8574	Newton.
Kohlenſchwefeldampf	0,8743	Dulong.
Schwefelätherdampf	0,9138	—
Erſtes Phosphorwaſſerſtoffgas	0,9680	—
Ammoniak	1,0032	—
Weingeiſt, rectificirt	1,0121	—
Kohlenſaures Kali	1,0227	Brewſter.
Chromſaures Blei	1,0436	—
Oelbildendes Gas	1,0654	Dulong.
* Salzſaures Ammoniak	1,1290	Brewſter.
Gekohltes Waſſerſtoffgas	1,2204	Dulong.
Kampher	1,2551	Newton.
Olivenöl	1,2607	—
Leinöl	1,2819	—
Bienenwachs	1,3308	Malus.
Terpenthingeiſt	1,3222	Newton.
Ambra	1,3654	—
Octohedrit	1,3816	Brewſter.
Diamant	1,4566	Newton.
Realgar	1,6666	Brewſter.
Ambra	1,7000	—
Queckſilber (wahrſcheinlich)	2,4247	—
Schwefel	2,2000	Brewſter.
Phosphor	2,8857	—
Waſſerſtoff	3,0953	Dulong.

Digitized by Google

1119. Die mit einem Stern in voriger Tabelle bezeichneten Reſultate beruhen wahrſcheinlich auf einem Rechnungsfehler. So wie Hydrogen in der Skale am höchſten ſteht, ſo iſt es wahrſcheinlich, daß Fluorin, wenn wir es je in einem iſolirten Zuſtande erhalten können, am niedrigſten zu ſtehen kommen würde. Die optiſchen Eigenſchaften des Tabaſcheer zeigen in jeder Rückſicht ſonderbare Anomalien. Man kann bemerken, daß die Function $\frac{\mu\mu-1}{s}$ nur in dem Fall die innere brechende Kraft ausdrückt, wenn man die Materie ins Unendliche theilbar annimmt, und bei jedem unendlich kleinen Theilchen gleiche Schwere oder Anziehung annimmt. Beſtehen aber, wie die neuere Chemie anzuzeigen ſcheint, die materiellen Körper aus einer endlichen Anzahl Atome, die in ihrem Gewicht für jede anders zuſammengeſetzte Materie unterſchieden ſind, ſo iſt die eigentliche brechende Kraft das Product aus der obigen Function in das Atomgewicht. Dieß würde die Ordnung der brechenden Mittel in voriger Tafel völlig ändern. Da z. B. das Atomgewicht des Waſſerſtoffs das kleinſte, und das Atomgewicht des Queckſilbers eins der größten iſt, ſo wird dieſe Multiplication den Rang des erſtern erniedrigen und den des letztern erhöhen, ſo daß ſie ſich aus ihrer jetzigen Nähe ſehr entfernen. Auch wird es dann nöthig ſeyn, einen Unterſchied zwiſchen einfachen und zuſammengeſetzten Atomen zu machen. Da aber dieſe Betrachtungen bloß die Emanationstheorie betreffen, ſo wollen wir ſie nicht weiter verfolgen.

Die zerſtreuenden Kräfte der Körper gewähren uns ein anderes intereſſantes und unterſcheidendes Kennzeichen. Dr. Brewſter hat in ſeiner Abhandlung on new philosophical Instruments folgende ausgedehnte Tabelle über dieſe zerſtreuenden Kräfte gegeben, die faſt alle aus ſeinen eigenen Beobachtungen gezogen ſind.

1120. Tafel der zerſtreuenden Kräfte.

Die erſte Columne enthält den Namen des Mittels; die zweite den Werth der Function $\frac{\delta\mu}{\mu-1}$, die dritte den von $\delta\mu$, wo $\delta\mu$ der Unterſchied der Brechungsverhältniſſe der äußerſten rothen und violetten Strahlen iſt.

Chromſaures Blei, größte Zerſtr. geſchätzt	0,400	0,770	B.
— — — — größer als	0,296	0,570	B.

Real=

Realgar, geſchmolzen	0,267	0,394	B.
Chromſaures Blei, kleinſte Zerſtr. . . .	0,262	0,388	B.
Realgar, geſchmolzen	0,255	0,374	B.
Caſſiaöl	0,139	0,089	B.
Schwefel nach der Schmelzung	0,130	0,149	B.
Phosphor	0,128	0,156	B.
Tolubalſam	0,103	0,065	B.
Peruaniſcher Balſam	0,093	0,058	B.
Kohlenſaures Blei, größte	0,091	0,091	B.
Aloe von Barbadoes	0,085	0,058	B.
Anisöl	0,074	0,044	B.
Styraxbalſam	0,069	0,039	B.
Guajac	0,066	0,041	B.
Kohlenſaures Blei, kleinſte	0,066	0,056	B.
Kümmelöl	0,065	0,033	B.
Ammoniakharz	0,063	0,037	B.
Theer von Barbadoes	0,062	0,032	B.
Nägelöl	0,062	0,033	B.
Grünes Glas	0,061	0,037	B.
Schwefelſaures Blei	0,060	0,056	B.
Dunkelrothes Glas	0,060	0,044	B.
Opalfarbenes Glas	0,060	0,038	B.
Saſſafrasöl	0,060	0,032	B.
Harz	0,057	0,032	B.
Fenchelſamenöl	0,055	0,028	B.
Frauenmünzöl	0,054	0,026	B.
Orangefarbenes Glas	0,053	0,042	B.
Steinſalz	0,053	0,029	B.
Flintglas, größte (Boscovich)	0,0527		Bos.
Caoutchouc	0,052	0,028	B.
Pimentöl	0,052	0,026	B.
Flintglas	0,052	0,032	B.
Dunkelpurpurfarbenes Glas	0,051	0,031	B.
Angelicaöl	0,051	0,025	B.
Thymianöl	0,050	0,024	B.
Bockshornöl	0,050	0,024	B.
Wermuthöl	0,049	0,022	B.
Flöhkrautöl	0,049	0,024	B.

Digitized by Google

Feldkümmelöl	0,049	0,024	B.
Dillſamenöl	0,049	0,023	B.
Bergamotöl	0,049	0,023	B.
Flintglas	0,048	0,029	B.
Terpenthin von Chios	0,048	0,028	B.
Weihrauch	0,048	0,028	B.
Flintglas	0,048	0,028	B.
Limonienöl	0,048	0,023	B.
Wachholderöl	0,047	0,022	B.
Kamillenöl	0,046	0,021	B.
Wachholderharz	0,046	0,025	B.
Kohlenſaures Strontium, größte . . .	0,046	0,032	B.
Flintglas, kleinſte. (Boscovich)	0,0457		Bos.
Salpeterſäure	0,045	0,019	B.
Lavendelöl	0,045	0,021	B.
Schwefelbalſam	0,045	0,023	B.
Schildkrötenſchale	0,045	0,027	B.
Horn	0,045	0,025	B.
Canadiſcher Balſam	0,045	0,024	B.
Majoranöl	0,045	0,022	B.
Arabiſcher Weihrauch	0,045	0,024	B.
Salpetrige Säure	0,044	0,018	B.
Cajeputöl	0,044	0,021	B.
Yſopöl	0,044	0,022	B.
Rhodiumöl	0,044	0,022	B.
Röthliches Glas	0,044	0,025	B.
Sadeöl	0,044	0,021	B.
Mohnöl	0,044	0,020	B.
Zircon, größte	0,044	0,045	B.
Salzſäure	0,043	0,016	B.
Copal	0,043	0,024	B.
Nußöl	0,043	0,022	B.
Burgundiſches Pech	0,043	0,024	B.
Terpenthinöl	0,042	0,020	B.
Rosmarinöl	0,042	0,020	B.
Feldſpath	0,042	0,022	B.
Leim	0,041	0,022	B.
Copaibalſam	0,041	0,021	B.

Digitized by Google

Muskatennußöl	0,041	0,021	B.
Stilbit	0,041	0,021	B.
Ambra	0,041	0,023	B.
Pfeffermünzöl	0,040	0,019	B.
Spinell	0,040	0,031	B.
Kohlenſaurer Kalk, größte	0,040	0,027	B.
Rübſamenöl	0,040	0,019	B.
Bouteillenglas	0,040	0,023	B.
Elemi Gummi	0,039	0,021	B.
Schwefelſaures Eiſen	0,039	0,019	B.
Diamant	0,038	0,056	B.
Olivenöl	0,038	0,018	B.
Maſtix	0,038	0,022	B.
Eiweiß	0,037	0,013	B.
Sumachöl	0,037	0,016	B.
Myrrhenharz	0,037	0,020	B.
Beryll	0,037	0,022	B.
Obſidian	0,037	0,018	B.
Aether	0,037	0,012	B.
Selenit	0,037	0,020	B.
Alaun	0,036	0,017	B.
Caſtoröl	0,036	0,018	B.
Schwefelkupfer	0,036	0,019	B.
Kronglas, ſehr grün	0,036	0,020	B.
Gummi, arabiſches	0,036	0,018	B.
Zucker, geſchmolzen und abgekühlt . . .	0,036	0,020	B.
Meduſa Aequora	0,035	0,013	B.
Waſſer	0,035	0,012	B.
Wäſſerige Feuchtigkeit, Kabliauauge . .	0,035	0,012	B.
Gläſerne — —	0,035	0,012	B.
Citronenſäure	0,035	0,019	B.
Rubellit	0,035	0,027	B.
Leucid	0,035	0,018	B.
Epidot	0,035	0,024	B.
Gewöhnliches Glas (höchſtes nach Boscovich)	0,0346		Bos.
Granat	0,033	0,027	B.
Gewöhnliches Glas (niedrigſt. nach Boscovich)	0,033		Bos.
Pyrop	0,033	0,026	B.

Digitized by Google

Chryſolith	0,033	0,022	B.
Kronglas	0,033	0,018	B.
Ambradl	0,032	0,012	B.
Phosphorſäure, feſte Prismen	0,032	0,017	B.
Tafelglas	0,032	0,017	B.
Schwefelſäure	0,031	0,014	B.
Apophyllit, Leucocyclit	0,031	0,017	He.
Weinſteinſäure	0,030	0,016	B.
Borax	0,030	0,014	B.
Axinit	0,030	0,022	B.
Alkohol	0,029	0,011	B.
Schwefelſaurer Baryt	0,029	0,019	B.
Turmalin	0,028	0,019	B.
Kronglas, Leith (Robinſon)	0,027		Rob.
Kohlenſaures Strontium, geringſte . .	0,027	0,015	B.
Bergkryſtall	0,026	0,014	B.
Smaragd	0,026	0,015	B.
Kohlenſaurer Kalk, kleinſte	0,026	0,016	B.
Blauer Sapphir	0,026	0,021	B.
Bläulicher Topas	0,025	0,016	B.
Chryſoberyll	0,025	0,019	B.
Blauer Topas, Aberdeenſhire	0,024	0,025	B.
Schwefelſaures Strontium	0,024	0,015	B.
Flußſpath	0,022	0,010	B.
Cryolit	0,022	0,007	B.

1121. Was die in dieſer Tafel enthaltenen Reſultate anbelangt, ſo trifft ſie die Bemerkung, welche wir über die Brechungsverhältniſſe gemacht haben, in noch höherm Grade. Das Ganze bedarf einer von Grund aus neu angeſtellten Unterſuchung. Nur diejenigen Beobachter, die aus Erfahrung die Schwierigkeiten einer ſolchen Arbeit über die Zerſtreuungskräfte kennen, ſind im Stande, die Mühe und das Verdienſt von Dr. Brewſter zu beurtheilen, und wir ſind keineswegs geſonnen, ſeine Verdienſte durch die obige Bemerkung herabzuſetzen. Aber die feinern Methoden der neuern Wiſſenſchaften erhoben uns immer über die Stufen, auf welchen die Wiſſenſchaft früher ſtand, und ein jeder wahre Naturforſcher muß ſich freuen, wenn ſeine Methoden durch beſſere erſetzt und ſo genauere Reſultate dargeſtellt werden. Die Darſtellung einer ganzen Reihe der brechenden Kräfte für beſtimmte

Strahlen im Sonnenſpectrum unter gleichen Umſtänden fehlt uns völlig. Die Unterſuchungen von Fraunhofer und Arago haben gezeigt, welche Genauigkeit man bei der Beſtimmung der Brechungsverhältniſſe erlangen kann, und es iſt daher zu hoffen, daß dieſe Lücke bald ausgefüllt werden wird.

1122. Ueber die in der Tafel angegebenen Körper laſſen ſich viel wichtige Bemerkungen machen. Im Allgemeinen iſt eine ſtark brechende Kraft mit einer ſtark zerſtreuenden verbunden; allein es giebt viel Ausnahmen, beſonders bei den Edelſteinen, wovon der Diamant ein auffallendes Beiſpiel abgiebt. Einzelne Stoffe ſcheinen ihre brechenden Kräfte ſowohl als die zerſtreuenden Kräfte in ihre Verbindungen überzutragen, und letztern Umſtand bemerkt man deutlicher, weil durch die beſondere Art, auf welche die Zerſtreuung dargeſtellt iſt, der Zuſtand der Verdichtung eliminirt wird. So ſcheinen Fluor und ſogar Oxygen die brechende Kraft der Verbindungen, in welchen ſie vorkommen, zu erniedrigen, während Schwefel, Waſſerſtoff und vorzüglich Blei im entgegengeſetzten Sinne wirken. Der Gegenſatz zwiſchen dem Ambraöl und dem Caſſiaöl iſt rückſichtlich der zerſtreuenden Kräfte eben ſo auffallend als rückſichtlich der brechenden. Folgender Verſuch ſcheint anzuzeigen, daß der Waſſerſtoff des letztern Oels der Grund der ſtarken Zerſtreuung iſt. Ein Strom von Chlorgas wurde durch Caſſiaöl geleitet, bis es nicht mehr wirkte. Die Farbe des Oels wurde anfangs dunkler, änderte ſich aber bald in ein röthliches Gelb, bei welcher Farbe (die ſich in einigen Tagen in Roſenroth verwandelte) das Oel bis zu Ende des Verſuchs blieb. Während des ganzen Proceſſes ſtiegen viel ſalzſaure Dämpfe auf, woraus man auf eine häufige Entziehung des Waſſerſtoffes ſchließen konnte, und endlich war das Oel in eine zähe Maſſe verwandelt, wobei es ganz ſeinen aromatiſchen Geruch verloren, einen ſtechenden durchdringenden Geruch angenommen hatte und ſauer und zuſammenziehend ſchmeckte. Es ließ ſich anzünden, jedoch ſchwerer als vorher, und brannte wegen der darin enthaltenen Chlorine an den Rändern mit einer grünen Flamme. Die brechende Kraft war nur ſehr wenig vermindert. Legte man einen Tropfen davon in den Winkel zweier Glasplatten und daneben einen Tropfen von ungeändertem Caſſiaöl, ſo ſah man das Farbenbild eines Lichtſtreifens mit einem Auge zugleich durch beide Mittel. Beide Bilder machten eine grade Linie aus, und das Bild durch das unveränderte Oel war um den vierten Theil brei-

ter als das des veränderten. Aber die zerſtreuende Kraft des letztern wurde ſehr vermindert, indem ſie nicht nur geringer als die des erſtern, ſondern ſogar geringer als die des Flintglas wurde. Wurde die Zerſtreuung des unveränderten Oels durch Flintglas aufgehoben, ſo ergab ſich bei dem veränderten ein Ueberſchuß und wurde bei letzterem die Zerſtreuung durch ein Prisma von Flintglas von Dollond, deſſen brechender Winkel ungefähr 25° betrug, aufgehoben, ſo war das Farbenbild des erſtern ungefähr dem des Prisma gleich. Die Zerſtreuung war alſo auf ihren halben Werth zurückgebracht, während die Brechung kaum eine Veränderung erlitten hatte.

1123. Der Winkel, unter welchem ein von einer Fläche zurückgeworfener Strahl vollkommen polariſirt wird, giebt in der Mineralogie ein ſehr ſchätzbares Unterſcheidungszeichen ab, da er eine Annäherung an das Brechungsverhältniß darſtellt, die in vielen Fällen genau genug iſt, um zwei Subſtanzen, die man außerdem mit einander verwechſeln könnte, zu erkennen, und derſelbe außerdem an jeder einzelnen polirten Fläche gemeſſen werden kann, weßwegen man dieſe Eigenſchaft bei kleinen Flächen benutzen muß, wie z. B. bei Edelſteinen, dunkeln Körpern und vielen andern Fällen, wo eine directe Meſſung der Brechung unausführbar ſeyn würde. Dr. Brewſter hat bemerkt, daß der Polariſationswinkel an den Oberflächen kryſtalliſirter Körper nicht in allen Einfallsebenen derſelbe iſt, und die Abweichung, welche bei der gewöhnlichen Zurückwerfung äußerſt klein iſt, wird ſehr bedeutend, wenn die Reflexion dadurch geſchwächt wird, daß man die Oberfläche mit einer Subſtanz belegt, deren brechende Kraft der des Mittels ſehr nahe kommt, und daher bloß die Lichttheilchen das Auge erreichen, welche bis zu einiger Tiefe eingedrungen ſind und die Wirkung des Kryſtalls erlitten haben. Dieſer Gegenſtand iſt einer der intereſſanteſten in der Lehre von der Zurückwerfung, und wir bedauern, daß ſowohl der Raum, als zum Theil die Dunkelheit, in welche dieſer Punkt gehüllt iſt, uns nicht erlaubt, weitläufiger auf die Sache einzugehen, verweiſen daher den Leſer auf die Abhandlung des Dr. Brewſter. Philosophical Transactions 1819.

1124. Die Winkel, welche die optiſchen Axen in doppeltaxigen Kryſtallen einſchließen, bieten ein phyſiſches Kennzeichen vom höchſten Range dar, ſowohl wegen ihrer Deutlichkeit und Ausdehnung (indem die Winkel den ganzen Quadranten umfaſſen), als auch wegen ihrer unmittelbaren und innigen Verbindung mit dem Zuſtand, in

Digitized by Google

welchem ſich die Theilchen des Kryſtalls befinden, und den man im Allgemeinen ihre Structur nennen könnte. Dieſes Kennzeichen läßt ſich jedoch nicht leicht beſtimmen, da beide Axen ſelten zugleich in einem Geſichtsfelde liegen, das die natürlichen Oberflächen darbieten, ſondern gewöhnlich erſt vermittelſt eines künſtlichen Durchſchnitts beobachtet werden können; letztere Art iſt wenigſtens die einzige ſichere bei der Beobachtung der Farben, denn die Winkel, unter denen bei dünnen parallelen Blättchen die verſchiedenen Farbenreihen entfernt von den Axen hervorgebracht werden, ſind zu unbeſtimmt, um auf eine genaue Beſtimmung der Lage der Axen zu führen, wenn wir auch die Irrthümer bei Seite ſetzen, die aus der ſtarken Färbung einiger Kryſtalle hervorgehen.

Tafel der Neigung der optiſchen Axen in verſchiedenen Kryſtallen.

1. Einaxige Kryſtalle. Neigung = 0.

Negative Claſſe.

Kohlenſaurer Kalk.
Kohlenſaurer Kalk und Magneſia.
Kohlenſaurer Kalk und Eiſen.
Turmalin.
Rubellit.
Corundum.
Sapphir.
Rubin.
Smaragd.
Beryll.
Apatit.
Idocras (Veſuvian).
Wernerit.
Glimmer von Kariat.
Phosphorſaures Blei.
Phosphorarſenikſaures Blei.
Strontiumhydrat.
Arſenikſaures Kali.
Salzſaurer Kalk.
Salzſaures Strontium.
Unterphosphorſaures Kali.
Schwefelſaurer Nickel und Kupfer.

Digitized by Google

Poſitive Claſſe.

Zircon.
Quarz.
Eiſenoxyd.
Barytſaurer Zink.
Titanit.
Boracit.
Apophyllit.
Schwefelſaures Kali und Eiſen.
Uebereſſigſaures Kupfer und Kalk.
Magneſiahydrat.
Eis.

Nicht claſſificirt.

Ueberſchwefelſaurer Kalk.
Schwefelſaures Eiſenoxyd.

II. Doppeltaxige Kryſtalle.

Die erſte Columne enthält die Namen der Kryſtalle, die zweite den Charakter der Hauptaxe nach Dr. Brewſters Syſtem, und die dritte die Neigung der optiſchen Axen.

Schwefelſaurer Nickel	+	3° 0′
Kohlenſaures Blei	—	5° 15′
Kohlenſaures Schwefelblei	—	——
Kohlenſaures Strontium	—	6° 56′
Kohlenſaurer Baryt	—	——
Salpeterſaures Kali	—	5° 20′
Glimmer	—	6° 0′
Talk	—	7° 24′
Perlenmutter	—	11° 28′
Barythydrat	—	13° 18′
Glimmer	—	14° 0′
Arragonit	—	18° 18′
Blauſaures Kali	+	19° 24′
Glimmer		25° 0′
Cymophan	+	27° 51′
Anhydrit	+	28° 7′
Borax	+	28° 42′

Digitized by Google

Glimmer von Biot unterſucht		30° 0′
		31° 0′
		32° 0′
		34° 0′
		37° 0′
Doppeltaxiger Apophyllit	—	35° 8′
Schwefelſaure Magneſia	—	37° 24′
Schwefelſaurer Baryt	+	37° 42′
Wallrath (ungefähr)	+	37° 40′
Tincal (natürlicher Borax)	—	38° 48′
Salpeterſaurer Zink (ungefähr)		40° 0′
Stilbit	+	41° 42′
Schwefelſaurer Nickel	+	42° 4′
Kohlenſaures Ammoniak	—	43° 24′
Schwefelſaurer Zink	—	44° 28′
Anhydryt (nach Biot)		44° 41′
Glimmer	—	45° 0′
Lepidolit	—	45° 0′
Benzoeſaures Ammoniak	+	45° 8′
Schwefelſaure Magneſia und Natron		46° 49′
Schwefelſaures Ammoniak	+	49° 42′
Braſilianiſcher Topas (Brewſter und Biot)		49° bis 50°
Zucker	—	50° 0′
Salzigſchwefelſaure Magneſia und Eiſen	—	51° 16′
Schwefelſaures Ammoniak und Magneſia	+	51° 22′
Phosphorſaures Kali	—	55° 20′
Comptonit	+	56° 6′
Schwefelſaurer Kalk	+	60° 0′
Salpeterſaures Silberoxyd	+	62° 16′
Jolit	—	62° 50′
Feldſpath	—	63° 0′
Topas (Aberdeenſhire)	+	65° 0′
Schwefelſaures Kali	+	67° 0′
Kohlenſaures Natron	—	70° 1′
Eſſigſaures Blei	—	70° 25′
Citronenſäure	+	70° 29′
Weinſteinſaures Kali	—	71° 20′
Weinſteinſäure	—	79° 0′

Weinſteinſaures Kali und Natron	+ 80° 0′
Kohlenſaures Kali	80° 30′
Cyanit	+ 81° 48′
Chlorkali	82° 0′
Epidot (ungefähr)	84° 19′
Salzſaures Kupfer	84° 30′
Peridot	87° 56′
Salzkryſtalle von Cheltenham	88° 14′
Bernſteinſäure (ungefähr)	90° 0′
Schwefelſaures Eiſen	90° 0′

1125. Unter die Kryſtalle mit einer Axe hat Dr. Brewſter den Veſuvian mit Recht gezählt. Hätte er jedoch in den von ihm unterſuchten Arten die auffallende Umkehrung der Newtonianiſchen Skale bei den Ringen, die derſelbe zeigt, bemerkt, ſo würde er dieſen Umſtand gewiß angegeben haben. Wir geben hier die Farbenreihe, wie ſie ein ſolcher Kryſtall gezeigt hat, da derſelbe einen andern merkwürdigen Fall einer ſolchen Umkehrung giebt, die ſchon bei mehreren Arten von Apophyllit bemerkt worden iſt.

Tafel über die Farben, welche eine Platte vor Veſuvian zeigte, deren Dicke = 0,11035 Zoll betrug, und die etwas ſchief gegen eine auf der Axe errichtete Normale geſchnitten war.

Anmerk. Die obere Zeile giebt die Farbe des gewöhnlichen, die zweite die des ungewöhnlichen an.

Einfallswinkel.	Farbe der Bilder.	n =	Brechungw. ρ.
+ 66° +′	Kein Licht ging durch		
	Kein Licht ging durch		
+ 66° 0′	Ziegelroth.		
	Mattes Blaßgrün.		
+ 64° 0′	Orangeroth.		
	Schönes Blaugrün.		
+ 60 . 0	Röthlich Orange.		
	Schönes bläuliches Grün.		
+ 52 . 0	Blaſſes Gelbroth.		
	Blaſſes Gelbgrün.		
+ 47 . 0	Röthlich ins Violette ſpielend.		
	Sehr glänzendes Gelb.		

Einfallswinkel.	Farbe der Bilder.	n =	Brechungsw. ρ.
+ 42 . 0	Blaſſes Violett.		
	Schönes Gelb.	½	— 25° 56′
+ 37 . 0	Bläuliches Weiß.		
	Gelb.		
+ 30 . 0	Sehr blaſſes Weißgelb.		
	Mattes bräunliches Gelb.		
+ 15 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Dunkles Gelbbraun.		
+ 10 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Das Bild faſt ganz erloſchen.	0	— 6 . 31 ±
+ 3 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Sehr dunkles violettes Braun.		
± 0 . 0	Gelbliches Weiß.		
	Mattes bräunliches Gelb.		
— 9 . 0	Bläulich Weiß.		
	Mattes Gelb.		
— 12 . 0	Mattes violettes Blau.		
	Glänzend Gelb.	½	+ 7 . 48
— 16 . 0	Röthlich Violett.		
	Blaßgelb.		
— 19 . 0	Röthlich ins Ziegelroth fallend.		
	Unvollkommnes Grün.		
— 22 . 0	Gelblich Roth.		
	Erträglich bläulich Grün.		
— 26 . 0	Gelb ins Orange ſpielend.		
	Schönes grünliches Blau.		
— 28 . 0	Glänzendes Gelb.		
	Violettes Blau.		
— 28 . 30	Glänzendes Gelb.		
	Violett.	1	+ 18 . 10
— 29 . 0	Glänzendes Gelb.		
	Röthliches Violett.		
— 30 . 0	Gelbgrün.		
	Carmoiſin.		
— 32 . 0	Schönes Grün.		
	Röthlich.		

Digitized by Google

Einfallswinkel.	Farbe der Bilder.	n =	Brechungsw. ρ.
— 35 . 0	Grünlich Blau.		
	Röthliches Orange.		
— 37 . 30	Blauviolett.		
	Blaßgelb.		
— 38 . 30	Violett.		
	Blaßgelb.	$^{3}/_{2}$	+ 24 . 0
— 39 . 15	Röthliches Violett.		
	Grünliches Gelb.		
— 41 . 30	Schönes Roth.		
	Schönes Grün.		
— 45 . 0	Röthliches Gelb.		
	Grünliches Blau.		
— 47 . 20	Gelbliches Weiß.		
	Blauviolett.		
— 47 . 30	Gelbliches Weiß.		
	Violett.	2	+ 28 . 48
— 48 . 0	Sehr blaſſes Grün.		
	Röthliches Violett.		
— 49 . 30	Schönes Grün.		
	Schönes Roth.		
— 53 . 0	Schönes Blaugrün.		
	Orangeroth.		
— 54 . 0	Grünliches Blau.		
	Gelb.		
— 54 +	Kein Licht ging durch.		

Es iſt zu bemerken, daß wenn man den erſten Ring nach dieſer Tafel berechnet, ſo zieht derſelbe ſich mehr zuſammen, als nach dem Geſetz der Sinus ſtattfinden ſollte, wahrſcheinlich weil der hier unterſuchte Durchſchnitt nicht genau durch ihren gemeinſchaftlichen Mittelpunkt ging, und derſelbe giebt eine größere polariſirende Kraft, als diejenige, die aus den Winkeln, welchen die Werthe $n = 1$, $n = {}^{3}/_{2}$, $n = 2$ entſprechen, iſt, und deren Maß ungefähr = 41, 35 geſetzt werden kann.

Es folgt aus dieſer Reihe, daß bei den beiden Bildern, die durch die doppelte Brechung im Veſuvian und andern ähnlichen Kry-

ſtallen entſtehen, das am meiſten gebrochene das am wenigſten zerſtreute ſeyn müſſe, eine Eigenheit, die wir noch nicht durch directe Verſuche haben ausmachen können. Es folgt jedoch unmittelbar aus der oben gegebenen Theorie der Ringe, daß je kleiner der Durchmeſſer der Ringe irgend eines gefärbten Strahls wird, deſto größer iſt die Trennung der Lichtſtrahlen vermöge der doppelten Brechung. Im gegenwärtigen Fall werden daher die rothen Strahlen durch einen größern Zwiſchenraum als die violetten in beiden Farbenbildern von einander getrennt ſeyn, und daher beſitzt das am wenigſten gebrochene Farbenbild die größte Länge. Bei derjenigen Art des Apophyllits, die weiße und ſchwarze Ringe zeigte (Leucocyclit), ſollten die beiden Zerſtreuungen faſt gleich groß ausfallen, und der Unterſchied beider Farbenbilder dürfte bloß in einer kleinen Veränderung der proportionalen Breite der verſchiedenen gefärbten Räume derſelben beſtehen.

1126. Ein anderer wichtiger optiſcher Charakter iſt die Intenſität der polariſirenden oder doppelt brechenden Kraft. Dieſe kann aus der Meſſung der ſcheinbaren Trennung der Bilder gefunden werden, allein dieſer Winkel iſt gewöhnlich zu klein, als daß er mit hinreichender Genauigkeit bei ſo unvollkommen gebildeten Arten, die man doch meiſtentheils allein einer Vergleichung mit andern zu unterwerfen braucht, gemeſſen werden könnte. Man thut daher in jeder Rückſicht beſſer, daß man diejenige Farbe, welche bei ſenkrechtem Einfall auf einer Platte in einer Richtung normal auf beide optiſche Axen entwickelt wird, zum Gegenſtand der Unterſuchung macht. Dieſe Farbe, welche wir die Aequatorialfarbe nennen wollen, läßt ſich unmittelbar aus irgend einer andern, bei beliebigem Winkel beobachteten Farbe durch die Formel

$$N = \frac{n}{t} \cdot \frac{\cos \varrho}{\sin \theta \cdot \sin \theta'},$$

berechnen, wo N die geſuchte Farbe iſt, n diejenige, die bei einem Einfallswinkel, deſſen entſprechender Brechungswinkel ϱ iſt, durch eine Platte von der Dicke t (in engliſchen Zollen und Decimaltheilchen ausgedrückt) hervorgebracht wird, und endlich θ, θ' die Winkel bedeuten, welche der durch die Platte gehende Strahl mit den Axen macht. Dieſer Werth von N iſt derjenige, welcher in der Gleichung §. 907 durch $\frac{1}{h}$ ausgedrückt iſt. Folgende Tabelle einiger weniger Subſtan-

Digitized by Google

zen wird hinreichend ſeyn, die große Ausdehnung des Werthes von N zu zeigen, und der daher rührende Vortheil ihn als ein phyſiſches Kennzeichen zu benutzen, und wir hoffen, daß ſich die Beobachter durch dieſe Betrachtungen bewogen fühlen mögen, die Tabelle ſowohl weiter auszudehnen, als ihr alle mögliche Genauigkeit zu geben.

Einaxige Kryſtalle.

Für mittlere gelbe Strahlen.

	N	$h = \frac{1}{N}$
Isländiſcher Spath	35801	0,000028
Strontiumhydrat	1246	0,000802
Turmalin	851	0,001175
Ueberſchwefelſaurer Kalk	470	0,002129
Quarz	312	0,003024
Leucocyclit (einaxiger Apophyllit 1ſte Art)	109	0,009150
Kampher	101	0,009856
Veſuvian	41	0,024170
Einaxiger Apophyllit 2te Art	33	0,030374
— 3te Art	3	0,0366624

Zweiaxige Kryſtalle.

Für mittlere gelbe Strahlen.

	N	$h = \frac{1}{N}$
Salpeter	7400	0,000135
Anhydrit (Winkel d. Axen = 43° 48′)	1900	0,000526
Glimmer (Winkel d. Axen = 45°) .	1307	0,000765
Schwefelſaurer Baryt	521	0,001920
Heulandit (weiß, Wink. d. Axen = 54° 17)	249	0,004021

1127. Die Erſcheinungen der Brechung, Zurückwerfung und Polariſation laſſen ſich durch Hülfe ſolcher Tabellen nicht allein auf die Unterſuchung und Beſtimmung der Körper im Allgemeinen anwenden, ſondern ſie laſſen ſich auch mit großem Nutzen dazu gebrauchen, um in einzelnen Arten die Abweichungen ihrer Structur, die ſonſt der Beobachtung entgangen wären, aufzufinden. Der beſondern Structur des Amethyſt iſt ſchon Erwähnung gethan worden, und es läßt ſich eine große Menge Fälle von Hemitropismus nachweiſen, in denen die Anordnung der Theile vermittelſt des polariſirten Lichts deutlich gezeigt werden kann. Unter dieſen Fällen ſind jedoch

Digitized by Google

die intereſſanteſten diejenigen, bei denen ſich die aneinandergelegten Theile zu einem regelmäßigen Ganzen verbinden, und ſo eine Art von Pſeudokryſtall bilden, der gleichſam von verſchiedenen Individuen aufgebaut, in gewiſſer Rückſicht ſymmetriſch geordnet, und von mehr oder minder verwickelter Structur iſt. Beiſpiele dieſer Art finden ſich ſehr häufig im Salpeter, Arragonit, Apophyllit, ſchwefelſaurem Kali, Analcim, Harmotom u. ſ. w.

1128. Die gewöhnliche Geſtalt der Salpeterkryſtalle, wenn ſie groß und gut gebildet ſind, iſt die des regelmäßigen ſechsſeitigen Prisma; man findet aber gewöhnlich, daß ein Durchſchnitt dieſes Prisma ſenkrecht auf die Axe aus zwei oder mehr Theilen beſteht, in denen die optiſchen Meridiane unter Winkeln von 60° gegen einander geneigt ſind; die Ebene des Durchſchnitts ſchneidet aber ſehr oft eine der Seitenflächen des Prisma, ohne ein ſichtbares äußeres Kennzeichen des Bruchs der Continuität, ſo daß man ohne die Beihülfe des polariſirten Lichts die fehlerhafte Bauart nie würde erkennen können. Die Erſcheinungen, welche der Arragonit zeigt, ſind in dieſer Rückſicht denen des Salpeters ſehr ähnlich.

1129. Unterſucht man eine Platte von braſilianiſchem Topas, die ſenkrecht auf die Axe geſchnitten iſt, welche durch das rhombiſche Prisma geht, in denen er kryſtalliſirt, durch polariſirtes Licht, ſo zeigt ſich ein centraler Rhombus, welcher mit einem Rand umgeben iſt, bei welchem die optiſchen Meridiane der gegenüberliegenden Seiten gegen den des mittlern Theils um den vierten Theil eines rechten Winkels geneigt ſind, und ſelbſt einen halben rechten Winkel mit einander bilden. Wird daher eine ſolche rautenförmige Platte mit ihrer längern Diagonale in die Ebene der primitiven Polariſation gehalten, ſo erſcheinen zwei gegenüberſtehende Seiten des Randes hell, die andern ſchwarz, und die mittlere Stelle etwas weniger erleuchtet. Solche Platten zeigen oft die Erſcheinungen des Dichroismus in der Mitte, während der Rand in allen Lagen farblos erſcheint.

1130. Vorzüglich bei der Abart des Apophyllit, die Dr. Brewſter Teſſelit genannt hat, zeigt ſich dieſe Umhüllung eines Kryſtalls durch den andern auf eine regelmäßige und ungewöhnliche Art. Bei einer Art dieſes ſonderbaren Körpers, deſſen Geſtalt das grade rechtwinkliche Prisma mit flachen Grundflächen iſt, zeigten die Blättchen, welche von den Grundflächen abgenommen wurden, eine gleichförmige Structur; allein die folgenden Blättchen zeigten einen recht-

winklichen Rand, die nicht weniger als neun verſchiedene Flächentheile einſchloſſen, und von einander durch feine Linien oder Blättchen getrennt waren (Fig. 223). Jeder Flächentheil beſitzt ſeine eigene kryſtallographiſche Structur, und polariſirt beſondere Farben, wobei das Geſetz der Symmetrie befolgt wird. Bei einigen Arten fehlten die dreiſeitigen Räume p q r s, während ſie in andern aus zwei Theilen zu beſtehen ſchienen, die von einander durch die gedachte Verlängerung der Linie, welche ihre ſtumpfen Winkel mit dem centralen Rhombus verbindet, getrennt waren.

Die Gränzplatten, die mittlere Route und die kleinen Streifen, welche die Räume von einander trennen, und Durchſchnitte von Blättchen ſind, die der Axe des Kryſtalls durch deſſen ganze Länge parallel laufen, beſtehen aus der einaxigen Art des Apophyllit, die wir Leucocyclit genannt haben. Die Rechtecke RV, ST (ausgenommen die Theile, welche in der Route und den Unterabtheilungen enthalten ſind) beſtehen aus einem doppeltaxigen Mittel, deren Axen einen Winkel von 34° mit einander bilden, und deren optiſcher Meridian mit der Axe des Prisma parallel läuft, und durch die Diagonalen RV, ST dieſer Rechtecke geht. Die andern Rechtecke ſind aus einem ähnlichen Mittel zuſammengeſetzt, deren optiſcher Meridian jedoch auf dem der erſtern ſenkrecht ſteht, oder durch die Diagonalen RT, SV geht.

1131. Eine noch merkwürdigere und künſtlichere Structur hat Dr. Brewſter in einer Art der Farder Apophylliten von grünlichweißer Farbe bemerkt. Setzt man ein vollkommenes Prisma dieſer Art dem polariſirten Licht aus, ſo daß die Axe in 45° Azimuth kommt, und das Licht ſenkrecht durch zwei einander gegenüberliegende Seitenflächen geht, ſo entſteht die in Figur 224 dargeſtellte Farbenerſcheinung, wo die mittlere krummlinige Fläche roth iſt, und ihre Ergänzungen zu dem umgebenden Rechteck grün ſind. Die unmittelbar in der Richtung der Axe anliegenden Quadrate ſind in ihrer Mitte roth, und gehen ins Weiße über, während das Uebrige aus einer ſehr glänzenden Reihe von rothen, grünen und gelben Streifen beſteht. Wegen einer illuminirten Figur müſſen wir den Leſer auf die Originalabhandlung (Edinburgh Transactions Vol. IX. part. II., und Edinburgh Philosophical Journal Vol. I.) verweiſen.

1132. Auch das ſchwefelſaure Kali giebt ein merkwürdiges Beiſpiel von zuſammengeſetzter Structur. Dieſes Salz kommt in ſechs=

ſechsſeitigen Prismen und Dodekaëder vor. Außer dieſen Geſtalten finden ſich auch rhombiſche Prismen von 114° und 66°. Dr. Brewſter fand, daß dieſe zwei Axen haben, während die ſechsſeitigen Prismen nur eine beſitzen. Bei näherer Unterſuchung der Dodekaëder ergab ſich jedoch, daß ſie aus ſechs gleichſeitigen dreieckigen Prismen beſtanden, die zur doppeltaxigen Art gehörten, und deren optiſche Meridiane gegen die gemeinſchaftliche Axe convergirten; die Molleculen hatten in jedem gegenüberliegenden Paar eine ſolche Lage, daß der Winkel zwiſchen den entgegengeſetzten Seiten jeder Pyramide (114°) dem ſtumpfen Winkel des Rhomboids gleich kam.

1133. Die Structur und Wirkungsart des Analcim, welche Dr. Brewſter im zehnten Bande der Edinburgh Transactions part. I. p. 187 beſchrieben hat, ſind ſo ſonderbar, daß es ſchwer iſt zu entſcheiden, ob man dieſen Körper als einen gruppirten Kryſtall, der aus unabhängigen an einander liegenden Theilen beſteht, oder als eine Maſſe anſehen ſoll, in welcher der Aether nach einem allgemeinen und gleichförmigen Geſetz vertheilt iſt; das letztere iſt jedoch wahrſcheinlicher. Die Geſtalt dieſes Kryſtalls iſt das Ikoſitetraëder, welches von vier und zwanzig ähnlichen und gleichen Trapezen eingeſchloſſen iſt, und man kann es ſo betrachten, als ob es dadurch entſtanden wäre, daß man die Ecken eines Würfels durch drei gegen die Kanten ſymmetriſch gelegene Ebenen abgeſchnitten hätte. Legen wir durch den Mittelpunkt dieſes Würfels, durch die Kanten und die Diagonalen der Seitenflächen Ebenen, ſo theilen ſie den Würfel in vier und zwanzig irreguläre Tetraëder, und alle Seiten derſelben, welche durch Kanten des Würfels gehen, müſſen ebenfalls durch Kanten der abgeleiteten Figur gehen, während diejenigen Ebenen, welche durch die Diagonalen der Seiten des Würfels gelegt ſind, durch die Diagonalen der Seiten der abgeleiteten Geſtalt gehen, und die ſtumpfen Winkel derſelben halbiren müſſen. Es ſcheint nun den Beobachtungen von Dr. Brewſter zufolge, daß alle Theilchen, die irgendwo in dieſen Ebenen liegen, die brechende und polariſirende Kraft nicht beſitzen, und daß, je entfernter ein ſolches Theilchen von dieſen Ebenen iſt, deſto größer ſeine polariſirende Kraft wird. In dieſer Rückſicht iſt der Analcim von allen bisher betrachteten Kryſtallen unterſchieden, da bei den andern jedes Theilchen, wenn es zu derſelben Kryſtallart gehört, auch einerlei polariſirende Kraft beſitzt. Auch findet keine Analogie dieſes Körpers mit den Eigen-

Digitized by Google

ſchaften des ſchnellgekühlten Glaſes oder ähnlicher Subſtanzen ſtatt; denn bei dieſen iſt eine Veränderung der äußern Form immer mit einer Aenderung der polariſirenden Kraft verbunden, während beim Analcim jedes Theilchen, es mag von der übrigen Maſſe abgelöst werden, oder mit derſelben verbunden bleiben, dieſelben optiſchen Eigenſchaften beibehält. Auch die Wirkung derjenigen Theilchen, die eine polariſirende Kraft beſitzen, bezieht ſich nicht bloß auf Axen, deren Richtung gegeben iſt, und die durch jedes Theilchen gehen, ſondern auf Ebenen, deren Richtung und abſolute Lage innerhalb der Maſſe gegeben iſt, indem ſich die in einem Punkt gebildete Farbe wie das Quadrat ſeines Abſtandes von der nächſten Ebene verhält; die iſochromatiſchen Linien beſtehen daher aus graden Linien, die mit den ſchwarzen Streifen, durch welche ſich die Durchſchnitte der beſagten Ebenen mit der Platte auszeichnen, parallel gehen. Zugleich findet eine merkliche doppelte Brechung ſtatt. Rückſichtlich des mehreren Details verweiſen wir den Leſer auf die ſchon erwähnte Abhandlung und auf ein Werk über die optiſche Mineralogie, welches von demſelben berühmten Naturforſcher erſcheinen wird.

§. XIV. Von den Farben der natürlichen Körper.

1134. Wir hatten anfangs die Abſicht einen beträchtlichen Theil dieſes Werkes der Erklärung ſolcher Naturerſcheinungen zu widmen, welche von optiſchen Grundſätzen abhängen, aber die Länge, zu welcher dieſe Schrift ſchon angewachſen iſt, nöthigt uns, die hierher gehörigen Gegenſtände kurz zu faſſen, und nur die wichtigſten zu berühren. Hierher gehören ohne Zweifel die Farben der Körper, und wir können nicht umhin, die Theorie, welche Newton hierüber aufſtellte, anzuführen. Die Forderungsſätze, auf denen dieſe Theorie weſentlich beruht, ſind folgende.

1135. 1. Alle Körper haben Poren, und dieſe leeren Theile nehmen ein viel größeres Volumen vom Körper ein, als die materiellen Theile ſelbſt.

1136. 2. Die feſten Theilchen haben eine gewiſſe Größe (und vielleicht auch Geſtalt), die denſelben als Theilen eines beſtimmten Körpers weſentlich angehört, die auf keine mechaniſche oder andere Art, die nicht zugleich die chemiſche Beſchaffenheit des Körpers umändert,

abgeändert werden kann. Sie ſind mit kurzen Worten die letzten Atome, und werden dieſe zerbrochen, ſo wird ihr Daſeyn zerſtört und neue Formen der Materie gebildet, die ganz andere Eigenſchaften beſitzen.

1137. 3. Dieſe Atome ſind völlig durchſichtig, und Licht von jeder Brechbarkeit geht durch dieſelben hindurch, welches, wenn es einmal durch ihre Oberfläche hindurchgegangen iſt, ſeine Bahn innerhalb ihrer Maſſe fortſetzt.

Newton nimmt zwar ſeine Atome nur als zum Theil durchſichtig an; allein er macht nie Gebrauch von dieſer Einſchränkung, und ſeine Theorie hängt weſentlich von der vollkommenen Durchſichtigkeit ab, wie man aus ſeiner Erklärung der Undurchſichtigkeit der Körper im folgenden Paragraph deutlich ſieht.

1138. 4. Die Undurchſichtigkeit der Körper entſteht aus der großen Menge von Zurückwerfungen in ihren innern Theilen.

Es iſt daher einleuchtend, daß wenn wir nicht in den Atomen eine Urſache der Undurchſichtigkeit annehmen, die unter dieſer Hypotheſe von der verſchieden iſt, welche bei der Aggregation dieſer Atome zu Körpern die Undurchſichtigkeit hervorbringt, ſo müſſen erſtere völlig durchſichtig ſeyn, da keine Zurückwerfung ſtattfinden kann, wo nicht Zwiſchenräume und Veränderung der Mittel vorhanden iſt. Es ſcheint uns jedoch noch zweifelhaft zu ſeyn, ob dieſe Urſache ſowohl bei Körpern als Atomen hinreichend zur Erklärung ſey, da es ſchwer iſt, dieſe innern Zurückwerfungen ſo zu begreifen, daß die Strahlen immer von einem Atom zum andern geworfen werden, ohne die Oberfläche zu erreichen, und daſelbſt herauszugehen; ſollten die Strahlen wieder durch die Oberfläche heraustreten können, ſo iſt es klar, daß jeder dunkle Körper, der einen Lichtſtrahl erhält, denſelben nach allen Seiten wie ein ſelbſtleuchtender Körper zerſtreuen würde.

1139. 5. Die Farben der Körper ſind die Farben der dünnen Blättchen, welche bei den Körpern durch dieſelbe Urſache hervorgebracht werden, welche ſie in dünnen Schichten von Luft, Glas u. ſ. w. bewirkt, nämlich der Zwiſchenraum zwiſchen der vordern und hintern Fläche der Atome. Iſt dieſer ein ungrades Vielfaches der halben Länge einer Anwandlung vom leichtern Zurückgehen oder Durchgehen, ſo wird der Durchgang an der zweiten Fläche verhindert; iſt derſelbe ein grades Vielfaches, ſo wird das Durchgehen erleichtert (§. 655)

Digitized by Google

Es iſt alſo die Dicke der Atome und ihr gegenſeitiger Abſtand, die die Farbe beſtimmen, welche bei ſenkrechter Zurückwerfung oder Brechung gebildet wird. Sind daher die Atome und die Zwiſchenräume kleiner als der Raum, bei welchem ein vollſtändiges Durchgehen ſtattfindet, oder kleiner als derjenige, welcher dem Rande des ſchwarzen Flecks bei den zurückgeworfenen Ringen entſpricht, ſo iſt dieſer Körper völlig durchſichtig. Sind die Atome und Zwiſchenräume größer, ſo wirft der Körper die Farbe zurück, die dieſem Raum entſpricht.

1140. Man kann hierbei einwerfen, daß nicht alle natürlichen Farben ſich in den Farbenreihen der dünnen Blättchen vorfinden, ſogar bei denjenigen Körpern, deren chemiſche Zuſammenſetzung gleichförmig iſt; hierauf läßt ſich aber antworten, daß bloß die von den oberſten Lagen der Atome zurückgeworfenen Farben rein zu ſeyn brauchen, indem die von den tiefen Lagen zurückgeworfenen Lichttheilchen ihren Weg durch die darüber liegenden Schichten nehmen müſſen, und daſelbſt mancherlei Veränderungen erleiden können. Außerdem iſt es unmöglich, welche Geſtalt wir auch den Atomen beilegen wollen, daß alle Strahlen eine gleiche Dicke derſelben durchlaufen können, wenn wir ſie nicht als bloße Blättchen ohne Winkel und Kanten und mit einer ungeheuern brechenden Kraft begabt betrachten wollen.*) Dieſelbe Antwort muß man auf den Einwand geben, daß die durchgelaſſene Farbe in allen Fällen das Complement der zurückgeworfenen ſeyn müßte, welches bei Goldblättchen, opaliſirendem Glaſe, und dem Aufguß des Griesholzes (lignum nephriticum) ſtattfindet; während alle Körper, bei denen dieſe Bedingung nicht ſtattfindet, Ausnahmen für die allgemeine Theorie bilden würden. Allein die durchgegangenen Strahlen haben die ganze Dicke des Mittels durchlaufen, und haben daher viel öfter die Einwirkung der Atome erlitten, als die zurückgeworfenen Strahlen, vorzüglich diejenigen, welche nahe an der Oberfläche reflectirt werden, und die die glänzendſte Farbe geben.

1141. Der Aufguß des lignum nephriticum bietet ein ſonderbares Beiſpiel dar, und ſeine Eigenſchaften ſind von Dr. Young unter der Vorausſetzung erklärt worden, daß kleine Theilchen von beſtimmter Größe darin ſchwimmen. Obgleich derſelbe ſehr durch-

*) Newton ſcheint ſehr wohl die Nothwendigkeit eingeſehen zu haben, dieſes in Betrachtung zu ziehen. Prop. VII. Liber. II. Opt.

Digitized by Google

ſichtig iſt, ſo reflectirt er eine bläulichgrüne Farbe, während das durchgehende Licht gelb oder weinfarbig iſt, und in dieſer Rückſicht beinahe den vollkommenen Gegenſatz eines Goldblättchens bildet. Es findet jedoch hierbei ohne Zweifel eine Art von Opaliſiren ſtatt, wie man es bei einigen gelben Glasarten antrifft, bei denen eine dünne ſichtbare Schicht von opaliſirender Materie an der Oberfläche eine bläulichgrüne Farbe ins Auge wirft, während das durchgelaſſene Licht die dem Glas eigenthümliche gelbe Farbe beſitzt. Die Zurückwerfung rührt hierbei von Theilchen her, die mit dem durchgehenden Licht nichts gemein haben.

1142. Wie es uns aber ſcheint, ſo iſt wirklich der Einwand noch nicht völlig beantwortet. Durchſichtige gefärbte Mittel (klare Flüſſigkeiten, in denen keine Theile ſchwimmen) beſitzen keine zurückgeworfene Farbe. Unterſucht man ſie in einem undurchſichtigen Gefäß, welches inwendig geſchwärzt und bis an den Rand gefüllt iſt, und wird die farbenloſe Zurückwerfung an ihrer obern Fläche durch eine Zurückwerfung in einer entgegengeſetzten Ebene unter dem Polariſationswinkel aufgehoben, ſo ſieht man, daß das Mittel gar kein Licht zurückwirft, weder in der Nähe der Oberfläche, noch in größern Tiefen, und ſollte man dieſer Methode etwa den Einwurf machen, daß vielleicht die innere ſowohl als die äußere Zurückwerfung aufgehoben würde, ſo kann man ebenfalls antworten, daß das Bild eines weißen Gegenſtandes, wenn es von einer beliebig gefärbten Flüſſigkeit, die ſich in einem undurchſichtigen Gefäß befindet, zurückgeworfen wird, weiß erſcheint. Uns ſcheint dieſer Einwand beträchtliches Gewicht zu haben, und wir müſſen glauben, daß außer den bloßen innern Zurückwerfungen noch ein anderer Umſtand vorhanden ſeyn muß, welcher verhindert, daß die Complementärfarbe ins Auge gelange, und daß die Verſchluckung mit ihrer verwandten Erſcheinung, der Dunkelheit, nicht genügend durch dieſe Theorie erklärt wird, ſondern als ein Factum betrachtet werden muß, deſſen Urſache noch zu ſuchen iſt.

1143. Geſteht man das Vorige zu, ſo können alle Farben der Körper unterſchieden werden, in wahre, d. h. ſolche, welche von Strahlen entſtehen, die wirklich in ihre Subſtanz eingedrungen ſind, und ihre auffaugende Wirkung erlitten haben (wie z. B. die Farben der Pulver durchſichtiger gefärbter Mittel, Zinnober, Mennige, Berlinerblau, die Farben der Blumen u. ſ. w.) und in falſche

oder oberflächliche, welche nach dem Geſetz der Interferenz entſtehen, wie die Farben der Federn, Inſectenflügel, geſtreiften Oberflächen, oxydirter Stahl, und einer großen Zahl anderer, wo ſich die Newtonianiſche Theorie genau anpaſſen läßt. Als Beiſpiel mag folgender Verſuch gelten. Thut man einige Tropfen einer ſehr ſchwachen Aufloͤſung von ſalpeterſaurem Silber in eine ſehr verdünnte Auflöſung von ſchweflichtſaurem Kalk, ſo bildet ſich ein Niederſchlag von opaliſirender Weiße und außerordentlicher Dünnheit. Bringt man mehr ſalpeterſaures Silber hinzu, ſo nimmt der Niederſchlag an Gewicht und Dichtigkeit zu, und verändert zugleich ſeine Farbe, indem er erſt gelb, dann gelbbraun, dann orangebraun, dann violettbraun, und zuletzt ſchwarzbraun wird. Während deſſen wird der Niederſchlag immer dichter, und ſinkt endlich ſchnell zu Boden. Man findet ſehr leicht in dieſer Reihe die Farben der erſten Ordnung von Ringen, indem ſich die kleinen Theilchen nach und nach mehr verdicken; allein eben ſo leicht erkennt man hierbei auch die Wirkſamkeit einer Kraft, die die Undurchſichtigkeit der Miſchung durch eine verſchluckende Wirkung in viel größerem Maße, und unabhängig von der Wirkung der Theilchen als dünne Blättchen vermehrt. Die Erſcheinungen der Hämatine, welche Chevreul beſchrieben hat, und die Dr. Brewſter anführt (Encycl. Edin. Optics p. 623. Biot Traité de Physique tom. IV. p. 134), ſchließen ſich zu ſehr an die Farbenreihe der zweiten Ordnung an, als daß man nicht annehmen könnte, die Newtonianiſche Theorie ließe ſich ebenfalls auf dieſen Fall anwenden. Das zerſtreute blaue Licht des Himmels giebt ein anderes genügendes Beiſpiel. Dieſes Blau iſt ohne Zweifel ein Blau der erſten Ordnung, welches von kleinen wäſſerigen Theilchen in der Luft zurückgeworfen wird. Der Beweis hiervon iſt, daß in einer Entfernung von 74° von der Sonne es vollſtändig in einer Ebene polariſirt wird, die durch den Mittelpunkt der Sonne geht.

1144. Ein anderer Einwurf gegen die Newtonianiſche Theorie, der eben ſo nahe liegt, iſt von Newton ſelbſt mit dem beſten Erfolg beantwortet worden. Man kann nämlich ſagen, daß eine Veränderung in der Schiefe des Einfallswinkels eine Veränderung der Farbe hervorbringen müßte, da bekanntlich eine Platte von gegebener Dicke bei ſenkrechtem und ſchiefem Einfall verſchiedene Farben giebt. Dieſe Veränderung iſt aber deſto geringer, je größer die brechende Kraft des Mittels iſt, und da die brechende Kraft mit der Dichtigkeit

Digitized by Google

wächst, ſo muß die der dichteſten Atome der Körper ungeheuer groß ſeyn, ſo daß die von ihnen zurückgeworfene Farbe ſich wenig mit dem ſchiefen Einfall ändert (§. 669). Die Farben des oxydirten Stahls geben in dieſer Rückſicht ein vortreffliches Beiſpiel ab. Obgleich nämlich die brechende Kraft (2,1) dieſes Oxyds ſehr groß iſt, ſo iſt ſie doch ohne Zweifel noch gering gegen die der Atome ſelbſt, und deſſen ungeachtet ändern ſich die Farben des blauen Stahls ſehr wenig, wenn die Schiefe des Einfalls geändert wird. Außerdem iſt auch die Farbe, welche ein Körper von merklicher Größe giebt, in der That eine Miſchung der Farben, welche alle Molleculen unter allen möglichen Einfallswinkeln zurückwerfen, ſo daß die Aenderung des Einfalls der Strahlen die Farbe nicht ändern ſollte.

1145. Was die Kleinheit der letzten Theilchen der Körper betrifft, ſo ſcheint Newton keine richtige Idee von derſelben gehabt zu haben, indem er annahm, daß man ſie durch Mikroſkope, die drei- oder viertauſendmal vergrößerten, ſehen könnte. *) Wir haben einen Gegenſtand ohne die geringſte Undeutlichkeit durch ein Mikroſkop von

*) Wir ſetzen dieſe ganze Stelle hierher, da ſie unabhängig von den theoretiſchen Anſichten einen Unterſuchungsgeiſt anzeigt, der weit über ſeine Zeit erhaben war.

„Bei dieſen Beſchreibungen bin ich um ſo mehr ins Einzelne gegangen, weil es nicht unmöglich iſt, daß die Mikroſkope endlich noch ſo verbeſſert werden könnten, daß man die Theile entdeckt, welche die Farben der Körper geben, wenn ſie nicht ſogar ſchon einigermaßen bis zu dieſem Grade der Vollkommenheit gelangt ſind. Denn ſollte man dieſe Inſtrumente ſo weit verbeſſern, daß ſie die Gegenſtände fünf- oder ſechshundertmal größer zeigen, als ſie in der Entfernung von einem Fuß dem bloßen Auge erſcheinen, ſo ſollte ich hoffen, daß wir im Stande ſeyn würden, die größten dieſer Theilchen zu entdecken. Durch eines, welches drei- bis viertauſendmal vergrößerte, würden ſie alle geſehen werden können, diejenigen ausgenommen, welche die ſchwarze Farbe hervorbringen. Vor der Hand ſehe ich in dieſen Schlüſſen nichts, was man vernünftigerweiſe bezweifeln könnte, ausgenommen den Satz, daß durchſichtige Körperchen von derſelben Dicke und Dichtigkeit als eine Platte auch dieſelben Farben geben. Auch muß man dieſen Satz mit gewiſſer Vorſicht gebrauchen, weil ſowohl dieſe Theilchen irreguläre Geſtalt haben können, und viele Strahlen ſchief auf dieſelben fallen, und ſo einen kürzern Weg innerhalb derſelben haben, als längs der Durchmeſſer, als auch weil die grade Ausdehnung des Mittels nach allen Seiten die Bewegung und andere Eigenſchaften, von denen die Zurück-

Amici geſehen, welches mehr als dreitauſendmal im Durchmeſſer vergrößerte, und doch war noch gar nicht daran zu denken, daß der Gegenſtand ſich ſeiner Auflöſung in die Atome nur näherte. Es ſcheint aber, als ob Newton ſeine farbengebenden Atome als theilbare Gruppen noch feinerer Atome von noch dichterer Art betrachtet hat, und ſo fort bis zu der letzten Gränze der völligen Untheilbarkeit. Biot hat in ſeinem Traité de Physique eine auffallende, ja ſogar maleriſche Darſtellung dieſer Theorie gegeben.

§. XV. Von den wärmenden und chemiſchen Strahlen des Sonnenſpectrum.

1146. Man hat ſeit langer Zeit beobachtet, daß das Sonnenlicht einen beſondern Einfluß auf die Veränderung der Farben der Körper, die ihm ausgeſetzt werden, ausübt, indem ſie entweder dunkler oder heller werden, ſogar wenn die Luft gänzlich von ihnen abgehalten wird, und daß verſchiedene Metallſalze und Oxyde ſchnell geſchwärzt oder reducirt werden, wenn ſie dem Sonnenlicht oder auch dem bloßen Tageslicht ausgeſetzt ſind. Es blieb lange unbeſtimmt, ob dieſe Eigenſchaft der Wärme der Strahlen oder einer andern Urſache zuzuſchreiben war. Der erſte Schritt zur genauern Kenntniß geſchah von Scheele; dieſer fand, daß das ſalzſaure Silber in den violetten Strahlen viel ſtärker und ſchneller geſchwärzt wird, als in den andern Theilen des Spectrum (Traité de l'air et du Feu §. 66). Die Verſuche von Herſchel über die erwärmende Kraft der Sonnenſtrahlen, welche im Jahr 1800 er-

---

werfung abhängen kann, ändern mag. Deſſen ungeachtet kann ich das Letztere nicht wohl glauben, weil ich bei einigen kleinen Blättchen von Marienglas, die von gleicher Dicke waren, bemerkt habe, daß ſie durch ein Mikroſkop von einerlei Farbe an den Kanten und Ecken, wo das eingeſchloſſene Mittel begränzt wurde, waren, als an andern Stellen. Es wird jedoch unſere Ueberzeugung vermehren, wenn dieſe kleinen Theilchen durch Mikroſkope entdeckt werden, und ich fürchte, daß dieſes die äußerſte Verſtärkung unſerer Sinne ſeyn wird. Denn es ſcheint unmöglich, wegen der Durchſichtigkeit derſelben noch tiefer in die geheimern und edlern Werke der Natur innerhalb dieſer Theilchen einzudringen.

ſchienen, zeigten hinreichend, daß die ſtärker brechbaren Strahlen ſehr wenig erwärmende Kraft beſitzen, indem die Wärme ihr Maximum in den rothen Strahlen, und ſogar erſt noch jenſeits der Gränze des Farbenbildes ſelbſt erreicht. Dieſe merkwürdige Entdeckung, welche die Unabhängigkeit zwiſchen den leuchtenden und erwärmenden Sonnenſtrahlen aufſtellte, bewog den Profeſſor Ritter in Jena, im Jahre 1801 zu unterſuchen, ob nicht auch eine ähnliche Ausdehnung jenſeits des ſichtbaren Farbenbildes für die chemiſchen oder desoxydirenden Strahlen ſtattfinden möchte, und indem er an verſchiedenen Stellen innerhalb und außerhalb des Farbenbildes ſalzſaures Silber aufſtellte, fand er, daß das Maximum jenſeits der ſichtbaren violetten Strahlen liegt, indem die Wirkung im Violett weniger ſtark, noch geringer im Blauern, und äußerſt ſchnell abnahm, indem er ſich den weniger brechbaren Theil des Spectrum näherte. Dr. Wollaſton gelangte unabhängig von ihm zu denſelben Reſultaten.

1147. Die Sonnenſtrahlen beſitzen alſo wenigſtens drei verſchiedene Kräfte, zu erwärmen, zu erleuchten und chemiſche Verbindungen und Trennungen hervorzubringen, welche Kräfte in verſchiedenen Verhältniſſen unter den verſchieden brechbaren Strahlen ausgetheilt ſind, ſo daß man deutlich ihre gegenſeitige vollkommene Unabhängigkeit erkennt. Spätere Verſuche haben eine neue Kraft hinzugefügt; diejenige nämlich, Magnetismus hervorzubringen. Ohne daß wir die Genauigkeit der Beobachtungen berückſichtigen, die zur Feſtſtellung dieſes Gegenſtandes dienten, ſo dürfen wir wohl hoffen, daß fernere Unterſuchungen zeigen werden, aus welchen Urſachen bei ſo vielen Verſuchen kein Magnetismus hervorgebracht werden konnte.

1148. Die Wärmeſtrahlen ſcheinen den Verſuchen Berards zufolge den Geſetzen der Polariſation und der doppelten Brechung, eben ſo wie die Lichtſtrahlen, zu gehorchen. Ihre Interferenz zu beobachten iſt den größten Schwierigkeiten unterworfen, welches bei den chemiſchen Strahlen nicht ſtattfindet, von denen Dr. Young und Arago hinreichend gezeigt haben, daß ſie dieſelben Geſetze der Interferenz beobachten, ſie mögen polariſirt ſeyn oder nicht, wie die Lichtſtrahlen in gleichen Umſtänden. Indem nämlich eine Reihe Franzen, die durch die Interferenz zweier Sonnenlichtſtrahlen, deren Anfangspunkt gemeinſchaftlich war, hervorgebracht waren lange Zeit auf eine und dieſelbe Stelle eines mit ſalzſaurem Sil-

Digitized by Google

ber geriebenen Papiers gehalten wurde, ſo bildete ſich eine Reihe ſchwarzer Streifen, deren Zwiſchenräume kleiner waren, als die Zwiſchenräume der Streifen, die ſich im violetten Licht bilden.

1149. Da Dr. Wollaſton beobachtet hatte, daß das Guajacharz dem Sonnenlicht an der Luft ausgeſetzt, grün wird, ſo nahm er zwei Stücke Papier, die mit der gelben Auflöſung dieſes Harzes in Alkohol gefärbt waren, und legte das eine an die Sonne, das andere ins Dunkel. Das erſte wurde in fünf Minuten merklich grün, und die Veränderung war in wenig Stunden vollkommen, während das letztere nach mehreren Monaten ſeine Farbe nicht geändert hatte. Er concentrirte hierauf vermittelſt einer Glaslinſe die violetten Strahlen auf einem ſolchen Papier, und die Veränderung ging ſchnell vor ſich, während in den rothen Strahlen die grüne Farbe nicht nur nicht entſtand, ſondern von dem Papier, welches den violetten Strahlen ausgeſetzt war, ſogar wieder weggenommen, und die urſprüngliche gelbe Farbe hergeſtellt wurde. Dieß ſcheint jedoch bloß eine Wirkung der Wärme geweſen zu ſeyn, da ein erhitzter ſilberner Löffel über das Papier gehalten, die grüne Farbe ebenfalls verſchwinden ließ.

1150. Faraday hat gefunden, daß Glas, welches mit Mangan violett gefärbt iſt, vermittelſt der durchgehenden Sonnenſtrahlen eine viel tiefere Färbung erhält, und daß zwei Stücke derſelben Platte, von denen das eine im Dunkeln, das andere im Hellen aufbewahrt wird, nach einiger Zeit in der Intenſität ihrer Farbe ſehr von einander verſchieden ſind.

1151. Die directe Einwirkung des Sonnenlichts, oder möglicherweiſe auch der Wärme deſſelben, bringt noch andere chemiſche Wirkungen hervor, z. B. eine ſchnelle Verbindung der Elemente des Phosgen, die Exploſion einer Miſchung von Chlor und Waſſerſtoff und andere Erſcheinungen, welche Kräfte in dieſem wundervollen Agens nachweiſen, von denen wir bis jetzt nur einen unvollkommenen Begriff haben. Die grüne Farbe der Pflanzen, ſo wie die glänzenden Farben der Blumen hängen ganz von demſelben ab. Gänſerichblumen, die in einer Kohlengrube gewachſen waren, hatten weder Farbe noch Geruch, und das bekannte Mittel den Sellery durch Ausſchließung des Lichts zu bleichen und ſüßer zu machen, giebt ein anderes Beiſpiel dieſer Wirkung. Wie weit die verſchiedene Farbe der Strahlen hierauf Einfluß hat, iſt noch nicht

Digitized by Google

genau ausgemacht worden, obgleich verſchiedene Verſuche hierüber angeſtellt ſind, wir hoffen aber, daß die Unterſuchungen, welche ein berühmter Mann über dieſen Gegenſtand angefangen hat, unſere Kenntniſſe in dieſer Rückſicht bald vermehren werden.

1152. Wir können dieſe Abhandlung nicht ſchließen, ohne das Bedauern auszudrücken, daß die Abhandlung des Profeſſors Airy über die Abweichung wegen der Kugelgeſtalt bei Oculargläſern, welche ſo eben in den Transactions of the Cambridge Philosophical Society gedruckt wird, und zu ſpät zu Händen kam, als daß wir ſie hier mit benutzen konnten, und wir empfehlen ſie unſern Leſern als das Beſte, was über dieſen Gegenſtand erſchienen iſt. Daſſelbe müſſen wir auch von der Schrift Theory of Systems of Rays von Profeſſor Hamilton in Dublin ſagen, die der königlich irländiſchen Akademie im Jahr 1824 vorgelegt wurde, und jetzt gedruckt wird, die wir aber doch durch die Güte des Verfaſſers in den frühern Theilen dieſes Werkes benutzen konnten.

Digitized by Google

Regiſter.

(Die Zahlen beziehen ſich auf die Paragraphen.)

Aberration des Lichts. 10.

Ablenkung eines Strahls nach irgend einer Brechung in einer Ebene. 211. Kleinſte Ablenkung in einem Prisma. 216.

Abweichung wegen der Kugelgeſtalt für zurückgeworfene Strahlen. 128. Kreis der kleinſten Abweichung. 154. 156. Eines Syſtems von Oberflächen für gebrochene Strahlen. 281. 291. Einer einzelnen dünnen Linſe. 293. Ihre Größe bei verſchiedenen Linſen verglichen. 307. Der Linſen im Allgemeinen. 297. Eines Syſtems dünner Linſen. 308. Ihre Wirkung rückſichtlich der Verlängerung und Verkürzung der Brennweite. 289. Allgemeine Formeln, um dieſelbe aufzuheben. 312. 313 Chromatiſche erklärt. 456. Kreis der kleinſten. 457. Grundſätze, auf denen die Aufhebung derſelben beruht. 459. Abweichung von den Farben der Newtonianiſchen Skale bei den polariſirten Ringen. 915. 1125.

Achromatismus. Allgemeine Bedingungen deſſelben. 459.

Achromatiſche Brechung. 427. 448. Allgemeine Bedingungen. 459. An der gemeinſchaftlichen Oberfläche zweier Mittel. 478. Durch Verbindungen eines und deſſelben Mittels hervorgebracht. 451.

Achromatiſches Fernrohr. Theorie deſſelben. 456.

Aether. Seine Schwingungen ſind die hypothetiſche Urſache des Lichts. 563. Schnelligkeit der Schwingungen. 575.

Amethyſt, ſonderbare Structur deſſelben. 1044.

Amici. Sein prismatiſches Fernrohr. 453. Seine Mikroſkope. 1145.

Amplitude einer Schwingung. 605.

Analcim. Beſondere Polariſation, die er hervorbringt. 1133.

Anwandlungen des leichten Durchgehens und Zurückgehens. 526. 651.

Apophyllit. Beſondere Ringe, die ſeine verſchiedenen Arten zeigen. 915. 918. Doppelariger. 1130. Abart deſſelben, welche Teſſelit genannt wird, ſeine Structur. 1130. 1131.

Arago. Seine Methode die Brechungsverhältniſſe zu meſſen. 739. Sein Geſetz der Polariſation vermittelſt des ſchiefen Durchgangs des Lichts. 947. Seine Entdeckung der rotatoriſchen Erſcheinungen im Quarz. 1037. Seine Geſetze der Interferenz polariſirter Strahlen. 947.

Digitized by Google

Auge. Seine Bauart. 350. Veränderung der Brennweite. 356. Von Fiſchen. 368.
Ausdehnung der Ringe bei ſchiefem Einfall. 639. 669. Der gebeugten Franzen durch Annäherung zum ſtrahlenden Punkt. 711. Des Glaſes, wobei es polariſirende Kraft erhält. 1089. Der Gallerte. 1094.
Ausfluß, ſchiefer, Geſetz deſſelben. 43.
Axen, erklärt. 783. Optiſche. 889. Sind für verſchieden gefärbte Strahlen verſchieden. 921. Ihre Lage a priori berechnet. 1008. Elaſtiſche. 1000. Polariſirende. Brewſter's Theorie ihrer Zuſammenſetzung und Zerlegung. 1020. Der doppelten Brechung. 781. Poſitive und negative. 1021. 1032.

Beugung des Lichts. Newton's Erklärung. 713.
Bilder. 319. Geſtalt derſelben. 320. Regel, um ihren Ort zu finden. 344. Helligkeit 349. im Auge 357.
Biot. Seine Lehre der beweglichen Polariſation 928. Beſchreibung ſeines Apparats. 929. Seine Unterſuchungen über die rotatoriſchen Erſcheinungen. 1037. 1045. Sein Geſetz der iſochromatiſchen Linien in doppelaxigen Kryſtallen. 907. Seine Regel zur Beſtimmung der Polariſationsebene in doppelaxigen Kryſtallen. 1070.
Blair, ſeine achromatiſchen Fernröhre mit flüſſigen Objectivgläſern. 474.
Blättchen, dünne, ihre Farben. 633. Dicke. 676. Vermiſchte. 696. Kryſtalliſirte. 936. Gekreuzte. 938. 939. Uebereinanderlegung derſelben. 940.
Blindheit. Urſachen derſelben und Mittel dagegen. 360.
Bogen, gefärbter prismatiſcher. 555. 556.
Brechung in nichtkryſtalliſirten Mitteln. 171. Geſetz derſelben. 189. Allgemeine Formeln für dieſelbe an Ebenen. 198. Durch Prismen 203. 211. An krummen Oberflächen. 220. An der gemeinſchaftlichen Oberfläche zweier Mittel. 189. Farbenloſe. 478. Erklärung der regelmäßigen Brechung an künſtlich polirten Flächen. 559. Erklärung derſelben nach der Undulationstheorie. 586. 595. 628.
Brechung, doppelte. 779. Durch was für Körper ſie hervorgebracht wird. 780. Ihr Geſetz in einaxigen Kryſtallen. 785. 800. In Bergkryſtall längs der Axe. 1048. In verdichtetem und ausgedehntem Glaſe. 1107. Erklärung derſelben in einaxigen Kryſtallen nach der Undulationstheorie. 989. In doppelaxigen. 1011. 1014. Zuſammenhang zwiſchen den gewöhnlichen und den ungewöhnlichen Strahlen. 873.
Brechende Kräfte. Ihre Intenſität und Ausdehnung. 561.
Brechungskraft, innere. 535. Tafel der Werthe derſelben in verſchiedenen Mitteln. 1118. Ihre Verbindung mit der chemiſchen Zuſammenſetzung. 1114.
Brechungsverhältniß, wie es beſtimmt wird. 206. 213. Wollaſton's Methode. 562. Fraunhofer's. 436. Arago und Fresnel's. 739. Durch den Polariſationswinkel. 843. Tafel der Werthe deſſelben. 1116.
Brennlinie durch Zurückwerfung. 134. Ihre Länge. 144. Beſtimmung derſelben für eine gegebene zurückwerfende Curve. 137. Conjugirte. 146.

Digitized by Google

Dichtigkeit der Strahlen in derſelben. 160. Durch Brechung. 226. einer Ebene. 238.
Brennpunkt. Allgemeine Beſtimmung derſelben für zurückgeworfene Strahlen. 109. 112. In einer Kugel. 123. 250. Conjugirter. 126. Allgemeine Aufſuchung deſſelben bei irgend einer Curve für gebrochene Strahlen. 221. Bei einer Kugeloberfläche. 239. Für centrale Strahlen. 247. Eines Syſtems von Kugeloberflächen. 253. 257. Eines Syſtems von Linſen. 268. Von dicken Linſen. 272. Von doppelt brechenden Linſen. 805. Für ſchiefe Strahlen. 318. 321. Aplanatiſcher. 287. Wie man ſich denſelben in der Undulationstheorie vorſtellen muß. 590.
Brewſter. Sein Geſetz der Polariſation durch Zurückwerfung. 831. Geſetze der Polariſation vermittelſt des ſchiefen Durchgangs. 866. Seine Theorie der polariſirenden Axen. 1020.

Camera obſcura. 330.
Chaulnes, Herzog von. Optiſche Erſcheinungen, von ihm betrachtet. 687.
Caſſiaöl. Seine merkwürdige brechende und zerſtreuende Kraft. 1117. 1121. Verſuch darüber. 1122.
Chemiſche Strahlen des Farbenſpectrum. 1146.
Clairaut, ſeine Bedingungen für die Conſtruction achromatiſcher Objectivgläſer. 467.
Cornea des Auges. 350. Fall einer Mißbildung derſelben geheilt. 358. 359.

Depolariſation des Lichts. 925.
Depolariſirende Axen. 1087.
Dichroismus. Erſcheinungen deſſelben in einaxigen Kryſtallen. 1064. In doppelaxigen. 1067. Durch eine empiriſche Formel ausgedrückt. 1073.
Dichromatiſche Mittel. 499.
Dicke Platten. Farben derſelben. 633. Erklärung derſelben nach dem Undulationsſyſtem. 651.
Deflexion des Lichts. Newton's Lehre davon. 713.
Diffraction des Lichts. 706.
Druck. Er theilt den Körpern die Eigenſchaft zu polariſiren mit. 1087.
Dünne Blättchen. Farben derſelben. 633. Newton's Erklärung derſelben. 651.
Durchſichtigkeit, wovon ſie abhängt. 1142. Zahlenverhältniß derſelben. 486. Von geöltem Papier. 549.

Elaſtiſche Kräfte. Allgemeiner Ausdruck derſelben für ein Mittel. 998.
Elaſticität. Axen derſelben. 1000. Oberfläche derſelben. 1004.
Elliptiſche Schwingungen der Aetherſtheilchen. 621.

Er-

Digitized by Google

Erleuchtung. Formel für ihre Intenſität. 41. 47. Der polariſirten Ringe in verſchiedenen Punkten ihrer Peripherie. 1071.

Färbung der Mittel, ändert ſich mit ihrer Dicke. 495. Der durchgelaſſenen Ringe algebraiſch ausgedrückt. 663. 667. Der kryſtalliſirten Blättchen, Geſetz. 886. 906. Ihre Abhängigkeit von der Dicke des Blättchens. 905. Ihre Abweichung von Newton's Skale. 915. Sonderbare Folge derſelben im Veſuvian. 1125. Der kreisförmigen Polariſation. 1055.

Farben der Körper, nicht wirklich. 410. Newton's Theorie ſolcher Farben. 1134. Des prismatiſchen Bildes. 424. Der Flamme. 521. Dünner Blättchen. 683. Dicker Platten. 676. Vermiſchter Platten. 696. Der Faſern und geſtreifter Oberflächen. 700. Primäre, Mayer's Meinung. 509. Young's Meinung. 518. Von kryſtalliſirten Platten polariſirt. 884. Periodiſche. 635. Wahre und falſche. 1143.

Farbenlehre. 395.

Farbige Strahlen werden von den verſchiedenen Mitteln ungleichartig verſchluckt. 486.

Fernrohr. 379. Aſtronomiſches. 380. Galiläiſches. 380. Prismatiſches. 453. Achromatiſches. 456.

Feſte Linien im Spectrum beſchrieben. 418. Ihr Nutzen bei optiſchen Beſtimmungen. 420.

Feuchtigkeiten des Auges. 350. 354.

Flammen, gefärbte. 520.

Flüſſigkeiten, rotatoriſche. 1045.

Fortpflanzung des Lichts. 5. Oerſtedt's Hypotheſe. 525. Geſetz der ſchnellſten. 588. Der Wellen in einem Canal. 600.

Franzen, gebeugte, ihre Theorie. 718. Ihre Verrückung durch die Dazwiſchenkunft einer durchſichtigen Platte. 787. Aeußere. 706. Innere. 726. Gefärbte, zwiſchen einem Prisma und Planglas. 641. Zwiſchen dicken parallelen Platten. 688. Zwiſchen Glasſtreifen. 695. Durch Erwärmung einer Glasplatte. 1099.

Fraunhofer. Seine Verſuche über das Spectrum. 436. Ueber die Beugung und Interferenz. 740.

Fresnel. Seine Theorie der transverſalen Schwingungen. 976. Der gebeugten Franzen im Schatten. 718. Sein Lehrſatz über die Reſultante zweier zuſammentreffenden Strahlen. 613. Seine Unterſuchung der Farben, die in einer kleinen Oeffnung entſtehen. 731. Seine Verſuche über die Interferenz polariſirter Strahlen. 954. 957. Seine Geſetze der Zurückwerfung des polariſirten Lichts. 852. Seine Theorie der doppelten Brechung in einaxigen Kryſtallen. 989. In doppelaxigen. 997. Seine Theorie der kreisförmigen Polariſation. 1047.

Gallerte polariſirt das Licht, wenn ſie ausgedehnt oder zuſammengedrückt wird. 1094.

Digitized by Google

Geſchwindigkeit des Lichts. 9. 13. Einer Schwingung des Aethers. 564. Einer ebenen Welle innerhalb der Kryſtalle. 1005. 1012. Eines gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls nach der Hypotheſe Huygens. 787. Unterſchied der Geſchwindigkeit der Lichtwellen und Lichtſtrahlen. 813.
Geſichtsfeld. 381.
Glas. Brechende und zerſtreuende Kräfte deſſelben. 1116. 1120. Erwärmtes, gedrücktes oder gebogenes. 1086. 1090. 1095. Schnell gekühltes. 1104.
Grundſatz der kleinſten Wirkung auf die doppelte Brechung angewendet. 790. Der ſchnellſten Fortpflanzung. 588.

Hauptdurchſchnitt eines Kryſtalls. 888.
Helligkeit, abſolute. 29. Der Bilder. 549.
Hemitropismus, merkwürdige Fälle deſſelben durch polariſirtes Licht entdeckt. 1127.
Hitze. Ihre Wirkung bei der Veränderung der Farbe der Körper. 504. Der Kryſtalle. 1077. Ungleiche Erhitzung eines Glaſes. 1083. 1095.
Homogenes Licht. Eigenſchaften. 600. Reinigung. 412. Iſolirung. 503. Länge der Undulationen der verſchiedenen Arten. 576.
Huygens. Sein Geſetz der Geſchwindigkeit des ungewöhnlichen Strahls im isländiſchen Spath. 787. Seine Conſtruction des Geſetzes der ungewöhnlichen Brechung. 806. Auf zweiaxige Kryſtalle ausgedehnt. 1011.

Idiocyclophaniſche Kryſtalle. 1081.
Incommenſurabilität der gefärbten Räume im Spectrum. 441.
Inflexion des Lichts. Newton's Theorie. 713.
Intenſität des Lichts. Geſetz ſeiner Abnahme. 18. Ihr Maß in der Undulationstheorie. 578. Brechung der Intenſität des ſenkrecht zurückgeworfenen. 592. Eines polariſirten Strahls. 852. Des natürlichen Lichts, wenn es ſo zurückgeworfen wird. 857. 592. Der complementären Strahlen, die durch die doppelte Brechung entſtehen. 873. 987. Der polariſirten Ringe in den verſchiedenen Punkten ihrer Peripherie. 1071.
Interferenz der Strahlen. 596. Allgemeine Darſtellung derſelben. 618. Young's Hauptverſuch. 726. Der polariſirten Strahlen. 946.
Irradiation. 697.
Isländiſcher Spath. Polariſation und doppelte Brechung. 879. Dichroismus. 1063. Pyrometriſche Eigenſchaften. 1110. Unterbrochener 1080.
Iſochromatiſche Linien. 692. 906.

Kraft einer Linſe. 262. Eines Syſtems ſphäriſcher Oberflächen. 270. Vergrößernde. 374. Zuſammenſetzung der Kräfte, Geſetz derſelben in Linſen. 268.
Kreisförmige Polariſation. 1037. Schwingungen. 627.

Digitized by Google

Kreuz, ſchwarzes, das durch die polariſirten Ringe geht, in einarigen Kryſtallen. 911, in zweiarigen. 1092.
Kryſtalle, einarige aufgezählt. 785. 1124. Geſetz der doppelten Brechung in ſelbigen. 795. Zweiarige, Tabelle der Neigungen ihrer Aren. 1124. Erſcheinungen der durch Polariſation entſtandenen Lemniscaten. 892. 1069. Allgemeines Geſetz der doppelten Brechung in denſelben. 1011. Wirkung der Wärme auf dieſelben. 1109. Poſitive und negative oder anziehende und abſtoßende. 803. 942. Auf welche Art man dieſelben unterſcheidet. 945.
Kryſtalliſirte Oberflächen. Ihre Wirkung auf zurückgeworfenes Licht. 1128.
Kryſtall-Linſe des Auges. 352.

Längenabweichung und Seitenabweichung. 283.
Lemniscaten, polariſirte, die die Aren zweiariger Kryſtalle umgeben. 902.
Lichttheilchen, ihre Feinheit. 543. Ihre Bewegung, indem ſie durch verſchiedene Mittel gehen. 528.
Lichtwellen. Erklärung derſelben. 573. Secundäre. 583. Ihre gegenſeitige Aufhebung. 628. Ihr Durchgang durch Oeffnungen. 631. Unterſuchung der Geſchwindigkeit und Richtung derſelben in Kryſtallen. 1012. Gekrümmte, allgemeine Gleichung ihrer Oberfläche in doppelarigen Kryſtallen. 1013.
Linſen. 259. Aplanatiſche. 304. Gekreuzte. 305.

Malus. Seine Theorie der doppelten Brechung. 796. 805. Seine Entdeckung der Polariſation des Lichts durch Zurückwerfung. 822.
Mayer. Hypotheſe deſſelben von drei primären Farben.
Metalle. Ihre Wirkung bei der Polariſation des Lichts vermittelſt der Zurückwerfung deſſelben. 845.
Mikroſkope. 309. 389.
Mitſcherlich. Seine Unterſuchungen über die Einwirkung der Hitze auf Kryſtalle. 1109.
Mittel, dichromatiſche. 499.
Modificationen des Lichts. 80.

Newton. Seine Theorie des Lichts. 526. Lehre der Inflexion und Deflexion. 713. Theorie der Farbe der Körper. 1134. Größe der Körpertheilchen. 1145.
Netzhaut. 355. Wie ſie die Eindrücke durch die Schwingungen des Aethers erhält. 567.

Objectivglas, achromatiſches, ſeine Theorie. 549. Allgemeine Gleichung, um die Abweichungen deſſelben aufzuheben. 465. Aplanatiſches. 463. 470. Mit getrennten Linſen. 479. Mit Flüſſigkeiten. 474.
Oeffnungen, hindurchgehende Wellen. 631. Erſcheinung der Beugung. 729. Der Fernröhre von verſchiedenen Geſtalten, ihre Wirkung. 768.
Periodiſche Farben. 635.
Periodiſche Wiederkehr. Geſetz derſelben. 906.

44 *

Phaſe einer Undulation. 604.
Photometer. 57.
Photometrie. 17.
Plagiedriſcher Quarz, ſeine rotatoriſchen Erſcheinungen. 1042.
Poiſſon, ſein Lehrſatz rückſichtlich der Erleuchtung des Schatten einer kleinen kreisförmigen Scheibe, und der Farben, die man durch eine kleine Oeffnung ſieht. 734. Seine Unterſuchung über die Intenſität des reflectirten Lichts. 592.
Polariſation des Lichts im Allgemeinen. 814. Methoden, ſie zu bewirken. 819. Kennzeichen eines polariſirten Strahls. 820. Durch Zurückwerfung. 821. Partielle. 847. Durch verſchiedene Zurückwerfungen in einer Ebene. 848. Durch Brechung. 863. Vermittelſt mehrerer ſchiefer Durchgänge. 863. 866. Durch doppelte Brechung. 873. Bewegliche, Biot's Theorie. 928. Erklärung nach der Undulationstheorie. 993. Anwendung dieſer Grundſätze auf die Erſcheinungen in doppelarigen Kryſtallen. 1071. Kreisförmige, Kennzeichen derſelben. 1049. Ebene derſelben, ihre Lage im Innern doppelariger Kryſtalle. 1070. Des vom Himmel zurückgeworfenen Lichts. 1173.
Polariſationsebene. 828. Ihre Aenderung durch Zurückwerfung. 860. Ihre ſcheinbare Drehung im Quarz. 1039. Ihre Schwingungen. 928.
Polariſirte Ringe um die optiſchen Aren der Kryſtalle. Methode, ſie zu betrachten. 892. Ihre Geſtalt im Allgemeinen. 902. In einarigen Kryſtallen. 911. Abhängigkeit ihrer Farben vom Geſetz der Interferenzen. 912. Primäre und complementäre Reihen. 926. Nach der Hypotheſe der beweglichen Polariſation erklärt. 931. Nach der Undulationstheorie. 969.
Polariſirende Kraft. 1126.
Polariſationswinkel. Brewſter's Geſetz, um denſelben zu beſtimmen. 831. Sein Nutzen als phyſikaliſcher Charakter. 1123.
Pole der Lemniscaten. 902. Virtuelle in doppelarigen Kryſtallen. 924.
Prisma. Formel für die Brechung durch daſſelbe. 198. Von veränderlichen brechenden Winkeln. 431. 432. Zerlegung des Lichts durch daſſelbe. 397. Fernröhre aus Prismen zuſammengeſetzt. 453. Gefärbter Bogen in denſelben. 555.
Punkt, unempfindlicher im Auge. 366.

Quarz. Rechts und links drehender. 1041. Rotatoriſche Erſcheinungen in demſelben. 1037. Doppelte Brechung längs der Are. 1048. Plagiedriſcher. 1042.

Ringe, gefärbte, zwiſchen Converglaͤſern. 635. Breite. 657. Für verſchiedene homogene Strahlen. 644. Ihre Entſtehung. 644. 645. Durchgelaſſene. 648. Erklärung nach der Undulationstheorie. 660. Nach Newton. 655. Um die Bilder der Sterne in Fernröhren. 766. Um

Digitized by Google

die Pole der optiſchen Axen in Kryſtallen. 892. 900. Geſetz der Intenſität in verſchiedenen Punkten ihres Umfanges. 1071.
Rotatoriſche Erſcheinungen im Bergkryſtall und in Flüſſigkeiten. 1038. 1040. Nach der Undulationstheorie erklärt. 1057.

Säulen von durchſichtigen Platten, ihre Erſcheinungen im polariſirten Lichte. 869.
Scheiben, falſche der Sterne. 767.
Schiefer Einfall, ſeine Einwirkung auf die Farben dünner Blättchen. 639. 657. Der Strahlen, Brennpunkte derſelben. 321. 328. Zurückwerfung von Waſſer. 553.
Schwefelſaures Kupfer und Kali, beſondere Eigenſchaften. 1111. Kalk, die Wärme verändert ſeine optiſchen Eigenſchaften. 1112. Kali, beſondere Structur der Kryſtalle. 1132.
Seebeck, ſeine Entdeckung der rotatoriſchen Eigenſchaft in Flüſſigkeiten. 1045. Der Einwirkung der Wärme auf das Glas, die ihm eine polariſirende Eigenſchaft mittheilt. 1083.
Sehen. 350. Einfaches mit zwei Augen. 361. Doppeltes. 361. 363. Herſtellung deſſelben im hohen Alter. 360. Durch Linſen. 376. Von Perſonen, die nur zwei Farben ſehen. 507. Schiefes vermittelſt brechender oder zurückwerfender Oberfläche. 341. Geſichtswinkel. 376.
Seifenblaſen. Farben derſelben. 649.
Seitenabweichung. 283.
Sonnenlicht. Seine Zerlegung durch das Prisma. 397. Seine beſonderen Eigenſchaften im Farbenbilde. 419.
Spannung der Körper erkennt man an den polariſirten Farben. 1090. Zuſtand derſelben in ungleich erwärmten Gläſern. 1098.
Spectrum, prismatiſches. 397. Feſte Linien in denſelben. 418. Secundäres. 442. Tertiäres. 446. Seine Verzerrung bei großen Einfallswinkeln. 450. Subordinirte. 452. Der erſten Claſſe. 760. Der zweiten Claſſe. 746. Der dritten Claſſe. 761.
Sphäroid der doppelten Brechung in einaxigen Kryſtallen. 789. In doppelaxigen. 1013.
Sphärometer. 1111.
Statuen, wahrſcheinliche Erklärung der Töne, die einige derſelben gegeben haben ſollen. 1103.
Sterne, ihre falſchen Scheiben und Ringe. 766.
Strahlen, wärmende, leuchtende und chemiſche. 1147. Aehnliche und unähnliche. 606. Ihr Urſprung. 607. Zuſammentreffende. 611. Polariſirte, ihre Eigenſchaften. 820.
Strahlung des Lichts. 5. Geſetz. 72. Nach der Undulationstheorie erklärt. 578.

Tabellen der Mittel in der Ordnung ihrer Wirkung auf grünes Licht. 443. Der zerſtreuenden Kräfte der erſten und zweiten Ordnung nach einer Waſſerſkale. 447. Der Längen der Undulationen der verſchiedenen

Digitized by Google

homogenen Strahlen. 575. 756. Der Maxima und Minima der äußern Franzen bei Schatten. 720. Der Farben, die eine Perſon ſah. 507. Der Farben, die man vermittelſt der Beugung durch eine kreisförmige Oeffnung ſieht. 730. Der Dimenſionen der Lemniscaten im Glimmer. 908. Der Kryſtalle, deren optiſche Axen für verſchiedene Strahlen verſchieden ſind. 923. Der Drehungswinkel der verſchiedenen homogenen Strahlen. 1040. Der Brechungsverhältniſſe. 1116. Der Brechungsverhältniſſe für ſieben verſchiedene Strahlen. 437. Der brechenden Kräfte. 1118. Der zerſtreuenden Kräfte. 1120. Der Winkel zwiſchen den optiſchen Axen verſchiedener Kryſtalle. 1124. Der polariſirenden Kräfte. 1126.

Teleſkope. Herſchelſches. 390. Newtonianiſches. 391.

Teſſelit. Seine beſondere Structur. 1130. 1131.

Theorien des Lichts. Newton's. 526. Undulation. 563.

Turmalin. Sein Verhältniß zum polariſirten Licht. 817. Verſchluckt einen Strahl. 1060.

Undulation des Aether. 574. Länge derſelben für homogene Strahlen. 575. 756. Phaſen. 604. Amplitude. 605. Fortpflanzung in ſphäroidiſchen Oberflächen. 804. Eine halbe; Fälle wo ſie erforderlich iſt. 672. 717. 966. Fresnel's Regel. 972. Erklärung derſelben a priori. 983.

Undurchſichtigkeit. Urſachen derſelben nach Newton. 1138.

Urſprung eines Strahls in der Undulationstheorie. 607. 609.

Verſchluckung des Lichts in nichtkryſtalliſirten Mitteln. 484. In kryſtalliſirten. 1059.

Veſuvian, merkwürdige umgekehrte Farbenreihe. 1125.

Vibration des Aethers, gradlinige, Geſetze derſelben. 569. Reſultante zweier zuſammentreffenden. 611. Ihre Zuſammenſetzung und Zerlegung. 620. Beſondere Fälle. 621. Elliptiſche. 621. Kreisförmige. 627. Wird Glas in Schwingungen verſetzt, ſo erhält es eine polariſirende Kraft. 1093.

Wärmeſtrahlen des Sonnenſpectrum. 1147.

Waſſer. Sein Brechungsverhältniß für ſieben beſtimmte Strahlen. 437. Sein Spectrum. 438.

Wollaſton. Seine Beſtimmungen der Brechungsverhältniſſe. 1115. Seine Unterſuchungen über die doppelte Brechung im isländiſchen Spath. 780. Ueber chemiſche Strahlen. 1147. Entdeckung der feſten Linien im Spectrum. 418.

Young. Sein Geſetz der Interferenz. Seine Analogie zwiſchen den Schwingungen des Aethers und denen einer geſpannten Saite. 977.

Zerlegung des Lichts durch ein Prisma. 597. 406. Durch gefärbte Gläſer. 506. Farben dünner Blättchen. 644.

Zerſtreuung des Lichts. 395.

Digitized by Google

Zerſtreuend Kräfte der Mittel. 425. Methoden, ſie zu beſtimmen. 428. 431. 45. Eine ſehr praktiſche für Objectivgläſer. 483. Tabelle derſelben. 110. Höherer Ordnungen. 446.

Zurückwerfede Kräfte. Ihre Intenſität. 561. Ihre Vertheilung. 550.

Zurückwerfng. Geſetz derſelben. 88. Allgemeine Formeln, an ebenen Flächen. 99. Von krummen Oberflächen. 108. 109. Zwiſchen einem Syſtem ſphäſcher Flächen. 301. Innere totale. 184. 550. 554. Veränderung die das Licht durch zwei ſolche erleidet. 1056. An der gemeinſchafthen Oberfläche zweier Mittel. 547. Partielle, nach Newton's Grundäzen erklärt. 544. Regelmäßige erklärt, an rauhen und künſtlich polien Flächen. 557. 558. Wie man ſie in der Undulationstheorie betraten muß. 584. An der Oberfläche von Kryſtallen. 1123. Geſetze derſelln bei polariſirtem Licht. 849.

Zuſammenſeung und Zerlegung der Schwingungen. 620. Der Axen. 1020.

Druckfehler.

Seite	20	Zeile	21	ſtatt	der Sonnenwende	l. m.	dem Sonnenrande
—	24	—	21	—	erlangt	—	verlangt
—	41	—	21	—	α	—	a
—	45	—	8	—	richten	—	nehmen
—	45	—	17	—	a x	—	α x
—	55	—	29 und 30	ſtatt	d p	—	d P
—	57	—	14	ſtatt	d p	—	d P
—	67	—	25	—	Bennlinie	—	Brennlinie
—	69	—	7	—	der kleinſte Abweichungskreis l. m. der Radius des kleinſten Abweichungskreiſes		
—	78	—	13	—	Lichtmeer	l. m.	Luftmeer
—	82	—	30	—	$\mu \cdot \sin \varrho'$	—	$\mu' \sin \varrho'$
—	103	—	33	—	$QE - a$	—	$QE = a$
—	113	—	18	—	$f' = f'$	—	$f' = f''$
—	145	—	11	—	das Licht	—	das Auge
—	167	—	13	—	$Gq : \frac{ab}{pr}$	—	$Gq \cdot \frac{ab}{pr}$
—	171	—	15	—	die feinere	—	der feinern
—	173	—	12	—	und ſenkrecht auf dem Strahl ſteht, indem zugleich die Kante deſſelben mit dem Horizont parallel geht, l. m. indem zugleich die Kante deſſelben mit dem Horizont parallel geht und ſenkrecht auf dem Strahl ſteht		
—	199	—	7	—	und zugleich	l. m.	und derſelbe zugleich
—	204	—	3	—	Anhang	—	Anfang
—	305	—	24	—	v	—	v
—	322	—	2	—	des Quadrats der Schwingungen l. m. des Quadrats der Amplitude der Schwingungen		
—	326	—	1	—	Dann	l. m.	Denn
—	329	—	36	—	cos Q	—	cot Q
—	365	—	23	—	Schiefe	—	Dicke
—	391	—	27	—	Entſchlüſſe	—	Endſchlüſſe
—	397	—	1	—	Z	—	z
—	430	—	6	—	$\frac{\gamma'}{\cos}$	—	$\frac{\gamma'}{\cos \theta'}$
—	437	—	15	—	$\frac{1}{\mu}$ sn	—	$\frac{1}{\mu} \sin \theta.$
—	480	—	26	—	hörizontal	—	horizontal
—	501	—	10	—	hier	—	für
—	547	—	9	—	$\cos(95^\circ - \theta)$	—	$\cos(90^\circ - \theta)$
—	548	—	38	—	hypotheſiſche	—	hypothetiſche
—	566	—	33	—	$(V^2 - {}^2)$	—	$(V^2 - c^2)$
—	573	—	14	—	$(a \sin \alpha^2 - b \sin \beta^2)^2$	—	$(a \sin \alpha^2 + b \sin \beta^2)^2$
—	575	—	14	—	$\frac{a-b}{4 \cos x^2} = \frac{b}{4}$	—	$= - \frac{b}{4}$

Außerdem überall ſtatt Mollecul, l. m. Molecul.

Digitized by Google

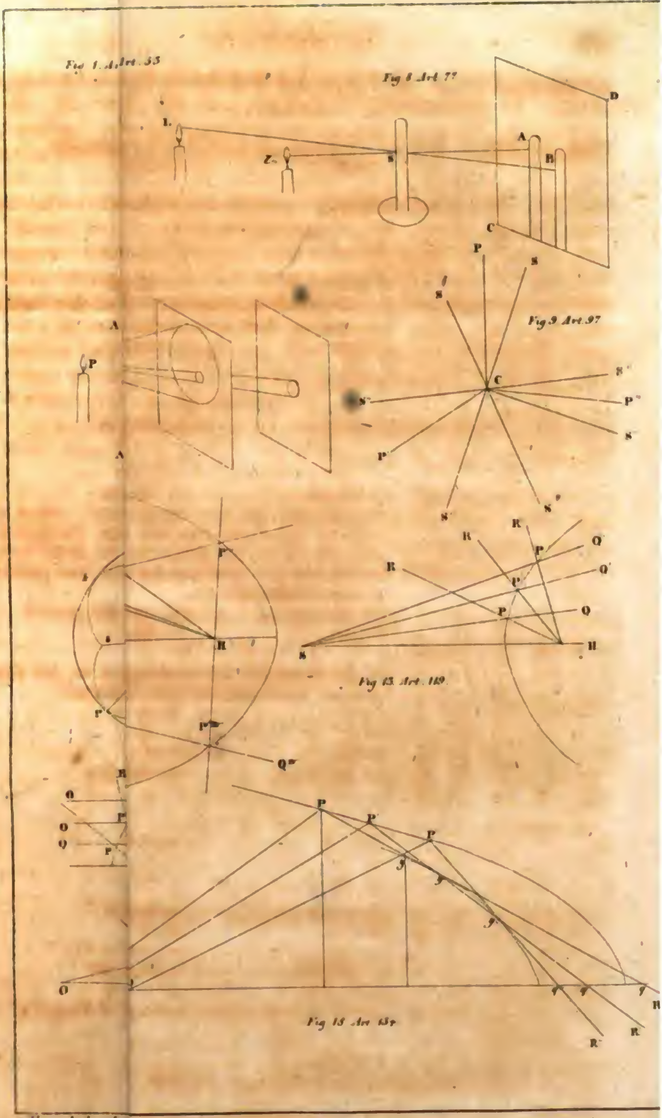


Fig 1. Art. 53

Fig 8 Art 77

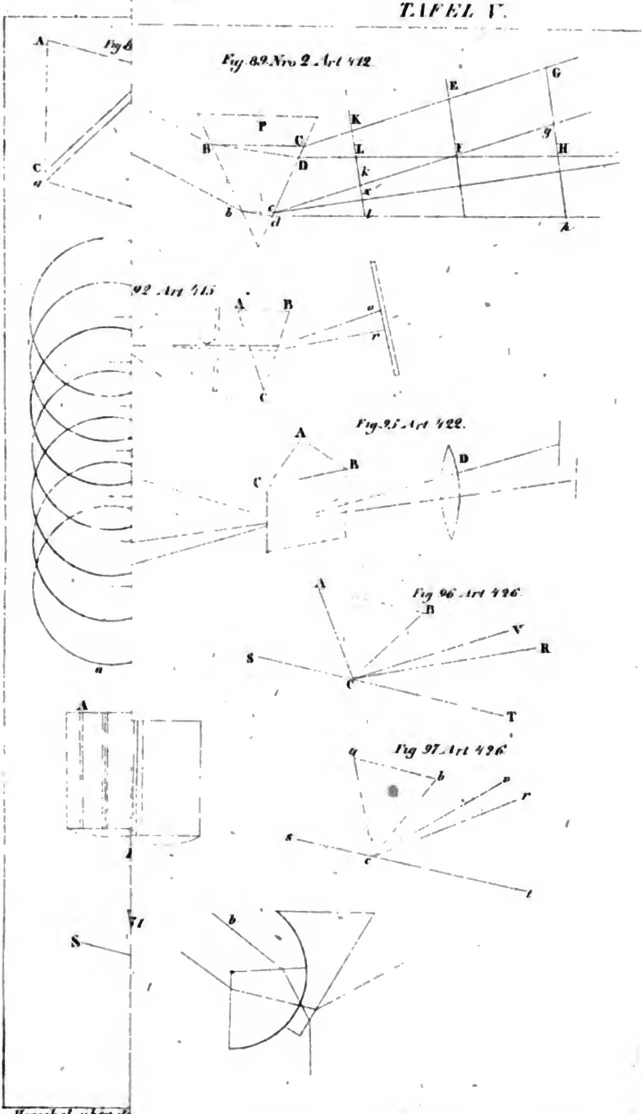
Fig 9 Art. 97

Fig 13 Art. 129

Fig 15 Art 137

Digitized by Google

TAFEL V.



Herschel über d

Digitized by Google

TAFEL VII.

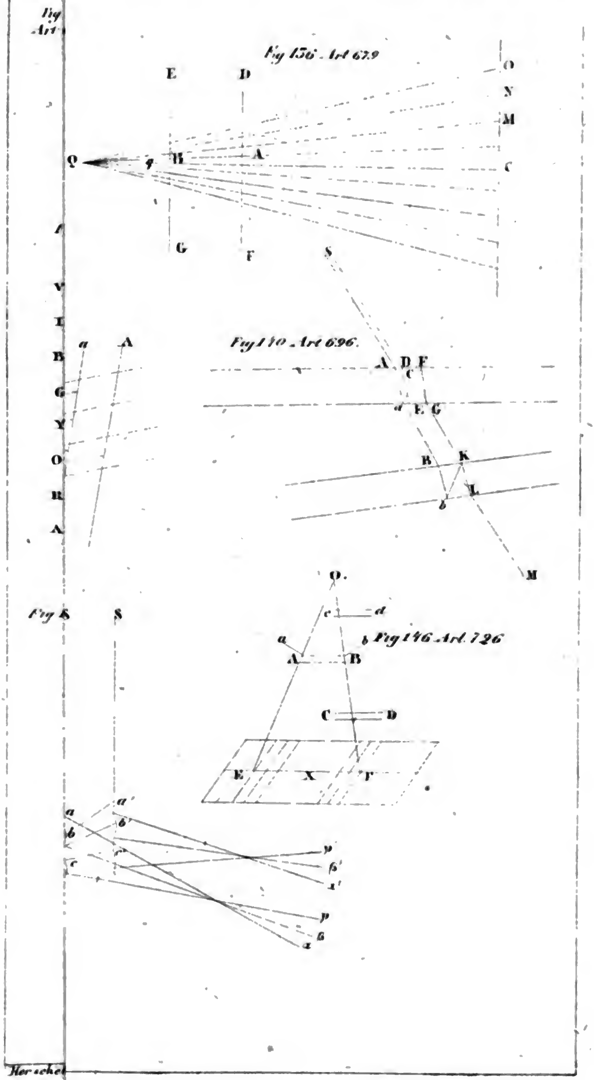


Fig 136. Art 679.

Fig 140. Art 696.

Fig 146. Art 726.

Herschel

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google